

QÜESTIÓ, vol. 23, 1, p. 129-152, 1999

MÈTODES I MODELS PER PROJECTAR ELS COMPONENTS DEL CANVI DEMOGRÀFIC EN LES PROJECCIONS DE POBLACIÓ DE L'INSTITUT D'ESTADÍSTICA DE CATALUNYA

M. FARRÉ MALLOFRÉ

J.A. SÁNCHEZ CEPEDA

Institut d'Estadística de Catalunya*

Aquest treball descriu la realització de les projeccions de població 1996-2010-2030 de l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat) des del punt de vista metodològic. Es descriuen les metodologies particulars desenvolupades per a cada un dels components del creixement demogràfic. Aquestes metodologies no només se centren en els valors dels indicadors demogràfics a projectar sinó que introdueixen comportaments específics i dinàmics per als diferents grups d'edat de la població. En la fecunditat s'ha aplicat un mètode que integra la descendència final de les diferents generacions de dones, l'edat a la maternitat i la descendència segons ordre de naixement. En la mortalitat s'ha aplicat un mètode que permet combinar l'evolució de l'esperança de vida (traç cronològic) amb evolucions no homogènies de les taxes de mortalitat a diferent edats (coeficients de millora). En la migració s'ha treballat amb el model migratori de Rogers, aplicant uns perfils dinàmics en el temps. Finalment, es fa una anàlisi de la incertesa inherent als resultats i la seva quantificació.

Methods and models to project the components of demographic change in the population projections of the Institut d'Estadística de Catalunya.

Paraules clau: Projeccions de població, fecunditat, mortalitat, migració, descendència final, traç cronològic, perfil migratori.

* Institut d'Estadística de Catalunya. Via Laietana, 58. 08003 Barcelona (Espanya).

– Rebut el juliol de 1998.

– Acceptat l'octubre de 1998.

1. INTRODUCCIÓ

Les projeccions de població de Catalunya 1996-2010-2030 portades a terme per l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat) són el resultat d'un procés de reflexió interdisciplinària que va tenir com a objectiu incloure, en la seva elaboració, les opinions de les persones expertes i tenir en compte les necessitats dels usuaris de les projeccions de població. L'estudi de la població futura catalana abasta un període de 34 anys, del 1996 al 2030, obtenint-se les poblacions per sexe i edat simple any a any. La metodologia de projecció emprada ha estat el mètode dels components, consistent en aplicar a la darra piràmide coneguda la projecció separada de la natalitat, la mortalitat i la migració. S'han elaborat 3 hipòtesis sobre l'evolució futura de les migracions i de la fecunditat i 2 hipòtesis d'evolució de la mortalitat. La combinació selectiva d'aquestes hipòtesis ha donat lloc a 4 escenaris d'evolució de la població fins el 2030, que es diferencien no només per les xifres absolutes de població sinó també per les estructures demogràfiques que en resulten. Els escenaris resultants s'anomenen: baix o vell, central, tendencial i alt o jove.

Aquest article explica la metodologia emprada per realitzar la projecció de la població, per centrar-se posteriorment en cada una de les metodologies específiques desenvolupades per a la projecció dels 3 components demogràfics: fecunditat, mortalitat i migració.

2. EL MÈTODE DELS COMPONENTS

Totes les oficines estadístiques dels països desenvolupats que elaboren projeccions de població per sexe i edat apliquen el mètode dels components per cohorts o generacions. Aquest mètode permet estimar la població futura i la seva distribució per sexe i edat a partir de la piràmide actual de població i de determinats supòsits sobre l'evolució de la mortalitat, la fecunditat i les migracions. Per a la projecció s'ha emprat LIPRO, una aplicació informàtica per a la projecció i anàlisi de models demogràfics multidimensionals.

En els models demogràfics, la població queda classificada en estats o posicions, d'acord amb el seu sexe i edat. La relació entre el nombre d'individus en un estat i el nombre de successos experimentats per ells es pot descriure per l'equació de Markov: la probabilitat que un individu a la posició i salti a la posició j en un interval infinitesimal de temps, és igual a un nombre constant de vegades la longitud de l'interval:

$$\lim_{dt \rightarrow 0} Pr(I(t + dt) = j | I(t) = i) / dt = m_{ij}(t)$$

Aquí, $m_{ij}(t)$ és una constant dependent del temps i de les posicions anterior i posterior al succés (i, j respectivament). Aquesta constant s'anomena intensitat instantània o taxa del salt d' i a j . Quan $m_{ij}(t) = m_{ij}$ al llarg de tot l'interval d'observació, el mo-

del resultat s'anomena model exponencial o model d'intensitats constants. El model exponencial genera expressions complexes que requereixen tècniques d'avaluació iterativa. Per simplicitat computacional, sovint se suposa que els esdeveniments es distribueixen uniformement al llarg del període de projecció. Aquesta suposició s'anomena hipòtesi d'integració lineal i permet fer els càlculs en un sol pas. El model corresponent s'anomena model lineal.

En les projeccions de població de Catalunya 1996-2030 s'ha emprat el model exponencial. Siguin,

I = matriu identitat

i = vector fila unitat

e = edat

s = sexe

t = temps a l'inici de la projecció

h = longitud del període de projecció

$P(s, e, t)$ = població inicial

$M_i(s, e, t)$ = matriu de successos interns. Té 0 a la diagonal.

$M_e(s, e, t)$ = matriu de sortides (emigració i defuncions)

$M_b(s, e, t)$ = matriu de naixements segons la posició de la mare

$M(s, e, t) = M_i(s, e, t) - \text{diag}(M_i(s, e, t) \cdot i^T + M_e(s, e, t) \cdot i^T)$

$O(s, e, t; h)$ = matriu d'entrades exògenes (immigrants). L'edat és en el moment inicial t , no en el moment d'entrada.

La formulació del model exponencial és

$$P(s, e + \tau, t + \tau) = P(s, e, t) \cdot e^{M(s, e, t) \cdot \tau} + (1/h) \cdot i \cdot O(s, e, t; h) \cdot M^{-1}(s, e, t) \cdot \{e^{M(s, e, t) \cdot \tau} - I\}$$

El vector de persones-any viscudes pels individus és

$$L(s, e, t; h) = \int_0^h P(s, e + \tau, t + \tau) d\tau$$

D'aquí es pot obtenir el nombre d'esdeveniments com

$N_i(s, e, t; h) = \text{Diag}(P(s, e, t; h)) \cdot M_i(s, e, t)$ successos interns (migració interna)

$N_e(s, e, t; h) = \text{Diag}(P(s, e, t; h)) \cdot M_e(s, e, t)$ sortides (emigració i defuncions)

$N_b(s, e, t; h) = \text{Diag}(P(1, e, t; h)) \cdot M_b(s, e, t)$ naixements

Notar que els naixements es calculen a partir de la població de dones només.

Per a l'últim grup d'edat (que és un grup obert), la població al final de període s'obté combinant els supervivents dels 2 últims grups d'edat.

En les projeccions per sexe i edat $M_i(s, e, t) = 0$; en una projecció de la població per comarques, actualment en curs, s'empra $M_i(s, e, t)$ per a les migracions internes.

3. LA PROJECCIÓ DE LA FECUNDITAT

La fecunditat és, potser, el component que més variabilitat pot introduir en l'evolució de la població. En primer lloc, els seus efectes es concentren en la base de la piràmide, que en el futur constituirà el cor del recanvi generacional; una concentració de naixements (com per exemple el baby-boom dels anys 70) repercuteix en unes generacions plenes que, a mesura que vagin transitant per la piràmide d'edats, anirant generant demandes addicionals de productes i serveis (places escolars, llocs de treball, habitatges, pensions, etc).

