

# MODELIZACIÓN DEL FLUJO INVÍSCIDO ALREDEDOR DE LA PALA DE UN AEROGENERADOR MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS PANELES

RICARDO A. PRADO\*  
SERGIO R. IDELSOHN\*\*  
y  
MARIO A. STORTI\*\*

\* *Departamento de Mecánica Aplicada  
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Comahue  
Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina  
Tel/Fax: + 54-99-422 836, E-mail: prado@uncoma.edu.ar*

\*\* *Grupo de Tecnología Mecánica del INTEC  
CONICET - Universidad Nacional del Litoral  
Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina  
Tel: + 54-42-556 673, Fax: + 54-42-550 944  
E-mail: rnsergio@arcrde.edu.ar*

## RESUMEN

Se describe la formulación de un modelo computacional para determinar, bajo condiciones invíscidas, el flujo tridimensional alrededor de la pala de una turbina eólica de eje horizontal. Dicho modelo se basa en la representación mediante paneles de una pala rígida, delgada, torsionada y de envergadura finita. A estos paneles se asocian hilos vorticosos rectos, que conforman el sistema ligado a la pala, y un sistema de hilos vorticosos libres, que presentan trayectorias helicoidales de radios no constantes, que determinan una estela de configuración fija. Las velocidades inducidas por el sistema vorticoso completo son calculadas por la aplicación de la ley de Biot-Savart. Se presenta la metodología seguida para el cálculo de las distribuciones de circulación, velocidades inducidas y resultantes y cargas aerodinámicas a lo largo de la envergadura y cuerda de una pala de geometría definida, bajo una determinada condición de viento y rotación uniformes, sin la consideración de los efectos de interferencia.

## INVISCID FLOW FIELD AROUND THE BLADE OF WIND TURBINES USING A PANEL MODELIZATION

### SUMMARY

This work describes the formulation of a computational model to determine, under inviscid conditions, the tri-dimensional flow field around the blade of an horizontal-axis wind turbine. The model is based upon a panel representation of a rigid, thin and twisted blade of finite span.

Recibido: Abril 1997

The distribution of circulation is originated by a system of straight bound vortices associated to the blade and a system of free vortex filaments, having helical paths with non-constant radii, that generates a prescribed fixed wake. The velocities induced by that vortex system are calculated by the Biot-Savart law. The methodology followed in order to calculate the span and chordwise distributions of circulation, induced velocities and aerodynamic loads is presented for a blade whose geometry and working conditions are defined, without considering the interference effects.

## INTRODUCCIÓN

En la mayoría de los problemas de interés práctico en aerodinámica, para el análisis del flujo sobre cuerpos bidimensionales o tridimensionales, el número de Reynolds característico del problema resulta lo suficientemente elevado como para diferenciar en el campo fluidodinámico una zona donde los efectos viscosos adquieren una gran importancia, y otra región donde los mismos resultan despreciables frente a los efectos inerciales. Este flujo, que por sus características es denominado *externo*, puede entonces estudiarse como la superposición de un flujo no viscoso y un flujo definido por la presencia de la capa límite y la estela, zonas donde quedan confinados los efectos de la viscosidad. Lógicamente, estos campos fluidodinámicos se encuentran acoplados, por lo cual determinan conjuntamente las cargas aerodinámicas sobre los cuerpos sumergidos. Por otra parte, dado que el campo de presiones es determinado fundamentalmente por el flujo invíscido y resulta sobreimpuesto a la capa límite, y como las velocidades en el borde de la capa viscosa se conectan con la distribución de velocidades en el flujo invíscido, es necesario realizar primeramente el cálculo del flujo invíscido, para luego corregirlo por la presencia de la capa límite.

Tratándose de turbinas eólicas, el flujo alrededor de cada sección de las palas presenta las características enunciadas anteriormente, siendo posible el estudio del mismo mediante la superposición de un flujo invíscido y un escurrimiento en la capa límite. Entonces, como primera etapa del estudio del campo fluidodinámico, se pretende determinar el flujo invíscido, bajo condiciones tridimensionales (palas de envergadura finita, que presentan flecha, ahusamiento y torsión) para una velocidad de viento y una rotación uniformes, considerando solamente la existencia de una única pala, es decir, sin considerar los efectos de mutua interferencia entre palas ni la presencia de la torre y la nacela del aerogenerador. Se considera asimismo que la pala es rígida y se desprecian los efectos de la compresibilidad del fluido debido a las bajas velocidades específicas.

El flujo invíscido alrededor de la pala es entonces determinado por la superposición de una corriente plana de viento, cuya intensidad es una fracción de la correspondiente al viento no perturbado dado que el rotor eólico se encuentra inmerso en un tubo de corriente cuyo radio se incrementa a medida que el aire fluye, una corriente circunferencial, perpendicular a la anterior, debido a la rotación uniforme de la pala, y una corriente inducida por la circulación del sistema vorticoso asociado a la pala y a su estela, sistema mediante el cual se representa la superficie sustentadora de envergadura finita.

Tanto la geometría de la pala (distribución de cuerdas, ángulos de pala, perfil aerodinámico) como sus condiciones de operación (velocidad no perturbada del viento,

coeficiente de expansión de la vena de fluido que pasa a través del rotor y velocidad de rotación de la turbina) son conocidas.

### FORMULACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

El flujo invíscido alrededor de la pala se determina mediante la aplicación del denominado *método de los paneles*<sup>1,2</sup>, por el cual la pala es discretizada mediante un número finito de paneles cuadrilaterales, los cuales son adecuadamente distribuidos a lo largo de la envergadura y cuerda de la misma. Este modelo, por considerar los efectos según cuerda (teorías de las superficies sustentadoras) ofrece una mejor representación aerodinámica cuando resulta comparado con los modelos de líneas sustentadoras o de distribución de paneles solamente a lo largo de la envergadura<sup>3-5</sup>.

Asociado a cada panel se encuentra un anillo vorticoso de intensidad de circulación constante, conformado por segmentos de hilos vorticosos rectos. Estos anillos configuran el sistema vorticoso ligado a la pala. Los hilos vorticosos asociados a los paneles ubicados a lo largo del borde de la fuga de la pala son los únicos que no forman un circuito cerrado, presentando la forma de "U" sobre el panel y determinando la estela de la pala mediante hilos vorticosos helicoidales, conformando en su conjunto un sistema discreto de hilos libres de configuración fija y longitud semi-infinita.

