

UNA NOTA SOBRE EL CONTRASTE DE RELACIONES DE COINTEGRACIÓN ENTRE ÍNDICES DE PRECIOS*

ANDREU SANSÓ ROSSELLÓ**

MANUEL ARTÍS ORTUÑO**

JORDI SURIÑACH CARALT**

El contraste de relaciones de equilibrio usando técnicas de cointegración, entre variables económicas en general y entre índices de precios en particular, ha recibido elevada atención en los últimos años. De entre estas últimas relaciones destacar el contraste de la hipótesis de la Paridad de Poder de Compra (PPP). Johnson (1991) desarrolla un contraste para tratar de explicar los rechazos que de dicha hipótesis se producían. El supuesto de qué parte es qué, aun cuando la hipótesis PPP se cumpla para los bienes individuales, cambios relativos de precios en los índices unido a diferentes ponderaciones, pueden provocar dichos rechazos. En artículo que se presenta se realiza una extensión y crítica del trabajo citado. Respecto a las extensiones, se amplía el análisis a índices de Laspeyres, a la desagregación del índice en subíndices de grupos de gasto y al análisis de convergencia en tasas de inflación. Respecto a las críticas, se muestran las diferentes interpretaciones del contraste propuesto, las limitaciones en cuanto a su aplicación y, en un intento de solucionar éstas, las pobres conclusiones que pueden extraerse de analizar los cambios relativos entre índices de grupo de gasto. De los desarrollos propuestos en la nota se desprende que el contraste de relaciones de equilibrio entre índices de precios ponderados presenta la dificultad de que un rechazo de dicha relación no puede interpretarse directamente como un rechazo de la hipótesis económica subyacente (PPP, convergencia en tasas de inflación, etc.).

Testing Cointegration Relationships between price indexes. A note.

Palabras clave: Índices de precios, Cointegración, PPP, Convergencia.

Clasificación AMS: 62P20, 62M10, 90A20

* Los autores desean agradecer los comentarios de un evaluador anónimo.

** Andreu Sansó Rosselló, Manuel Artís Ortuño i Jordi Suriñach Caralt. Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola. Universitat de Barcelona. Av. Diagonal, 690. 08034 Barcelona. E-mail: sanso@riscd2.eco.ub.es.

– Recibido en diciembre de 1996.

– Aceptado en septiembre de 1997.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años han aparecido abundantes trabajos que tratan de contrastar diversas hipótesis económicas utilizando técnicas del análisis de cointegración. Algunas de estas hipótesis establecen relaciones de equilibrio entre índices de precios agregados o transformaciones de éstos. De entre éstas destacan la hipótesis de Paridad del Poder de Compra (*Purchasing Power Parity*, PPP) o la hipótesis de convergencia entre tasas de inflación de diferentes áreas geográficas en el marco de un sistema de integración monetaria.

Respecto a la primera, ha aparecido evidencia tanto a favor como en contra de la misma y ha sido analizada tanto bilateral como multilateralmente. A ese respecto cabe citar, entre otros, los trabajos de Corbae y Ouliaris (1988), Layton y Stark (1990) que no hallan evidencia en favor de la hipótesis, y los de Enders (1988) y (1989), McNown y Wallace (1989), Kim (1990), Heri y Theurillat (1990) que sí la obtienen en algunos casos. Por lo que respecta a la hipótesis de convergencia en tasas de inflación, ejemplos de su contrastación son los trabajos de Artis y Nachane (1990) y Caporale y Pittis (1993) que estudian la convergencia en tasas de inflación entre diversos países miembros del Sistema Monetario Europeo y el trabajo de Sansó y Suriñach (1995) referente a la convergencia en tasas de inflación entre las Comunidades Autónomas.

Johnson (1991), con el objeto de proporcionar una explicación a los rechazos de la hipótesis de la PPP usando índices de precios agregados y el análisis de cointegración, desarrolla un contraste para tratar de explicar dichos rechazos. La idea de la que parte es de que dicha hipótesis puede rechazarse si hay cambios internos en los precios relativos de los índices y los países utilizan diferentes ponderaciones en la construcción de los índices de precios, aunque la hipótesis de PPP se cumpla para cada bien individualmente. En este trabajo se extiende el análisis iniciado por Johnson y se muestra la limitada capacidad del mismo para extraer conclusiones sobre si son los cambios internos en los índices los responsables del rechazo de la hipótesis de cointegración (o equivalentemente la hipótesis de PPP o de convergencia en tasas de inflación).

El trabajo se estructura como sigue: se expone el modelo desarrollado por Johnson para criticar los procedimientos habituales de contraste de la PPP utilizando índices agregados de precios. Posteriormente, se muestra el contraste sugerido por el autor para determinar si los cambios internos de precios relativos son los responsables del rechazo de dicha hipótesis. Una interpretación y crítica del contraste se expone en el apartado 3. Los dos siguientes apartados tratan de solucionar las críticas al contraste esbozadas anteriormente. Finalmente, en el apartado 6 se extiende el modelo al estudio de la convergencia en tasas de inflación. Termina el trabajo con una recopilación de las conclusiones.