En segon lloc, el comportament de la fecunditat no és lineal, sinó més aviat cíclic, amb períodes on hi ha una anticipació de naixements i períodes que coneixen, en canvi, un retard de l'edat de les mares en tenir fills, de manera que després del boom de naixements per anticipació, la baixada subseqüent és molt més accentuada si hi ha un retard important del calendari: les dones grans ja n'han tingut i les dones joves s'esperen a ser més grans. D'altra banda, l'edat de constituir la descendència influeix clarament en el ritme de creixement d'una població: si una dona decideix tenir 2 fills, no és el mateix que els tingui als 20 anys que als 40. En el primer cas, pot haver-hi 3 generacions en 40 anys, mentre que en el segon cas només n'hi haurà 2. Els cicles d'augment i disminució dels naixements no només estan determinats pels canvis en el calendari, sinó que també reflecteixen la variació en la descendència que acaben assolint les diferents generacions. Una marcada preferència per famílies de dos fills i una important reducció dels fills d'ordre superior, ha suposat una disminució sensible de la descendència en les generacions recents. L'evolució de la natalitat a Catalunya els darrers vint anys sembla respondre a un model d'anticipació-retard del calendari, acompanyat d'una baixada de la descendència de les dones nascudes a finals dels anys cinquanta i començament dels anys seixanta, respecte les generacions predecessores nascudes els anys quaranta.

El mètode utilitzat projecta la fecunditat segons la generació, l'edat i l'ordre de naixement, i obté les taxes de fecunditat any a any i els indicadors generacionals i transversals associats, com ara l'indicador conjuntural de fecunditat i l'edat mitjana de les mares. Les variables utilitzades en la projecció –generació, edat de la mare i ordre de naixement dels fills– són les rellevants en l'ànlisi de la fecunditat d'un any determinat. En integrar la generació (o cohort) i l'ordre dels naixements, el model està millor especificat, i permet establir supòsits explícits sobre la descendència de les generacions per ordre de naixement.

El mètode FLEM (Fertility Longitudinal Extrapolation Method) correspon a les metodologies edat-cohort-període-ordre i és de caràcter bàsicament extrapolatiu: els desenvolupaments de la fecunditat en cohorts passades s'utilitzen per projectar el comportament de les cohorts recents i futures. Atès que la fecunditat de les generacions és més estable que la fecunditat transversal, és un avantatge incorporar l'enfocament per generacions a l'hora de projectar. En la implementació portada a terme per a les projeccions de Catalunya 1996-2030 s'ha optat per una línia extrapolativa-projectiva: en algunes edats i ordres de naixement s'extrapolen les tendències enregistrades, però en altres es forcen les dades (mitjançant els coeficients regressors) a assolir determinats valors, amb l'objectiu d'ampliar el ventall d'hipòtesis.

La informació s'estructura en les matrius F , de fecunditats, i FA , de fecunditats acumulades, per cohort, edat i ordre de naixement. Siguin

r = ordre de naixement. Valors: 1, 2, 3 i 4 i més.

e = edat. Valors: 15 a 50.

e_0 = última edat amb dada observada en cada cohort.

c = cohort. Valors: 1940 a 1990.

c_0 = última cohort completa (1945)

cf = última cohort a projectar (1980 o 1990 segons la hipòtesi)

cs = cohort estàndard.

y = any del calendari. Valors: 1997 a 2030.

$F(c, e, r)$ = taxa de fecunditat d'ordre « r » a l'edat « e » per la cohort « c »,

$FA(c, e, r)$ = taxa de fecunditat d'ordre « r » acumulada a l'edat « e » per la cohort « c », amb

$$FA(c, e, r) = \sum_{k=15 \dots e} F(c, k, r) i$$

$$F(c, e, r) = FA(c, e, r) - FA(c, e - 1, r)$$

D'aquestes 2 matrius tridimensionals, F i FA , es dedueix la fecunditat per a les 4 variables d'estudi: ordre, edat, generació i moment. Efectivament, per a una cohort c i una edat e , el vector $FA(c, e, r)$ indica les fecunditats dels diferents ordres. Per a una cohort c i un ordre r , el vector $FA(c, e, r)$ indica les fecunditats a les diferents edats. Per a una edat e i un ordre r , el vector $FA(c, e, r)$ indica les fecunditats de les diferents generacions. Per últim, la lectura en diagonal de la matriu desagregada, $F(c = y - k, e = k, r)$, $k = 15 \dots 50$ proporciona la informació de la fecunditat d'ordre r per a les diferents generacions en un any donat.

Els indicadors que permeten resumir la informació sobre la fecunditat del moment, la generació i l'edat són l'indicador conjuntural de fecunditat (ICF), la descendència final de les generacions (DF) i l'edat mitjana de la mare al naixement (EM), respecti-

vament. La seva definició a partir de la matriu de fecunditats és

$$\begin{aligned}
 ICF(y) &= \sum_e \sum_r F(c = y - e, e, r) \\
 DF(c) &= \sum_r FA(c, 50, r) \\
 EM(y) &= \left\{ \sum_e \sum_r e \cdot F(c = y - e, e, r) \right\} / \left\{ \sum_e \sum_r F(c = y - e, e, r) \right\}^1
 \end{aligned}$$

El mètode consisteix a projectar la fecunditat acumulada d'una cohort, emprant els valors de la fecunditat de la mateixa cohort en edats anteriors i els de cohorts anteriors a la mateixa edat. Per exemple, de la cohort de 1965 es coneix la seva fecunditat fins els 30 anys. La fecunditat acumulada per aquesta cohort als 35 anys es calcula a partir de l'acumulada fins els 30 anys i de la fecunditat de les cohorts immediatament anteriors, 1960 a 1964, entre els 30 i 35 anys.

En una primera etapa, per a totes les cohorts a projectar, s'extrapola/projecta la fecunditat acumulada cada 5 anys (als 20, 25, 30, 35, 40, 45 i 50 anys) basant-se en la relació observada entre la fecunditat acumulada a les edats e i $e + 5$. Per fer aquesta extrapolar/projecció FLEM utilitza regressions entre les fecunditats acumulades a l'edat e i $e + 5$ en cohorts anteriors:

$$FA(c, e + 5, r) = \alpha + \beta \cdot FA(c, e, r) + \epsilon$$

Aquestes regressions determinen si una cohort c acumula més, menys o igual fecunditat que les cohorts anteriors en les mateixes edats. D'aquesta manera s'obtenen les fecunditats acumulades cada 5 anys, encara que manquen les intermitges. En aquesta etapa intervenen clarament dos dels indicadors de la fecunditat: la descendència final DF (donat que és la fecunditat acumulada als 50 anys) i l'edat mitjana EM (que ve determinada pel ritme d'acumulació de la fecunditat). En la construcció de les tres hipòtesis de fecunditat un dels punts importants ha estat, dins la situació actual de descens de la fecunditat, determinar la generació que presenta el mínim de fecunditat i quin valor pren aquest mínim, així com fer efectiu un rejuveniment en la corba de fecunditat. En la determinació d'aquests valors ha estat peça important l'estudi per separat dels diferents ordres de fecunditat.

En una segona etapa, es completa la fecunditat de l'última cohort a estudiar, *cf.*, amb un model de Gompertz; aquest mètode transforma la corba de fecunditat en una recta mitjançant la transformació logarítmica $G(p) = -\ln(-\ln(p))$, essent p una proporció.

¹En el càlcul de l'edat mitjana de fecunditat, en la fórmula es pren « e » com l'edat de la generació a final d'any, no en el moment del naixement.

