

SIMULACIÓN DE PROCESOS DE FORJA AXISIMÉTRICA MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS: UN MODELO SENCILLO DE ROZAMIENTO

I. GARMENDIA *

X. TOMÉ *

y

J.T CELIGÜETA **

**Inasmet, Centro Tecnológico de Materiales
Departamento de Cálculo y Diseño
Camino de Portuete 12, 20009, San Sebastián
Tel.: + 34-43-218022 Fax: + 34-43-217560
E-mail: inaki@inasmet.es*

*** Centro de Estudios e Investigaciones Técnicas de Guipuzcoa
Departamento de Mecánica Aplicada
M. Lardizabal 15, 20009, San Sebastián*

RESUMEN

Se presenta en este artículo un método sencillo de modelización del rozamiento en la simulación de procesos de forja axisimétrica mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF). Tras una breve descripción de la formulación básica de flujo, se revisan las alternativas más comunes para la consideración del fenómeno del rozamiento y se describe el método SMM (Stiffness Matrix Method), utilizado para tener en cuenta la fricción. Se presenta finalmente un ejemplo industrial que muestra el buen comportamiento de dicho método aplicado a la formulación de flujo.

NUMERICAL SIMULATION OF AXISYMMETRIC FORGING PROCESSES THROUGH FINITE ELEMENT ANALYSIS: A SIMPLE METHOD FOR THE MODELLING OF FRICTION

SUMMARY

In this paper, a simple method for friction modelling in the simulation through F.E.M. of the forging process of axisymmetric components is presented. After a short description of the basic flow formulation, different alternatives for friction modelling are reviewed and the so called SMM (Stiffness Matrix Method) is presented. Finally, an industrial example that shows the good performance of the method is presented.

Recibido: Julio 1994

INTRODUCCIÓN

Desde que en 1973 Lee y Kobayashi¹ y en 1974 Zienkiewicz y Godbole² desarrollaron las primeras formulaciones de flujo para la simulación mediante elementos finitos de procesos de deformación metálica, el camino recorrido por diversos grupos de trabajo en todo el mundo - Zienkiewicz, Oñate y Heinrich³, Kobayashi, Oh y Altan⁴, Chenot⁵, etc. - ha sido largo y fecundo. La sucesiva generalización del método para operaciones diversas - extrusión, laminación, forja, embutición, ... - y la posibilidad de tener en cuenta fenómenos como el endurecimiento por deformación, efecto de fricción, influencia de la temperatura, etc. han hecho que la formulación de flujo sea aceptada como un método válido para la simulación de procesos de conformado.

Aunque algunos autores como Owen⁶ parecen apostar en los últimos tiempos por una formulación elastoplástica completa, recientes artículos de otros investigadores como Dvorkin y Petocz⁷ ponen de manifiesto la bondad y utilidad de la formulación de flujo, sobre todo para procesos como el de forja, en el que las deformaciones elásticas son despreciables.

La mayor o menor aproximación con la realidad de los resultados que se obtienen en una simulación depende en gran medida de un conocimiento adecuado de las propiedades constitutivas del material y, sobre todo, de una adecuada modelización de los aspectos de contacto y fricción entre herramientas y pieza. En este sentido, el trabajo desarrollado por Oh⁸ para la modelización de fuerzas de rozamiento ha sido de gran importancia para la formulación de flujo. En el presente artículo se va a presentar una alternativa sencilla y eficaz al tratamiento del fenómeno de rozamiento, válido para cualquier proceso de deformación.

FORMULACIÓN DE FLUJO

La formulación de flujo se asienta sobre el principio de descomposición de la deformación unitaria ε en sus componentes elástica ε_E y viscoplástica ε_{VP} y en la hipótesis de que las deformaciones elásticas son suficientemente pequeñas y pueden ser despreciadas si se comparan con las deformaciones viscoplásticas

$$\varepsilon = \varepsilon_{VP} + \varepsilon_E \approx \varepsilon_{VP} \quad (1)$$