2. EL MODELO DE JOHNSON

Supóngase que hay n bienes diferentes ($i = 1, \dots, n$). Sea p_{it} el logaritmo natural del precio doméstico del bien i -ésimo en el momento t , p_{it}^* el logaritmo natural del precio extranjero del bien i -ésimo y e_t el logaritmo natural del tipo de cambio (unidades monetarias domésticas por unidad monetaria extranjera). Supóngase que p_{it} , p_{it}^* y e_t son integrados de primer orden ($I(1)$). Si la hipótesis PPP se cumple para el bien i , entonces $\alpha = (1, -1, -1)'$ cointegra $x_{it} = (p_{it}, p_{it}^*, e_t)'$, es decir, $d_{it} = \alpha' x_{it} = p_{it} - p_{it}^* - e_t$ es estacionario ($I(0)$). Debe considerarse que ello no implica que todos los d_{it} ($i = 1, \dots, n$) sigan los mismos procesos. Si la PPP se cumple para todos los bienes $d_t = \alpha' x_t = p_t - p_t^* - e_t$ debería ser estacionario, donde p_t y p_t^* son los vectores de los logaritmos de los precios domésticos y extranjeros respectivamente.

Veamos como esta hipótesis no tiene porqué cumplirse cuando se utilizan índices de precios agregados. Sean los índices de precios:

$$(1) \quad p_t = \sum_{i=1}^n \delta_i p_{it}; \quad p_t^* = \sum_{i=1}^n \phi_i p_{it}^*$$

con $\sum \delta_i = 1$ y $\sum \phi_i = 1$, es decir, una media ponderada de los logaritmos de los precios de los n bienes.

Por otro lado, el logaritmo del precio doméstico del bien i -ésimo ($i = 2, \dots, n$) en relación al bien 1-ésimo, que se toma como numerario, es $\rho_{it} = p_{it} - p_{1t}$, y $\rho_{1t} = 0$. Si no hay cambios permanentes en los precios relativos de los bienes, entonces ρ_{it} será estacionario. El objetivo del modelo que se mostrará es llegar a determinar si los cambios permanentes en los precios relativos (junto con las diferencias de ponderación), δ_i y ϕ_i , son los responsables del rechazo de la hipótesis de PPP.

Si ρ_{it} no es estacionario para algún i ($i = 2, \dots, n$), es decir, hay cambios permanentes en los precios relativos domésticos, y $\delta_i \neq \phi_i$, entonces α no cointegra $x_t = (p_t, p_t^*, e_t)'$. Ello se comprueba a partir de escribir d_t como:

$$(2) \quad d_t = \sum_{i=2}^n (\delta_i - \phi_i) \rho_{it} + \sum_{i=1}^n \phi_i d_{it}$$

Si se cumple la PPP para cada bien, el segundo sumatorio de la derecha de (2) es estacionario.

Además, se comprueba que d_t depende de los cambios relativos en los precios domésticos y de las ponderaciones de los diferentes bienes en cada país (δ_i y ϕ_i). Así, si ρ_{it} está integrado para algún i ($i = 2, \dots, n$) y $\delta_i \neq \phi_i$, entonces d_t será no estacionario, por lo que se rechazaría la hipótesis de PPP. De esta forma, los contrastes de la hipótesis de PPP pueden tender a rechazarla a pesar de cumplirse para cada bien individualmente.

Más adelante, en el apartado 4, se discute la aplicabilidad de este modelo a índices de precios tipo Laspeyres, como son, por ejemplo, los IPC nacionales y los regionales. Por otro lado, Johnson también construye un contraste para comprobar si el efecto de los cambios relativos de precios son los responsables del rechazo de la hipótesis de PPP. Éste se expone a continuación.

3. CONTRASTE PARA COMPROBAR SI EL EFECTO DE LOS CAMBIOS RELATIVOS DE PRECIOS ES EL RESPONSABLE DEL RECHAZO DE LA HIPÓTESIS DE PPP

Supóngase que d_t es integrado de primer orden, por lo que se habrá rechazado la PPP, pero que esta hipótesis se cumple para los bienes individuales y, por tanto, el último sumatorio de la derecha de la expresión (2) es estacionario. Así, los cambios en los precios relativos, ρ_{it} , junto con las diferencias en las ponderaciones son los responsables de la no estacionariedad de d_t . El contraste que propone Johnson para comprobar si los cambios de precios relativos no son los responsables del rechazo de la PPP cuando se usan índices de precios agregados, consiste en contrastar la hipótesis de que d_t y los ρ_{it} integrados no están cointegrados. Las etapas y la explicación del contraste se muestran a continuación:

- 1) Una vez contrastada la integración de primer orden de d_t , se contrasta la de los ρ_{it} ($i = 2, \dots, n$). Ello puede realizarse a partir de cualquier contraste de raíces unitarias. Johnson utiliza el contraste de Phillips y Perron (1988). Comprobada la integración de orden 1 de los mismos, al mostrar éstos cambios permanentes, existe la posibilidad que sean los responsables del rechazo de la PPP.
- 2) Comprobar que los ρ_{it} no estacionarios no están cointegrados entre ellos. De forma similar a la primera etapa, ello puede llevarse a cabo mediante cualquiera de los contrastes de cointegración propuestos. Johnson utiliza el contraste de la traza multivariante de Phillips y Ouliaris (1990). El contraste de esta hipótesis es necesario, ya que no es suficiente que los ρ_{it} sean integrados para que d_t lo sea. En otras palabras, se podría dar el caso de que los ρ_{it} estuvieran cointegrados entre ellos y que el primer sumatorio de la derecha de (2) fuera estacionario, pero que d_t no lo fuese al incumplirse la PPP para algún bien (segundo sumatorio de (2) no estacionario). Así, esta etapa elimina esta posibilidad.
- 3) Contrastar que d_t no está cointegrado con los ρ_{it} integrados. La aceptación de la hipótesis de no cointegración significa que los cambios de los precios relativos y las diferentes ponderaciones NO son los responsables de la no estacionariedad de d_t . Es decir, que la fuente de no estacionariedad de d_t proviene, además de la de los ρ_{it} , de d_{it} , incumpléndose la PPP para algún bien. En otras palabras, los ρ_{it}

