

# DETERMINACION DE LOS PERIODOS PROPIOS DE PRESAS BOVEDA SIMETRICAS MEDIANTE FORMULAS EMPIRICAS

J.C. MOSQUERA

y

A. SAMARTIN

*Departamento de Mecánica de los Medios Continuos,  
y Teoría de Estructuras,  
ETSI Caminos, Canales y Puertos, Madrid*

## RESUMEN

El artículo presenta una formulación sencilla que permite obtener los seis primeros períodos propios de vibración de una presa bóveda simétrica diseñada según las recomendaciones del U.S. Bureau of Reclamation. Se indican las expresiones polinómicas aproximadas de estos períodos, tanto para embalse vacío como para embalse lleno. El efecto del embalse se modeliza mediante la técnica de Westergaard modificada. Asimismo se indica una expresión que intenta tener en cuenta, de modo tentativo, el efecto de la flexibilidad del terreno.

## SUMMARY

This paper presents an easy formulation to obtain the first six periods of vibration of a symmetric arch dam designed by following the recommendations of the U.S. Bureau of Reclamation. The polynomial approximations to these periods are indicated for full and empty reservoir. The reservoir effect is modeled with a modified Westergaard technique. Also presented is an expression to account, in a tentative way, for the flexibility of the soil.

## INTRODUCCION

Con relativa frecuencia el emplazamiento de las presas es susceptible de sufrir la actuación de un sismo de intensidad significativa, así como de otras acciones de carácter dinámico como el impacto, explosión, etc.

El hecho anterior implica la conveniencia de conocer en los estados preliminares del proyecto de la presa sus características dinámicas, con objeto de que la evaluación de las acciones dinámicas no conlleve una modificación sustancial del diseño fundamental de la obra. Estas características dinámicas básicas son en esencia los primeros períodos propios y modos de vibración correspondientes. Los aspectos importantes referentes a los mecanismos de disipación de la energía dinámica en el sistema presa-embalse-terreno suelen ser evaluados de modo global, a veces en forma de un porcentaje de

Recibido: Julio 1992

un amortiguamiento crítico de carácter viscoso. Los valores de este coeficiente de amortiguamiento, contrariamente a los períodos y modos de vibración de la presa, suelen variar dentro de un margen muy estrecho de valores.

Los períodos propios de vibración de una presa bóveda dependen de numerosos factores, entre los que pueden destacarse la geometría de la presa (superficie media y distribución de espesores), dimensiones y forma del valle, características mecánicas del terreno, etc.

En este artículo se presentan unas fórmulas simples que permiten estimar con suficiente aproximación los valores de los primeros períodos propios de una presa bóveda en función de algunos de sus parámetros característicos (Figura 1).

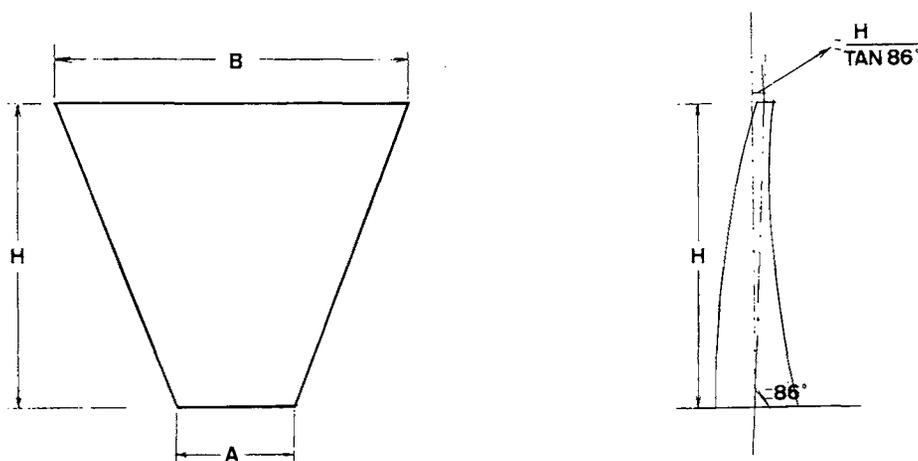


Figura 1.

El conocimiento de estos primeros modos de vibración de la estructura presa bóveda permite, una vez especificado el espectro de diseño de la acción dinámica bajo consideración, obtener las acciones estáticas equivalentes que pueden componerse de acuerdo con las reglas conocidas. En particular, si los períodos propios están separados la regla de composición de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los resultados, conocida como RMS es aplicable. Si los períodos propios están próximos, fenómeno de acoplamiento, debe utilizarse la regla de composición de la suma de valores absolutos de las respuestas o regla ABS. Existen otras reglas que contemplan las dos situaciones extremas anteriores y que consideran la correlación existente entre los distintos períodos propios.