Para el material se supone un comportamiento viscoplástico, asumiendo que existe una relación entre las tensiones que se imponen al sólido y las velocidades de deformación $\dot{\varepsilon}$ que se inducen en el mismo

$$\dot{\varepsilon} \approx \dot{\varepsilon}_{VP} = f(\sigma) \quad (2)$$

Esta suposición es propia de los líquidos con una cierta viscosidad cuyas partículas adquieren velocidades al ser sometidas a esfuerzos cortantes, siendo la viscosidad el factor de proporcionalidad. En general, se puede establecer una relación entre la componente desviadora del tensor de tensiones σ' y el tensor de velocidades de deformación, a través de la viscosidad μ

$$\sigma' = 2\mu\dot{\varepsilon} \quad (3)$$

Sustituyendo el valor de la tensión desviadora se obtiene la expresión de la ecuación constitutiva, que para el caso axisimétrico es

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_t \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\varepsilon}_z \\ \dot{\varepsilon}_t \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} p = \mu \mathbf{D}\dot{\varepsilon} + \mathbf{m}p \quad (4)$$

donde los subíndices r , z , t corresponden a las direcciones radial, axial y tangencial respectivamente, y p es la presión en el sólido viscoplastico.

La condición de incompresibilidad del fluido se expresa por

$$Tr(\dot{\varepsilon}) = 0 \quad (5)$$

Esta condición se introduce en la formulación a través de un penalizador λ en la forma

$$Tr(\dot{\varepsilon}) = \frac{p}{\lambda} \quad (6)$$

de tal manera que si $\lambda \rightarrow \infty$ la ecuación anterior representa la incompresibilidad. Un valor habitual del penalizador recomendado por algunos autores⁹ es $\lambda = 10^k \mu$ donde k varía entre 7 y 10.

Se acepta también la formulación de flujo^{2,3} que la relación entre la velocidad de un punto ν y la velocidad de deformación es una relación lineal similar al tensor de pequeñas deformaciones elásticas. Para el caso axisimétrico está dada por

$$\dot{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\varepsilon}_z \\ \dot{\varepsilon}_t \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \nu_r \\ \nu_z \end{Bmatrix} = \mathbf{L}\nu \quad (7)$$

Las ecuaciones del proceso de forja se obtienen empleando el método de los elementos finitos. Para ello se emplean elementos axisimétricos de 8 nudos con formulación isoparamétrica, interpolándose el campo de velocidades \mathbf{v} en base a las velocidades de los nudos $\hat{\mathbf{v}}$ mediante la matriz de funciones de interpolación \mathbf{N}

$$\mathbf{v} = \mathbf{N}\hat{\mathbf{v}} \quad (8)$$

El principio de las potencias virtuales se expresa como

$$\int \delta \mathbf{v}^T \mathbf{b} d\omega + \int \delta \mathbf{v}^T \mathbf{t} d\gamma - \int \delta \mathbf{v}^T \rho \dot{\mathbf{v}} d\omega = \int \delta \dot{\varepsilon}^T \sigma d\omega \quad (9)$$

donde \mathbf{b} son las fuerzas exteriores de volumen, \mathbf{t} son las fuerzas exteriores de superficie, ρ es la densidad del material, ω es el dominio del elemento finito y γ su contorno.

Esta aproximación es más sencilla desde el punto de vista de modelización, ya que supone que siempre hay velocidades relativas entre herramientas y bloque (Figura 1), por lo que se elimina la incertidumbre que se planteaba en la aproximación de Coulomb. Sin embargo, existe el problema de determinar la línea neutra: el conjunto de puntos cuya velocidad es cero. No se conoce a priori dónde se sitúan dichos puntos y el brusco cambio de dirección de las fuerzas aplicadas crea problemas numéricos en la integración de las fuerzas.

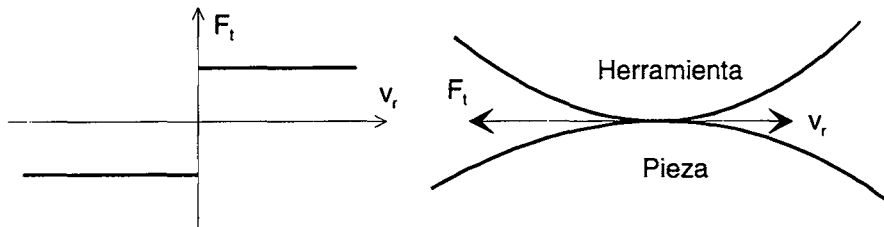


Figura 1. Fuerzas de rozamiento

Algunos autores¹¹ han resuelto el problema, suponiendo una función de tipo arcotangente que se aproxima tanto como se desee a la gráfica de la Figura 1, como se puede observar en la Figura 2 y cuya fórmula es