no bastan para explicar la no estacionariedad de d_t . Johnson utiliza en esta etapa el contraste de no cointegración sobre los residuos de la regresión estática:

$$d_t = \text{cts} + \sum_{i=2}^n \theta_i \rho_{it} + u_t$$

Al esquema del contraste desarrollado por Johnson cabría añadir las matizaciones respecto a las diferentes implicaciones que tiene el rechazo de la hipótesis de no cointegración en la tercera etapa. Así, a pesar de que en la última etapa se rechace la hipótesis de no cointegración, la no estacionariedad de d_t puede ser debida tanto al efecto de los cambios relativos de precios y de las diferencias de ponderaciones como al incumplimiento del supuesto de estacionariedad de los d_{it} . Ello puede verse claramente si se considera que el vector cointegrante, $\theta = (\theta_2, \dots, \theta_n)'$ puede ser diferente al vector de diferencias de ponderaciones $(\delta_2 - \phi_2, \dots, \delta_n - \phi_n)$. Es decir, el no rechazo de una relación de cointegración entre d_t y ρ_{it} puede significar:

- a) Se cumple la hipótesis de PPP para todos los bienes, y la no estacionariedad de d_t se debe sólo al efecto de las ponderaciones y de los cambios relativos de precios. Este caso se da cuando $\theta_i = \delta_i - \phi_i$ ($i = 2, \dots, n$) al comprobarse que:

$$d_t - \sum_{i=2}^n (\delta_i - \phi_i) \rho_{it} = \sum_{i=1}^n \phi_i d_{it} \sim I(0)$$

de esta manera, la no estacionariedad individual de d_t viene explicada completamente por el efecto de los cambios relativos y de las diferencias de ponderación. Esta hipótesis es sencilla de contrastar cuando se conocen dichas diferencias de ponderación entre ambos índices.

- b) La fuente de no estacionariedad univariante de d_t puede ser debida, además de al efecto de los ρ_{it} , al incumplimiento de la PPP para algún bien (algún d_{it} no estacionario). Este caso se da cuando $\theta_i \neq \delta_i - \phi_i$ para algún i :

$$d_t - \sum_{i=2}^n \theta_i \rho_{it} \neq d_t - \sum_{i=2}^n (\delta_i - \phi_i) \rho_{it} = \sum_{i=1}^n \phi_i d_{it} \sim I(1)$$

A la vista de lo anteriormente señalado, en caso de rechazarse la hipótesis de no cointegración en la tercera etapa, debería comprobarse si el vector de diferencias de ponderaciones pertenece al espacio de cointegración con el fin de interpretar correctamente los resultados.

Al anterior contraste pueden dirigirse las siguientes críticas:

- 1) En general el número de bienes que comprenden los índices de precios agregados es muy elevado. Ello provoca que no se puedan realizar los contrastes de cointegración de las etapas 2 y 3 debido al agotamiento de los grados de libertad, o bien a la no disposición de valores críticos para los contrastes de cointegración, dado el elevado número de variables que aparecen en la regresión de cointegración y a que estos valores críticos dependen de cuantas variables se incluyen en el contraste. Johnson obvia este problema al usar los 9 grupos de gasto con que se divide el índice de precios agregado de Estados Unidos que él utiliza, en lugar de emplear directamente los precios de los bienes individuales. En este caso, la expresión (2) no es directamente utilizable, ya que para los índices de grupos sólo consideraría cambios relativos entre índices, sin tener en cuenta los cambios relativos entre precios. El desarrollo de una expresión similar a (2) cuando se consideran índices de precios de grupos de gasto se trata en el apartado 5.
- 2) La expresión (1) no es directamente aplicable a los índices de Laspeyres. Muchos de los índices de precios usados habitualmente, como por ejemplo el IPC español, suelen ser de Laspeyres. No obstante, la expresión (2) es aplicable a una transformación de los IPC. A ello se dedica el siguiente apartado.

4. DESARROLLO DEL MODELO PARA UN ÍNDICE DE LASPEYRES

La expresión general de un índice de Laspeyres es:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n q_{io} p_{it}}{\sum_{i=1}^n q_{io} p_{io}}$$

donde el primer subíndice hace referencia al bien y el segundo al momento temporal y q_{io} es la cantidad del bien i -ésimo consumida en el período base. De esta forma el logaritmo natural del índice $[\ln(\sum q_{io} p_{it}) - \ln(\sum q_{io} p_{io})]$ no coincide con la expresión (1). Por otro lado, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \Delta_{12} \ln I_t &= \ln(\sum q_{io} p_{it}) - \ln(\sum q_{io} p_{it-12}) = \ln \frac{\sum q_{io} p_{it-12} (1 + \dot{p}_{it})}{\sum q_{io} p_{it-12}} = \\ &= \ln \left(1 + \sum \frac{q_{io} p_{it-12}}{\sum q_{io} p_{it-12}} \dot{p}_{it} \right) \end{aligned}$$

donde $p_{it} = p_{it-12} (1 + \dot{p}_{it})$ y \dot{p}_{it} es la tasa de crecimiento interanual del precio del bien i -ésimo.