## METODOLOGIA

La metodología seguida para la obtención de las fórmulas simplificadas de los períodos propios de una presa bóveda se basa en una exhaustiva experimentación numérica sobre un elevado número de presas bóveda, que cubre prácticamente todas las situaciones ya resueltas o construidas o bien susceptibles de ser proyectadas de forma satisfactoria dentro de las posibilidades de la tecnología actual.

A continuación se resumen las etapas más importantes del estudio llevado a cabo.

### Elección de los parámetros significativos del diseño

Una primera etapa del estudio consiste en definir un número significativo de parámetros precisos para el diseño de la bóveda. Se han considerado como los más representativos los siguientes parámetros relacionados con la forma del valle, definida por:

- $H$  (altura de la presa en metros)
- $A$  (anchura en la base del valle en metros)
- $B$  (cuerda de la coronación en metros)

Ha parecido conveniente utilizar en lugar del valor absoluto de  $B$ , la proporción  $B/H$ .

A partir de los datos anteriores se determina la geometría de la bóveda. Se supone que ésta debe tener un estado tensional de forma que se cumplan las siguientes condiciones para cualquier punto:

$$-10 \text{ kg/cm}^2 \leq \sigma \text{ (tensión longitudinal)} \leq 50 \text{ kg/cm}^2$$

Se han convenido como positivas las tensiones de compresión.

La forma geométrica de la presa (desplome, geometría de la superficie media, espesores, etc.) se obtiene de manera automática de acuerdo con la técnica que se describe más adelante. En particular, la ley de espesores, de importancia relevante en el diseño de la presa, se puede obtener mediante un proceso de optimización (full stresses). No obstante, dicha ley se ha aproximado en este estudio por la distribución indicada por el U.S. Bureau of Reclamation<sup>1</sup>, con las variaciones requeridas para cumplir las restricciones tensionales anteriores.

Los casos de carga considerados solamente han sido los de peso propio (embalse vacío), y peso propio más carga hidrostática total (embalse lleno hasta coronación). Las restantes hipótesis de carga se han supuesto que eran menos determinantes que las anteriores, puesto que los límites tensionales adoptados son ya suficientemente estrictos. Las bóvedas se han diseñado con un desplome de aproximadamente  $H/tg 86^\circ$ , que da lugar a tensiones moderadas con un volumen total de hormigón cercano al mínimo. La presa se inserta en un valle rígido, es decir, existe empotramiento total a lo largo del contacto presa-terreno, si bien se han estudiado de forma aproximada casos de terreno flexible, en la forma que se indica más adelante.

Este estudio se restringe al caso de presas ubicadas en cerradas simétricas, y se determinan los períodos propios en las situaciones de embalse vacío y embalse lleno.

### Diseño de la presa bóveda

Como se ha indicado, por simplicidad se han adoptado dos hipótesis de carga (embalse vacío y embalse lleno), en el cálculo y diseño de la bóveda. Este se lleva a cabo de manera automática considerando la actuación de un caso intermedio de carga, definido por el peso propio y la mitad de la carga hidrostática (es decir, con un valor de 0.5 para la densidad del agua).

Para este caso intermedio de carga se calcula el antifunicular correspondiente, como la configuración final de equilibrio que adopta una membrana (que sólo resiste tracciones) bajo el estado de cargas considerado\*. Esta configuración se adopta como superficie media de la presa bóveda.

La distribución de espesores utilizada sigue las recomendaciones del Bureau of Reclamation<sup>1</sup>. La presa así diseñada se comprueba mediante un análisis tensional completo frente a los estados de embalse vacío y embalse lleno. La técnica usada para este cálculo ha sido la de los Elementos Finitos con ajuste total, es decir, seis grados de libertad (tres desplazamientos y tres giros) por nudo. Este cálculo tensional puede exigir eventualmente modificaciones en la distribución original de espesores, y por ello precisar una nueva determinación del antifunicular para los nuevos espesores. Se comprende por lo tanto que este proceso es de carácter iterativo y que tras un número suficiente de pasos de cálculo, se alcanza una solución adecuada<sup>2</sup>.

La obtención de la configuración de equilibrio de la membrana se efectúa utilizando también el método de los Elementos Finitos, con tres grados de libertad por nudo (los desplazamientos), y dentro de un régimen geométrico no lineal, es decir, considerando la modificación de la geometría en el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio<sup>3</sup>.

## RESULTADOS

Utilizando la metodología expuesta anteriormente, para un conjunto de formas y dimensiones de valle, se genera un diseño de presa bóveda para el que se determinan los valores de los seis primeros períodos propios.