$$F_t = -fK\left[\left(\frac{2}{\pi}\right) \operatorname{arctg}\left(\frac{v_r}{a}\right)\right] \quad (17)$$

donde

- f es el factor de fricción ($0 \leq f \leq 1$).
- K es la tensión de fluencia a cortante.
- v_r velocidad relativa entre herramienta y pieza.
- a es una constante arbitraria, varios órdenes de magnitud menor que la velocidad de la herramienta.

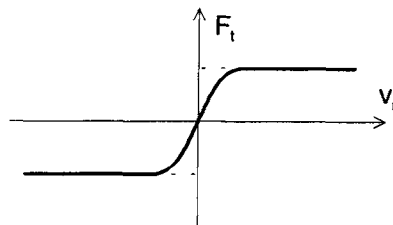


Figura 2. Aproximación de la fuerza de rozamiento por la función arcotangente

Ninguna de las dos aproximaciones comentadas ha dado resultados plenamente satisfactorios¹² en las comparaciones entre modelos y realidad llevadas a cabo aunque, según la experiencia de los autores, la aproximación es suficientemente válida en bastantes de los casos analizados.

Desde un punto de vista computacional, las fuerzas de rozamiento se incluyen como fuerzas distribuidas en los contornos de los elementos, con una variación de tipo parabólico. Para cada instante de la simulación, se determina qué nudos de la pieza metálica están en contacto con las herramientas y se deciden las condiciones de contorno a aplicar. Para cada nudo en contacto con una herramienta, la velocidad en sentido normal de dicho nudo se iguala a la velocidad normal de la herramienta, mientras que en el sentido tangencial se aplican las fuerzas de rozamiento.

Desde un punto de vista práctico, la técnica que se emplea es la de realizar un primer cálculo inicial, sin rozamiento, determinando las velocidades de cada punto y se aplican, a partir del primer paso, fuerzas de rozamiento en sentido contrario a dichas velocidades. La posibilidad de introducir fuerzas en sentido contrario al que tienen en la realidad es un punto débil del planteamiento anterior y para obviar este problema se ha desarrollado el método del elemento finito ficticio.

Método del elemento ficticio

Para geometrías algo complicadas y aún para geometrías sencillas pero con altos coeficientes de rozamiento, no se conoce a priori la dirección del flujo. Así por ejemplo, en un ensayo como el de compresión de anillo (Figura 3) si el coeficiente de rozamiento es cero o muy pequeño, los puntos comprendidos entre A y B se moverán en dirección radial hacia el exterior. En cambio, si el rozamiento es alto es muy probable que exista entre A y B un punto de velocidad nula (punto neutro, N), cuya posición no es conocida en principio, y que hace de frontera entre puntos que se mueven radialmente hacia el interior (de A hasta N) y los que lo hacen hacia el exterior (de N hasta B).

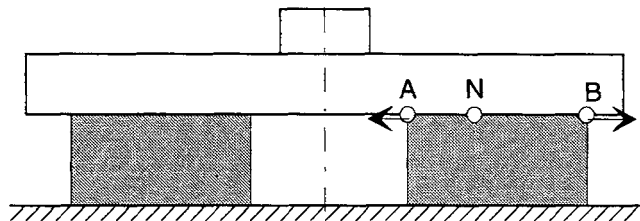


Figura 3. Movimiento de los puntos en la compresión de un anillo

La idea básica del planteamiento del elemento ficticio consiste en crear una capa de elementos finitos especiales en la intercara entre herramientas y pieza tal y como se ve en la Figura 4. Los nudos de la intercara tienen los desplazamientos impedidos en sentido perpendicular a la herramienta y los desplazamientos-velocidades en el planteamiento de flujo- en dirección paralela a la herramienta son libres. Se asegura así el contacto entre herramienta y pieza. La matriz de rigidez de cada elemento de la capa de fricción se multiplica por un factor proporcional a $f'/(1-f')$, siendo f' el factor de rozamiento ($0 \leq f' \leq 1$). Este factor se denomina f' para distinguirlo del empleado en el método anterior, debido a que valores numéricos iguales de dichos factores resultan en fuerzas tangenciales de rozamiento diferentes.