Mediante la aproximación $\ln(1+x) \simeq x$ para valores pequeños de x , se obtiene:

$$(3) \quad \Delta_{12} \ln I_t \simeq \frac{\sum q_{io} p_{it-12}}{\sum q_{io} p_{it-12}} \dot{p}_{it} = \sum \delta_{it} \dot{p}_{it}$$

que cumple $\sum \delta_{it} = 1$, con $\delta_{it} = q_{io} p_{it-12} / (\sum q_{io} p_{it-12})$, aunque el sistema de ponderaciones es dinámico. De esta forma, el modelo desarrollado por Johnson podría ser aplicado a esta última expresión, aunque las conclusiones serán ligeramente distintas.

Por otro lado, esta formulación puede ser útil ya que existe evidencia de que los (logaritmos de I) IPC requieren tanto una diferenciación estacional, $(1-L^{12})$, como una regular, $(1-L)$, para conseguir su estacionariedad¹. Por tanto, $(1-L^{12}) \ln$ IPC sería integrado de primer orden. De ese modo, esta transformación de los IPC cumple los dos supuestos en que se basa el modelo desarrollado por Johnson: la integración de primer orden de los índices y la suma unitaria de las ponderaciones. Asimismo, cabe señalar que con la expresión desarrollada no se contrastará la tendencia a la igualación de precios entre diferentes áreas geográficas, sino la tendencia a la igualación de las tasas interanuales de crecimiento.

5. DESARROLLO DEL MODELO CUANDO SE CONSIDERAN DIFERENTES ÍNDICES DE GRUPOS DE GASTO EN LUGAR DE PRECIOS INDIVIDUALES

En este apartado se generaliza el modelo de Johnson para considerar los cambios relativos entre índices de grupos de gasto en lugar de entre precios individuales. Supóngase que hay k grupos de gasto, cada uno con un índice de precios agregado, p_t^j ($j = 1, \dots, k$), de forma que:

$$p_t^j = \sum_{i=1}^{n_j} \delta_i^j p_{it}^j; \quad p_t^{j*} = \sum_{i=1}^{n_j} \phi_i^j p_{it}^{j*}$$

$$\sum_{j=1}^k n_j = n; \quad \sum_{i=1}^{n_j} \delta_i^j = \sum_{i=1}^{n_j} \phi_i^j = 1 \quad j = 1, \dots, k$$

donde p_{it}^j ($i = 1, \dots, n_j$) son los logaritmos de los precios domésticos de los bienes agrupados en la categoría de gasto j , y δ_i^j son sus respectivas ponderaciones dentro

¹Por ejemplo, a nivel español, Matea (1992) obtiene que algunas componentes del IPC son SI(2,1) (el de servicios y el de bienes no elaborados) por lo que el índice agregado también lo será; Vega (1991) también halla evidencia que el IPC, así como diferentes deflatores, son $I(2)$ por lo que la tasa de inflación sería $I(1)$. A nivel regional Sansó y Suriñach (1995) muestran la integración de primer orden de la tasa de inflación interanual de todas las Comunidades Autónomas.

del grupo j . Para el índice agregado se tendrá:

$$p_t = \sum_{j=1}^k \delta_j p_t^j; \quad p_t^* = \sum_{j=1}^k \phi_j p_t^{j*}$$

$$\sum_{j=1}^k \delta_j = \sum_{j=1}^k \phi_j = 1$$

Definiendo los cambios relativos entre grupos de gasto como $\rho_{jt} = p_t^j - p_t^1$ se puede derivar una expresión para d_t similar a (2):

$$(4) \quad \begin{aligned} d_t &= p_t - p_t^* - e_t \\ &= \sum_{j=1}^k \delta_j p_t^j - \sum_{j=1}^k \phi_j p_t^{j*} - e_t = \dots = \\ &= \sum_{j=2}^k (\delta_j - \phi_j) \rho_{jt} + \sum_{j=1}^k \phi_j d_{jt} \end{aligned}$$

donde $d_{jt} = p_t^j - p_t^{j*} - e_t$. Desarrollando ahora una expresión para d_{jt} similar a (2) se llega a:

$$d_{jt} = \sum_{i=2}^{n_j} (\delta_i^j - \phi_i^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_i^j d_{it}^j$$

$$\rho_{it}^j = p_{it}^j - p_{1t}^j; \quad d_{it}^j = p_{it}^j - p_{it}^{j*} - e_t$$

por lo que (4) quedaría como:

$$(5) \quad d_t = \sum_{j=2}^k (\delta_j - \phi_j) \rho_{jt} + \sum_{j=1}^k \phi_j \left(\sum_{i=2}^{n_j} (\delta_i^j - \phi_i^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_i^j d_{it}^j \right)$$

De esta forma, aunque se cumpla la PPP para cada precio individual, es decir, que todos los d_{it}^j sean estacionarios, la no estacionariedad de d_t puede ser debida a dos tipos de factores:

- 1) Al efecto de los cambios relativos entre los índices de grupos de gasto combinado con las diferencias de ponderaciones entre índices de grupos de gasto. Es decir, al primer sumatorio de la derecha de (5);
- 2) Al efecto de los cambios relativos entre precios dentro de cada grupo de gasto, junto con las diferencias de ponderación entre índices de distintas áreas geográficas. Es decir, al segundo término de la derecha de la expresión (5).