El rango de variación de los parámetros que definen los valles considerados ha sido:

$$H = 55 \text{ m. a } 110 \text{ m. con intervalos de } 15 \text{ m.}$$

$$110 \text{ m. a } 140 \text{ m. cada } 10 \text{ m.}$$

$$A = 10 \text{ m. a } 85 \text{ m. cada } 15 \text{ m., con la restricción } A \leq H.$$

$$B/H = 0.6 \text{ hasta un máximo de } 3.4. \text{ Se ha generado un conjunto de diez valores regularmente intercalados entre los dos extremos correspondientes a los casos de forma V de valle y de forma U de valle, con las siguientes restricciones geométricas: } A \leq B \text{ y } B \leq 12A$$

$$E_p = \text{módulo de elasticidad dinámico del hormigón} = 3E6 \text{ T/m}^2.$$

Para cada una de las presas bóveda así diseñada se han calculado los valores de sus seis primeros períodos propios. La Tabla I ilustra los resultados para el caso de la familia de valles correspondiente a  $H = 100 \text{ m.}$ ,  $A = 40 \text{ m.}$ ,  $B/H$  variable y embalse vacío.

En las Tablas I y III,  $T_{ex}$  representan los valores de los períodos propios obtenidos mediante análisis estructural, mientras que los  $T_i$  se refieren a los valores de los períodos calculados mediante las expresiones propuestas en este trabajo.

Se supone que los períodos propios de orden  $i$  ( $T_i$ ) pueden ser deducidos con suficiente aproximación mediante la siguiente fórmula polinómica en los parámetros

\* La formulación de la teoría de las membranas se desarrolla en la Referencia 3.

B	B/H	Tex1	T <sub>1</sub>	Tex2	T <sub>2</sub>	Tex3	T <sub>3</sub>	Tex4	T <sub>4</sub>	Tex5	T <sub>5</sub>	Tex6	T <sub>6</sub>
90.	0.9	.124	.122	.119	.115	.081	.082	.079	.073	.070	.070	.062	.065
110.	1.1	.154	.133	.142	.125	.103	.092	.091	.081	.082	.076	.079	.070
150.	1.5	.171	.156	.162	.143	.121	.111	.097	.097	.091	.088	.086	.080
180.	1.8	.196	.173	.178	.158	.144	.125	.112	.109	.104	.097	.096	.088
200.	2.0	.209	.184	.186	.167	.158	.135	.125	.117	.107	.103	.101	.093
250.	2.5	.232	.212	.202	.191	.181	.158	.148	.137	.121	.118	.111	.105
280.	2.8	.242	.229	.208	.205	.190	.173	.158	.149	.131	.127	.112	.112
300.	3.0	.249	.240	.210	.214	.196	.182	.165	.157	.138	.133	.115	.117
320.	3.2	.253	.252	.212	.224	.200	.192	.170	.165	.143	.139	.121	.122
340.	3.4	.255	.263	.217	.233	.200	.201	.171	.173	.145	.144	.123	.127

Tabla I. Períodos propios para A = 40 m., H = 100 m. (embalse vacío).

A, H y B/H, que definen la geometría del valle.

$$T_i = [\alpha_{00}^i A^2 + (\alpha_{11}^i H + \alpha_{10}^i) A + \alpha_{22}^i H^2 + \alpha_{21}^i H + \alpha_{20}^i] \frac{B}{H} + [\beta_{00}^i A^2 + (\beta_{11}^i H + \beta_{10}^i) A + \beta_{22}^i H^2 + \beta_{21}^i H + \beta_{20}^i] \pm \sigma \tag{1}$$

Los coeficientes  $\alpha_{mn}^i$  y  $\beta_{mn}^i$  se determinan utilizando técnicas de regresión a partir de los resultados calculados dentro del conjunto de todas las familias de presas bóveda generadas para los distintos valles. Se deducen así los valores de estas constantes que se resumen en la Tabla II.

Los errores cuadráticos medios  $\sigma$  producidos para la población de formas de valle que se ha estudiado, han resultado ser para cada orden de período:

T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
0.0170	0.0155	0.0154	0.0109	0.0097	0.0088