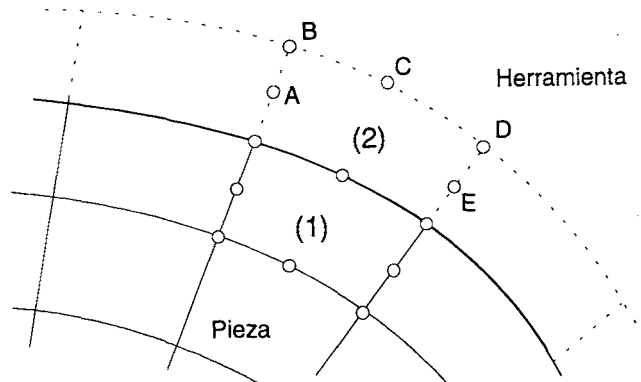


Figura 4. Método del elemento ficticio

Los nudos del elemento ficticio que no están en la intercara (nudos A, B, C, D y E, en la Figura 4), están rígidamente unidos a la herramienta y no pueden deslizar en sentido paralelo a la intercara. Este efecto equivale a aplicar una fuerza de cortante en los nudos de la intercara en sentido contrario a la dirección del movimiento. Si f' tiende a cero, el factor $f'/(1 - f')$ tiende a cero y la fuerza cortante aplicada también es cero. Es el caso de suponer deslizamiento libre entre herramientas y pieza. Si f' tiende a 1, el factor tiende a infinito y el elemento de la capa de fricción se hace muy rígido, impidiendo el movimiento tangencial de los nudos de la intercara.

A nivel global, cada elemento ficticio se crea en el momento de crear la matriz de rigidez del elemento de la pieza correspondiente. Ambas matrices se ensamblan y como los desplazamientos de los nodos A, B, C, D, E son conocidos, se efectúa una condensación de grados de libertad previamente a ensamblar la matriz de rigidez global. Los nodos de fricción A, B, C, D, E nunca forman parte del cálculo principal.

El tratamiento de dichos grados de libertad se efectúa de la siguiente forma. Supóngase un elemento finito (1) de la pieza, la herramienta y el elemento ficticio (2) que se crea para modelizar el rozamiento, según se ve en la Figura 4.

En primer lugar se hallan las matrices de rigidez de ambos elementos \mathbf{K}_1 y \mathbf{K}_2 , cuyo tamaño será de 16×16 . Asimismo se hallan los vectores de fuerzas de los elementos (1) y (2) denominados \mathbf{f}_1 y \mathbf{f}_2 . En principio, el vector \mathbf{f}_2 será todo él nulo y el \mathbf{f}_1 muy probablemente también, aunque pudiera haber alguna componente no nula, como por ejemplo debido a la fuerza de la gravedad. Ensamblando las matrices de rigidez y los vectores de fuerza, se obtiene la ecuación del conjunto de ambos elementos, de tamaño 26 al haber 3 nudos comunes

$$\mathbf{K}^* \mathbf{v} = \mathbf{f} \quad (18)$$

Sin embargo en esta ecuación son conocidas las velocidades de los nudos A, B, C, D y E, que serán las de la herramienta a la que están rígidamente unidos. Si se denomina \mathbf{v}_H a dichas velocidades conocidas, y \mathbf{v}_P a las velocidades de los puntos de la pieza, se puede escribir la ecuación (18) como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{PP}^* & \mathbf{K}_{PH}^* \\ \mathbf{K}_{HP}^* & \mathbf{K}_{HH}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_P \\ \mathbf{v}_H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_P^* \\ \mathbf{f}_H^* \end{Bmatrix} \quad (19)$$

De la primera parte de esta ecuación se obtiene

$$\mathbf{K}_{PP}^* \mathbf{v}_P = \mathbf{f}_P^* - \mathbf{K}_{PH}^* \mathbf{v}_H \quad (20)$$

De esta forma se hallan una matriz de rigidez modificada \mathbf{K}_{PP}^* y un vector de fuerzas modificado que tienen en cuenta para cada elemento en el que hay fricción, la rigidez añadida del elemento ficticio. La matriz de rigidez y el vector de fuerzas obtenidos se ensamblan en la ecuación de equilibrio de la pieza, con lo que se tiene en cuenta el rozamiento con gran sencillez.