De ese modo, la conclusión de Johnson de que, al no hallar cointegración entre d_t y los ρ_{it} , los cambios relativos de precios no parecen los responsables del rechazo de la hipótesis de PPP dos a dos entre Estados Unidos y Canadá, Francia, Italia, Japón, Reino Unido y República Federal Alemana, ha de ser matizada, ya que no ha considerado los cambios en los precios relativos dentro de cada grupo de gasto.

A la vista de los efectos antes comentados sobre la aplicación del contraste de Johnson cuando se usan índices de grupos de gasto, se pueden obtener sólo las siguientes conclusiones:

- a) En caso de no rechazo de la hipótesis de no cointegración en la tercera etapa del contraste, no se pueden obtener conclusiones por lo que respecta a si son los cambios en los precios relativos los causantes de la no estacionariedad de d_t . Lo que sí puede concluirse es que la no estacionariedad no sólo puede deberse al efecto de los cambios relativos entre índices de grupos de gasto y a las distintas ponderaciones de éstos;
- b) Si se rechaza la hipótesis de no cointegración en la tercera etapa, con un vector de cointegración $\theta = (\theta_2, \dots, \theta_k)'$, puede suceder:

b1) $\theta_i = \delta_i - \phi_i$ ($i = 2, \dots, k$) por lo que:

$$(6) \quad d_t - \sum_{j=2}^k (\delta_j - \phi_j) \rho_{jt} = \sum_{j=1}^k \phi_j \left(\sum_{i=2}^{n_j} (\delta_i^j - \phi_i^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_i^j d_{it}^j \right) \sim I(0)$$

así, adicionalmente, pueden darse dos casos:

b1a) que todos los términos de la derecha de la expresión (6) sean estacionarios, lo cual implica que la PPP se cumple para cada bien individualmente;

b1b) que algunos términos sean no estacionarios pero que haya cointegración entre los mismos. De esta manera, la PPP individual para el precio de cada bien puede incumplirse;

b2) $\theta_i \neq \delta_i - \phi_i$ para algún i . Así:

$$(7) \quad \begin{aligned} d_t - \sum_{j=2}^k \theta_j \rho_{jt} &\neq d_t - \sum_{j=2}^k (\delta_j - \phi_j) \rho_{jt} = \\ &= \sum_{j=1}^k \phi_j \left(\sum_{i=2}^{n_j} (\delta_i^j - \phi_i^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_i^j d_{it}^j \right) \sim I(1) \end{aligned}$$

y la no estacionariedad de d_t puede deberse, además de al efecto de los ρ_{jt} , al de los ρ_{it}^j o al incumplimiento de la PPP para algún bien (algún d_{it}^j no estacionario).

6. EXTENSIÓN DEL MODELO AL ANÁLISIS DE LA CONVERGENCIA ENTRE TASAS DE INFLACIÓN

A partir de las anteriores consideraciones, el modelo desarrollado inicialmente por Johnson puede ser extendido al análisis de la convergencia entre tasas de inflación, medidas éstas a partir de los IPC (índices de Laspeyres). Así, debe extenderse el modelo a fin de considerar los siguientes factores:

- 1) lo apuntado sobre la aplicabilidad del modelo en índices de Laspeyres (apartado 4);
- 2) la utilización de índices de grupos de gasto en lugar de precios individuales (apartado 5);

La hipótesis de convergencia en tasas de inflación de dos economías, una vez considerado el efecto de las variaciones del tipo de cambio, implica que ambas han de tender a la igualdad. En otras palabras, se ha de cumplir que $\pi_t = \pi_t^* + g_t$, donde π_t y π_t^* son las tasas de inflación doméstica y extranjera respectivamente, y g_t es la tasa de variación del tipo de cambio. Si las tasas de inflación doméstica y extranjera están integradas, para que se cumpla la PPP relativa cabe que estén cointegradas con g_t con vector cointegrante $(1, -1, -1)'$ y perturbaciones con media nula. De esta forma, la hipótesis de PPP relativa en un entorno de unión monetaria o de tipos de cambio fijos ($g_t = 0$ para todo t) es equivalente a la hipótesis de convergencia estocástica en tasas de inflación².

El modelo que se desarrollará permitirá determinar si el rechazo de la hipótesis de convergencia es debido a los efectos de cambios relativos entre índices de grupos de gasto o bien a otros factores. Un índice de precios de Laspeyres, I_t , puede descomponerse a fin de considerar k índices de precios de grupos de gasto, I_t^j ($j = 1, \dots, k$):

$$I_t = \sum_{j=1}^k \alpha_j I_t^j$$

donde:

$$I_t^j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} q_{io}^j P_{it}^j}{\sum_{i=1}^{n_j} q_{io}^j P_{io}^j} \quad \text{y} \quad \alpha_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} q_{io}^j P_{io}^j}{\sum_{i=1}^n q_{io} P_{io}}$$

²Para una introducción al concepto de convergencia estocástica se puede consultar Bernard y Durlauf (1991 y 1994).