			T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
B/H	A <sup>2</sup>	1	1.3E-5	1.3E-5	1.0E-5	4.0E-6	6.0E-6	6.0E-6
		H	-2.0E-5	-2.0E-5	-1.4E-5	-6.0E-6	-1.4E-5	-1.4E-5
	A	1	2.3E-4	2.2E-4	4.3E-4	1.9E-4	7.0E-4	7.0E-4
		H <sup>2</sup>	4.0E-6	2.6E-7	3.7E-6	3.8E-7	3.6E-6	3.2E-6
	1	H	8.1E-4	1.46E-3	4.1E-4	7.0E-4	1.8E-4	1.7E-4
		1	-0.0145	-0.0510	-0.0075	-0.0240	-0.0060	-0.0060
1	A <sup>2</sup>	1	-2.5E-5	-1.8E-5	-1.8E-5	-1.0E-5	-1.2E-5	-1.2E-5
		H	3.7E-5	3.3E-5	2.5E-5	1.3E-5	2.4E-5	2.4E-5
	A	1	-2.5E-4	-5.4E-4	-8.0E-4	-2.3E-4	-1.0E-3	-9.5E-4
		H <sup>2</sup>	-0.4E-6	-1.5E-6	-1.9E-6	-2.5E-6	-3.7E-6	-3.8E-6
	1	H	-8.3E-4	-6.0E-4	-1.6E-4	2.63E-4	3.5E-4	3.4E-4
		1	0.060	0.066	0.035	0.0095	0.0090	0.0085

Tabla II. Coeficientes  $\alpha_{jk}^i, \beta_{jk}^i$  para la estimación de los  $T_i$ .

La obtención de cada  $T_i$  se realiza a partir de la Tabla II, del siguiente modo: se multiplican los coeficientes de cada columna por los datos que les corresponden en las tres primeras columnas, y se suman. Esta combinación lineal se puede representar en forma matricial como sigue:

$$T_i = \frac{B}{H} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{22}^i & \alpha_{21}^i & \alpha_{20}^i \\ 0 & \alpha_{11}^i A & \alpha_{10}^i A \\ 0 & 0 & \alpha_{00}^i A^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H^2 \\ H \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{22}^i & \beta_{21}^i & \beta_{20}^i \\ 0 & \beta_{11}^i A & \beta_{10}^i A \\ 0 & 0 & \beta_{00}^i A^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H^2 \\ H \\ 1 \end{pmatrix} \pm \sigma$$

Por otra parte y en relación a la distribución de los períodos en función de los parámetros del valle, se pueden describir ciertas tendencias apreciadas en los valores de los mismos obtenidos por las expresiones aproximadas anteriores, al compararlos con los que resultan de un cálculo estructural, que se ha denominado exacto. Así se ha observado, en líneas generales, que para cualquier  $T_i$ :

\* Para presas altas ( $H \geq 100$ ):

- Si  $B \approx H$ , y  $A \geq 70$ , resulta  $T_i > Tex(i)$  (es decir,  $\sigma$  positivo)
- Para  $1.8 < B/H < 2.5$   $T_i < Tex(i)$  (es decir,  $\sigma$  negativo)
- Para  $B/H \geq 3.2$  resulta  $T_i > Tex(i)$  (es decir,  $\sigma$  positivo)

Como ejemplo de aplicación, que ilustra la aproximación alcanzada con las fórmulas empíricas, se considera el siguiente caso:

Embalse vacío,  $H = 100$  m.,  $A = 40$  m.,  $B/H = 2.5$

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$
Períodos "exactos"	0.232	0.202	0.181	0.148	0.121	0.111
Períodos aproximados	0.212	0.191	0.158	0.137	0.118	0.105
Diferencias	0.02	0.011	0.023	0.011	0.003	0.006

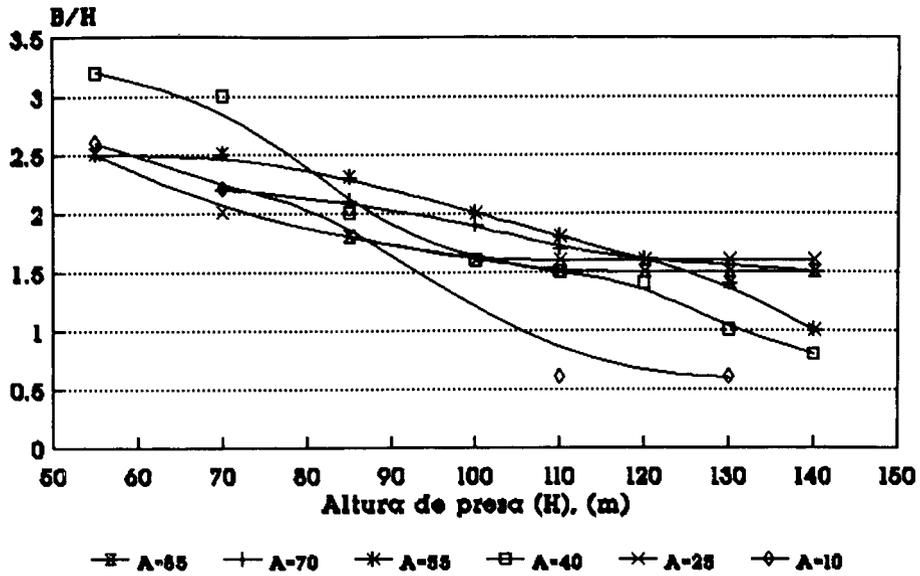
Se observa la excelente aproximación alcanzada con las fórmulas empíricas anteriores, cuya utilización es directa.

