

Modelación numérica con validación experimental aplicada al estudio del comportamiento de conectores tipo perno de estructuras compuestas de hormigón y acero

Numerical modelling with experimental validation applied to the study of stud connectors behaviour in concrete and steel composite structures

Jorge Bonilla^{1*}, Luciano M. Bezerra^{**}, Rafael Larrúa^{***}, Carlos Recarey^{****}, Enrique Mirambell^{*****}

* Universidad de Ciego de Ávila. CUBA

** Universidad de Brasilia (UnB), DF. BRASIL

*** Universidad de Camagüey (UC), Camagüey. CUBA

**** Universidad Central de Las Villas (UCLV). CUBA

***** Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), Barcelona. ESPAÑA

Fecha de Recepción: 19/06/2014

Fecha de Aceptación: 30/11/2015

PAG 53-68

Resumen

En este trabajo se realiza un estudio del comportamiento de conectores tipo perno de estructuras compuestas de hormigón y acero mediante la simulación numérica del ensayo *push out* en sección viga-losa maciza de hormigón. Se analiza el comportamiento de los materiales en régimen no lineal, empleándose en un primer caso un modelo bilineal con criterio de rotura de Von Mises para el acero y el hormigón, y en un segundo caso un Modelo de Daño Plástico para el hormigón. Como herramienta para la modelación numérica se emplea el programa computacional ABAQUS. Se aborda el procedimiento metodológico de modelación numérica del ensayo de conectores. Se observa una buena correspondencia existente entre los resultados numéricos y experimentales, evidenciándose la efectividad del uso del Método de Elementos Finitos para el estudio del comportamiento de conectores. Finalmente, respaldado por los estudios numéricos y experimentales, se realiza una valoración de precisión en la estimación de la capacidad resistente de los conectores obtenida a partir de las normativas: AISC-LRFD (2005), Eurocódigo 4 (2004) y la Normativa Ramal Cubana NR-080-2004, observando que dichas normativas sobreestiman este valor en muchos casos.

Palabras claves: Estructuras compuestas, conectores perno, simulación numérica, método de elementos finitos, modelo de daño plástico.

Abstract

In this work, the behaviour of stud shear connectors in composite structures is studied, starting from the via numeric simulation of the push out test in a steel beam – with solid concrete slab concrete section is studied. The study considers material non-linearity material of concrete and steel, adopting firstly a bilinear model for both (steel and concrete), and in the second case, to the difference of other authors, the concrete damage plasticity of the concrete. ABAQUS is used to model the push out test. The basis and methodology of the modelmodelling process push out test are explained. The numerical results obtained are in accordance with the experimental results, which . This aspect shows the efficacythat of the finite element method is efficient for the in studying the behaviour of stud shear connector's behavior. Finally, the capacities of shear connections obtained from the finite element analysis were are compared with to the connection strengths calculated using the American Specification (AISC-LRFD (2005)), European Code (Eurocode 4 (2004)) and Cuban Code (NR-080-2004). ItThis was is observed that, these specifications over estimate this value (capacities of shear connections) in many cases.

Keywords: Composite structures, stud shear connectors, numerical simulation, finite element method, concrete damaged plasticity

1. Introducción

Las estructuras compuestas consisten en combinar dos materiales en una unidad estructural, aprovechando eficientemente las propiedades de cada uno de ellos. Las compuestas de hormigón y acero que trabajan a flexión son utilizadas fundamentalmente en entrepisos. En este trabajo se estudiará la tipología formada por viga metálica conectada a una losa maciza de hormigón armado mediante conectores, donde estos últimos permiten el trabajo estructural conjunto entre la losa y perfil metálico.

Según Rambo-Roddenberry (2002), debido a la complejidad de los estados tensionales que tienen lugar en la conexión, para el estudio del comportamiento de los conectores, desde su aparición hacia el año 1920, se emplea la vía experimental, donde se estandarizó el ensayo *push out*.

1. Introduction

Composite structures combine two materials in a structural unit, making efficient use of the properties of each material. Composites made of concrete and flexible steel are mainly used in mezzanines. This paper studies the type formed by steel beams connected to slabs of concrete using connectors, where the latter allow for joint structural work between the slab and metal profile.

According to Rambo-Roddenberry (2002), due to the complexity of the tensional states at the connection, the experimental method is used – the *push out* test being the standard – to study the behaviour of connectors since it first appeared around the year 1920.

¹ Autor de correspondencia / Corresponding author:

Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor de Estructuras e Investigador en el campo de los métodos numéricos aplicados a la ingeniería. Director del Grupo de Investigaciones de Métodos Numéricos en la Ingeniería de la Universidad de Ciego de Ávila. Miembro del Consejo Científico de la Universidad de Ciego de Ávila. Cuba

E-mail: jorgedbr@informatica.unica.cu



En el presente trabajo se realiza el estudio del comportamiento de conectores combinando la simulación numérica y la experimentación como vía de calibración y validación. Para esto se ha realizado la modelación virtual del ensayo *push out* en sección compuesta por viga y losa maciza de hormigón. Como herramienta numérica se ha empleado el programa computacional ABAQUS, el cual se encuentra sobre la base del Método de los Elementos Finitos (MEF).

Para la modelación del comportamiento de los materiales se ha considerado primeramente un modelo bilineal con criterio de rotura de Von Mises para el acero (perfil y pernos) y el hormigón, y posteriormente un Modelo de Daño Plástico para el Hormigón a diferencia de las investigaciones de Lam y Ellobody (2005), y Ellobody y Young (2006).

Se plantea la metodología para afrontar la modelación y simulación numérica del ensayo *push out* empleando técnicas de calibración matemática. Finalmente se corrobora la buena correspondencia lograda entre simulación y experimentación. Se realiza una comparación entre los resultados derivados de la simulación con previa calibración con los valores de capacidad resistente de la conexión estimados teóricamente a partir de las normativas: AISC-LRFD (2005), Eurocode 4 (EN-1994-1-1:2004) (EC-4) y la Normativa Cubana NR 080-2004, observándose en varios casos, una sobreestimación de la capacidad resistente última por dichas normativas para diferentes diámetros de conectores y resistencias del hormigón.

2. Descripción del espécimen

Con fines de estudiar el comportamiento de la conexión han sido escogidos los estudios experimentales de Lam y Ellobody (2005). La probeta (SP-2) objeto de estudio (ver Figura 1) para la calibración se compone de un segmento de perfil W10x49 y dos losas rectangulares de hormigón construidas una a cada lado del perfil en contacto con las alas. La conexión entre el perfil y las losas se logra mediante pernos soldados de 19.05 x 100 mm, con tensión de fluencia de 470.8 MPa y módulo de deformación de 200000 MPa. Las losas de hormigón tienen 20 MPa de resistencia a la compresión.

In this paper, the study of connector behaviour is carried out combining numeric simulation and experimentation as a means for calibration and validation. To complete this task, the push out test in a beam-concrete slab section was virtually modelled. The study employed ABAQUS, a computer program based on the Finite Element Method (FEM), as a numerical tool.

To model the behaviour of the materials, a bilinear model with Von Mises yield criterion was first proposed for steel (profile and studs) and concrete. Later, a Concrete Damage Plasticity Model was used, differing from the research by Lam and Ellobody (2005), and Ellobody and Young (2006).

The methodology to deal with the modelling and numeric simulation of the push out test is proposed using mathematic calibration. Finally, the good correspondence achieved between simulation and experimentation is corroborated. Results derived from the simulation with prior calibration are compared to the resistant capacity values theoretically estimated using the norms AISC-LRFD (2005), Eurocode 4 (EN-1994-1-1:2004) (EC-4) and the Cuban Norm NR 080-2004. In various cases, an overestimation of the bearing capacity of said norms for different diameters of connectors and resistances of concrete were observed.

2. Description of the specimen

The experimental study by Lam and Ellobody (2005) was chosen as a means to the study of the connection's behaviour. The specimen studied for calibration (SP-2) (Figure 1) is composed of a segment with profile measurements of W10x49, and two rectangular concrete slabs built on each side of the profile in contact with the wings. The connection between the profile and the slabs is achieved using 19.05 x 100 mm welded studs, with a yield tension of 470.8MPa and a modulus of deformation of 200000MPa. The concrete slabs have a compressive strength of 20MPa.