S'aplica la funció G a la cohort incompleta, cf , i a una altra estàndard completa, cs , a les edats de 20, 25, 30, 35 i 40 anys. L'elecció de la cohort estàndard varia segons la hipòtesi, per recollir distribucions més joves o menys joves. La graficació d'una transformació Gompertz contra una altra produeix una línia aproximadament recta, fet que permet aplicar una regressió lineal per passar d'una a l'altra, i completar la cohort incompleta:

$$G \{FA(cf, e, r) / FA(cf, 50, r)\} = \alpha + \beta \cdot G \{FA(cs, e, r) / FA(cs, 50, r)\}$$

Un cop completada cf , es completa la resta de cohorts de la següent manera:

Per a cada generació c es calculen les diferències entre $FA(c, e_0, r)$ i $FA(c, 50, r)$. Es procedeix de la mateixa manera per $c - 1$ i cf . D'aquestes dues últimes cohorts es calcula, per a cada edat $e > e_0$, el seu pes en la diferència,

$$\begin{aligned} p(c - 1, e, r) &= (FA(c - 1, e, r) - FA(c - 1, e_0, r)) / (FA(c - 1, 50, r) - FA(c - 1, e_0, r)) . \\ p(cf, e, r) &= (FA(cf, e, r) - FA(cf, e_0, r)) / (FA(cf, 50, r) - FA(cf, e_0, r)) . \end{aligned}$$

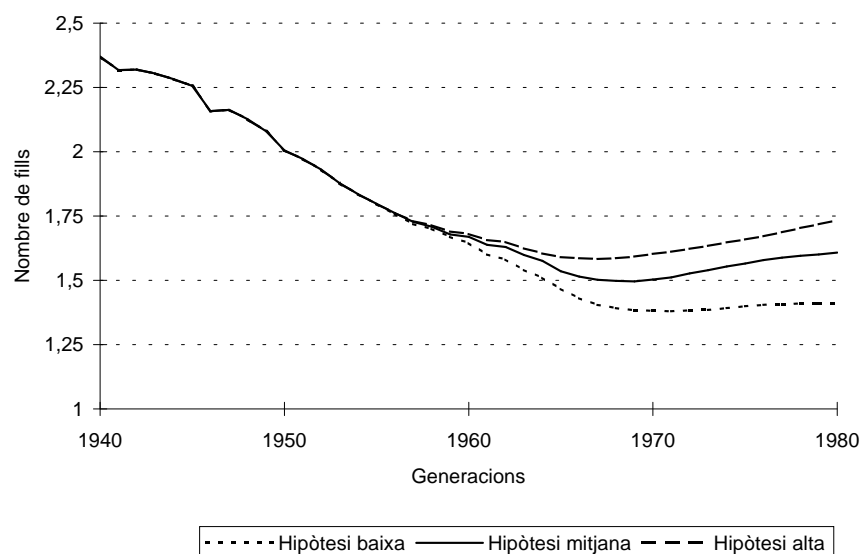
Seguidament es calcula $p(c, e, r)$ com una mitjana ponderada entre $p(c - 1, e, r)$ i $p(cf, e, r)$. Finalment,

$$FA(c, e, r) = FA(c, e_0, r) + p(c, e, r) \cdot (FA(c, 50, r) - FA(c, e_0, r)) .$$

D'aquesta manera es fa tendir la fecunditat de les generacions cap a la projectada per a la generació cf . A partir d'aquesta generació se suposa una estabilitat en els nivells projectats.

La projecció de la fecunditat consta de 3 hipòtesis. La hipòtesi alta correspon a una recuperació en la descendència final de les dones, per situar-se en nivells d'1,8 fills per dona, amb una recuperació de la fecunditat en edats joves a mig termini. Predominarien les dones amb 2 fills, produint-se un increment dels fills d'ordre 3 i posterior. En la hipòtesi mitjana la descendència final descendiria fins nivells d'1,5 fills per dona per situar-se finalment en 1,64. El rejueniment de la fecunditat també es produiria, però a menor nivell; predominarien les dones amb 2 fills. En la hipòtesi baixa, la descendència final cauria fins els 1,4 fills per dona, sense produir-se una recuperació posterior. L'edat mitjana de la fecunditat no descendiria i hi hauria un important augment de la infecunditat i dels fills únics.

És important constatar, però, que en totes 3 hipòtesis, encara que disminueixi la descendència final, es produeix un augment de la fecunditat conjuntural (ICF), que assoleix el valor màxim entre el anys 2015 i 2020, amb valors de 2, 1,77 i 1,45 fills per dona. Aquest augment és efecte de l'actual cicle de retard de la fecunditat. Les tendències de la descendència final i de l' ICF segons les diferents hipòtesis es poden observar en els gràfics 1 i 2 respectivament.

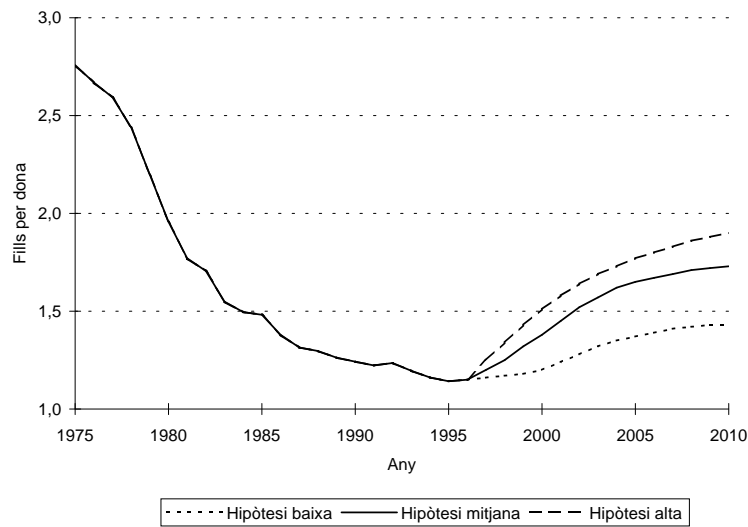


Gràfic 1. Descendència final acumulada als 50 anys per generacions. Catalunya. 1940-1980.

4. LA PROJECCIÓ DE LA MORTALITAT

En els darrers anys la variable mortalitat va prenent més i més importància en les projeccions de població per diferents motius; primerament perquè les previsions d'estabilitat en l'evolució de l'esperança de vida, que era el supòsit més freqüentment contemplat en les projeccions de població, han estat repetidament desmentides per un creixement de la longevitat que ha estat sistemàticament superior al previst.² D'altra banda, l'augment de l'esperança de vida, que històricament s'havia basat en la reducció de les taxes en edats joves i infantils i havia estat un factor de rejuveniment de la piràmide demogràfica, s'ha convertit avui en dia en un factor d'envelliment, perquè són les edats avançades les que registren la disminució més important en la freqüència relativa de defuncions. Com que una de les qüestions que més interessin de la població futura és quines xifres, absolutes i relatives, pot arribar a assolir la població de més edat, les hipòtesis d'evolució de la longevitat han esdevingut crucials.

²Les Nacions Unides han anat revisant a l'alça l'esperança de vida límit en les successives actualitzacions. Les projeccions de l'any 1984 situaven l'edat límit en 75 anys pels homes i en 82,5 anys per les dones, nivells que ja han estat sobrepassats actualment en moltes poblacions. En les projeccions de l'any 1988, l'edat límit era de 82,5 anys per als homes i de 87,5 anys per a les dones.



Gràfic 2. Hipòtesis d'evolució de l'indicador conjuntural de fecunditat. Catalunya. 1975-2010.