Como es lógico, los valores de los períodos obtenidos mediante las expresiones anteriores difieren de los calculados "de forma exacta" en unos errores. Por ello puede darse el caso de que, tras utilizar las expresiones anteriores, para un caso particular resulte que  $T_i < T_{i+1}$ . Esto significa que realmente se produce el fenómeno de *acoplamiento*, es decir, los períodos propios correspondientes a órdenes correlativos son muy próximos entre sí. Desde un punto de vista estructural el acoplamiento significa que los movimientos y esfuerzos que se generan en la presa pueden ser notablemente mayores ya que se superponen los valores máximos debidos a ambos modos de vibración acoplados sin diferencia de fases.

En el cálculo numérico desarrollado se ha considerado que se produce el fenómeno del acoplamiento cuando la diferencia entre los dos períodos consecutivos es inferior a 0.015 seg.

En relación al acoplamiento de los primeros períodos propios, se ha analizado para el de  $T_1$  con  $T_2$ , y para el de  $T_2$  con  $T_3$ . Esta situación se expresa en las Figuras 2 y 3, para cada altura, mediante una curva límite o frontera, función de la relación  $B/H$ . En el primer caso, representado en la Figura 2, ( $T_1$  con  $T_2$ ), las curvas indican el límite superior de la región para el que tiene lugar el acoplamiento, mientras que para el segundo caso, Figura 3, las curvas indican el límite inferior del dominio del acoplamiento. Estas curvas se han trazado a partir del estudio de la población de presas generadas como se ha indicado al principio del apartado anterior.

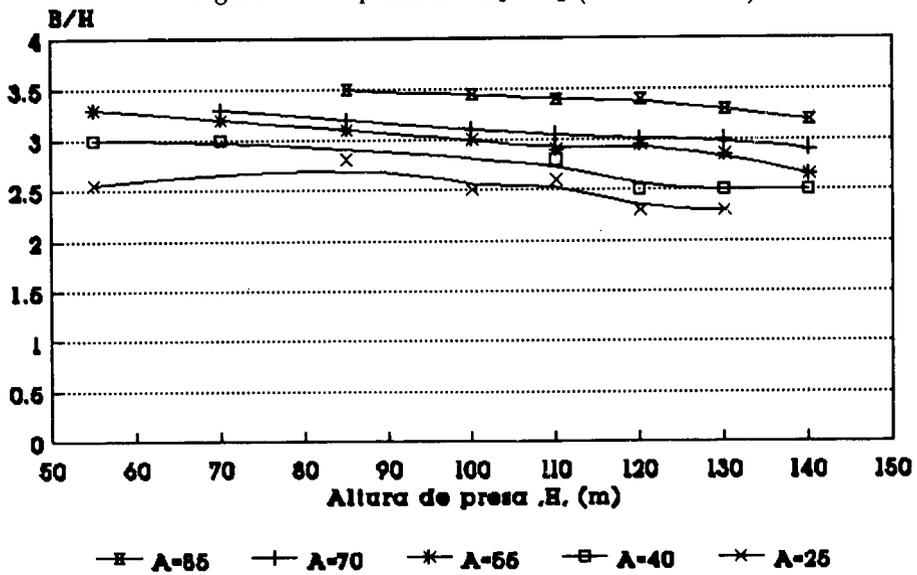
En la población de valles estudiada, y para el criterio de diseño, y en particular, el utilizado para los espesores, se ha observado en las figuras anteriores que el acoplamiento de los dos primeros períodos propios aparece para las relaciones  $B/H$  en torno a 2.5 para alturas pequeñas. Esta relación  $B/H$  para la que se produce el acoplamiento va decreciendo con la altura y con la dimensión  $A$ , hasta el entorno de  $B/H \approx 1$  para  $H > 100$ .



**Acoplamiento de T1 y T2 según la altura.**

Las curvas indican el límite superior del dominio de acoplamiento.

Figura 2. Acoplamiento  $T_1 - T_2$  (embalse vacío).



**Acoplamiento de T2 y T3 según la altura.**

Las curvas marcan el límite inferior del dominio de acoplamiento.

Figura 3. Acoplamiento  $T_2 - T_3$  (embalse vacío).