Como se muestra en la Figura 1, en el caso de un panel genérico *i* que no se encuentre ubicado sobre el borde de fuga de la pala, su anillo vorticoso se conforma mediante cuatro tramos rectos, uno que yace a lo largo de la envergadura del panel -sobre el cuarto de cuerda del mismo-, dos tramos dispuestos sobre los laterales del panel, desde su cuarto de cuerda hasta el cuarto de cuerda del panel ubicado en su inmediata posición corriente abajo, panel *j*, y el tramo restante, que cierra el circuito, yaciendo sobre el cuarto de cuerda y a lo largo de la envergadura de dicho panel posterior. La intensidad de circulación del circuito, constante de acuerdo a los teoremas de Helmholtz<sup>2</sup>, es representada por  $\gamma$ . Se define como *punto de colocación* de cada panel  $P_c$ , al punto ubicado a la mitad de la envergadura del mismo, en su intersección con la línea de tres cuartos de cuerda del panel.

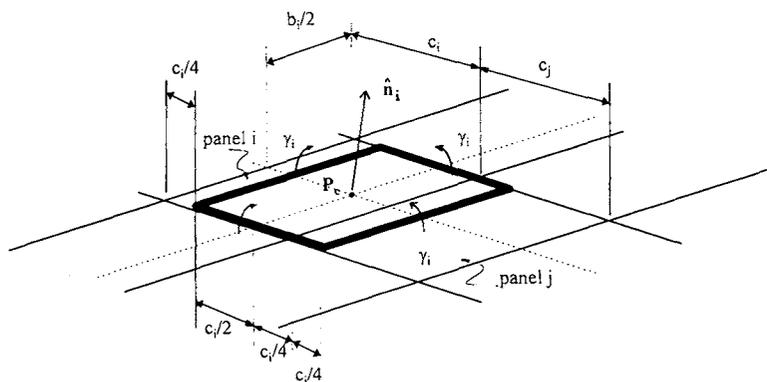


Figura 1. Anillo vorticoso ligado al panel *i*

pala. De acuerdo con las formulaciones de la teoría unidimensional de la cantidad de movimiento, el aire que fluye dentro del tubo de corriente que pasa a través del rotor va sufriendo una expansión, pues se va retardando por entregar parte de su energía cinética a la turbina y verificar la condición de continuidad. Por ello, la velocidad del viento en el plano del rotor ( $z = 0$ ),  $U_0$ , es menor que la velocidad no perturbada del viento  $U_\infty$ . Así, la velocidad del aire que atraviesa a la turbina, considerada uniforme sobre el radio de la pala, resulta determinada por la expresión  $U_0 = U_\infty(1 - a)$  donde  $a$  es el coeficiente de reducción de velocidad en el disco ( $0 < a < 1$ ).

En el presente modelo se considera que el tubo de corriente envolvente del sistema vorticoso de la estela  $\tau$  tiene una configuración fija dada por la expresión<sup>9</sup>

$$R_\tau^6 + R_\tau^4(z^2 - 2R^2) + R_\tau^2(R^2 - 2z^2)R^2 + z^2(1 - a^2)R^4 = 0 \quad (1)$$

donde  $R_\tau(z)$  representa la variación del radio del tubo de corriente que contiene a todo el aire que atraviesa al rotor eólico a medida que este aire fluye a lo largo del eje  $z$  y  $R$  denota el radio de la pala. La Figura 4 muestra un segmento de dicho tubo de corriente  $\tau$ , extendiéndose a ambos lados de la posición del disco descrito por la rotación de la pala, donde se ha considerado que el factor de reducción de velocidad en el disco igual a 0,30, siendo este último un valor típico<sup>10</sup>.

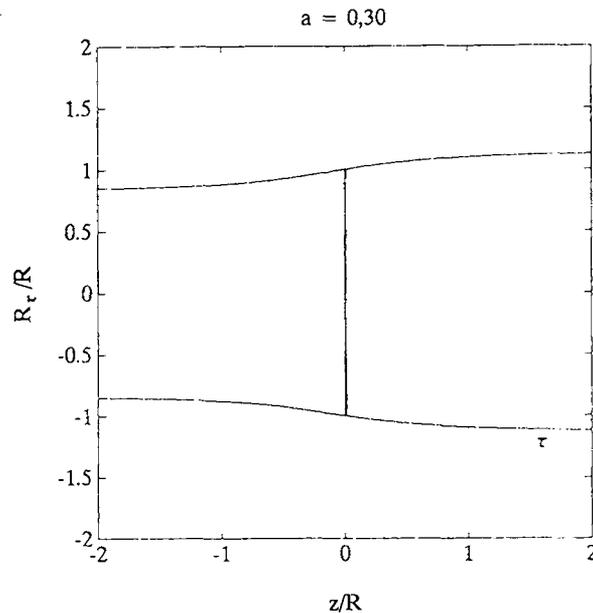


Figura 4. Tubo de corriente  $\tau$

Los hilos vorticosos que se desprenden desde las distintas ubicaciones sobre el borde de fuga de la pala deben permanecer contenidos en sendos tubos de corriente que se expanden a medida que el aire fluye corriente abajo desde la posición radial del punto de desprendimiento (o punto de inicio) del correspondiente hilo vorticoso libre. Las expresiones analíticas para dichos tubos son equivalentes a la dada por (1), considerando

ahora los radios locales de los filamentos vorticosos libres  $r_\tau(z)$  y las posiciones radiales de partida de los mismos  $r_0$ .

La geometría de los hilos vorticosos helicoidales desprendidos de la pala es dada por

$$z_e = z_0 + \kappa \cdot (\varphi - \varphi_0) \quad x_e = r_\tau \cdot \cos \varphi \quad y_e = r_\tau \cdot \sen \varphi \quad (2)$$

donde los subíndices  $e$  denotan la estela,  $r_\tau$  es el radio local del filamento,  $2\pi\kappa$  representa el paso del helicoides y  $\varphi$  el parámetro del helicoides  $\varphi_0 \leq \varphi \leq \infty$ .  $\varphi_0$  es el valor de  $\varphi$  correspondiente al inicio del hilo vorticoso helicoidal sobre el borde de fuga de la pala, de coordenadas  $(x_0, y_0, z_0)$ , siendo  $x_0 = r_0 \cdot \cos \varphi_0$  e  $y_0 = r_0 \cdot \sen \varphi_0$ . Por condiciones de conservación de la cantidad de movimiento angular y de continuidad dentro del tubo de corriente  $\tau$ , el paso del helicoides se mantiene constante, siendo  $\kappa = U_0/\Omega$ .