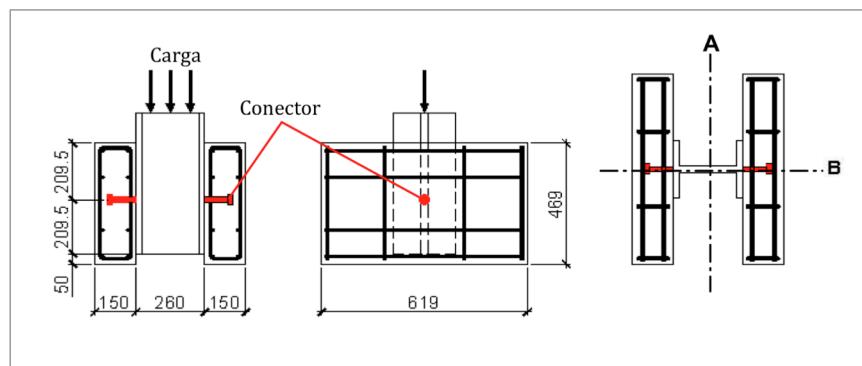


Figura 1. Probeta ensayada por Lam y Ellobody (2005)
Figure 1. Specimen used by Lam and Ellobody (2005)

3. Modelación del material

a) Modelación del acero

En base a los trabajos de Nie y Cai (2004), Lam y Ellobody (2005), Ellobody y Young (2006), y Hernández et al. (2014) para la modelación de estructuras mixtas de hormigón-acero se ha adoptado un comportamiento bilineal, con criterio de rotura de Von Mises y superficie de fluencia con endurecimiento isotrópico.

b) Modelación del hormigón

Para la modelación del hormigón se ha empleado primeramente un modelo bilineal con criterio de rotura de Von Mises tomando como referencia el trabajo de Lam y Ellobody (2005). Posteriormente se ha empleado el Modelo de Daño Plástico (*Concrete Damaged Plasticity*) disponible en ABAQUS, el cual se fundamenta en el modelo propuesto por Lubliner et al. (1989), así como Lee y Fenves (1998). El mismo está destinado al análisis de estructuras de hormigón que pueden estar bajo cargas monótonas, cíclicas o dinámicas. Dicho modelo simula de una forma realista los efectos de daño irreversibles asociados a los mecanismos de falla que ocurren en el hormigón y otros geomateriales. Como referencia reciente del uso de este modelo constitutivo se tiene el trabajo de Hernández et al. (2014).

4. Modelación de condiciones de apoyo, frontera o borde

a) Perno: Presenta dos superficies de interacción: la que garantiza la unión perno-perfil y la interfase perno-hormigón. La unión perno-perfil es tratada como una unión rígida, pues en la probeta real esta se logra mediante un cordón de soldadura en todo el perímetro que circunda la base del perno. Para evitar problemas en materia de convergencia numérica, la interface perno-hormigón fue tratada como rígida, aunque se sabe que en la realidad no hay una continuidad total entre los dos materiales, pero sí una importante fuerza de fricción en algunas zonas de la superficie del perno, dados los elevados esfuerzos normales que se originan, sobre todo en vecindades de la base del conector, además de la existencia en la interfase de enlaces electroquímicos. Lam y Ellobody (2005), Ellobody y Young (2006) en sus trabajos utilizan un contacto rígido en la interfase perno-hormigón, desconectando aquellos nodos que por experimentos reales se ha comprobado que no participan en el contacto.

En el **Modelo II** se considera por simetría solamente la cuarta parte de la probeta. En la Figura 2, para la superficie 2, se restringe el desplazamiento en el eje X, siendo consecuente con la continuidad del elemento.

b) Losa de hormigón: Este elemento interactúa con el perno y el perfil, teniendo además un vínculo con el soporte de la base de la prensa de ensayo. No se toma en consideración la fuerza de rozamiento que se genera en la interfase losa-perfil, siendo consecuente con los procedimientos de ensayo de conectores de EC-4, donde seunta una película de grasa en la parte exterior del ala del perfil. En este caso se ha generado solamente un contacto normal entre los dos cuerpos.

3. Material modelling

a) Steel modelling

Based on the work by Nie and Cai (2004), Lam and Ellobody (2005), Ellobody and Young (2006), and Hernandez et al. (2014) for the modelling of concrete-steel mixed structures, bilinear behaviour has been adopted in this study, with Von Mises yield criterion and an isotropic hardening yield surface.

b) Concrete modelling

For the modelling of concrete, a bilinear model with Von Mises yield criterion was first proposed based on the work by Lam and Ellobody (2005). Subsequently, the Concrete Damage Plasticity model available en ABAQUS was utilized, which is based on the models proposed by Lubliner et al. (1989), and Lee and Fenves (1998). This model is aimed at the analysis of concrete structures subject to monotonic, cyclic or dynamic stress. It simulates in a realistic fashion the irreversible damage associated to failure modes inherent to concrete and other geomaterials. The work by Hernandez et al. (2014) is a recent example of the aforementioned constitutive model's usage.

4. Modelling of support, boundary or border conditions

a) Studs have two interaction surfaces: the one associated to the stud-profile joint, and the stud-concrete interface. The stud-profile joint is treated as a rigid joint, because in the real life specimen it is achieved through a solder thread across the perimeter of the stud's base. To avoid numerical convergence issues the stud-concrete interface was modelled as rigid. Although it is known that there is no total continuity between the two materials, there is significant friction in some parts of the stud's surface due to the high levels of normal stress that are generated, especially in the vicinity of the connector's base. Moreover, electrochemical bonds exist at the interface. In their studies, Lam and Ellobody (2005), and Ellobody and Young (2006) use a rigid contact at the stud-concrete interface, disconnecting those nodes that have been experimentally proven not to participate in the contact.

In **Model II**, and for the sake of symmetry, only one fourth of the specimen is considered. In concordance with the element's continuity, in Figure 2 for surface 2, displacement along the X axis is restricted.

b) Concrete slab: This element interacts with both stud and profile, and also with the support of the test press' base. Friction generated at the slab-profile interface is not taken into consideration, in accordance with EC-4 procedures for connector tests, wherein a film of grease is applied on the external side of the profile's wing. In this case, only normal contact has been generated between the two bodies.



Modelo I: El apoyo de la losa se logra en la parte inferior designada como superficie 1, donde se restringe el desplazamiento en el eje Z y se libera el desplazamiento en los ejes X e Y (ver Figura 2).

Modelo II: En la superficie 1, de igual manera que en el **Modelo I**, se restringe el desplazamiento en el eje Z y es liberado el desplazamiento en los ejes X e Y. Para la superficie 2 se restringe el desplazamiento en el eje X (ver Figura 2).

Model I: the slab's support is achieved on its lower part, designated as surface 1, wherein displacement along the Z axis is restricted and displacement along the X and Y axes is free (Figure 2).

Model II: As in Model I, displacement along the Z axis is restricted and displacement along the X and Y axes is free. For surface 2, displacement along the X axis is restricted (Figure 2).

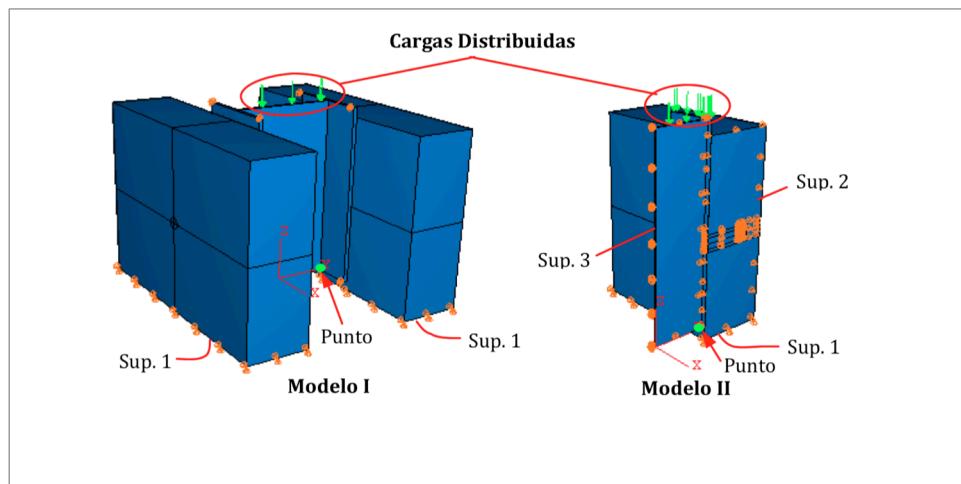


Figura 2. Vista en isométrico de la geometría de las probetas virtuales de los modelos I y II
Figure 2. Isometric view of the geometry of Model I and II's virtual specimens

c) Perfil I: Es unido a los pernos mediante una interfase rígida, ya antes tratada en el (a) de este subepígrafe. La carga es aplicada de forma distribuida en el alma y ala del perfil, similar al experimento real. Los incrementos de cargas son aplicados a pequeños intervalos, donde el tamaño de los mismos es seleccionado automáticamente por ABAQUS en función de la convergencia numérica, utilizando el algoritmo RIKS. La base de este algoritmo es el método de Newton y es generalmente usado para el cálculo de no linealidades y predecir el colapso de estructuras.