**Resultados para la situación de embalse lleno.**

Se ha seguido la misma metodología para la determinación de los coeficientes de la expresión polinómica (1) aplicable al caso de embalse lleno. La interacción presa-embalse se ha simulado mediante la formulación de Westergaard modificada y adaptada al caso tridimensional<sup>4</sup>.

B	B/H	Tex1	T <sub>1</sub>	Tex2	T <sub>2</sub>	Tex3	T <sub>3</sub>	Tex4	T <sub>4</sub>	Tex5	T <sub>5</sub>	Tex6	T <sub>6</sub>
90.	0.9	.159	.153	.135	.135	.104	.111	.084	.089	.084	.090	.080	.076
110.	1.1	.187	.164	.169	.146	.121	.119	.107	.097	.101	.096	.088	.082
150.	1.5	.196	.185	.181	.168	.133	.135	.121	.113	.105	.107	.089	.093
180.	1.8	.218	.200	.209	.184	.151	.148	.136	.125	.122	.116	.104	.101
200.	2.0	.230	.211	.225	.195	.164	.156	.140	.133	.134	.121	.111	.107
250.	2.5	.253	.237	.251	.223	.190	.176	.157	.153	.143	.135	.128	.121
280.	2.8	.265	.252	.259	.239	.200	.189	.166	.165	.142	.144	.138	.129
300.	3.0	.273	.263	.260	.250	.207 °	.197	.173	.173	.146	.149	.140	.135
320.	3.2	.278	.273	.262	.261	.212	.205	.178	.181	.151	.155	.138	.140
340.	3.4	.281	.284	.266	.272	.214	.213	.179	.189	.152	.161	.137	.146

Tabla III. Períodos propios para A = 40 m., H = 100 m. (embalse lleno).

La Tabla III ilustra los resultados para el caso de la familia de valles correspondiente a H = 100 m., A = 40 m., B/H variable y embalse lleno.

Los errores cuadráticos medios σ producidos para la población de formas de valle, han resultado ser en este caso:

T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
0.0171	0.0188	0.0126	0.0116	0.0102	0.0089

En la Tabla IV se indican los coeficientes a emplear en la ecuación (1) para el cálculo de los T<sub>i</sub> en la situación de embalse lleno.

			T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>
B/H	A <sup>2</sup>	1	1.3E-5	1.4E-5	1.5E-5	4.0E-6	1.2E-5	7.0E-6
		H	-2.0E-5	-2.0E-5	-1.5E-5	-6.0E-6	-8.4E-6	-7.0E-6
	A	1	1.7E-4	2.2E-4	-3.0E-4	1.0E-4	-6.5E-4	-3.2E-4
		H <sup>2</sup>	4.5E-6	4.7E-7	3.3E-6	5.6E-7	2.5E-6	2.2E-6
	1	H	8.05E-4	8.2E-4	6.6E-4	7.0E-4	4.6E-4	4.2E-4
		1	-0.021	-0.0255	-0.010	-0.0222	-0.004	-0.0064
1	A <sup>2</sup>	1	-2.5E-5	-2.7E-5	-3.0E-5	-1.3E-5	-2.7E-5	-1.3E-5
		H	3.7E-5	3.4E-5	2.0E-5	1.4E-5	1.4E-5	1.0E-5
	A	1	2.6E-4	5.0E-4	1.55E-3	1.0E-4	1.74E-3	9.65E-4
		H <sup>2</sup>	-2.2E-6	-3.7E-6	-3.6E-6	-2.2E-6	-7.4E-6	-5.0E-6
	1	H	-6.0E-4	-4.1E-4	3.0E-4	2.6E-4	1.0E-3	6.9E-4
		1	0.070	0.051	-0.014	0.010	0.0435	-0.026

Tabla IV. Embalse lleno:  $\alpha_{jk}^i, \beta_{jk}^i$  para la estimación de los  $T_i$ .

### INFLUENCIA DE LA FLEXIBILIDAD DEL TERRENO

En la primera parte de este trabajo se ha supuesto la presa empotrada en una cerrada constituida por un terreno rígido. Con vistas a lograr una mayor aproximación a situaciones reales, se ha estudiado de modo iterativo la influencia de la flexibilidad del cimientto en los períodos propios de la presa. Se supone igualmente en cualquier caso que el comportamiento de todo el sistema es *lineal*.

Para simular el terreno se ha seguido la metodología seguida por Vogt<sup>5</sup>; para ello se ha simulado el comportamiento del terreno a lo largo de la línea de contacto presa-cimiento como un conjunto de muelles elásticos de características función del módulo de deformación del terreno y del espesor de la presa en el contacto.