De acuerdo con la experiencia de los autores, el método del elemento ficticio se comporta de una manera adecuada para cualquier geometría. Tiene, respecto al método de las fuerzas tangenciales, la ventaja de no necesitar conocer la dirección de las velocidades para aplicar en sentido contrario las fuerzas de rozamiento.

EJEMPLOS

La formulación de flujo y el tratamiento del rozamiento descritos anteriormente, han sido implementados en un programa de computador, con el que se han resuelto una serie de ejemplos, dos de los cuales se presentan a continuación. El primero pretende comparar el método del elemento ficticio con el método de las fuerzas tangenciales para representar el rozamiento. En el segundo la comparación se hace con una pieza real.

Ejemplo 1

Se presenta a continuación la simulación de la compresión de un cilindro, publicada por Boyer y Chevet¹³. Se ha considerado un cilindro de 50 mm de diámetro y 50 mm de altura, del que se ha modelizado axisimétricamente la cuarta parte, con una malla de 18 elementos isoparamétricos de 8 nudos, tal y como se ve en la Figura 5.

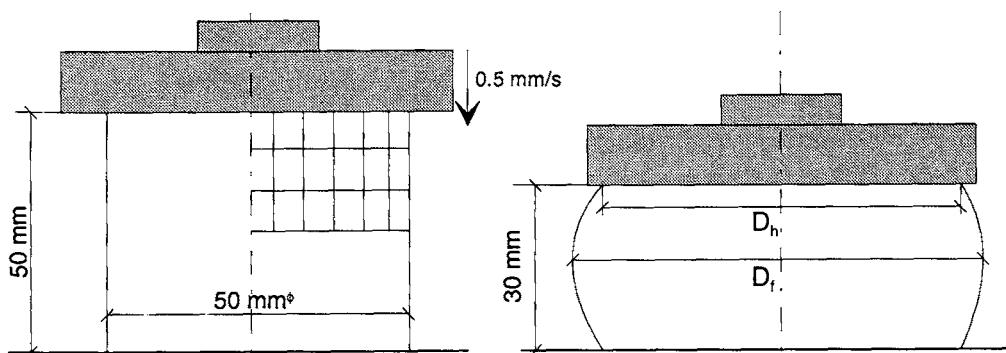


Figura 5. Compresión de un cilindro

La tercera operación de este proceso es la que resulta más crítica desde el punto de vista de su simulación. Corresponde a la obtención de la forma final de la pieza y a la realización del agujero central. Se ha dividido esta operación en 64 pasos de integración con una bajada de la herramienta de 65.5 mm, realizándose la operación en 0.1 s. La malla inicial consta de 724 elementos de 8 nudos que representan la forma de la pieza al final de la segunda operación.

Durante esta tercera operación se producen distorsiones excesivas de algunos elementos en dos ocasiones. En ambos casos se procede al remallado de la pieza, generándose una nueva discretización con elementos más regulares, empleándose 940 elementos finitos. La Figura 8 muestra dos pasos de esta tercera operación, uno al comienzo de la misma y otro cerca del final, con la pieza casi con su forma definitiva.