Para la superficie 2 del **Modelo II**, se restringe el desplazamiento en el eje X. En cambio para la superficie 3 es restringido el desplazamiento en el eje Y (ver Figura 2).

c) Profile I: is connected to the studs via a rigid interface, as described in (a). Load is applied in a distributed manner on the web and flange of the profile, as in the real life experiment. The load is increased in small intervals, the size of which is automatically selected by ABAQUS as a function of numerical convergence, using the RIKS algorithm. The algorithm is based on Newton's method and is generally used for the calculation of non-linearities and the prediction of structure collapse.

For surface 2 in **Model II**, displacement along the X axis is restricted. Conversely, for surface 3 displacement along the Y axis is restricted (Figure 2).

5. Estudio y selección del tipo de elemento finito a emplear

Se ha hecho un estudio para la selección del tipo de elemento más óptimo, capaz de reproducir de la forma más realista el comportamiento físico de la estructura (ensayo *push out*). Para ello se ha discretizado la geometría volumétrica de cada uno de los cuerpos que intervienen en el modelo con elementos: C3D8R, C3D6 y C3D4. En la Tabla 1 se muestra comparativamente los resultados para las diferentes configuraciones de elementos. La configuración (D) arroja la mejor aproximación con relación al valor experimental, con un error de 1.64 %. Se utilizan en el perno y el hormigón que lo circunda la familia de elementos lagrangeanos C3D6. Para el mallado de la losa de hormigón,

5. Study and selection of the finite element to employ

A study was carried out in order to select the optimal element type, one capable of most realistically reproducing the physical behaviour of the structure (*push out* test). To accomplish this, the volumetric geometry of each of the bodies that intervene in the model was discretised with C3D8R, C3D6 and C3D4 elements. Table 1 comparatively shows the results for different element configurations. Configuration (D) gives the best approximation with relation to the experimental value, with an error of 1.64%. C3D6 Lagrangian elements are used for the stud and surrounding concrete. For the meshing of the concrete slab,

en zonas alejadas de la vecindad del perno, se emplean elementos C3D4, pues brindan una mejor aproximación comparado con el resto. Para el mallado del perfil W se utilizarán elementos lagrangeanos C3D8R, de acuerdo con los trabajos de Lam y Ellobody (2005).

in areas far from the stud's vicinity, C3D4 elements are employed as they provide a better approximation compared to the rest. For the W profile's mesh, C3D8R Langrangian elements are used, in accordance with the work of Lam and Ellobody (2005).

Tabla 1. Resultados de la simulación virtual con diferentes tipos de elementos

Table 1. Results of virtual simulation with different types of elements

Configuración/ Configuración	Volumen/ Volume	Elemento/ Element	Carga (kN) Load (kN)	Desplaz. (m) Displac. (m)	Dif. (%)
A	Losa/ Slab	C3D8R	119.61	0.0038	16.47
	Vecindad del conector/ Vicinity of connector	C3D8R			
	Conector/ Connector	C3D8R			
B	Losa/ Slab	C3D4	162.42	0.0038	13.42
	Vecindad del conector/ Vicinity of connector	C3D4			
	Conector/ Connector	C3D4			
C	Losa/ Slab	C3D6	138.87	0.0038	3.02
	Vecindad del conector/ Vicinity of connector	C3D6			
	Conector/ Connector	C3D6			
D	Losa/ Slab	C3D4	145.55	0.0038	1.64
	Vecindad del conector/ Vicinity of connector	C3D6			
	Conector/ Connector	C3D6			
Experimental (SP-2 Lam y Ellobody (2005))/ Experimental (SP-2 Lam and Ellobody (2005))			143.20	0.0038	0.00
Nota: La vecindad del conector es una partición en forma de anillo perimetral de hormigón de 5.5 mm de espesor que circunda al vástago en toda su longitud. Note: The vicinity of the connector is a 5.5mm thick concrete perimetral ring partition that surrounds the entire length of the beam.					

6. Calibración de la densidad de malla

Después de seleccionada la configuración de elementos óptima, se calibra la densidad de malla que brinde una adecuada precisión y un óptimo costo computacional.

6. Mesh density calibration

After selecting the optimal element configuration, the mesh density is calibrated for adequate precision and optimal computational cost.

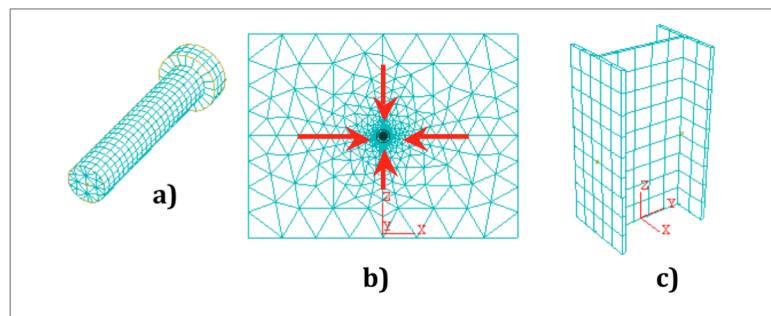


Figura 3. Vista en isométrico de la geometría de las probetas virtuales de los modelos I y II
Figure 3. Discrete diagram. a) stud, b) frontal view of slab, c) profile

Se analizan cinco densidades de malla diferentes en los pernos y en las losas de hormigón, manteniendo un mallado constante para el perfil I, pues este último prácticamente no influye, para este caso, en el comportamiento de la conexión [Lam y Ellobody (2005)]. En la Figura 3 se muestra la discretización de cada uno de los elementos que componen el **Modelo 1**. En la losa, representada en el esquema (b), se observa indicando con flechas el aumento progresivo de la densidad de malla hacia la vecindad del conector, zona de mayores concentraciones de tensiones. En el conector se han estudiado cinco densidades diferentes con distribución uniforme en todo el volumen.

En la Tabla 2 se muestran las configuraciones de la malla para el **Modelo 1**, y el tiempo computacional (aproximado) empleado en cada solución. Se debe señalar que estos costos computacionales son relativos, pues dependen de la tecnología con que se cuente, fundamentalmente en materia de hardware.

Five different mesh densities are analysed for the studs and the concrete slabs, while maintaining a constant mesh for profile I as it has practically no influence, in this case, in the behaviour of the connection [Lam y Ellobody (2005)]. Figure 3 shows the discretisation of each of the elements that make up **Model 1**. In the slab, represented in diagram (b), the arrows indicate the progressive increase in mesh density towards the vicinity of the connector, the zone with the highest concentration of stress. Five different densities have been studied in the connector with uniform distribution across the whole volume.

Table 2 shows the mesh configurations for **Model 1**, and the computational time (approximate) used in each solution. It is worth mentioning that computational costs are relative as they depend of the technology used, fundamentally the hardware.

Tabla 2. Configuración del modelo para diferentes densidades de malla

Table 2. Model configuration for different mesh densities

Modelo/ Model	Volumen/ Volume	Cantidad de Elementos/ Number of Elements	Cantidad de Nodos / Number of Nodes	Tiempo aproximado* (h:m)/ Approximate time* (h:m)
MEF (a)	Perno/ Stud	156	180	0:15
	Losa/ Salab	1963	581	
MEF (b)	Perno/ Stud	204	232	1:20
	Losa/ Salab	4316	1068	
MEF (c)	Perno/ Stud	408	359	1:40
	Losa/ Salab	4704	1172	
MEF (d)	Perno/ Stud	964	805	2:23
	Losa/ Salab	5490	1343	
MEF (e)	Perno/ Stud	964	805	4:00
	Losa/ Salab	8501	2138	

En la cantidad de elementos y nodos de la losa están contenidos los del anillo perimetral.
 *Se ha usado un procesador Pentium 4 a 2.8 GHz.
The number of elements and nodes in the slab includes those in the perimetal ring.
**A Pentium 4 @2.8 GHz processor was used*