### Cálculo de las velocidades inducidas

El efecto del conjunto de hilos vorticosos es el de adicionar en todo el campo fluidodinámico un flujo, denominado inducido, que debe sumarse vectorialmente al campo de velocidades debido a la velocidad de avance del aire y al efecto de la rotación. El campo de velocidades inducidas es calculado mediante la aplicación de la ley de Biot-Savart<sup>2</sup>. Así, el diferencial de velocidad inducida en un punto  $P$ , de coordenadas  $(x_p, y_p, z_p)$ , debido a un diferencial de hilo vorticoso de intensidad constante  $\gamma$ , es dado por la relación

$$d\vec{V}_i(x_p, y_p, z_p) = \frac{\gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{\zeta}}{|\vec{\zeta}|^3} \quad (3)$$

siendo  $d\vec{s}$  un elemento diferencial del filamento vorticoso, orientado según el sentido de su circulación  $\gamma$  y  $\vec{\zeta}$  el vector posición desde  $d\vec{s}$  hasta el punto de cálculo  $P$ . Mediante la integración de la ley de Biot-Savart a lo largo de la longitud de cada filamento del sistema vorticoso completo se determinan las tres componentes cartesianas de las velocidades inducidas  $(V_{ix}, V_{iy}, V_{iz})$  en cada punto  $P$  definido.

En el caso de los hilos vorticosos ligados a los paneles, por tratarse de filamentos rectilíneos de longitud finita, la integración de la ley de Biot-Savart se reduce a expresiones analíticas simples<sup>2,4</sup>. En el caso de las velocidades inducidas por el sistema vorticoso de la estela, como la integración no presenta una solución analítica, el cálculo requiere de una evaluación numérica.

Dado que todavía no se conocen las intensidades de circulación de cada anillo vorticoso y de cada hilo libre, se considera, en primera instancia, que los mismos tienen una intensidad unitaria y sentido positivo, para así determinar los denominados *coeficientes de influencia* de cada filamento vorticoso sobre cada uno de los puntos de colocación (o de control) de la pala. Dichos coeficientes representan entonces las componentes de las velocidades inducidas generadas en dichos puntos por filamentos vorticosos de intensidad de circulación unitaria y positiva.

Con el fin de determinar la verdadera intensidad de circulación de cada hilo, se impone la condición de contorno que establece la impermeabilidad de cada panel en su respectivo punto de colocación, es decir, debe anularse la componente normal

donde  $\vec{d}_k$  representa los brazos de palanca desde la posición de las fuerzas hasta el origen de coordenadas. Como  $\vec{d}_k := -\vec{r}|_{Pls\ k}$ , entonces

$$\vec{Q} = - \sum_{k=1}^N \vec{F}_k \times \vec{r}|_{Pls\ k} \quad (12)$$

La potencia entregada por la pala resulta

$$P = \vec{Q} \cdot \vec{\Omega}_p = Q_z \Omega_p \quad (13)$$

siendo la velocidad angular de rotación de la pala  $\vec{\Omega}_p = -\vec{\Omega}_a = -\Omega_a \hat{k}$ .

Los respectivos coeficientes característicos de la pala son

$$\text{coeficiente de fuerza} \quad C_{\vec{F}} = \frac{2\vec{F}}{\rho U_\infty^2 A} \quad (14)$$

$$\text{coeficiente de torque} \quad C_{\vec{Q}} = \frac{2\vec{Q}}{\rho U_\infty^2 AR} \quad (15)$$

$$\text{coeficiente de potencia} \quad C_P = \frac{2P}{\rho U_\infty^3 A} \quad (16)$$

siendo  $A$  el área barrida por la pala  $A = \pi R^2$ .

Como lo establecen Gould y Fiddes<sup>11</sup>, los principales resultados que se extraen de la aplicación del método de los paneles corresponden a las determinaciones de las distribuciones de presiones sobre la pala, bajo condiciones invíscidas. Estas distribuciones pueden representarse mediante la variación de los coeficientes de presión  $C_p$ , ya sea considerando dicha distribución adimensionalizada con la presión dinámica de la corriente libre  $q_\infty = \rho U_\infty^2 / 2$  de manera que

$$C_{p1} = 1 - \left( \frac{V_r}{U_\infty} \right)^2 \quad (17)$$

o considerando la presión dinámica local<sup>11</sup>, siendo para este modelo  $q = \rho[U_0^2 + \Omega_a^2(x^2 + y^2)]/2$  resultando entonces un coeficiente de presiones local, dado por

$$C_{p2} = 1 - \left( \frac{V_r^2}{U_0^2 + \Omega_a^2(x^2 + y^2)} \right) \quad (18)$$

denotando con  $V_r$  el módulo de la velocidad resultante sobre los puntos considerados de la pala

**EJEMPLO**

Con el siguiente ejemplo se presentan los resultados obtenidos mediante un programa de cómputo que implementa el modelo propuesto en el presente trabajo. Se considera la pala de una turbina eólica de eje horizontal, cuyas geometrías y condiciones de funcionamiento son las siguientes

- radio de la pala en la punta  $R = 2,00 \text{ m}$
- radio de la pala en su inicio  $R_h = 0,60 \text{ m}$
- cuerda de la pala en raíz  $c_h = 0,30 \text{ m}$
- cuerda de la pala en punta  $c_t = 0,20 \text{ m}$
- velocidad de viento  $U_\infty = 10 \text{ m/s}$
- velocidad angular de rotación  $\Omega_p = 20 \text{ s}^{-1}$

siendo adoptado un coeficiente de reducción de velocidad sobre la pala del 30 % y resultando consecuentemente  $U_0 = 7 \text{ m/s}$  una estela helicoidal de paso  $2\pi\kappa = 2,2 \text{ m} = 1,1R$  y una velocidad específica  $\sigma = 4$ .