En la projecció dels nivells futurs de la mortalitat s'han tractat per separat l'evolució dels nivells de l'esperança de vida i l'evolució de les taxes de mortalitat per edat. Si bé aquests dos factors van íntimament lligats, cal tenir en compte que l'evolució de la mortalitat no és homogènia en totes les edats, de manera que un augment de l'esperança de vida no és necessàriament la traducció d'una millora de les taxes de defunció a totes les edats, podent-se produir patrons oposats d'evolució de la mortalitat per edats, com ho demostra l'evolució recent de l'esperança de vida masculina a Catalunya, que ha registrat una tendència a l'alça compatible amb un augment de la mortalitat en edats joves. Així doncs, en una primera etapa es projecta l'evolució de l'esperança de vida per a cada sexe i cada any, i en una segona etapa es tradueixen les esperances de vida en taxes de mortalitat per edats.

Per projectar els valors futurs de les esperances de vida en néixer, Coale i Guo proposen el mètode del traç cronològic: d'acord amb les seves observacions existeix una relació lineal decreixent entre l'increment mitjà anual de l'esperança de vida en néixer (e_0) i el nivell de la pròpia esperança de vida. Els traços cronològics es deriven de parells de taules de mortalitat femenina i masculina en poblacions amb extenses games de nivells de mortalitat, separades per un temps mínim de 5 anys. Han calculat una regressió lineal entre l'increment anual d' e_0 en relació al nivell d' e_0 . La relació lineal és de:

$$de_0/dt = a - b \cdot e_0$$

i condueix a una equació per a l'esperança de vida en néixer per un moment « t » que segueixi a un moment inicial « t_0 »:

$$e_0(t) = \epsilon_0 - (\epsilon_0 - e_0(t_0)) \cdot \exp(-b \cdot (t - t_0))$$

on

ϵ_0 = esperança de vida màxima,

$e_0(t_0)$ = esperança de vida a l'any inicial t_0 ,

b = descens en el canvi anual d' e_0 (de_0/dt).

El valor d' ϵ_0 s'obté quan e_0 ja no augmenta i per tant és $de_0/dt = 0$, o sigui $\epsilon_0 = a/b$.

D'acord amb les dades estudiades per Coale i Guo, s'obtenen uns valors per les dones d' $\epsilon_0 = 83,25$ anys i $b = 0,03099$. Atès el creixement continuat de l'esperança de vida en els països desenvolupats, els mateixos autors donen un límit alternatiu d'esperança de vida d' $\epsilon_0 = 84,9$ anys. Un pas previ a la determinació dels nivells de mortalitat que s'hauria d'assolir en cada hipòtesi, és l'estudi dels valors enregistrats en els últims anys donat que l'evolució d' e_0 no és del tot contínua, presentant variacions puntuals. De l'estudi de les diverses aproximacions realitzades es conclou que el millor any a prendre com punt inicial del traç cronològic és $t_0 = 1992$.

El càlcul de l'evolució futura de l'esperança de vida pels homes necessita d'un instrument addicional, donada la menor regularitat del seu traç cronològic. Aquest instrument són les taules de vida del model de mortalitat regional de Coale, Demeny i Vaughan. Aquestes taules inclouen quatre models regionals (nord, sud, est i oest) i estan classificades per nivells. Cada nivell té una taula de vida per a cada sexe (per exemple en el nivell 26, e_0 pels homes és de 76,19 anys i per les dones de 82,50 anys). Per calcular el traç cronològic dels homes es procedeix de la següent manera: amb el mateix any de partida, t_0 , es pren $e_0(t_0)$ per a l'home i es calcula el nivell de les taules de vida que li correspon i l'esperança de vida per les dones en aquest nivell, e'_0 . A continuació es calcula el traç cronològic de les dones amb punt de partida e'_0 . Finalment, es tradueixen les esperances de vida del traç cronològic $e'_0(t)$ a termes de nivell de taula de mortalitat i es pren l'esperança de vida dels homes en el mateix nivell.

La hipòtesi mitjana d'esperança de vida s'ha obtingut amb un traç cronològic amb $t_0 = 1992$, $e_0(t_0) = 81,42$ i una esperança de vida límit de 84,9 anys per a les dones. El traç cronològic dels homes es determina com s'ha indicat prèviament.

Alguns experts consideren que l'esperança de vida té un creixement sostingut i que, en qualsevol cas, el límit biològic de 85 anys se situa massa a prop de les dades que ja actualment s'enregistren. És per aquesta raó que la hipòtesi alta d'esperança de vida s'ha obtingut amb un traç cronològic per a les dones amb el mateix punt de partida,

però amb una esperança de vida límit de 91,4 anys que correspon a la taula de vida límit de Duchêne i Wunsch.³ El traç cronològic de l'esperança de vida masculina ha estat obtingut aplicant als homes guanyos d'esperança de vida semblants als de les dones, amb la qual cosa s'ha obtingut per aquesta hipòtesi un traç cronològic superior al que s'obtindria segons el mètode de Coale i Guo.

La segona fase de la projecció de la mortalitat correspon al càlcul de les taxes per edat que determinen les esperances de vida del traç cronològic (cal tenir present que una mateixa esperança de vida es pot obtenir amb patrons diferents de mortalitat per edats). El mètode utilitzat és el dels coeficients de millora, metodologia també utilitzada per l'INE (1995), segons el qual la taxa de mortalitat per una edat i un any es referencia a la taxa de la mateixa edat l'any anterior:

$$t_{e,s}(t) = t_{e,s}(t-1) \cdot \gamma_{e,s}(t)$$

on

$t_{e,s}(t)$ és la taxa de mortalitat en un any « t » per una edat « e » i sexe « s »

$\gamma_{e,s}(t)$ és el coeficient de millora anual de la mortalitat a l'edat « e », el sexe « s » i l'any « t »

Plantejant el problema d'aquesta manera, els coeficients de millora $\gamma_{e,s}(t)$ varien cada any i per cada edat, presentant valors inestables.

S'han estudiat els seus valors en el període 1985-1990 i 1990-1995 prenent els coeficients constants al llarg de 5 anys

$$t_{e,s}(t) = t_{e,s}(t-5) \cdot \gamma_{e,s}(t)^5$$

i s'ha observat que la dependència de γ respecte de l'edat « e » es concentra en alguns grups d'edats, de manera que s'ha reescrit el model com

$$t_{e,s}(t) = t_{e,s}(t-1) \cdot \gamma_s(t) \cdot cv_{e,s}(t)$$

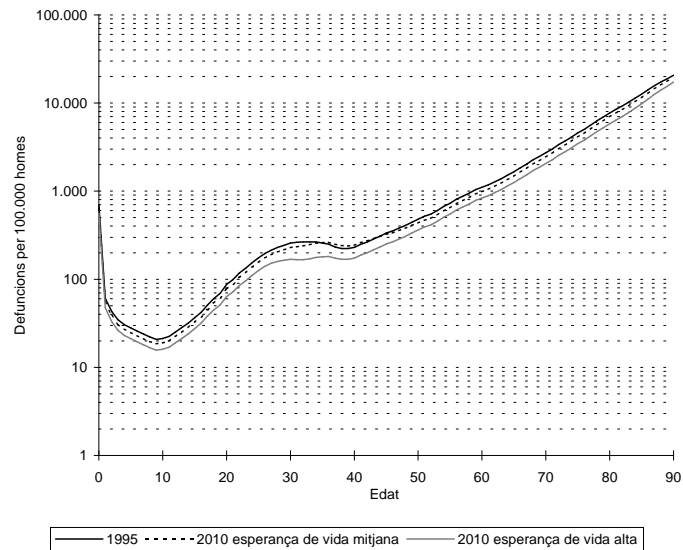
on

$t_{e,s}(t)$ és la taxa de mortalitat en un any « t » per una edat « e » i sexe « s »

$\gamma_s(t)$ és el coeficient de millora anual de la mortalitat del sexe « s » a l'any « t »

$cv_{e,s}(t)$ és el coeficient de variació de l'edat « e » i sexe « s » respecte de la millora anual a l'any « t »

³Aquesta taula de vida límit s'ha calculat suposant l'eliminació de totes les causes de mortalitat i deixant l'envelliment biològic com a única causa d'extinció.