Es importante tener en cuenta que de esta forma se incluye la flexibilidad del terreno, y su efecto en los períodos propios de la presa considerada aisladamente, pero en realidad no se está analizando el fenómeno más complejo de la *interacción* presa-terreno como tal. En efecto, un seismo actúa sobre el conjunto presa-terreno y por consiguiente los períodos de vibración del sistema difieren de los de la presa

aislada, aparte evidentemente de la influencia de la elasticidad del cimientto que sólo es considerada aquí de forma aproximada en los valores de los períodos de la presa,  $T_i$ .

Por otra parte, se señala que suponer el terreno flexible obliga a *rediseñar* la presa, y en particular su distribución de espesores. Con relación al caso de cimientto rígido, la presa flexible es más delgada en los bordes de la parte inferior, mientras que su espesor crece en los bordes del tercio superior, así como en la zona central, lejos de los cimienttos.

Con el fin de obtener una expresión orientativa con la que se puedan estimar los valores de los períodos propios del sistema, se ha definido un índice  $\lambda$  para la relación entre los módulos elásticos del terreno y de la presa de la siguiente forma:

$$\lambda = \frac{E_f - E_p}{E_f + E_p}$$

$E_f$  se refiere al módulo de deformación del terreno, y  $E_p$  al de la presa. De este modo,  $\lambda = 1$  es el caso de cimientto rígido,  $\lambda = 0$  indica el caso de  $E_f = E_p$ , mientras que  $\lambda < 0$  indica un cimientto más flexible que la propia presa. Concretamente, además del caso de cimientto rígido se han estudiado aquellos en que  $E_f = E_p$  ( $\lambda = 0$ ), y  $E_f = E_p/10$  ( $\lambda = -0.818$ ).

Como fórmula de interpolación para otros valores de  $\lambda$  se ha usado la ley parabólica siguiente:

$$T_\lambda = \left[ \lambda^2(0.55 + 0.672T_{-.818}^* - 1.222T_0^*) + \lambda(0.45 - 0.672T_{-.818}^* + 0.222T_0^*) + T_0^* \right] T_{\lambda=1} \tag{2}$$

Para cada uno de los seis períodos propios, los valores de los coeficientes a emplear en (2) son, en la situación de embalse vacío:

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$
$T_0^*$	1.16	1.21	1.12	1.09	1.07	1.07
$T_{-.818}^*$	1.53	1.40	1.32	1.24	1.13	1.10

Los valores de los coeficientes a emplear en (2) asociados a la situación de embalse lleno son:

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$
$T_0^*$	1.22	1.17	1.10	1.08	1.08	1.07
$T_{-.818}^*$	1.56	1.40	1.35	1.24	1.20	1.10

### Aplicación a casos reales

La formulación aquí expuesta se ha refrendado con los datos de dos presas reales (Monticello y Baserca), con objeto de contrastar la bondad del método. En cualquier caso conviene tener presente la simplificación que supone simular el valle mediante un simple trapecio.

La presa de Baserca tiene como dimensiones características  $B = 268$  m.,  $A = 60$  m.,  $H = 84$  m.,  $E = 3E6$  T/m<sup>2</sup>. Su distribución de espesores no concuerda con el criterio seguido en este trabajo, por lo que se ha tomado la ley real de espesores, se ha calculado el antifunicular y posteriormente se ha completado el análisis estructural hasta la obtención de los períodos propios. Los valores resultantes se resumen en la siguiente tabla:

	ISMES (modelo reducido)		(1) y (2) $\lambda = 0$		SAP80+WESTERGAARD (espesor real)	
	Vacío	Lleno	Vacío	Lleno	Vacío	Lleno
$T_1$	.234	.303	.234	.276	.245	.310
$T_2$	.228	.270	.216	.258	.203	.276
$T_3$	.172	.186	.182	.181	.163	.213
$T_4$	.141	.141	.147	.156	.145	.173
$T_5$	.101	.109	.126	.127	.119	.139

Las dimensiones características de la presa de Monticello son  $B = 254$  m.,  $A = 55$  m.,  $H = 92$  m. El resumen de valores medidos in situ, así como los calculados mediante diferentes programas<sup>6</sup>, se muestra a continuación:

Emb. VACIO	ADAP. $\lambda = 0$	EACD-3 $\lambda = 0$	ADAP-II $\lambda = 0$	SAP80		Fórmulas (1) y (2)	
				$\lambda = 1$	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 0$
$T_1$	.255	.260	.266	.208	.241	.201	.233
$T_2$	.232	.236	.244	.178	.221	.180	.218
$T_3$	.184	.183	.191	.164	.181	.155	.174
$T_4$	.152	.150	.159	.138	.150	.134	.146
$T_5$	.130	.122	.131	.117	.127	.114	.122
$T_6$	.113	.117	.121	.103	.108	.103	.110