Derivando una expresión similar a (3), la tasa interanual de crecimiento del índice de precios agregado de un país o región, π_t , aproximada por la diferencia estacional del logaritmo natural del índice, puede escribirse como:

$$\pi_t \simeq \sum_{j=1}^k \delta_{jt} \pi_t^j$$

donde $\delta_{it} = \left(\alpha_j I_{t-12}^j \right) / \left(\sum_{j=1}^k \alpha_j I_{t-12}^j \right)$ y π_t^j es la tasa de crecimiento interanual del índice de precios del grupo de gasto j -ésimo. Asimismo, desarrollando una expresión similar para π_t^j se obtiene:

$$\pi_t^j \simeq \sum_{i=1}^{n_j} \delta_{it}^j \dot{p}_{it}^j$$

donde $\delta_{it}^j = \left(q_{io}^j p_{it-12}^j \right) / \left(\sum_{i=1}^{n_j} q_{io}^j p_{it-12}^j \right)$.

Considerando ahora la hipótesis de convergencia entre tasas de inflación, tenemos que d_t tendría que ser estacionario, definido éste como $d_t = \pi_t - \pi_t^*$. Desarrollando esta expresión de forma similar a (4):

$$(8) \quad d_t = \sum_{j=1}^k \delta_{jt} \pi_t^j - \sum_{j=1}^k \phi_{jt} \pi_t^{j*} = \dots = \sum_{j=2}^k (\delta_{jt} - \phi_{jt}) \rho_{jt} + \sum_{j=1}^k \phi_{jt} d_{jt}$$

donde $\rho_{jt} = \pi_t^j - \pi_t^{j*}$ y $d_{jt} = \pi_t^j - \pi_t^{j*}$. Desarrollando ahora la expresión para d_{jt} :

$$(9) \quad d_{jt} = \sum_{i=1}^{n_j} \delta_{it}^j \dot{p}_{it}^j - \sum_{i=1}^{n_j} \phi_{it}^j \dot{p}_{it}^{j*} = \dots = \sum_{i=2}^{n_j} (\delta_{it}^j - \phi_{it}^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_{it}^j d_{it}^j$$

donde $\rho_{it}^j = \dot{p}_{it}^j - \dot{p}_{it}^{j*}$ y $d_{it}^j = \dot{p}_{it}^j - \dot{p}_{it}^{j*}$. Substituyendo (9) en (8):

$$(10) \quad d_t = \sum_{j=2}^k (\delta_{jt} - \phi_{jt}) \rho_{jt} + \sum_{j=1}^k \phi_{jt} \left(\sum_{i=2}^{n_j} (\delta_{it}^j - \phi_{it}^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_{it}^j d_{it}^j \right)$$

De esta forma, a pesar de que se cumpla la convergencia en tasas de crecimiento interanual de los precios individuales, es decir, que todos los d_{it}^j sean estacionarios, la no estacionariedad de d_t puede deberse a dos tipos de factores:

- 1) al efecto de los cambios relativos entre las tasas de variación interanual de los índices de grupos de gasto combinado con las diferencias de ponderaciones entre índices de grupos de gasto. Es decir, al primer sumatorio de la derecha de (10);

- 2) al efecto de los cambios relativos entre la evolución de los precios dentro de cada grupo de gasto, junto con las diferencias de ponderación entre índices de distintas áreas geográficas. Es decir, al segundo término de la derecha de la expresión (10).

Con el fin de determinar si son los cambios relativos entre las tasas de variación interanual de los índices de grupos de gasto (combinado con las diferencias de ponderaciones entre índices de grupos de gasto) los responsables del rechazo de la hipótesis de convergencia (d_t no estacionario) se puede utilizar la misma estrategia de contraste que la sugerida por Johnson:

- 1º) contrastar la integración de los $\rho_{jt} (i = 2, \dots, k)$;
- 2º) comprobar que los ρ_{jt} no estacionarios no están cointegrados entre ellos;
- 3º) contrastar que d_t no está cointegrado con los $\rho_{jt} (i = 2, \dots, k)$ no estacionarios. El aceptar la hipótesis de no cointegración significa que los cambios de los índices de precios relativos y las diferentes ponderaciones NO son los responsables de la no estacionariedad de d_t . Es decir, que la fuente de no estacionariedad de d_t proviene, además de la de los ρ_{jt} , de la no estacionariedad del segundo término de la derecha de (10), o sea, los d_{it} y los ρ_{it}^j .

Así, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- a) en caso de no rechazar la hipótesis de no cointegración en la tercera etapa del contraste, no se pueden obtener conclusiones por lo que respecta a si son los cambios de los precios relativos la causa de la no estacionariedad de d_t . Lo que sí puede concluirse es que la no estacionariedad no sólo se debe al efecto de los cambios relativos entre tasas de crecimiento de los índices de gasto y a las diferentes ponderaciones de éstos. Un análisis más profundo requerirá analizar si son los cambios relativos de precios dentro de cada índice de grupo de gasto los responsables de la no estacionariedad de d_t , es decir, el término entre corchetes de la derecha de (10) que incluye los ρ_{it}^j .
- b) si se rechaza la hipótesis de no cointegración en la tercera etapa, con un vector de cointegración $\theta = (\theta_2, \dots, \theta_k)'$, puede ocurrir que:

b1) $\theta_i = \delta_{it} - \phi_{it} (i = 2, \dots, k)$ por lo que:

$$(11) \quad d_t - \sum_{j=2}^k (\delta_{jt} - \phi_{jt}) \rho_{jt} = \sum_{j=1}^k \phi_{jt} \left(\sum_{i=2}^{n_j} (\delta_{it}^j - \phi_{it}^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_{it}^j d_{it}^j \right) \sim I(0)$$

así, se pueden dar adicionalmente dos casos:

b1a) que todos los términos de la derecha de la expresión (11) sean estacionarios, lo cual implica que la convergencia se cumple para la tasa de crecimiento de cada precio individualmente;

b1b) que algunos términos sean no estacionarios pero que haya cointegración entre los mismos. De esta forma, la convergencia individual para la tasa de variación del precio de cada bien puede no cumplirse;

b2) $\theta_i \neq \delta_{it} - \phi_{it}$ para algún i . Así:

(12)

$$d_t - \sum_{j=2}^k \theta_j \rho_{jt} \neq d_t - \sum_{j=2}^k (\delta_{jt} - \phi_{jt}) \rho_{jt} = \sum_{j=1}^k \phi_{jt} \left(\sum_{i=2}^{n_j} (\delta_{it}^j - \phi_{it}^j) \rho_{it}^j + \sum_{i=1}^{n_j} \phi_{it}^j d_{it}^j \right) \sim I(1)$$

y la no estacionariedad de d_t puede ser debida, además de por el efecto de los ρ_{jt} , al efecto de los ρ_{it}^j o al incumplimiento de la convergencia para la tasa de algún bien (algún d_{it}^j no estacionario).

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado una extensión del de Johnson (1991) para tratar de explicar los rechazos de la hipótesis de la paridad del poder de compra utilizando índices agregados de precios. Dicho autor introduce la hipótesis de que los rechazos son causados por los cambios relativos entre precios dentro de cada índice, combinado con la utilización de diferentes ponderaciones. Para comprobar dicha hipótesis el autor diseña un contraste, del cual se han mostrado las limitaciones.

Las aportaciones realizadas en este trabajo son, en primer lugar, una interpretación de los resultados del contraste propuesto por el mencionado autor; en segundo lugar, una extensión para índices de Laspeyres; en tercer lugar, la utilización de los índices de grupos de gasto en que se dividen los índices de precios, en lugar de utilizar directamente los cambios relativos entre precios; finalmente, una extensión para intentar explicar los rechazos de la hipótesis de convergencia en tasas de inflación entre diferentes ámbitos geográficos.

De todos los desarrollos propuestos se desprende que el contraste de relaciones de equilibrio entre números índice de precios ponderados presenta la dificultad de que un rechazo de dicha relación de equilibrio no puede interpretarse directamente como un rechazo de la hipótesis económica subyacente (paridad de poder de compra, convergencia en tasas de inflación,...). Dicho rechazo puede ser causado por la combinación de cambios internos entre los precios que constituyen los índices, unido a

las diferencias de ponderación. El intento de comprobar dichos efectos es igualmente dificultosa debido al elevado número de precios que componen los índices de precios. El intento de solucionar este problema utilizando los índices de grupo de gasto en que se pueden dividir los números índice en general no resuelve dicho problema. Ello es debido a las limitadas conclusiones que se pueden extraer.

REFERENCIAS

- [1] **Artis, M.J.** y **Nachane, D.** (1990). «Wages and prices in Europe: A test of the German leadership thesis». *Weltwirtschaftliches Archiv*, **126**, 59-76.
- [2] **Bernard, A.B.** y **Durlauf, S.N.** (1991). «Convergence of international output movements». *NBER Working Papers series*, **3717**.
- [3] **Bernard, A.B.** y **Durlauf, S.N.** (1994). «Interpreting test of the convergence hypothesis». *NBER Technical Working Papers*, **159**.
- [4] **Caporale G.M.** y **Pittis, N.** (1993). «Common stochastic trends and inflation convergence in the EMS». *Weltwirtschaftliches Archiv*, **129**, 207-15.
- [5] **Corbae, D.** y **Ouliaris, S.** (1988). «Cointegration and tests for Purchasing Power Parity». *Review of Economics and Statistics*, **70**, 508-511.
- [6] **Enders, W.** (1988). «ARIMA and cointegration tests of PPP under fixed and flexible exchange rate regimes». *Review of Economics and Statistics*, **70**, 504-508.
- [7] **Enders, W.** (1989). «Unit roots and the real exchange rate before World War I: The case of Britain and the USA». *Journal of International Money and Finance*, **8**, 59-73.
- [8] **Heri, E.W.** y **Theurillat, M.J.** (1990). «Purchasing Power Parity for de DM: a cointegration exercise». *Kredit und Kapital*, **3, 23**, 333-350.
- [9] **Jonhson, P.A.** (1991). «Aggregate price indexes, cointegration, and tests of the purchasing power parity hypothesis». *Economics Letters*, **36**, 305-309.
- [10] **Kim, Y.** (1990). «PPP in the long run: A cointegration approach». *Journal of Money, Credit and Banking*, **22, 4**.
- [11] **Layton, A.P.** y **Stark, J.P.** (1990). «Co-integration as an empirical tests of Purchasing Power Parity». *Journal of Macroeconomics*, **12**, 125-136.
- [12] **Matea, M^a de los Llanos** (1992). «Contrastes de raíces unitarias para series mensuales. Una aplicación al IPC». *Servicio de Estudios, Banco de España. Documento de Trabajo*, **9214**.