Gràfic 3. Hipòtesis d'evolució de les taxes de mortalitat per edat. Homes. Catalunya. 1995 i 2010.

El model queda reescrit d'aquesta manera per aprofitar el fet que en la majoria de les edats la millora de l'esperança de vida serà homogènia ($cv_{e,s}(t)$ valdrà 1), presentant-se un comportament diferent només en la mortalitat infantil, les edats avançades i els adults joves. L'avantatge d'aquest model és que només es necessita precisar aquelles edats en les quals la millora de la mortalitat estarà per sobre o per sota de la mitjana, indicant la variació sobre la resta d'edats; per exemple, $cv_{e,s} = 1$ equival a no tenir un comportament diferenciat, $cv_{e,s} = 0,9$ equival a una millora del 10% respecte de la resta de les edats o $cv_{e,s} = 1,1$ equival a una taxa de mortalitat un 10% superior a la resta d'edats i equiparable a un empitjorament de la taxa de mortalitat. Per un algorisme iteratiu es determina el valor de $\gamma_s(t)$ que fa correspondre el conjunt de $t_{x,s}(t)$ amb l'esperança de vida marcada pel traç cronològic.

Els valors de $\gamma_s(t)$ obtinguts es troben al voltant de 0,99 per a la hipòtesi mitjana i 0,98 per a la hipòtesi alta. Les hipòtesis sobre els valors de $cv_{e,s}(t)$ s'han realitzat pels anys objectiu, $t=2010$ i $t=2030$, obtenint-se els anys intermitjos per interpolació lineal. Per finalitzar el procés ha estat necessari incloure uns coeficients de correcció amb l'objectiu de modificar les taxes de mortalitat obtingudes en alguna edat. És el cas de la mortalitat infantil, per poder fixar uns valors objectiu, o les edats adolescents, on s'assolien unes taxes de nivells molt baixos. La inclusió d'aquesta correcció introdueix petites variacions en l'esperança de vida del traç cronològic.

S'ha treballat amb 2 hipòtesis de mortalitat: mitjana i alta. En la hipòtesi mitjana les taxes es redueixen en un 9%. Les millores en els adults joves de 30 a 45 són inferiors que a les altres edats, produint-se fins i tot un estancament, amb el resultat d'un cert desplaçament del màxim de sobremortalitat, tal com es pot observar en el gràfic 3. En la hipòtesi alta, en canvi, hi ha una reducció de les taxes de mortalitat del 25% que afecta totes les edats, i especialment les adultes joves, amb el resultat d'una disminució significativa del pic de sobremortalitat dels joves de sexe masculí. En totes dues hipòtesis, la mortalitat en edats avançades coneix reduccions menys importants que en la resta d'edats.

5. LA PROJECCIÓ DE LA MIGRACIÓ

Les dades empíriques mostren que la migració és un fenomen altament selectiu segons l'edat. Els joves entre els 20 i els 30 anys exhibeixen les taxes de migració més elevades, la qual cosa s'explica perquè la mobilitat residencial d'aquestes edats està relacionada freqüentment amb motius laborals i amb els processos d'emancipació de la llar parental, sovint associats al matrimoni i/o a l'inici de la vida en parella. L'alta mobilitat relativa en edats infantils també reflecteix una mobilitat de tipus familiar, d'adults de més de 30 anys que es desplacen amb els seus fills, potser a residències més àmplies. Les edats adolescents, en canvi, exhibeixen les taxes més baixes, juntament amb els adults madurs de 40 a 55 anys. A les edats entorn la jubilació s'ha detectat també un augment de la mobilitat, que reflecteix canvis de residència lligats a la jubilació. Finalment, a les edats molt avançades, cap als 70 anys o més, també es produeixen canvis de residència, que es poden relacionar amb diferents motius, com ara canvis en l'estat civil, per defunció del cònjuge i/o per canvis en l'estat de salut que representin una pèrdua d'autonomia que fa sovint necessari deixar el domicili propi per ingressar en establiments col·lectius o per anar a viure a casa de parents.

Aquesta propietat de la migració, de ser selectiva segons l'edat, permet matematitzar el fenomen a partir d'un model dependent de l'edat, conegut com model migratori de Rogers. La formulació és la següent:

model general:

$$p(e) = a_1 \exp(-\alpha_1 e) + a_2 \exp\{-\alpha_2(e - \mu_2) - \exp(-\lambda_2(e - \mu_2))\} + c$$

model amb pic de jubilació:

$$p(e) = a_1 \exp(-\alpha_1 e) + a_2 \exp\{-\alpha_2(e - \mu_2) - \exp(-\lambda_2(e - \mu_2))\} + \\ + a_3 \exp\{-\alpha_3(e - \mu_3) - \exp(-\lambda_3(e - \mu_3))\} + c$$

model amb pendent a les edats avançades:

$$p(e) = a_1 \exp(-\alpha_1 e) + a_2 \exp\{-\alpha_2(e - \mu_2) - \exp(-\lambda_2(e - \mu_2))\} + a_3 \exp(\lambda_3 e) + c$$

L'ajustament d'aquest model a les dades empíriques de la migració a Catalunya és realment bo, per la qual cosa constitueix un instrument de treball especialment adequat a l'hora de projectar la migració. S'han aplicat els 3 models a les dades de la immigració, l'emigració i la migració de l'estranger per a cada sexe i en tots els casos el que millor s'ha aproximat a les dades és el model amb pic de jubilació, si bé en el cas de la immigració de la resta d'Espanya el pic es desplaça cap a edats més avançades.

A diferència de la fecunditat o la mortalitat, on les hipòtesis de treball es fan en termes d'indicadors, com ara l'indicador conjuntural de fecunditat o l'esperança de vida, en la migració les hipòtesis de treball es fan en termes de xifres absolutes, és a dir, de migrants. La distribució del nombre total de migrants per edats es realitza mitjançant el model de Rogers. Efectivament, siguin

y = any

s = sexe

e = edat

$M(y, s, e)$ = migrants

$E(y, s)$ = emigrants cap a la resta d'Espanya

$I(y, s)$ = immigrants de la resta d'Espanya

$O(y, s)$ = migrants de l'estranger

$P(y, s, e)$ = població

$t(y, s, e) = M(y, s, e)/P(y, s, e)$ taxa de migració

$GM R(y, s) = \sum_{e=0,1,\dots,95} t(y, s, e)$ índex sintètic de migració

$p(y, s, e) = t(y, s, e)/GM R(y, s)$ pes d'una edat dins el conjunt de taxes

$(p(y, s))_{e=0,1,\dots,95}$ perfil migratori.