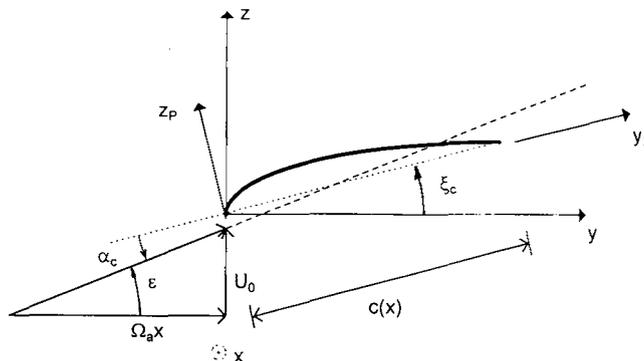


Figura 5. Definición de los sistemas coordenados de la pala y del perfil y de los ángulos de la pala,  $\xi_c$ , y ataque  $\alpha_c$ , en una estación genérica  $x$

El ángulo de pala  $\xi_c$  representa el ángulo local entre el plano de rotación y la línea de cuerda del perfil en cada sección de coordenada  $x$ . La torsión geométrica está representada por la variación de estos ángulos de pala a lo largo de la envergadura. La distribución de estos ángulos de pala ha sido determinada considerando que los ángulos de ataque medidos a partir de las líneas de cuerda de los perfiles que conforman la pala  $\alpha_c(x)$  son constantes e iguales a  $6^\circ$ . A su vez, estos ángulos de incidencia quedan definidos sobre el borde de ataque de la pala por la corriente resultante por la composición vectorial entre la velocidad tangencial local  $\Omega_a x$  y la velocidad  $U_0$ . Como se observa en la Figura 5, los ángulos de pala quedan entonces determinados por la expresión

$$\xi_c(x) = \varepsilon(x) - \alpha_c(x) \tag{19}$$

siendo  $\text{tang } \varepsilon(x) = \Omega_a x / U_0$ .

La sección de pala está conformada por un perfil delgado de arco circular, cuya flecha adimensionalizada con la cuerda local  $c = c(x)$  es  $\frac{z_p}{c} \Big|_{\max} = 0,05$ , relación que se mantiene constante a lo largo de la envergadura de la pala, si bien la pala presenta ahusamiento.

El ángulo para sustentación nula  $\beta_0$  calculado según la teoría de los perfiles delgados<sup>12</sup>, se determina a partir de la expresión

$$\beta_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{z_p}{c} \frac{1}{1 - \frac{y_p}{c} \sqrt{\frac{y_p}{c} (1 - \frac{y_p}{c})}} d\left(\frac{y_p}{c}\right) \quad [\text{rad}] \quad (20)$$

donde  $z_p/c$  e  $y_p/c$  son respectivamente las ordenadas y abscisas del perfil, adimensionalizadas con las cuerdas locales. De la integración numérica de (18) para este perfil de arco circular resulta  $\beta_0 = 5,22^\circ$ .

Se ha considerado una distribución según envergadura de pala de 35 paneles de envergadura constante (0,04 m) y una distribución según cuerda de 20 paneles, cuyas cuerdas varían según una ley no lineal, de manera de adaptar la variación de la posición de los puntos de colocación a la variación esperada de la circulación asociada a cada anillo vorticoso ligado a la pala. Así, la presente discretización totaliza  $N = 700$  paneles, siendo mostrada en la Figura 6.

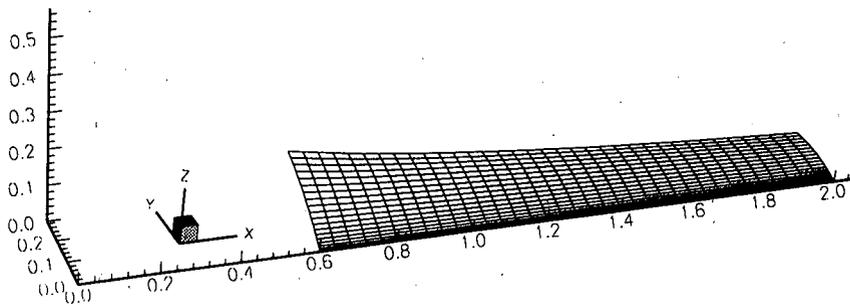


Figura 6. Panelización de la pala. Dimensiones en metros

En la Figura 7 se observa a la pala y una porción de su estela, estando esta última representada por 36 hilos vorticosos helicoidales semi-infinitos. El proceso de integración numérica de la ley de Biot-Savart para la obtención de los coeficientes de influencia de cada hilo de la estela sobre cada punto de control  $C_{ie_x}$ ,  $C_{ie_y}$  y  $C_{ie_z}$  se realizó mediante un método de Simpson, considerando hilos de longitud finita que partían desde el borde de fuga de la pala hasta una coordenada axial igual a  $40 R$  (que en este caso corresponde a aproximadamente 36 revoluciones de la estela) y dividiendo dichos hilos en 2000 segmentos correspondientes a incrementos constantes del parámetro del helicoides  $\varphi$ . Para las porciones remanentes de los hilos vorticosos, la integración numérica se realiza mediante el método de Gauss-Legendre<sup>13</sup>, previo cambio de variables con el fin de llevar los límites de integración al intervalo  $(-1,1)$ .

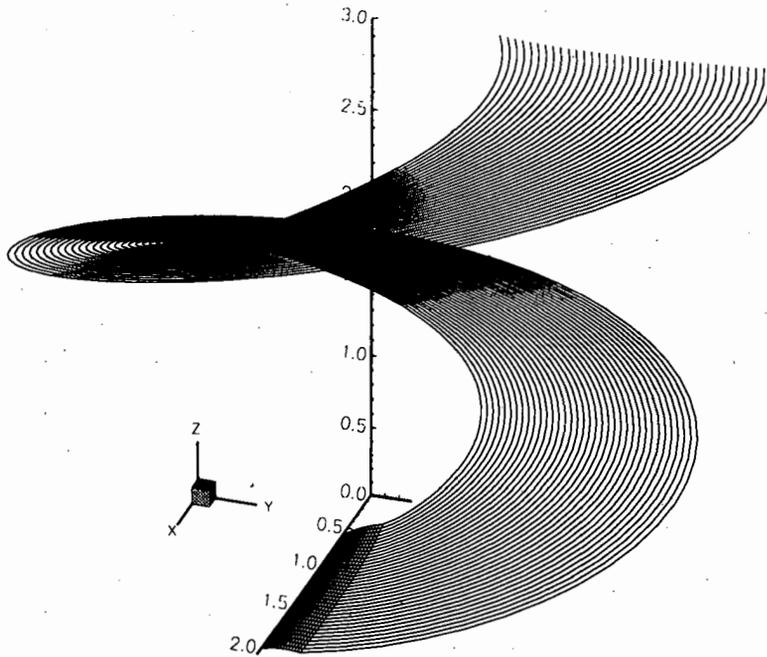


Figura 7. Panelización de la pala y porción inicial de la estela vorticosa. Dimensiones en metros