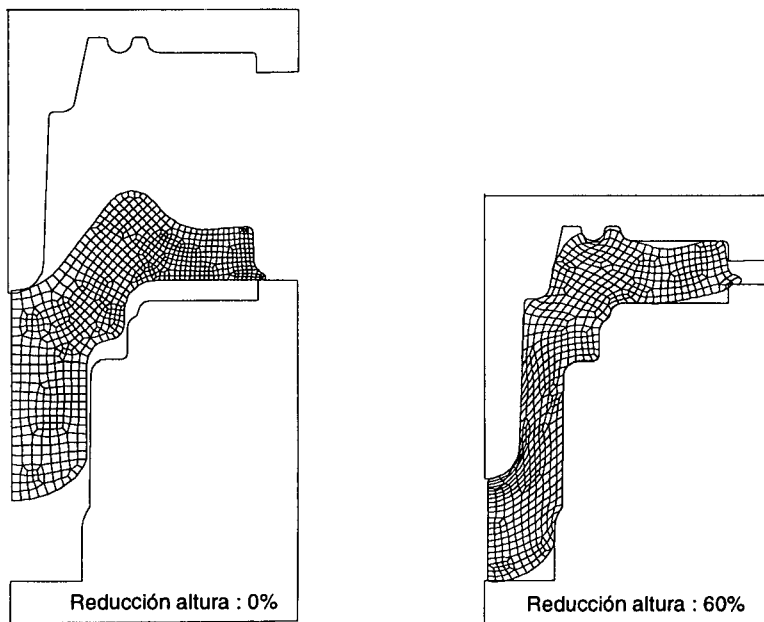


Figura 8. Forja de cubo de rueda, Tercera operación

Es de destacar que la geometría de la pieza obtenida como resultado de la simulación concuerda perfectamente con la pieza real. El tiempo total de CPU necesario para efectuar la simulación completa es de 5h30m en un computador HP 735.

CONCLUSIONES

El método SMM para la modelización del fenómeno de fricción parece adecuarse bien a los procesos de conformado de metales. La geometría final de las piezas obtenidas mediante simulación de su proceso de forja concuerda bien con la realidad. Asimismo, cabe destacar que el método no introduce inestabilidades numéricas en el cálculo y que se comporta bien para valores elevados del coeficiente de rozamiento.

REFERENCIAS

1. C.H. Lee y S. Kobayashi, "New Solutions to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method", *J. Eng. Ind.*, Vol. **95**, (1973).
2. O.C. Zienkiewicz y P.N. Godbole, "Flow of Plastic and Viscoplastic Solids with Special Reference to Extrusion and Forming Processes", *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol. **8**, pp. 3-16, (1974).
3. O.C. Zienkiewicz, E. Oñate y J.C. Heinrich, "A General Formulation for Coupled Thermal Flow of Metals Using Finite Elements", *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol. **17**, pp. 1497-1514, (1981).
4. S. Kobayashi, S.I. Oh y T. Altan, "*Metal Forming and the Finite-Element Method*", Oxford University Press, (1989).
5. J.L. Chenot, "*Three Dimensional Finite Element Modelling of the Forging Process*", in Computational Plasticity Conference, pp. 793-815, Barcelona, (1989).
6. D.R.J. Owen, "*The Design and Optimisation of Forging Systems by Numerical Simulation*", in Benchmark, Glasgow (U.K.), pp. 36-41, (1993).
7. E.N. Dvorkin y E.G. Petocz, "An Effective Technique for Modelling 2D Metal Forming Processes Using an Eulerian Formulation", *Engineering Computations*, Vol. **10**, pp. 323-336, (1993).
8. S.I. Oh, "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrary Shaped Dies", *Int. J. Mech.Scie.*, Vol. **24**, No. 8, pp. 479-493, (1982).
9. O.C. Zienkiewicz, "*Flow Formulation for Numerical Solution of Forming Processes*", in Pittman, J.F.T., Zienkiewicz. O.C., Wood, R.D., Alexander, J.M. (Eds.) Numerical Analysis of Forming Processes, John Wiley & Sons, (1984).
10. T. Altan, S.I. Oh y H. Gegel, "Metal Forming Fundamentals and Applications", American Society for Metals, Ohio, U.S.A., (1983).
11. C.R. Boer, N. Rebelo, H. Rydstad y G. Schroeder, "*Process Modelling of Metal Forming and Thermomechanical Treatment*", Springer-Verlag, (1986).
12. S. Kobayashi, "*Thermoviscoplastic Analysis of Metal Forming Problems by the Finite Element Method*", in Pittman, J.F.T., Zienkiewicz. O.C., Wood, R.D., Alexander, J.M. (Eds.) Numerical Analysis of Forming Processes, John Wiley & Sons, (1984).
13. J.C. Boyer y F. Chevet, "Calcul par éléments finis des écoulements en forgeage", *Mémoires et Etudes Scientifique*, Revue de Métallurgie, pp. 337-348, (1988).