Notar que $\|(p(y, s))_{e=0,1,\dots,95}\|_1 = 1$, fet que permet separar intensitat i perfil. L'estimació del nombre de migrants es realitza per

$$M(y, s, e) = P(y - 1, s, e - 1) \cdot GM R(y, s) \cdot p(y, s, e).$$

Donat que no es fan hipòtesis en termes de $GM R$, l'indicador sintètic de la migració, sinó de M , el nombre de migrants, cal efectuar una sèrie de càlculs. En el cas de

l'emigració cap a la resta d'Espanya l'objectiu és determinar les taxes de migració per edat $t(y, s, e)$ a partir del perfil d'emigració p i el nombre d'emigrants E . Per fer-ho es calcula

$$GM R(y, s) = E(y, s) / \sum_{e=0,1,\dots,95} P(y-1, s, e-1) \cdot p(y, s, e)$$

$$t(y, s, e) = GM R(y, s) \cdot p(y, s, e)$$

En el cas de la immigració de la resta d'Espanya la situació és lleugerament diferent, donat que es tracta d'una entrada exògena al sistema de projecció i s'ha de proporcionar en xifres absolutes i no en taxes. Aprofitant, però, que l'estructura demogràfica de la resta d'Espanya és molt semblant a la catalana, s'han distribuït els immigrants per edat a partir de la piràmide catalana. Així doncs, a partir del perfil d'immigració p i el nombre total d'immigrants I , es calculen els immigrants per edat com

$$GM R(y, s) = I(y, s) / \left(\sum_{e=0,\dots,95} P(y, s, e) \cdot p(y, s, e) \right)$$

$$I(y, s, e) = P(y-1, s, e-1) \cdot GM R(y, s) \cdot p(y, s, e).$$

El cas del saldo migratori amb l'estranger és semblant al de la immigració de la resta d'Espanya perquè cal donar-lo en xifres absolutes, però aquí no és possible cap analogia de les estructures demogràfiques. En el seu lloc, es treballa amb el perfil dels migrants calculat en dades absolutes, i no en taxes. Les entrades i sortides de l'estranger s'estudien conjuntament i en donar un saldo netament positiu es tracten com entrades; així doncs, els migrants estrangers per edat es calculen a partir del seu total O i el perfil per edats p :

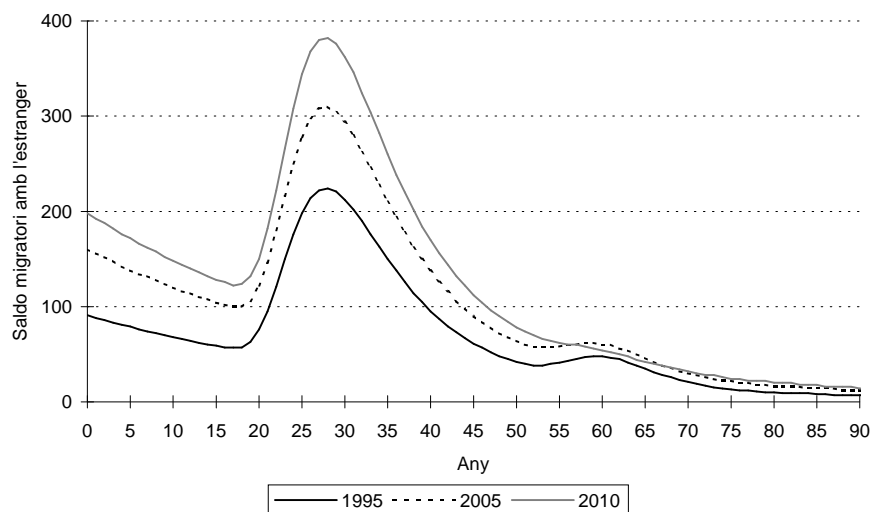
$$O(y, s, e) = O(y, s) \cdot p(y, s, e)$$

El tractament dels perfils migratoris no és estàtic al llarg del temps. S'han introduït els coeficients $k_1(y)$, $k_2(y)$ i $k_3(y)$ per poder modificar la intensitat de la migració infantil, laboral i postlaboral respectivament, de manera que els perfils queden definits com

$$p(y, s, e) = k_1(y) \cdot a_1 \cdot \exp(-\alpha_1 e) + k_2(y) \cdot a_2 \cdot \exp\{-\alpha_2(e - \mu_2) - \exp(-\lambda_2(e - \mu_2))\} + k_3(y) \cdot a_3 \cdot \exp\{-\alpha_3(e - \mu_3) - \exp(-\lambda_3(e - \mu_3))\} + c$$

Els coeficients $k_1(y)$, $k_2(y)$ i $k_3(y)$ valen 1 inicialment i els seus valors oscil·len entre 0,25 i 2. Els coeficients prenen valors segons les tendències i els ritmes marcats a cada hipòtesi per uns valors objectiu. Per exemple, en la hipòtesi mitjana de migració de l'estranger, $k_3(2000) = 1$, $k_3(2005) = 0,75$ i $k_3(2010) = 0,25$ equivalen a una reducció progressiva del pes de la migració de retorn de gent gran entre el 2000 i el 2005

que s'accentua entre el 2005 i el 2010, moment a partir del qual queda constant (gràfic 4). En canvi, a la hipòtesi mitjana d'emigració $k_3(2005) = 1,25$ i $k_3(2015) = 0,5$ determinen un augment a curt termini de la migració de retorn cap a la resta d'Espanya, coincidint amb l'arribada a la jubilació de les generacions que van emigrar cap a Catalunya, per descendir posteriorment a nivells inferiors als actuals.



Gràfic 4. Hipòtesis d'evolució de la migració amb l'estranger. Catalunya. 1995-2010.

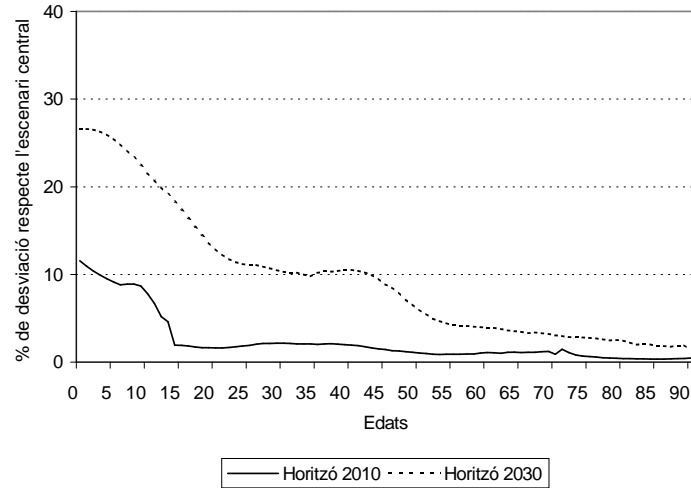
S'ha treballat amb 2 hipòtesis de migració amb la resta d'Espanya (baixa i mitjana) i 2 amb l'estranger (mitjana i alta). En la migració amb la resta d'Espanya, tant la hipòtesi baixa com la mitjana suposen un augment de les sortides, caracteritzat pel major pes de l'emigració de retorn al voltant del 2005 i la seva disminució posterior. En canvi, a les arribades l'augment seria més notable a la hipòtesi mitjana i es caracteritzaria per l'increment del pes de la migració dels joves cap el 2015, coincidint amb la incorporació al mercat laboral de les generacions buides nascudes els anys noranta. En els dos supòsits d'evolució de la migració procedent de l'estranger s'ha considerat una equiparació entre els efectius de cada sexe. Atès que el reagrupament familiar serà previsiblement un dels trets que més caracteritzaran els fluxos externs en el curt termini, s'han intensificat els fluxos migratoris en les edats infantils, tant en la hipòtesi alta com en la mitjana; en aquesta darrera hipòtesi, en canvi, s'ha suposat una disminució de la migració en edats de jubilació en considerar una tendència a la disminució dels fluxos de retorn de migrants espanyols.