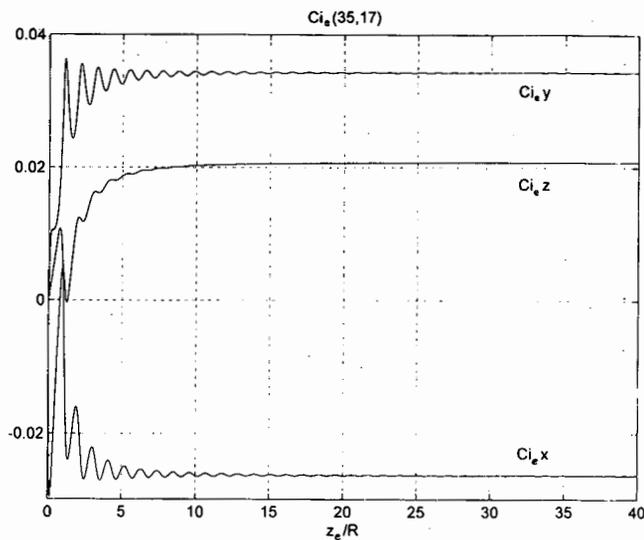


Figura 8. Evolución del coeficiente de influencia del hilo número 17 de la estela sobre el punto de colocación del panel número 35 de la pala

En las Figuras 8 y 9 se muestra respectivamente la evolución de los coeficientes de influencia del hilo vorticoso número 17 (que parte aproximadamente desde la semienvergadura de la pala) sobre el panel 35 (ubicado en la punta de pala, sobre

el borde de ataque) y de los coeficientes de influencia del hilo vorticoso número 36 (que se desprende desde la punta de la pala) sobre el panel 17 (ubicado sobre el borde de ataque, a mitad de la envergadura de la pala), a medida que el límite superior de integración se va alejando del punto de partida de los hilos vorticosos libres. Como puede observarse, superando las 20 revoluciones de la estela ( $z_e/R > 22$ ), las porciones restantes de los hilos vorticosos no proporcionan modificaciones apreciables a los valores de los coeficientes de influencia. Esto es además confirmado por el resultado de las integraciones numéricas realizadas mediante el método de Gaus-Legendre para los tramos de hilos vorticosos libres comprendidos entre  $40 < z_e/R < \infty$ .

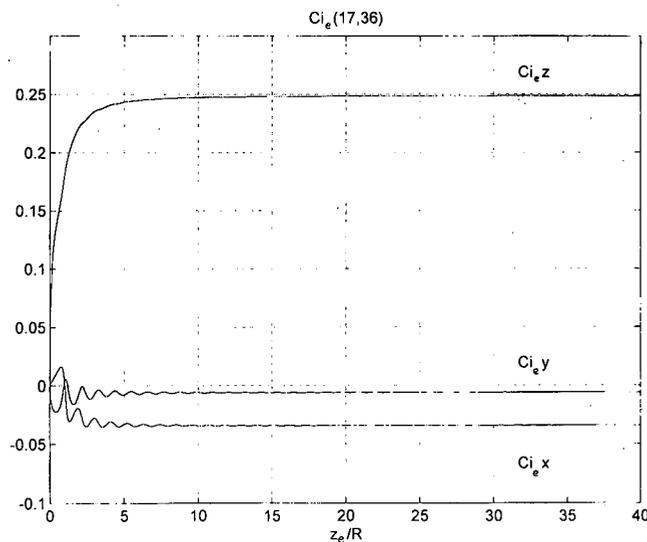


Figura 9. Evolución del coeficiente de influencia del hilo número 36 de la estela sobre el punto de colocación del panel número 17 de la pala

Determinados todos los coeficientes de influencia y resuelto el sistema de ecuaciones algebraicas lineales representado por la expresión (4), se obtiene la circulación asociada a cada anillo vorticoso  $\gamma$ . La distribución según envergadura de dicha circulación (adimensionalizada de manera que  $\gamma^* = 100\gamma/\Omega_a R^2$ ), es mostrada en la Figura 10. En dicha figura se muestran las sucesivas distribuciones según cuerda, asociadas a cada uno de los 20 tramos de 35 panels dispuestos según envergadura de pala, representados éstos por las abscisas adimensionalizadas de sus respectivos puntos de colocación  $x(P_c)/R$ . Se observa que dichas distribuciones tienden a anularse en los extremos de pala, dado que la pala debe comportarse como una superficie sustentadora de envergadura finita y que la circulación crece desde el borde de ataque de la pala (donde debe anularse también) hasta el borde de fuga, a partir de donde es transportada por los hilos vorticosos libres de la estela. La Figura 11 muestra la misma distribución, siendo esta vez la abscisa dada por la posición según cuerda de los puntos de colocación, coordenada que es adimensionalizada con la cuerda local de la sección de pala.

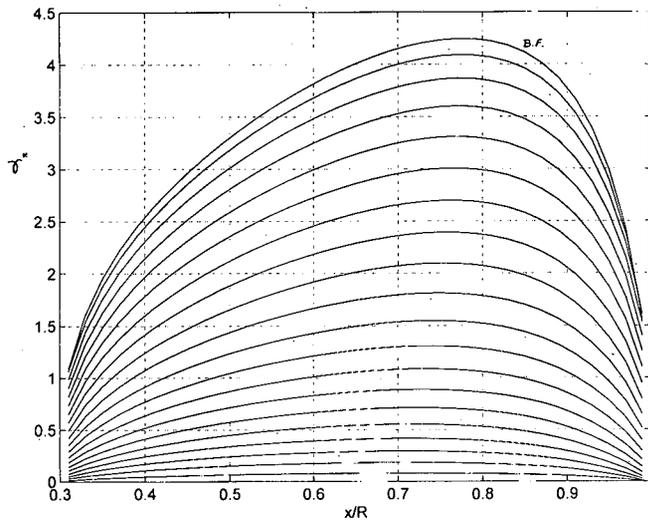


Figura 10. Distribución de la circulación adimensional asociada a los anillos vorticosos de la pala. Representación a lo largo de la envergadura