- [13] **McNown, R.** y **Wallace, M.S.** (1989). «National price levels, Purchasing Power Parity, and cointegration: A tests of four high inflation economies». *Journal of International Money and Finance*, **8**, 533-545.
- [14] **Phillips, P.C.B.** y **Ouliaris, S.** (1990). «Asymptotic properties of residual based tests for cointegration». *Econometrica*, **58**, 165-193.
- [15] **Phillips, P.C.B.** y **Perron, P.** (1988). «Testing for a unit root in time series regression». *Biometrika*, **75**, 335-346.
- [16] **Sansó, A.** y **Suriñach, J.** (1995). «Convergencia a largo plazo entre las tasas de inflación de las Comunidades Autónomas». *Documento de Trabajo*, **95R08**. Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola. Universitat de Barcelona.
- [17] **Vega, J.L.** (1991). «Tests de raíces unitarias: aplicación a series de la economía española y al análisis de la velocidad de circulación del dinero (1964-1990)». *Servicio de Estudios, Banco de España. Documento de trabajo*, **9117**.

ENGLISH SUMMARY

TESTING COINTEGRATION RELATIONSHIPS BETWEEN PRICE INDEXES. A NOTE

ANDREU SANSÓ ROSSELLÓ*

MANUEL ARTÍS ORTUÑO*

JORDI SURIÑACH CARALT*

A great deal of works aiming to test different economic hypothesis by means of cointegration analysis has been carried out. Some of these hypothesis establish equilibrium relationships between aggregate price indexes or their transformations (PPP, convergence among inflation rates). Johnson (1991) designs a test in order to try to explain the rejections of the PPP hypothesis using aggregate price indexes and cointegration analysis: the hypothesis can be rejected if there are relative price changes in the indexes and if the countries make use of different weights in constructing the price indexes, although the hypothesis is held for each individual good. Our work includes the enlargement of the analysis introduced by Johnson (consideration of Laspeyres indexes, using indexes of broad components and analysis of convergence among inflation rates). It also shows its limited capacity to draw conclusions about whether the internal changes are responsible for the rejection of the cointegration hypothesis (the PPP hypothesis or the convergence in inflation rates).

AMS Classification: 62P20, 62M10, 90A20

Keywords: Price Indexes, Cointegration, PPP, Convergence.

* Andreu Sansó Rosselló, Manuel Artís Ortuño i Jordi Suriñach Caralt. Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola. Universitat de Barcelona. Av. Diagonal, 690. 08034 Barcelona.
E-mail: sanso@riscd2.eco.ub.es.

–Received December 1996.

–Accepted September 1997.

A great deal of works aiming to test different economic hypothesis by means of cointegration analysis has already been carried out. Some of these hypothesis establish equilibrium relationships between aggregate price indexes or their transformations (for instance, the Purchasing Power Parity or the convergence among inflation rates). Johnson (1991) designs a test in order to explain the rejections of the PPP hypothesis using aggregate price indexes and cointegration analysis: he concludes that the hypothesis can be rejected if there are relative price changes in the indexes and if the countries make use of different weights in constructing the price indexes, although the hypothesis is held for each individual good.

In order to illustrate this assertion, we assume that there are n different goods ($i = 1, \dots, n$), let p_{it} be the natural logarithm of the domestic price of the good i , let p_{it}^* be the natural logarithm of the foreign price of the good i and e_t the natural logarithm of the exchange rate (domestic currency units per unit of foreign currency). We also assume that p_{it} , p_{it}^* and e_t are first order integrated ($I(1)$). If the PPP hypothesis holds for good i , then $d_{it} = p_{it} - p_{it}^* - e_t$ is stationary. On another hand, when we use aggregate price indexes this can be written as:

$$d_t \equiv p_t - p_t^* - e_t = \sum_{i=2}^n (\delta_i - \phi_i) \rho_{it} + \sum_{i=1}^n \phi_i d_{it}$$

where $p_t = \sum \delta_i p_{it}$, $p_t^* = \sum \phi_i p_{it}^*$, $\sum \delta_i = 1$, $\sum \phi_i = 1$, $\rho_{it} = p_{it} - p_{1t}$ and $\rho_{1t} = 0$. If the PPP hypothesis holds for each good, the second term of the right-hand side will be stationary. Besides, it is shown that d_t depends on the relative changes in the domestic prices (ρ_{it}) and on the weight of the different goods in each country (δ_i and ϕ_i). So, if ρ_{it} it is integrated for some i ($i = 2, \dots, n$) and $\delta_i \neq \phi_i$, d_t will be non stationary and the (aggregate) PPP hypothesis will then be rejected. In this manner, the tests of the PPP hypothesis is likely to reject it although it holds for each individual good.

Our work can be considered as an enlargement of Johnson's work. Our contributions are the following: firstly, an interpretation of Johnson's test results and the limitations of this test are shown; secondly, an enlargement for Laspeyres price indexes is presented; thirdly, we use broad component indexes instead of the price relative changes and, finally, our generalization explains the convergence hypothesis rejections in inflation rates of different geographical areas.

It is then concluded, from all the suggested developments, that the rejection of the equilibrium relationship (that is, the cointegration hypothesis) among (some transformations of) indexes of weighted prices cannot be considered as a rejection of the underlying economic hypothesis (Purchasing Power Parity, convergence in inflation rates...). This rejection can be caused by the combination of both the internal changes among the price indexes and the weight differences. The attempt to verify those effects is difficult too due to the high number of individual prices forming the price indexes. The attempt to solve this problem by using the indexes of broad components is not a solution to it. This is mainly due to the limited conclusions that can be drawn.