6. ELS RESULTATS

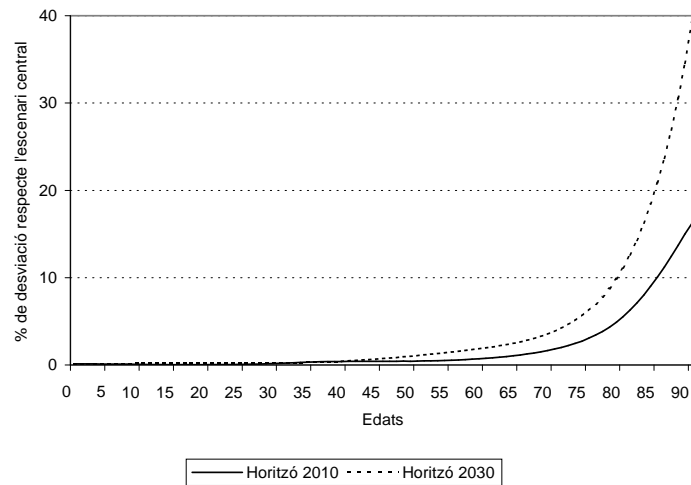
La combinació selectiva de les hipòtesis sobre els components dóna lloc a 4 escenaris; cada un d'ells té una caracterització particular i permet la seva utilització per a finalitats específiques. Els dos escenaris intermedis són l'escenari tendencial i l'escenari central, que reflecteixen la visió més àmpliament acceptada sobre el futur de la migració i la fecunditat, amb opcions alternatives pel que fa a l'evolució futura de l'esperança de vida. L'escenari situat en l'extrem superior, l'escenari alt (o jove), serveix per situar tant els màxims efectius de població que es poden atènyer plausiblement com el mínim envelliment demogràfic, ja que combina totes les hipòtesis, que actuen per ralentitzar la tendència a l'envelliment de la població. Simètricament, l'escenari situat en l'extrem inferior o escenari baix (o vell) reflecteix el creixement demogràfic mínim que es pot esperar i representa un extrem en termes de l'envelliment de l'estructura demogràfica, en combinar baixos nivells de fecunditat i migració amb alts nivells d'esperança de vida.

Sovint es posa en dubte la capacitat predictiva de les projeccions. El problema fonamental no rau en les deficiències metodològiques de les tècniques sinó en la dificultat de pronosticar les pautes reproductives futures, l'evolució de l'esperança de vida i, sobretot, el fenomen de la migració, lligat a factors externs a la demografia com són l'economia o les polítiques reguladores. Aquesta incertesa provoca que els usuaris de projeccions acostumin a demanar, especialment quan hi ha diversos escenaris de futur, que s'assigni una probabilitat d'ocurrència a cada projecció. Els científics no han deixat de fer esforços per intentar quantificar la incertesa; els resultats, però, són mínims. Un indicador útil per quantificar la incertesa és l'amplada del ventall de projecció mesurada respecte de la població inicial. En un horitzó de 34 anys de projecció el ventall té una amplada del 17% de la població inicial, és a dir, es produeix un increment mitjà anual del 5 per mil en l'amplada del ventall. De totes maneres, la indeterminació de la població futura no afecta per igual totes les edats: els dos extrems de la piràmide són els que poden patir més variabilitat. En efecte, mentre que la migració es reparteix entre totes les edats, mitigant el seu efecte, no passa el mateix amb els altres 2 components. El grup d'edat de 0 anys està format en la seva pràctica totalitat pels naixements de cada any (l'efecte de la migració i la mortalitat és comparativament molt baix), de manera que el grau d'incertesa és notable. A mida que augmenta l'horitzó de projecció creix la indeterminació del grup de 0 anys, perquè a la incertesa del nivell de fecunditat s'afegeix la dels efectius de dones en edat fèrtil. El gràfic 5 mostra la variació entre la població de 2 escenaris causada per les diferències en la fecunditat i la migració, i com aquesta variació augmenta amb l'horitzó de projecció. La mortalitat, per la seva banda, es concentra en les edats més avançades, amb unes taxes prou importants com per causar variacions significatives en el nombre de supervivents. La incertesa creix amb l'amplada de l'horitzó de projecció, a mida que els efectius de població transiten per les diferents edats. El gràfic 6 mostra la variació entre la població de 2 escenaris

causada per les diferències en la mortalitat, així com el seu augment amb l'horitzó de projecció.



Gràfic 5. Variació de la població de l'escenari alt respecte del central. Horitzons 2010 i 2030.



Gràfic 6. Variació de la població de l'escenari tendencial respecte del central. Horitzons 2010 i 2030.

La millor manera de reduir la incertesa de les projeccions demogràfiques és considerar-les, no com un estudi tancat sinó com un instrument de treball que permeti futures revisions, a mesura que es conegui l'evolució real dels components del creixement demogràfic i la població.

REFERÈNCIES

- [1] **Coale, A., P. Demeny i B. Vaughan** (1983). *Regional Model Life Tables and Stable Populations*. Academic Press.
- [2] **Coale, A. i G. Guo** (1991). «Utilización de nuevas tablas modelo de mortalidad para tasas de mortalidad muy bajas en proyecciones demográficas». *Boletín de Población de las Naciones Unidas*, Nueva York.
- [3] **Crujisen, H. i altres** (1995). *Fertility Longitudinal Extrapolation Method*. Eurostat.
- [4] **Duchêne, J. i G. Wunsch** (1991). *From the demographers Cauldron: Working Paper*, Institut de Démographie, Université Catholique de Louvain.
- [5] **Institut d'Estadística de Catalunya** (1998). *Projeccions de població de Catalunya 2010-2030*. Generalitat de Catalunya.
- [6] **Institut d'Estadística de Catalunya Catalunya i Departament de la Presidència**. (1997). *Jornades tècniques sobre projeccions demogràfiques de Catalunya*. Generalitat de Catalunya.
- [7] **Gill, R.D. and N. Keilman** (1990). «On the estimation of multidimensional demographic models with population registration data». *Mathematical Population Studies*, **2(2)**, 119-143.
- [8] **Instituto Nacional de Estadística** (1995). *Proyecciones de Población de España calculadas a partir del Censo de Población de 1991*.
- [9] **Lutz, W. (Ed)** (1996). *The future population of the world. What can we assume today?* International institute for applied systems analysis (IIASA). Earthscan Pub.
- [10] **Rogers, A. i F. Willekens (Ed)** (1986). *Migration and settlement, a multiregional comparative study*. Reidel Pu. Co.
- [11] **Van Imhoff, E. i N. Keilman** (1991). *LIPRO 2.0.: An application of dynamic demographic projection model to household structure in the Netherlands*. Swets and Zeitlinger.
- [12] **Van Imhoff, E.** (1994). *LIPRO user's guide. Version 3.0*. Working paper 1994/1A. Netherlands interdisciplinary demographic institute (NIDI).

ENGLISH SUMMARY

METHODS AND MODELS TO PROJECT THE COMPONENTS OF DEMOGRAPHIC CHANGE IN THE POPULATION PROJECTIONS OF THE INSTITUT D'ESTADÍSTICA DE CATALUNYA

M. FARRÉ MALLOFRÉ

J.A. SÁNCHEZ CEPEDA

Institut d'Estadística de Catalunya*

The Catalan statistical office (Idescat) has projected the Catalan population for the period 1996-2030. The methodologies used to project each component of the demographic change (fertility, mortality and migration) are presented in this work. The projection of each component has taken into account not only the synthetic indicators (as life expectancy at birth, total fertility rate or gross migration rate) but also the specific and dynamic evolution for the different ages or cohorts. To project fertility, both cohort and cross-sectional perspectives have been included, using a method that integrates mother's age and cohort, and birth order. The chronological trend of life expectancy at birth has been projected and combined with hypotheses about the evolution of mortality rates in specific ages. Rogers' migration model has been used to project a dynamic age migration profile along the projection period. The article concludes with a discussion about the results and attempts to give a measure of the uncertainty associated to different ages.