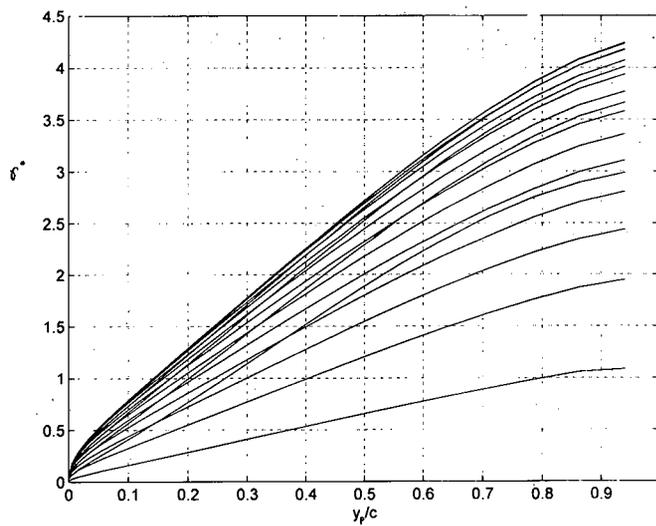


Figura 11. Distribución de la circulación adimensional asociada a los anillos vorticosos de la pala. Representación a lo largo de la cuerda local

Las Figuras 12 y 13 representan, en el mismo sistema de coordenadas que las figuras precedentes, las distribuciones según envergadura y cuerda de las circulaciones adimensionalizadas  $\Gamma^* = 100 \Gamma / \Omega_a R^2$ , asociadas al hilo sustentador de cada panel. Como fue expuesto, dichas intensidades resultan de realizar la suma algebraica de las circulaciones de los anillos concurrentes en el segmento de hilo vorticoso ligado al cuarto de cuerda de cada panel.

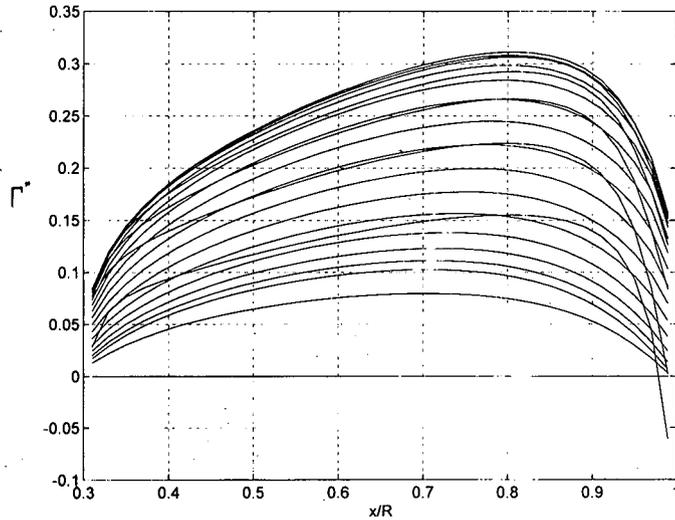


Figura 12 Distribución de la circulación adimensional asociada a los hilos sustentadores de la pala. Representación a lo largo de la envergadura

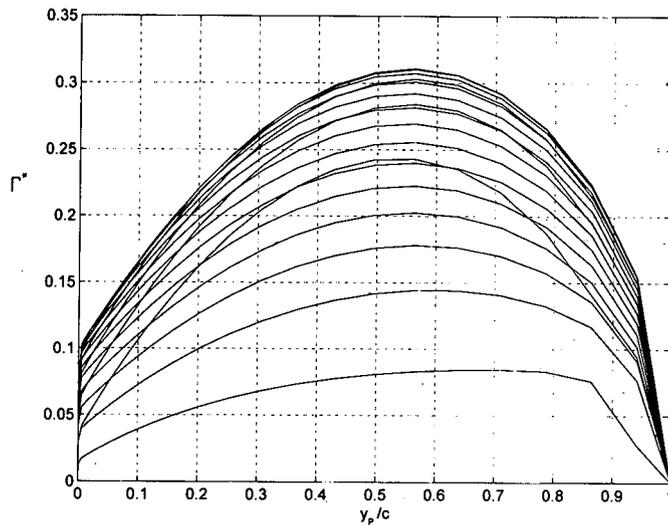


Figura 13 Distribución de la circulación adimensional asociada a los hilos sustentadores de la pala. Representación a lo largo de la cuerda local

La Figura 14 muestra las representaciones vectoriales de las velocidades inducidas correspondientes a los puntos de colocación de los paneles y sobre dos zonas ubicadas por encima del extradós de la pala. La Figura 15 representa los vectores velocidades resultantes para las mismas posiciones de la figura anterior, respetando la misma escala.

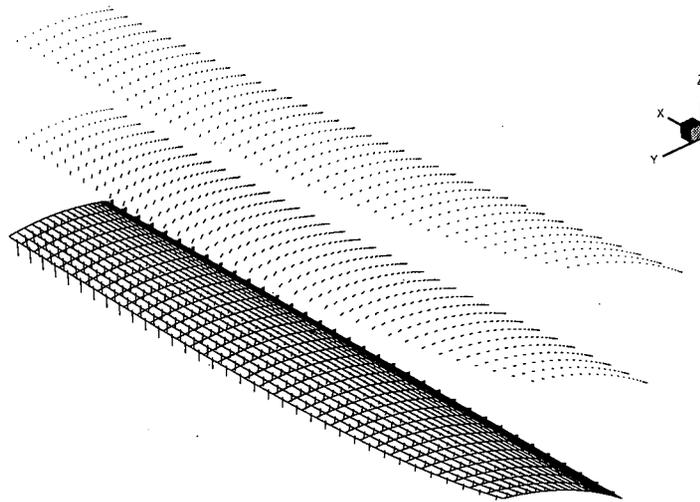


Figura 14 Distribución de las velocidades inducidas en los puntos de colocación de los paneles y por encima del extradós de la pala. El vector de referencia representa al vector velocidad de viento no perturbado