Emb. LLENO	MEDIDOS in situ	ADAP-II $\lambda = 0$	SAP80 $\lambda = 0$	Fórmulas (1) y (2)	
				$\lambda = 1$	$\lambda = 0$
$T_1$	.321	.325	.291	.229	.282
$T_2$	.282	.285	.271	.218	.262
$T_3$	.216	.216	.195	.166	.184
$T_4$	.167	.173	.159	.147	.160
$T_5$	- - - -	.146	.135	.125	.136
$T_6$	.132	.139	.114	.112	.120

COMENTARIOS A LOS RESULTADOS OBTENIDOS

En la discretización de las presas de la población se ha utilizado un grado de refinamiento uniforme (alrededor de 110 nudos para el cuerpo de presa) con vistas a que los valores de los períodos propios obtenidos no resultasen perturbados de modo distinto según el nivel de mallado particular de cada presa.

Asimismo, se ha supuesto *lineal* el comportamiento del sistema; luego se ha prescindido de la existencia de *juntas de dilatación*, lo cual tiene cierta importancia. El suponer la presa monolítica da lugar a tracciones dinámicas según arcos. Sin embargo, las presas se construyen como ménsulas monolíticas separadas por juntas, las cuales no pueden transmitir las tracciones. A causa de las vibraciones inducidas por un terremoto, las juntas se abrirán y cerrarán, lo que dará lugar a una redistribución significativa de las tensiones. Además, la pérdida de rigidez según los arcos hace alargar los períodos propios de la presa, con lo que éstos se desplazarán posiblemente a diferentes regiones del espectro, y por tanto se modificaría el máximo de la respuesta.

El modelo de Westergaard da lugar a períodos propios un 20-25 por ciento mayores que los de embalse vacío, mientras que un modelo de elementos finitos incompresibles da lugar a unos períodos propios del sistema un 15-20 por ciento mayores que los de embalse vacío. En general, el modelo de Westergaard manifiesta una mayor influencia del embalse en la respuesta de la presa. Luego dicha formulación sobreestima de algún modo los efectos de la interacción, lo que da lugar a diseños más conservadores<sup>7</sup>.

La contribución de cada uno de los modos propios a la respuesta de la presa, indica que los modos antisimétricos tienen importancia si la vibración es transversal al valle. Para el problema estudiado (excitación a lo largo del río), los períodos propios que varían más son los asociados a modos propios simétricos.

Para presas muy altas (altura superior a 200 m.) sería aconsejable estudiar la contribución de un mayor número de modos en la respuesta de la presa.

Para valores del módulo de elasticidad dinámico del hormigón diferentes al utilizado en este trabajo, el cálculo de los períodos propios se hace a partir de la siguiente expresión:

$$T_{E'} = \sqrt{\frac{E}{E'}} \cdot T_E$$

Por último, se señala que los resultados obtenidos con la metodología aquí desarrollada se han contrastado con dos presas reales y que la adecuación del método aquí propuesto queda probada.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores desean reconocer y agradecer las ayudas que han soportado parcialmente y hecho posible el presente trabajo, en particular, al M.E.C. por la Beca F.P.I. concedida a uno de los autores y al M.O.P.T. (Dirección General de Obras Hidráulicas) por el Convenio de Investigación Num. OH-21803-131/8011.

Agradecen asimismo las sugerencias de los dos censores anónimos que han revisado este artículo, las cuales, al ser incorporadas al mismo, han mejorado su comprensión y claridad de la exposición.

### REFERENCIAS

1. Bureau of Reclamation: Design of Arch Dams. Denver, (1977).
2. J. Díez-Cascón, A. Samartín y J. Díaz del Valle, "Una contribución al diseño automático de presas bóveda", *Revista de Obras Públicas*, , Julio (1983).
3. P. Gordon Smith, "Membrane shapes for shell structures", *Ph. Thesis*, Univ. of California, Berkeley, (1969).
4. J. Shaw-Han Kuo, "Fluid-Structure interactions: added mass computations for incompressible fluid", Report No. 82/09, EERC, Univ. of California, Berkeley, (1982).
5. R.W. Clough, J.M. Raphael, S. Mojtahedi, "ADAP: A computer program for static and dynamic analysis of arch dams", Report No. 73/14, EERC, Univ. of California, Berkeley, (1973).
6. R.W. Clough, Y. Ghanaat, X-F. Qiu, "Dynamic resevoir interaction with Monticello dam.", Report No. 87/21, EERC, Univ. of California, Berkeley, (1987).
7. Ch. Zhang, G. Wang, "Aseismic design and analysis of Er-Tan arch dam", *Fifth Conference on Earthquake Engineering*, Ottawa, Ed. Balkema, (1987).