Keywords: Population projections, fertility, mortality, migration, total fertility rate, chronological trend, migration profile.

* Institut d'Estadística de Catalunya. Via Laietana, 58. 08003 Barcelona (Espanya).

– Received July 1998.

– Accepted October 1998.

The study of future Catalan population covers a period of 34 years, from 1996 to 2030, with the result of yearly populations broken down by sex and age. The projection methodology is the components' method: projected births, deaths and are added to the last population pyramid. LIPRO,¹ a computer program for multidimensional demographic projection, has been used. Three hypotheses about future evolution of migration and fertility, and two for mortality have been defined. The selective combination of these hypotheses has generated 4 scenarios of future population evolution, which are different not only because of the figures of total population but also because of the resulting demographic structures.

Fertility

Fertility has been projected studying not only mother's age but also their year of birth and the birth's order. Explicit hypotheses about number of children per woman have been made. The methodology is called FLEM² (fertility longitudinal extrapolation method) and works mainly with extrapolations: developments in past and present generations fertility at different ages are used to project present and future generations fertility.

Let « c » be a generation, « e » an age and « r » the order of birth. Then $F(c, e, r)$ is the fertility rate of order « r » at age « e » for cohort « c » $FA(c, e, r)$ is the cumulative fertility rate of order « r » at age « e » for cohort « c » where $F(c, e, r) = FA(c, e, r) - FA(c, e - 1, r)$.

The 3 indicators that allow to summarize the information about fertility of a year, a generation and the age of motherhood are

$$ICF(y) = \sum_e \sum_r F(c = y - e, e, r) \text{ total fertility rate}$$

$$DF(c) = \sum_r FA(c, 50, r) \text{ total cumulated fertility of a cohort}$$

$$EM(y) = \left\{ \sum_e \sum_r e \cdot F(c = y - e, e, r) \right\} / \left\{ \sum_e \sum_r F(c = y - e, e, r) \right\}$$

mean age at motherhood

¹Van Imhoff, E. i N. Keilman (1991). *LIPRO 2.0.: An application of dynamic demographic projection model to household structure in the Netherlands*. Swets and Zeitlinger.

²Crujisen, H. *et al.* (1995). *Fertility Longitudinal Extrapolation Method*. Eurostat.

FLEM calculates regressions between accumulated fertilities at ages 20, 25, 30, 35, 40 and 45 in previous generations

$$FA(c, e + 5, r) = \alpha + \beta \cdot FA(c, e, r) + \epsilon$$

Let « e_0 » be the last age of a generation with observed values and « cf » the target cohort. The way of calculating cumulated fertility at the rest of ages for any cohort « c » is

$$FA(c, e, r) = FA(c, e_0, r) + p(c, e, r) \cdot (FA(c, 50, r) - FA(c, e_0, r))$$

for every $e > e_0$, where

$$p(c - 1, e, r) = (FA(c - 1, e, r) - FA(c - 1, e_0, r)) / (FA(c - 1, 50, r) - FA(c - 1, e_0, r)).$$

$$p(cf, e, r) = (FA(cf, e, r) - FA(cf, e_0, r)) / (FA(cf, 50, r) - FA(cf, e_0, r)).$$

and $p(c, e, r)$ is a weighted average of $p(c - 1, e, r)$ and $p(cf, e, r)$.

Mortality

In the projection of future levels of mortality, the evolutions of life expectancy at birth and mortality rates by age have been analyzed separately. Although these agents are closely related, it must be borne in mind that the evolution of mortality is not homogenous for all ages.

Life expectancy at birth « e_0 » has been projected using the method known as the chronological trend, which provides the equation for past and future values of e_0 as

$$e_0(t) = \epsilon_0 - (\epsilon_0 - e_0(t_0)) \cdot \exp(-b \cdot (t - t_0))$$

where

ϵ_0 = top life expectancy,

$e_0(t_0)$ = life expectancy for a starting year t_0 ,

b = decrease in the annual change of e_0 (de_0/dt).

According to data evaluated by Coale and Guo,³ the parameters' values are $\epsilon_0 = 83,25$ years and $b = 0,03099$, though persisting increases of life expectancy in developed countries made them to give an alternative value of $\epsilon_0 = 84,9$ years. The evolution of mortality rates by age is described by the equation

$$t_{e,s}(t) = t_{e,s}(t - 1) \cdot \gamma_{e,s}(t)$$

³Coale, A. i i G. Guo (1991). *United Nations' population bulletin*. Nr 30. New York.

where

$t_{e,s}(t)$ is the mortality rate depending on year, age and sex

$\gamma_{e,s}(t)$ is the anual improvement coefficient depending on year, age and sex.

As the values of $\gamma_{e,s}(t)$ are homogenous for groups of ages, the model can be written as

$$t_{e,s}(t) = t_{e,s}(t-1) \cdot \gamma_s(t) \cdot cv_{e,s}(t)$$

where $cv_{e,s}(t)$ is the coefficient of variation for an age and sex respect the anual improvement $\gamma_s(t)$.

Hypotheses for values of $cv_{e,s}(t)$ in certain ages are made in target years 2010 and 2030. As the set of $t_{e,s}(t)$ must match the cronological line $e_0(t)$ described previously, the values of $\gamma_s(t)$ are calculated in an iterative way. Values for $\gamma_s(t)$ are between 0.99 for the medium hypotheses and 0.98 for the high one.

Migration

In the study of migration two elements must be analyzed: the level and the profile.

Let $t(y, s, e)$ be migration rates and $M(y, s)$ the number of migrants. The level and the profile of migration are defined as

$$GMR(y, s) = \sum_{e=0,1,\dots,95} t(y, s, e) \quad \text{gross migration rate}$$

$$p(y, s, e) = t(y, s, e) / GMR(y, s)$$

Usually, hypotheses for migration level are not made in terms of GMR but in number of migrants. Anyway, its calculation is necessary as it is the link between the number of migrants and the profile of migration. Dinamic profiles are defined, adding 3 parameters, $k_1(y)$, $k_2(y)$, $k_3(y)$ to Rogers' migration model. The resulting model is

$$p(y, s, e) = k_1(y) \cdot a_1 \cdot \exp(-\alpha_1 e) + k_2(y) \cdot a_2 \cdot \exp\{-\alpha_2(e - \mu_2) - \exp(-\lambda_2(e - \mu_2))\} + k_3(y) \cdot a_3 \cdot \exp\{-\alpha_3(e - \mu_3) - \exp(-\lambda_3(e - \mu_3))\} + c$$

Rates are then calculated as follows:

$$GMR(y, s) = M(y, s) / \left(\sum_{e=0,1,\dots,95} P(y-1, s, e-1) \cdot p(y, s, e) \right)$$

$$t(y, s, e) = GMR(y, s) \cdot p(y, s, e)$$

where $M(y, s)$ stands both for number of immigrants and for number of outmigrants.

Results

The production of several scenarios and the uncertainty of future population evolution lead people to ask for a probability for each scenario. Scientists have worked on this problem but the results are poor. A useful way for measuring the uncertainty is the range of the interval for future population respect to the initial population. In a 34 years horizon, the interval of future population has a width of 17% the initial population; so, the mean annual increase is 5%. The analysis of the scenarios reveals that uncertainty isn't homogenous for different ages: younger and older ages are the most uncertain.

The best way of reducing uncertainty in demographic projections is not to consider them as something closed but as a tool that will be revised and updated as the evolution of demographic components is known.