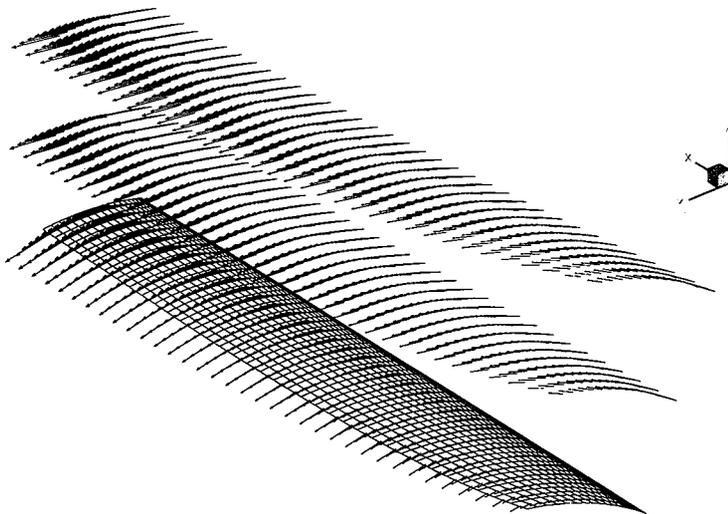


Figura 15 Distribución de las velocidades resultantes en los puntos de colocación de los paneles y por encima del extradós de la pala. El vector de referencia representa al vector velocidad de viento no perturbado

Sobre la pala se observa un importante flujo inducido en dirección  $z(-)$ , excepto en el caso de los paneles ubicados en proximidad del borde de ataque, donde las velocidades inducidas muestran componentes axiales en dirección  $z(+)$ , situación que debe esperarse a partir de la condición de contorno impuesta sobre cada panel y de la presencia de una circulación general sobre un elemento sustentador. Se observa asimismo que las velocidades inducidas decrecen a medida que se alejan de la pala y que las mismas presentan componentes según envergadura dirigidas hacia el interior de la pala, mostrando un movimiento circulatorio como el que produciría un par de tubos vorticosos, cada uno de ellos ubicado en los extremos de la pala, rotando en direcciones opuestas. Por otra parte, se observa sobre la pala la verificación de la tangencia de la distribución de los vectores velocidades resultantes.

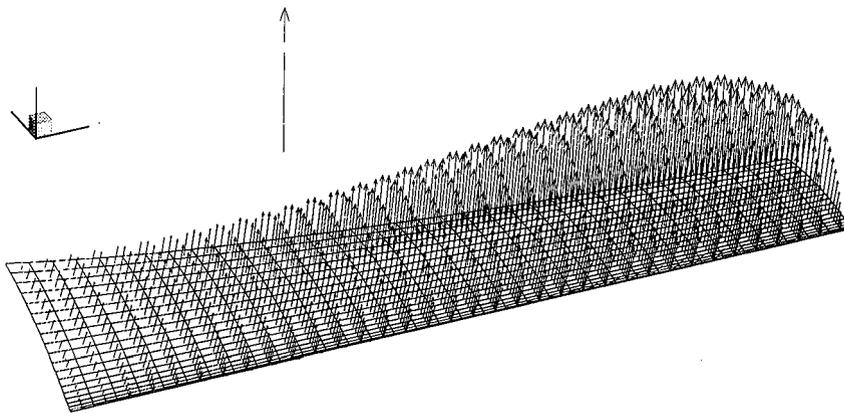


Figura 16 Distribución de las fuerzas aerodinámicas sobre los paneles. El vector de referencia representa 0,5 N

Una vez conocido el campo de velocidades sobre el hilo ligado al panel y la circulación del mismo, se determinan los vectores fuerza aerodinámica, los cuales resultan aplicados en el punto medio de la línea sustentadora del panel, según se muestra en la Figura 16. Lógicamente, esta distribución debe anularse hacia los bordes de la pala, y dado que en esta discretización cada línea sustentadora tiene la misma longitud, la distribución de carga resulta de la combinación de la distribución de velocidades resultantes (las cuales crecen hacia la punta de pala) y de la distribución de circulación (la cual se anula hacia los extremos). Esto se traduce en un incremento de las cargas hacia la punta de pala.

Determinadas las fuerzas actuantes sobre cada panel, la determinación de las componentes de la fuerza resultante, de la cupla y la potencia absorbida es inmediata resultando en este caso para la pala los coeficientes característicos tabulados en la Tabla I.

Las distribuciones de los coeficientes de presión  $C_{p_1}$  y  $C_{p_2}$  son representadas respectivamente en las Figuras 17 y 18, mostrando los gradientes de presión presentes en el flujo y que se imponen sobre las capas límites que se desarrollan sobre la superficie de la pala.

$C_{F_x}$	$C_{F_y}$	$C_{F_z}$	$C_{Q_x}$	$C_{Q_y}$	$C_{Q_z}$	$C_P$
0,00397	-0,03293	0,16273	0,00901	-0,11735	-0,02196	0,08786