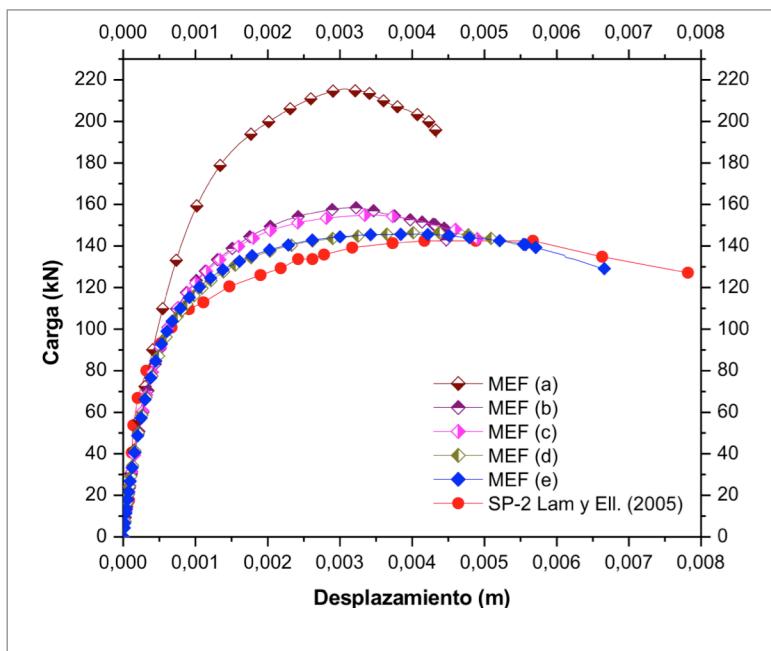


Figura 4. Curvas de comportamiento Carga vs Desplazamiento de la probeta

Figure 4. Behaviour curves Load vs. Displacement of the specimen

En la Figura 4 aparecen las curvas de comportamiento carga vs desplazamiento vertical de la probeta, según las configuraciones anteriormente tratadas y la curva experimental del ensayo.

Se observa que entre las curvas de los modelos **MEF (d)** y **MEF (e)** no existe una diferencia significativa y estás están muy próximas al experimento físico.

Figure 4 shows the load vs. vertical displacement curves of the test, according to the configurations previously outlined and the test's experimental curve.

No significant difference is observed between the curves of models **FEM (d)** and **FEM (e)**, and they are both very close to the physical experiment.



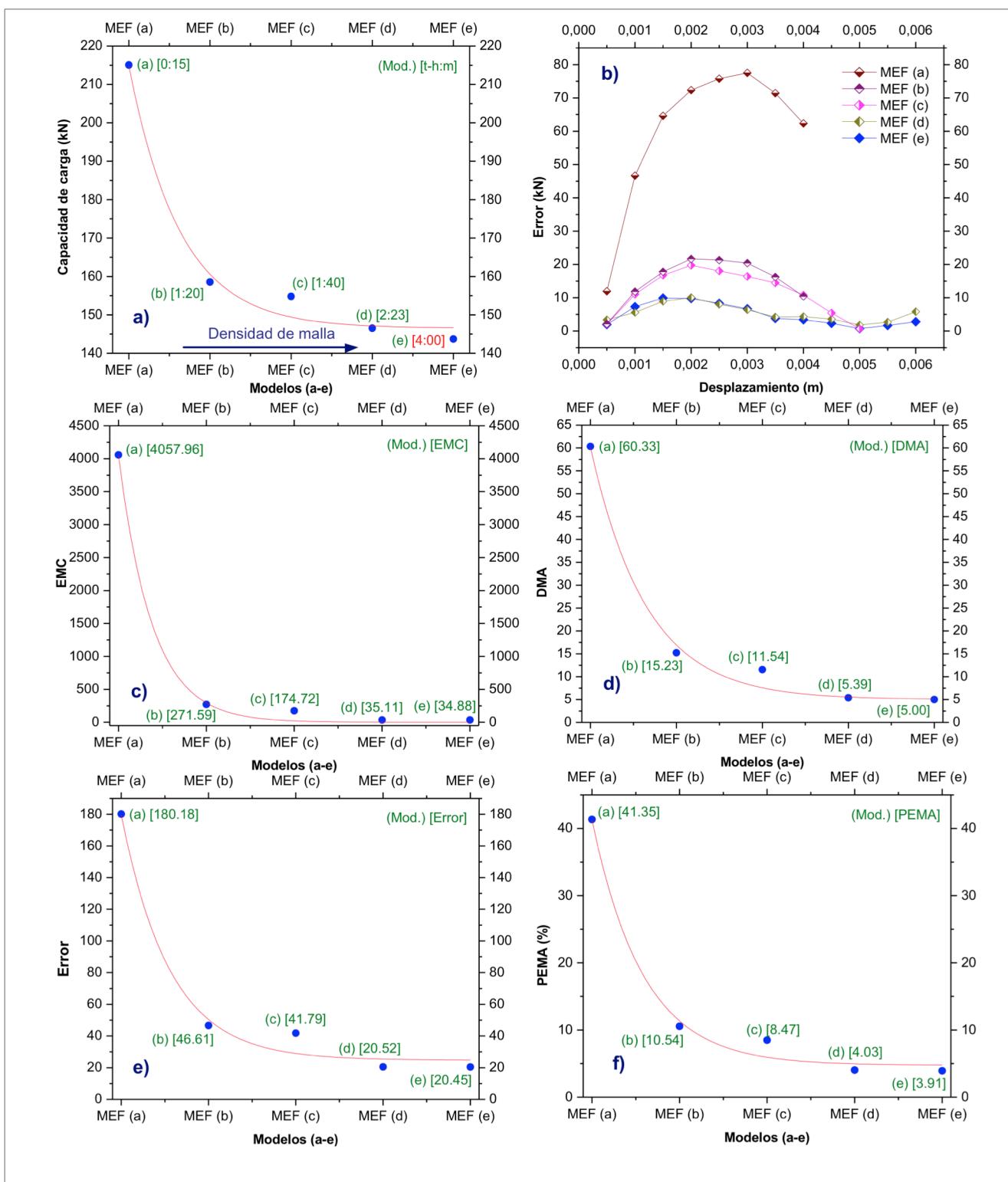


Figura 5. a) Comportamiento de la densidad de malla, **b)** Error absoluto, **c)** Error medio cuadrático, **d)** Desviación absoluta media, **e)** Error según norma del espacio euclíadiano, **f)** Porcentaje del error medio absoluto

Figure 5. a) Behaviour of mesh density, **b)** Absolute error **c)** Mean squared error, **d)** Absolute mean deviation, **e)** Error according to Euclidean space norm, **f)** Percentage of mean absolute error



Se ha realizado un estudio de los errores de pronóstico de cada uno de los modelos teóricos, así como otras medidas de dispersión. En la Figura 5 se muestra gráficamente el comportamiento de los resultados que arrojan cada una de estas medidas de error y desviación.

Las expresiones de los errores estimados se indican a continuación.

- Error absoluto según la norma:

$$e_i = |Q_{e(i)} - Q_{n(i)}|$$

Donde: $Q_{e(i)}$ es la i-ésima carga del ensayo experimental, $Q_{n(i)}$ la i-ésima carga obtenida en el modelo.

- Según la norma del espacio euclidiano:

$$e = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_{e(i)} - Q_{n(i)})^2}$$

Se determinaron otras medidas de error y dispersión que aparecen en la Tabla 3.

Forecasting errors for each of the theoretical models have been studied, as well as other measurements of dispersion. Figure 5 graphically shows the behaviour of the results that obtain each one of these measurements of error and deviation.

The estimated error expressions are indicated below:

- *Absolute error according to norm:*

$$e_i = |Q_{e(i)} - Q_{n(i)}|$$

Where: $Q_{e(i)}$ is the i-th load of the experimental test,

$Q_{n(i)}$ the i-th load obtained in the model

- *According to Euclidean space norm:*

$$e = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_{e(i)} - Q_{n(i)})^2}$$

Other measurements of error and dispersion were determined, and are shown in Table 3.

Tabla 3. Medidas de error
Table 3. Measurements of error

Error medio cuadrático (EMC)-Figura 5 (c) <i>Mean squared error (MSE)-Figure 5 (c)</i>	Desviación absoluta media (DAM) -Figura 5 (d) <i>Mean absolute deviation (MAD) -Figure 5 (d)</i>	Porcentaje del error medio absoluto (PEMA) -Figura 5 (f) <i>Percentage of mean absolute error (PMAE) -Figure 5 (f)</i>
$\frac{\sum_{i=1}^n (Q_{e(i)} - Q_{n(i)})^2}{n_p}$	$\frac{\sum_{i=1}^n Q_{e(i)} - Q_{n(i)} }{n_p}$	$\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{e(i)} - Q_{n(i)}}{Q_{e(i)}} \right)}{n_p}$
n_p : Número de puntos (i)/ n_p : Number of points (i).		

Observando las Figuras 4 y 5 (a) se aprecia como en la medida que se refina el mallado, las diferencias que se van obteniendo en cuanto a las curvas de comportamiento (entre el modelo numérico y el ensayo físico) y en relación a las capacidades de carga, son menores.

Analizando las medidas de error mostradas en la Figura 5 se puede concluir que las densidades de malla MEF (d) y (e) ofrecen los valores más precisos, aunque la MEF (e) presenta un mayor costo computacional presenta un menor error, lo cual puede constatarse en la Figura 5 (c), con el comportamiento del error medio cuadrático, así como en el resto de las demás medidas analizadas. Finalmente se decide adoptar la densidad de malla del modelo MEF (e), a pesar de necesitar mayor tiempo computacional.

Observing Figures 4 and 5 (a) one can appreciate that as the mesh is refined, the differences obtained in terms of behaviour curves (between the numerical model and the physical test) and the relation with load capacities are smaller.

Analysing the measurements of error shown in Figure 5, it can be concluded that the FEM (d) and (e) mesh densities offer the most accurate values. Although FEM (e) presents a larger computational cost, it has lower error, which can be validated in Figure 5 (c) with the mean squared error and the rest of the analysed measurements. Finally, the mesh density of the FEM (e) model is adopted despite its higher computational requirements.



7. Validación del proceso de modelación

a) Simplificación por simetría

Hasta el momento se ha abordado todo el proceso de modelación a partir de la simulación virtual del Modelo I, con un costo computacional máximo de cuatro horas con la densidad de malla óptima. Dicho modelo es simétrico desde el punto de vista físico-mecánico y de las cargas, lo cual permite proponer el Modelo II mostrado con anterioridad en la Figura 2. En investigaciones propias del autor de este trabajo Bonilla (2008) y en los trabajos de Lam y Ellobody (2005) se ha podido constatar la validez del uso de la simplificación por simetría adoptada en este caso, por ello no es abordado nuevamente en este documento.

b) Refuerzo de la losa de hormigón

En los modelos I y II de la presente investigación, no se ha tomado en consideración la presencia del acero de refuerzo en la losa de hormigón. Esta decisión ha sido tomada teniendo en cuenta la poca influencia del refuerzo en la capacidad resistente de la conexión lo cual puede ser constatado en los trabajos de Lam y Ellobody (2005), así como en investigaciones de Bonilla (2008), autor de este trabajo.

c) Superficie de contacto perno-hormigón

La interface perno hormigón ha sido tratada como rígida en lugar de un contacto normal y tangencial con fricción, para así evitar dificultades en materia de convergencia numérica. Los nodos que se encuentran en la superficie del conector han sido unidos a la superficie hormigón, desconectando aquellos que se ubican en la zona semicilíndrica del perno, opuesta al sentido de aplicación de la carga (Ver la Figura 7 (a)). La desconexión de dichos nodos se fundamenta en estudios de Jayas y Hosain (1987), y Kitoh y Sonoda (1990), quienes comprueban que existe una pérdida de contacto en la parte trasera del perno, para valores de carga bajos. Estos planteamientos son constatados numéricamente. En la Figura 6 (a) y (b) se muestran dos planos de cortes hechos al modelo virtual de la probeta SP-2, donde se aprecia para aproximadamente el 66 % y el 100 % de la capacidad de carga de la probeta, el despegue que se produce en la parte trasera del conector en una longitud (L_s), la cual se incrementa a medida que aumenta la carga. Se debe destacar el despegue existente entre el perfil y la losa de hormigón en la zona (d).

7. Validation of the modelling process

a) Simplification by Symmetry

Thus far, the whole modelling process has been approached through the virtual simulation of Model I, with a maximum computer effort of four hours using the optimal mesh density. This model is symmetric from the standpoint of physical mechanics and loading, which allows for the proposal of Model II as shown in Figure 2. The validity of the aforementioned simplification by symmetry has been proven in previous research by the author (Bonilla, 2008), and also in Lam and Ellobody (2005), and is thus not further discussed in the current paper.

b) Reinforcement of the Concrete Slab

In models I and II, the presence of reinforcement steel is unaccounted for. This decision has been made considering the negligible influence of the reinforcement on the bearing capacity of the connection, which can be verified in the work of Lam and Ellobody (2005), and of the current paper's author (Bonilla, 2008).

c) Stud-Concrete Contact Surface

The stud-concrete surface has been treated as rigid instead of as a normal-tangential frictional contact, so as to avoid numerical convergence issues. The nodes located on the connector's surface have been merged with the concrete's surface, disconnecting those located in the stud's semi-cylindrical area, opposite to the direction of load application (Figure 7(a)). The disconnection of the said nodes is based on research by Jayas and Hosain (1987), and Kitoh and Sonoda (1990), which confirms that under low load levels there exists loss of contact at the stud's back end. This statement is numerically verified. Figures 6 (a) and (b) show two cutting-planes for the virtual model of specimen SP-2 – for approximately 66% and 100% of its load capacity respectively – where the detachment of the stud's back end can be clearly observed over a length L_s , which increases as the load grows. Attention must be paid to the detachment between the profile and the concrete slab in the area (d).

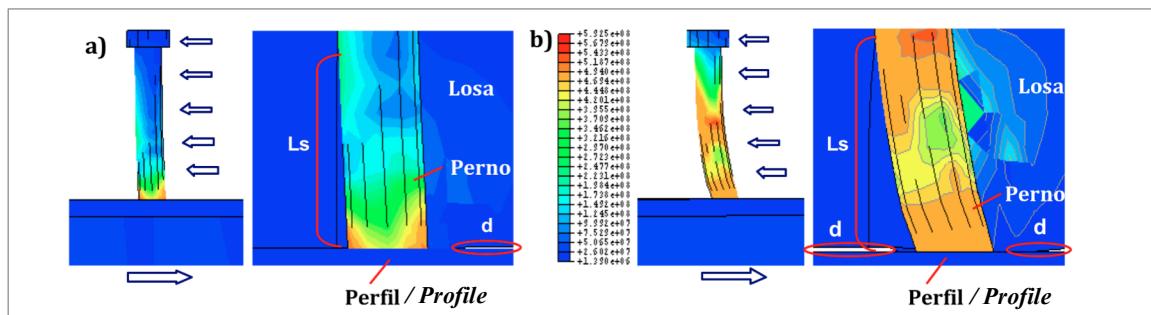


Figura 6. Estado tenso-deformacional del perno. a) 94 kN, b) 143 kN

Figure 6. Tense-deformational state of the stud. a) 94 kN, b) 143 kN



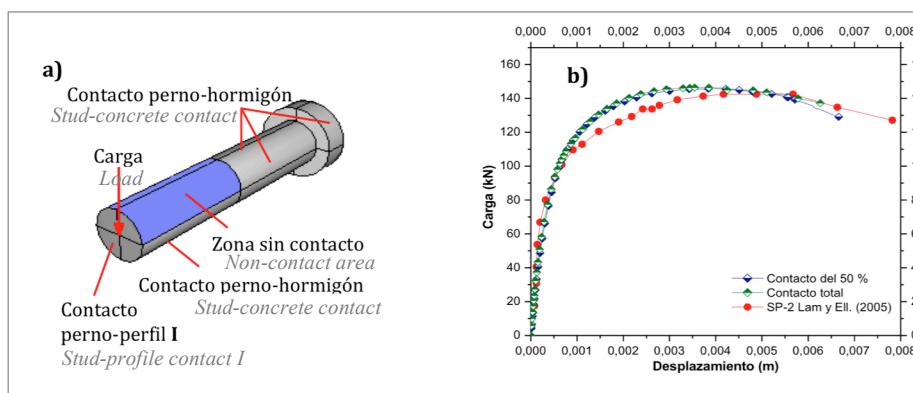


Figura 7. a) Condiciones de frontera del conector, b) Curvas de comportamiento para diferentes áreas de contacto

Figure 7. a) Connector boundary conditions, b) Behaviour curves for different areas of contact

La distancia óptima sin contacto donde se deben desconectar los nodos es de aproximadamente el 50 % de la longitud del vástago, aspecto estudiado por Bonilla et al. (2007). Ello tiene una gran importancia cuando se emplea, de acuerdo con Lam y Ellobody (2005) el modelo bilineal en el hormigón. En cambio, con el uso del Modelo de Daño Plástico, el comportamiento de la conexión es prácticamente indiferente cuando se libera el 50 % de la longitud (de la parte semicilíndrica superior) del vástago o se mantienen totalmente unidos los nodos de toda la superficie que rodea al conector [Bonilla et al. (2007)]. En la Figura 7 (b) se observan las curvas de comportamiento para ambas consideraciones, donde es evidente la aproximación entre las gráficas de los modelos teóricos, existiendo una superposición en casi todo el dominio de las variables de respuesta. Lo anterior permite con el uso del Modelo de Daño Plástico, la conexión de la totalidad de los nodos de la interfase perno-hormigón.

d) Simulación de diversos ensayos de conectores

La Figura 8 muestra ejemplos donde se aprecia la buena correspondencia existente entre la simulación del ensayo de conectores, a partir del modelo propuesto y los resultados derivados de la experimentación realizada por Lam y Ellobody (2005). En todos los casos se mantienen las propiedades físico-mecánicas de la probeta mostrada en la Figura 1, exceptuando la resistencia cúbica del hormigón a la compresión que es de 20, 30 y 35 MPa respectivamente.