Tabla I. Coeficientes característicos de la pala

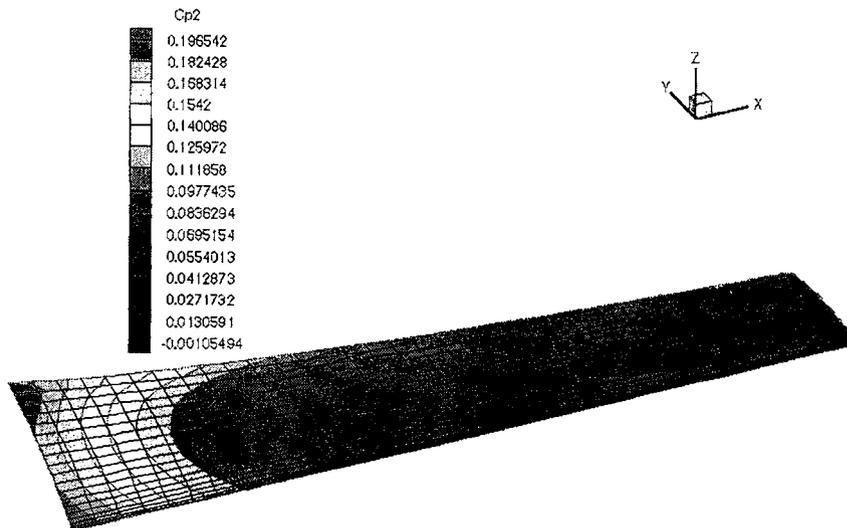


Figura 17 Distribución del coeficiente de presiones global,  $C_{p1}$

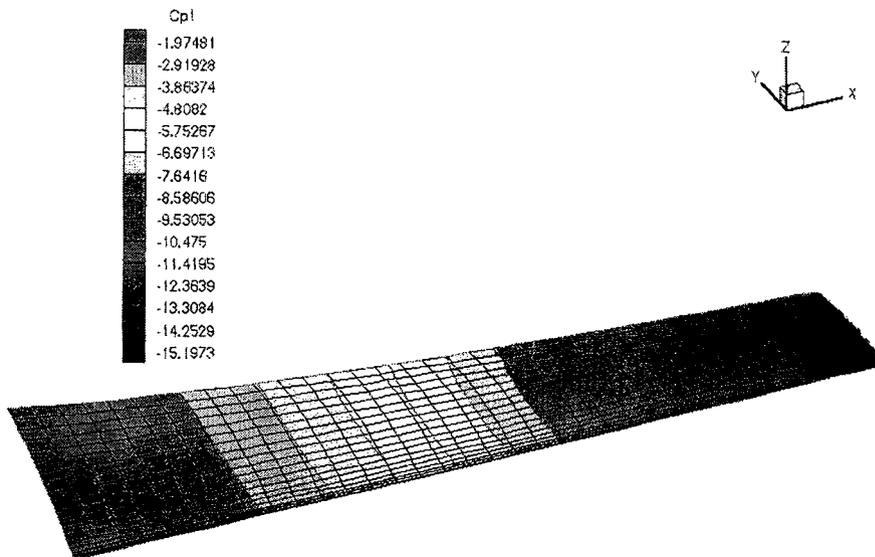


Figura 18 Distribución del coeficiente de presiones local,  $C_{p2}$

## CONCLUSIONES

El presente modelo permite una representación más real y acabada del comportamiento fluidodinámico de la pala de una turbina eólica de eje horizontal frente a los modelos que contemplan la discretización de la pala mediante paneles distribuidos solamente a lo largo de la envergadura. Características geométricas como la flecha, el ahusamiento, la torsión y la presencia de los extremos en una pala de envergadura finita hacen que los efectos tridimensionales sean relevantes, requiriéndose entonces la representación de las palas mediante paneles adecuadamente distribuidos sobre sus superficies, tanto según envergadura, como según cuerda.

Tratándose de elementos sustentadores de envergadura finita, la representación del campo fluidodinámico alrededor de los mismos requiere de la determinación del campo de velocidades inducido por la presencia de una estela, el cual debe adicionarse al flujo incidente. Si bien este flujo inducido, de características no viscosas, se atenúa lejos de la pala, su presencia en proximidades de la pala define completamente al flujo invíscido alrededor de la misma, y por ende a sus características aerodinámicas, dado que es un campo más a considerar en el cálculo del desarrollo de la capa límite de la pala.

Dado que el presente modelo incluye un tubo de corriente que se expande a medida que atraviesa al rotor, representa una formulación más real del campo fluidodinámico alrededor de una turbina eólica de eje horizontal. Por otra parte, el establecimiento previo de la geometría de una estela fija (en lugar de utilizar métodos más complejos, donde la estela se desarrolla paso a paso y se deforma bajo la acción de sus propias velocidades inducidas) simplifica los cálculos numéricos y reduce los tiempos computacionales.

Si bien se ha considerado la presencia de una única pala, el presente modelo puede incluir los efectos de interferencia mutua entre palas y sus correspondientes estelas. Este modelo más completo sería adecuado para el análisis de las cargas aerodinámicas de las palas y la estimación de las prestaciones y rendimiento de una turbina eólica de eje horizontal, procedimientos tendientes al diseño preliminar del rotor. Un análisis aerodinámico aún más completo incluiría a los efectos viscosos con la determinación de la capa límite tridimensional sobre las palas, una vez determinado el campo fluidodinámico invíscido en proximidad del rotor.

## REFERENCIAS

1. J.J. Bertin y M.L. Smith, "Aerodynamics for Engineers", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, (1979).
2. J. Katz y A. Plotkin, "Low-Speed Aerodynamics. From Wing Theory to Panel Methods", Mc.Graw-Hill, Inc., (1991).
3. A.A. Afjeh y T.G. Keith, Jr., "A Vortex Lifting Line Method for the Analysis of Horizontal Axis Wind Turbines", *Journal of Solar Energy Engng.*, Vol. 108, pp. 303-309, (1986).
4. A.A. Afjeh y T.G. Keith, Jr., "A Simplified Free Wake Method for Horizontal-Axis Wind Turbines Performance Prediction", *Journal of Fluid Engng.*, Vol. 108, pp. 400-406, (1986).

5. R.A. Prado, "Determinación de cargas aerodinámicas sobre las palas de turbinas eólicas", *Mecánica Computacional*, Vol. **14**, pp. 449-458, AMCA, Santa Fe, (1994).
6. S.G. Koh y D.H. Wood, "Formulation of a Vortex Wake Model for Horizontal-Axis Wind Turbines", *Wind Engng.*, Vol. **15**, 4, pp. 196-210, (1991).
7. S.G. Koh y D.H. Wood, "Implementation of a Vortex Wake Model for Horizontal-Axis Wind Turbines", *Wind Engng.*, Vol. **15**, 5, pp. 262-274, (1991).
8. D.H. Wood y C. Meyer, "Two Methods for Calculating the Velocities Induced by a Constant Diameter Far-Wake", *Journal of Aircraft*, Vol. **28**, 8, pp. 526-531, (1991).
9. R.A. Prado, "Reformulation of the Momentum Theory Applied to Wind Turbines", *Journal of Wind Engng. and Ind. Aerodynamics*, Vol. **58**, pp. 277-292, (1995).
10. D.H. Wood, "A Three-Dimensional Analysis of Stall-Delay on a Horizontal-Axis Wind Turbine", *Journal of Wind Engng. and Ind. Aerodynamics*, Vol. **37**, pp. 1-14, (1991).
11. J. Gould y S.P. Fiddes, "Computational Methods for the Performance Prediction of HAWTs", *Journal of Wind Engng. and Ind. Aerodynamics*, Vol. **39**, pp. 61-72, (1992).
12. I.H. Abbott y A.E. von Doenhoff, "*Theory of Wing Sections*", Dover Publications, Inc., New York, (1959).
13. A.H. Stroud y D. Secrest, "*Gaussian Quadrature Formulas*", Series in Automatic Computation, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, (1966).