The optimal non-contact distance at which nodes should be disconnected is approximately 50% of the beam's length, as studied by Bonilla et al. (2007). This is of the upmost importance when Lam and Ellobody's (2005) bilinear model is used for concrete. Conversely, if the Concrete Damage Plasticity Model is used, the connection's behaviour is practically unaffected when 50% of the beam's length – of its upper semi-cylindrical part, specifically – is freed or the nodes of the whole surface surrounding the connector remain united (Bonilla et al., 2007). Figure 7 (b) shows the behaviour curves for both cases, where it can be observed that the theoretical models coincide in nearly the complete domain of response. This allows for the connection of every node in the stud-concrete interface using the Concrete Damage Plasticity Model.

d) Simulation of different connectors tests

Figure 8 shows examples of the good correspondence between the simulation of connector tests from the proposed model, and the results obtained from the experiments by Lam and Ellobody (2005). In every case, all physical-mechanical properties of the specimen in Figure 1 are maintained, with the exception of the cubic compressive strength of concrete, which shows values of 20, 30 and 35 MPa respectively.

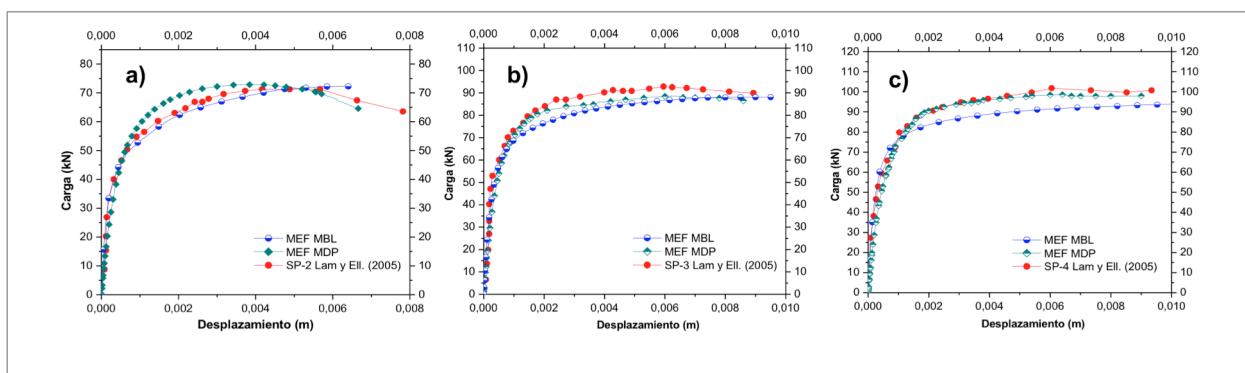


Figura 8. Curvas de comportamiento carga vs desplazamiento: a) $f'_c = 20$ MPa, b) $f'_c = 30$ MPa, c) $f'_c = 35$ MPa

Figure 8. Load vs displacement curves: a) $f'_c = 20$ MPa, b) $f'_c = 30$ MPa, c) $f'_c = 35$ MPa



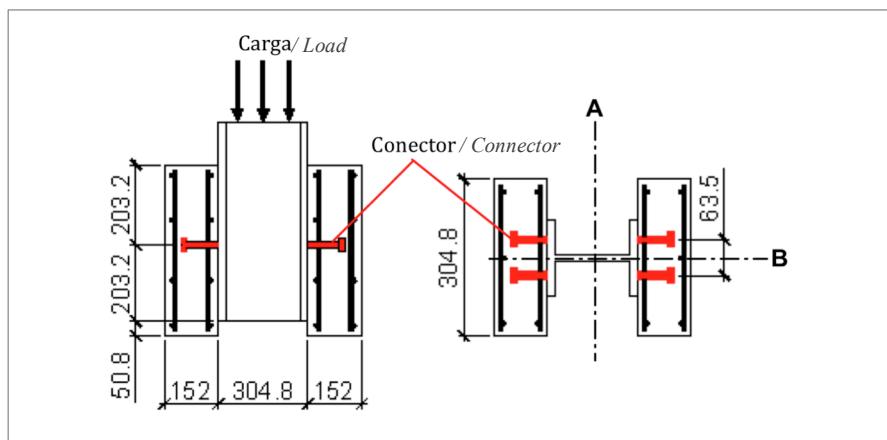


Figura 9. Curvas de comportamiento carga vs desplazamiento: a) $f'_c = 20 \text{ MPa}$, b) $f'_c = 30 \text{ MPa}$, c) $f'_c = 35 \text{ MPa}$

Figure 9. Schematic of the specimen used by Chapman and Balakrishnan (1964)

Con fines de validar la modelación, no solo en la probeta de Lam y Ellobody (2005), se ha escogido la probeta de la serie PB-1 de las investigaciones de Chapman y Balakrishnan (1964). La misma se compone de un perfil 12 in x 6 in x 44 lib (B.S.B) y una losa de hormigón a cada lado de 305 x 457 x 152 mm (largo x ancho x espesor) con resistencia del hormigón a la compresión de 34.48 MPa, unidas a las alas mediante dos conectores tipo perno de 19.05 x 100 mm, con resistencia última a tracción de 522 MPa y módulo de deformación de 210000 MPa (ver Figura 9).

Se muestran en la Figura 8, así como en la Tabla 4, los resultados derivados de la simulación virtual considerando para el hormigón el Modelo de Daño Plástico (MEF MDP), así como el modelo bilineal (MEF MBL).

With the aim of validating the model using a specimen other than Lam and Ellobody's (2005), the specimen from series PB-1 of the work by Chapman and Balakrishnan (1964) has been selected. It is composed of a profile of 12 in x 6 in x 44 lib (B.S.B), with concrete slabs of 305 x 457 x 152 mm (length x width x thickness) and compressive strength of 34.48 MPa on each side, attached to the wings with two stud connectors of 19.05 x 100 mm, ultimate tensile stress of 522MPa, and modulus of deformation of 210000 MPa (Figure 9).

Figure 8 and Table 4 show the results derived from virtual simulation considering both the Concrete Damage Plasticity (FEM DPM) and bilinear (FEM BLM) models for concrete.

Tabla 4. Resultados experimentales y de la simulación virtual
Table 4. Experimental and virtual simulation results

Espécimen/ Specimen	f'_c (MPa)	Q_{sc-exp} (kN)	Q_{sc-MEF} MBL (kN)	Q_{sc-MEF} MDP (kN)	Dif. MBL/ Dif. BLM (%)	Dif. MDP/ Dif. DPM (%)
SP-2 Lam y Ell. (2005)	20.00	71.60	72.25	71.85	0.91	0.35
SP-3 Lam y Ell. (2005)	30.00	93.00	88.10	88.58	5.27	4.75
SP-4 Lam y Ell. (2005)	35.00	102.00	94.40	98.50	7.45	3.43
PB-1 Ch. y B. (1964)	34.48	103.00	98.36	99.28	4.50	3.61

Nota: Se ha mantenido la misma nomenclatura de los especímenes de los estudios experimentales de Lam y Ellobody (2005), así como de Chapman y Balakrishnan (1964). La Tabla muestra la capacidad resistente referida a un conector.

Q_{sc-exp} : carga última experimental. $Q_{sc-FEM BLM}$: se refiere a la carga última obtenida empleando el modelo bilineal en el hormigón. $Q_{sc-FEM DPM}$: se refiere a la carga última considerando el Modelo de Daño Plástico en el hormigón.

Se establece Dif. MBL o MDP (%) como: $[(Q_{sc-exp} - Q_{sc-modelo})/Q_{sc-exp}] \times 100$

La resistencia del hormigón a la compresión f'_c está dada para probetas cúbicas.

Note: the same nomenclature has been used as in the specimens of Lam and Ellobody's (2005) experiments, as well as Chapman and Balakrishnan's (1964). The Table above shows bearing capacity as applied to a connector.

Q_{sc-exp} : experimental ultimate tensile load. $Q_{sc-FEM BLM}$: ultimate load as obtained using the bilinear model for concrete. $Q_{sc-FEM DPM}$: ultimate load as obtained using the Concrete Damaged Plasticity Model for concrete.

Dif. BLM and DPM (%) are calculated as: $[(Q_{sc-exp} - Q_{sc-modelo})/Q_{sc-exp}] \times 100$

Resistance to compression of concrete f'_c corresponds to cubic specimens.



Se debe aclarar que al mostrar el proceso de calibración y validación precedente se han representado las curvas de comportamiento de la probeta SP-2 de Lam y Ellobody (2005) en su conjunto, considerando la carga referida a sus dos conectores. En la Figura 8 y en la Tabla 4 se ha representado el comportamiento y la capacidad de carga referida a un conector individual.

Las diferencias de la capacidad de carga máxima, entre modelación y experimentación son inferiores al 5 % en los casos en que se emplea el Modelo de Daño Plástico, no siendo así con el uso del modelo bilineal donde se superó este valor en dos probetas (SP-3, SP-4), pero sin sobrepasar el 10 %. Estos resultados permiten validar las hipótesis de partida, así como todo el procedimiento de modelación realizado.

8. Estimación de la capacidad resistente última de la conexión

El cálculo de la capacidad resistente última de conectores tipo perno es considerado en las normativas AISC-LRFD (2005), EC-4 (2004) y NR 080-2004. En la AISC-LRFD la capacidad resistente de la conexión (Q_{sc}) es estimada a partir de la Ecuación (1):

$$Q_{sc} = 0.5 \cdot A_{sc} \cdot \sqrt{f'_c \cdot E_c} \leq R_g \cdot R_p \cdot A_{sc} \cdot F_u \quad (1)$$

La Ecuación (1) adopta la forma (2) para conectores en sección de viga-losa maciza:

$$Q_{sc} = 0.5 \cdot A_{sc} \cdot \sqrt{f'_c \cdot E_c} \leq A_{sc} \cdot F_u \quad (2)$$

Donde, f'_c es la resistencia cilíndrica del hormigón a compresión (MPa), F_u es la resistencia última mínima especificada del acero del conector a tracción (MPa), A_{sc} es el área de la sección transversal del conector (m^2) y E_c es el módulo de deformación del hormigón (MPa). R_p y R_g son factores de reducción.

El EC-4 presenta una similar aproximación, la cual es expresada según la expresión (3):

$$Q_{sc} = 0.37 \cdot \alpha \cdot A_{sc} \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_c} \leq 0.8 \cdot A_{sc} \cdot f_u \quad (3)$$

Donde α se expresa como (4):

$$\alpha = 0.2 \cdot \left(\frac{h_c}{d} + 1 \right) \quad \text{para} \quad 3 \leq \frac{h_c}{d} \leq 4 \quad \text{y} \quad \alpha = 1 \quad \text{para} \quad \frac{h_c}{d} > 4 \quad (4)$$

Donde, h_c es la altura del conector (mm), d es el diámetro del conector (mm), f_{ck} es la resistencia cilíndrica del hormigón a la compresión (MPa) y f_u es la resistencia última del acero del conector (MPa).

It should be clarified that in presenting the calibration and validation processes above, the behaviour curves for Lam and Ellobody's (2005) SP-2 specimen have been completely represented, considering load referred to both its connectors. In Figure 8 and Table 4, behaviour and load capacity are referred to an individual connector.

The differences in maximum load capacity between the models and experiments are less than 5% when using the Concrete Damage Plasticity Model. On the other hand, when using the bilinear model the differences are larger for two specimens (SP-3, SP-4), but still below 10%. These results allow for the validation of the initial hypothesis, as well as of the whole modelling process.

8. Estimation of ultimate bearing capacity of the connection

The calculation of the ultimate bearing capacity of stud connectors is considered in the AISC-LRFD (2005), EC-4 (2004) and NR 080-2004 norms. In AISC-LRFD, the bearing capacity of the connection (Q_{sc}) is estimated from the following Equation (1):

$$Q_{sc} = 0.5 \cdot A_{sc} \cdot \sqrt{f'_c \cdot E_c} \leq R_g \cdot R_p \cdot A_{sc} \cdot F_u \quad (1)$$

Equation (1) adopts form (2) for connectors in beam-solid slabsections:

$$Q_{sc} = 0.5 \cdot A_{sc} \cdot \sqrt{f'_c \cdot E_c} \leq A_{sc} \cdot F_u \quad (2)$$

Where, f'_c is the cylindrical compressive strength of concrete (Mpa), F_u is the minimum specified ultimate tensile stress of steel for the connector (MPa), A_{sc} is the connector's cross section area (m^2) and E_c is the modulus of deformation of concrete (MPa). R_p and R_g are reduction factors.

EC-4 presents a similar approximation, expressed in (3):

Where α is expressed as (4):

Where, h_c is the height of the connector (mm), d is the diameter of the connector (mm), f_{ck} is the cylindrical compressive strength of concrete (MPa) and f_u is the ultimate bearing capacity of steel for the connector (MPa).



Por su parte la NC 080-2004 reglamenta la misma expresión (2) establecida en la AISC, por ello no será abordada nuevamente.

Se ha realizado un estudio para evaluar la precisión de las expresiones establecidas en las normativas analizadas, considerando una amplia gama de conectores de diámetros comerciales [12.7 mm (½ in), 15.88 mm (⅝ in), 19.05 mm (¾ in), 22.22 mm (7/8 in) y 25.40 mm (1 in)]. En la Figura 10 aparece una representación gráfica donde se establece una comparación entre los resultados de los modelos numéricos previamente calibrados y los valores de capacidad resistente última de la conexión estimados a partir de las normativas analizadas para diferentes resistencias de hormigón. Se observa como la expresión que establece el EC-4 (2004) predice con buena aproximación, la capacidad resistente de los conectores, para los diámetros comprendidos entre 12.70 y 19.05 mm. Para los diámetros de 22.22 y 25.40 mm, dicha normativa sobreestima en la mayor parte de los casos la capacidad resistente última de los conectores y en ocasiones en valores superiores a un 15 %. Por otra parte, la AISC-LRFD (2005) y NR 080-2004 sobreestiman para todos los diámetros analizados la capacidad resistente última de los conectores. En algunos casos, para conectores de 22.22 y 25.40 mm, estas diferencias se encuentran en el orden del 50 %. (ver Figura 10 d-e).

The NC 080-2004 dictates the same expression (2) established in the AISC and as a result will not be addressed again.

A study to evaluate the accuracy of the expressions established in the analysed norms has been carried out considering a wide range of connectors with commercial diameters [12.7 mm (½ in), 15.88 mm (⅝ in), 19.05 mm (¾ in), 22.22 mm (7/8 in) y 25.40 mm (1 in)]. Figure 10 is a graphic representation where a comparison is established between the results of the numeric models previously calibrated and the values of the ultimate bearing capacity of the connectors estimated according to the analysed norms for different strengths of concrete. It can be observed that the expression that EC-4 (2004) establishes predicts a close approximation of the bearing capacity of the connectors, for diameters between 12.70 and 19.05mm. For diameters of 22.22 and 25.40mm, the said norm overestimates, in the majority of the cases, the ultimate bearing capacity of the connectors, sometimes with values of over 15%. Moreover, the AISC-LRFD (2005) and NR 080-2004 overestimate the ultimate bearing capacity of the connectors for all of the analysed diameters. In some cases, for 22.22 and 25.40 mm connectors, these differences are in the order of 50%. (See Figure 10 d-e).

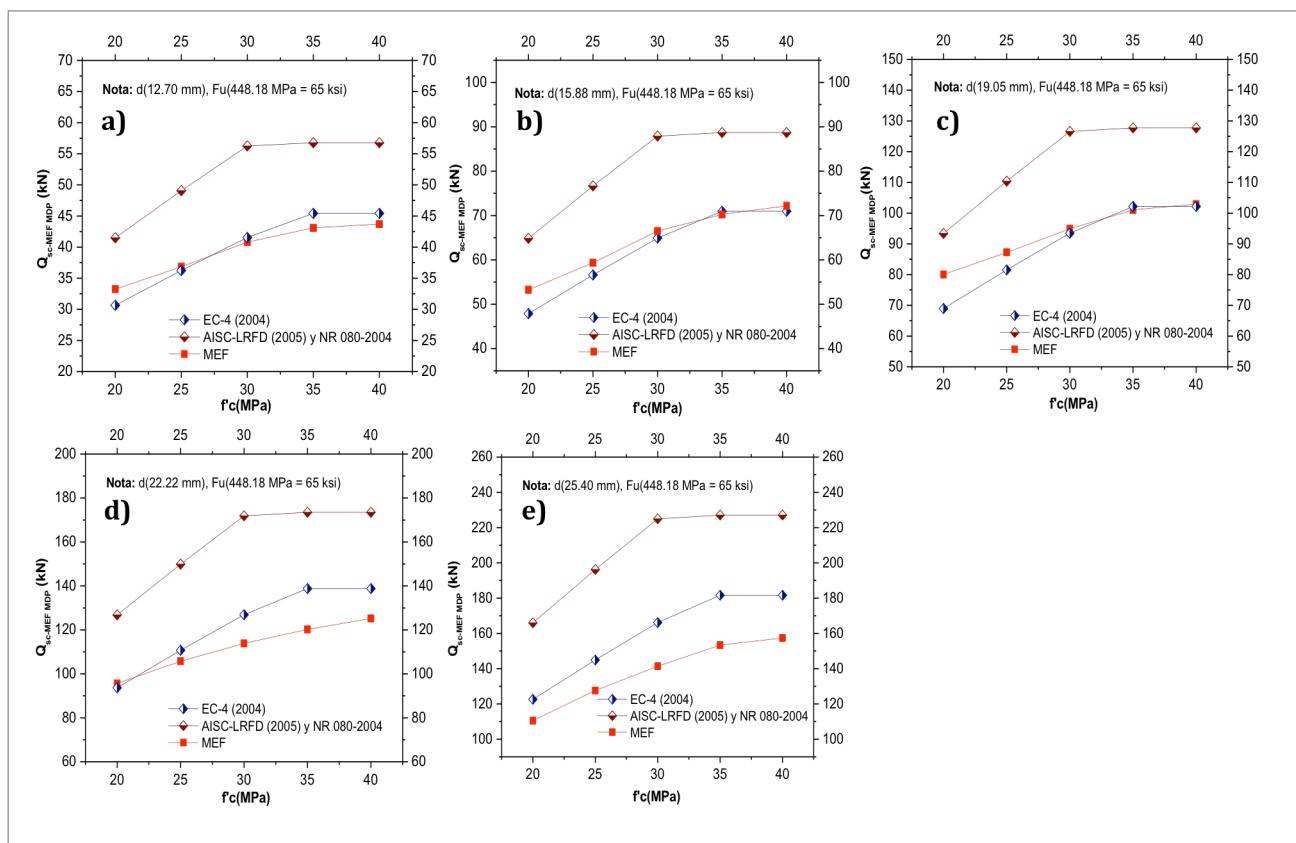


Figura 10. Estudio comparativo para diámetros de: a) 12.70 mm, b) 15.88 mm, c) 19.05 mm, d) 22.22 mm, e) 25.40 mm

Figure 10. Comparative study for diameters of: a) 12.70 mm, b) 15.88 mm, c) 19.05 mm, d) 22.22 mm, e) 25.40 mm



Se hace necesario comentar que la modelación virtual de las probetas, con fines de evaluar la precisión de las expresiones vigentes en las normativas estudiadas, se ha realizado considerando el Modelo de Daño Plástico para el hormigón.

It is necessary to comment that the virtual modelling of the specimens, with the aim of evaluating the precision of current expressions in the studied norms, has been done considering the Plastic Damage Model for concrete.

9. Conclusiones

- Se ha constatado que la consideración de una unión rígida en la interfase perno-hormigón, en correspondencia con los trabajos consultados en la literatura, constituye una adecuada aproximación al fenómeno de contacto normal y tangencial con fricción, lo cual evita dificultades en materia de convergencia numérica.
- A partir de las curvas de comportamiento obtenidas, como resultado de los modelos numéricos, se puede concluir que es adecuada la simulación del ensayo pues se evidencia una buena correspondencia entre los resultados experimentales y numéricos. Se obtienen diferencias en la capacidad resistente inferiores al 5 %, cuando es usado el Modelo de Daño Plástico para el hormigón. Ello permite validar la utilización del MEF para estudiar el comportamiento de conectores y además se demuestra la eficiencia de este novedoso modelo constitutivo basado en la mecánica del daño.
- Se ha comprobado que EC-4 (2004) predice adecuadamente la capacidad resistente de la conexión para diámetros inferiores o iguales a 19.05 mm. Ello no se cumple bajo las mismas condiciones para diámetros de 22.22 y 25.4 mm, donde se obtienen resultados no conservadores. Por otro lado, las normativas AISC-LRFD (2005) y NR 080-2004, sobreestiman la capacidad resistente de la conexión para todos los diámetros de la gama comercial estudiados.

9. Conclusions

- *It has been found that the consideration of a rigid joint at the stud-concrete interface, in correspondence with the consulted literature, is an appropriate approach to the phenomenon of normal and tangential frictional contact which avoids numerical convergence issues.*
- *From the behaviour curves obtained as a result of the numerical models, it can be concluded that the simulation of the test is adequate, as there proves to be a good correspondence between the experimental and numerical results. Differences in bearing capacity below 5% are obtained when the Plastic Damage Model for concrete is used. This allows for the use of the FEM to be validated to study the behaviour of connectors and moreover it demonstrates the efficiency of this novel constitutive model based in damage mechanics.*
- *It has been proved that EC-4 (2004) adequately predicts the bearing capacity of the connection for diameters below or equal to 19.05mm. The same cannot be said for diameters of 22.22 and 25.4mm, where non-conservative results are obtained. Conversely, the norms AISC-LRFD (2005) and NR 080-2004 overestimate the bearing capacity of the connection for all diameters in the commercial range studied.*

10. Agradecimientos

Los autores de este trabajo desean expresar su agradecimiento a CAPES - Brasil, por el apoyo brindado, en el financiamiento, para el desarrollo de la presente investigación.

10. Acknowledgements

The authors of this paper wish to thank CAPES – Brazil for their support in funding this research.

11. Referencias/References

- ABAQUS. (2003),** User's Manual, Ver. 6.4-1, Hibbit, Karlson and Sorensen, Inc.
- Bonilla J. (2008),** Estudio del comportamiento de conectadores tipo perno de estructuras compuestas de hormigón y acero mediante modelación numérica. Tesis Doctoral. Universidad Central de Las Villas. Sta. Clara, Cuba. 201 p.
- Bonilla J., Larrúa R., Mirambell E., Recarey C. (2007),** Estudio de la influencia de la resistencia del hormigón en el comportamiento de conectadores mediante simulación numérica y análisis experimental. , Revista Ingeniería Civil, No 147, Madrid, España, p 57-64.
- Chapman J. C. y Balakrishnan S. (1964),** Experiments on Composite Beams. Journal of Structural Engineer, Vol 42, No 11, p 369-383.
- Ellobody E., Young B. (2006),** Performance of shear connection in composite beams with profiled steel sheeting, Journal of Constructional Steel Research, No 62, p 682-694.
- Eurocode 4 (EN 1994-1-1), Desing of Composite Steel and Concrete Structures – Part 1.1(2004),** European Committee for Standardization, Brussels.
- Hernández H., Bonilla J. Rodríguez G. (2014),** Estudio del comportamiento de vigas compuestas de hormigón y acero mediante simulación numérica. Revista Ingeniería de Construcción, Vol 29, No 1, Santiago, Chile, p 5-21.
- Jayas B. S. y Hosain M. U. (1988),** Behavior of Headed Studs in Composite Beams: Push-out Test. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol 15, No 2, p 240-253.



- Kitoh H. y Sonoda K. (1990)**, Forces on the Studs in a Steel Plate and Concrete Slab. International Association for Bridge and Structural Engineering (LABSE) Symposium, Brussels, p 185-190.
- Lam D. y Elloberry E. (2005)**, Behavior of Headed Stud Shear Connectors in Composite Beam, Journal of Structural Engineering, Vol 131, No 1, p 96-106.
- Lee J. y Fenves G. L. (1998)**, Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, Journal of Engineering Mechanics, Vol 124, No 8, p 892-900.
- Load and Resistance Factor Design (LRFD) Specification for Structural Steel Building (2005)**, American Institute of Steel Construction (AISC), Inc., Chicago, IL.
- Lubliner J., Oliver J., Oller S. y Oñate E. (1989)**, A Plastic-Damage Model for Concrete, International Journal of Solids and Structures, Vol 25, No 3, p 229-326.
- Nie J. y Cai C. S. (2004)**, Steel-Concrete Composite Beams Considering Shear Slip Effects. Journal of Structural Engineering, Vol 129, No 4, p 495-506.
- NR 080-2004, Cálculo de entrepisos compuestos de hormigón y acero con vigas de alma llena sometidos a carga estática. Código de buenas prácticas (2004)**, Norma ramal del Ministerio de la Construcción de Cuba.
- Rambo-Roddenberry M. D. (2002)**, Behavior and Strength of Welded Stud Shear Connectors. PhD. Thesis University of Blacksburg, Virginia, EE.UU, 245 p.
- Zienkiewicz O. C. y Taylor R. L. (2004)**, El Método de los Elementos Finitos, Quinta edición, Ed. CIMNE, Barcelona, España, Vol I, II, III.

