

OPERACIÓN ÓPTIMA DE LA PLANTA DE LOS 4 TANQUES

Mauricio Alva Howes
Barcelona, España, mauricio.alva.howes@hotmail.es

Alejandro Camas Delgado
Barcelona, España, alejandro.camasdeldgado@gmail.com

Néstor García Hidalgo
Barcelona, España, nestorgh91@gmail.com

Tutor: Ramon Costa Castelló
Barcelona, España, ramon.costa@upc.edu

ETSEIB, Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen

Este documento presenta la metodología empleada para operar de forma óptima la planta de los 4 tanques según los criterios establecidos en el concurso en Ingeniería de Control 2014[1]. El sistema de control desarrollado será puesto a prueba en un ensayo tipo, especificado en la descripción del concurso. Durante el ensayo, los costes de operación cambiarán varias veces y la planta estará sujeta a unas restricciones de operación que de no ser cumplidas, una penalización será impuesta.

Palabras Clave: CEA, control, 4 tanques, Simulink

1 INTRODUCCIÓN

El concurso organizado por el Grupo Temático de ingeniería de control del Comité Español de Automática, *Concurso en Ingeniería de Control 2014*, tiene como objetivo el desarrollo de un controlador para la planta de los 4 tanques que se encuentra situada en los laboratorios del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Sevilla. Esta es una implementación de la planta propuesta por Karl H. Johansson [2] que no sigue con exactitud el esquema original.

El documento está estructurado de la siguiente manera: la planta y los objetivos de control son presentados en los apartados 2 y 3, respectivamente. Después, en la sección 4, se describe el algoritmo para encontrar la trayectoria óptima de operación. En el apartado 5, el controlador utilizado es presentado. Finalmente, en el apartado 6 se comprueban los resultados y se concluye el trabajo.

2 LA PLANTA DE LOS 4 TANQUES

2.1 LA PLANTA REAL

En la planta real se dispone de un único grupo de presión que proporciona un caudal de entrada a las ramas que llenan cada uno de los depósitos. Cada una de estas ramas tiene instalados un caudalímetro magnético y una válvula de regulación en serie para controlar el caudal que circula por ellas. Esto permite emular el efecto de los caudales manipulables y las válvulas de 3 vías de la planta original mediante la adecuada selección de las referencias de caudal de cada rama. Esto responde a un esquema de control en cascada que añade una dinámica adicional respecto al modelo original.

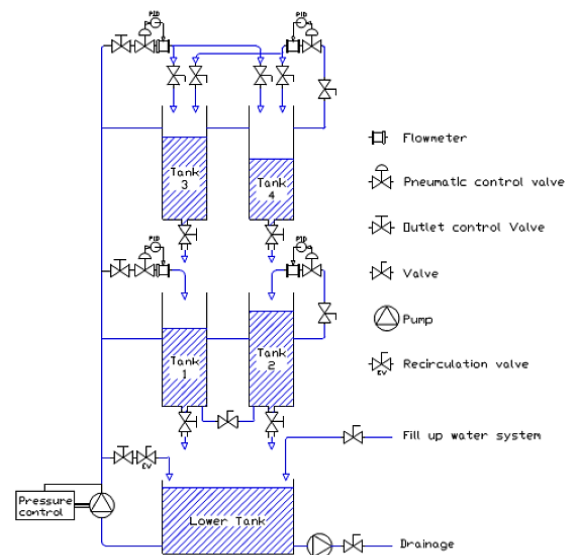


Figura 1: Esquema de la planta real, extraída de [1]

Como muestra la figura 1, la planta real consta de cuatro depósitos transparentes de 1,3 m de altura

aproximadamente. La instrumentación utilizada en la implementación de la planta es de tipo industrial proporcionada por la empresa Siemens: válvulas de regulación neumática, caudalímetros magnéticos y sensores de presión para medir los niveles. Un autómata programable *Siemens S7-200* es el encargado de gestionar la entrada y salida de señales de la planta, del control local de los caudales y de la supervisión de la planta. En un *PC 5 CIC2014* externo conectado al autómata, un servidor *OPC* se comunica con el *PLC* que permite el control remoto desde clientes *OPC*, como *Matlab/Simulink* o *Labview*.

2.2 MODELO

El modelo de la planta de Johansson se puede derivar de primeros principios. Este modelo viene dado por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_a q_a}{A 3600} \quad (1)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_b q_b}{A 3600} \quad (2)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{a_3}{A} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_b) q_b}{A 3600} \quad (3)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{a_4}{A} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1 - \gamma_a) q_a}{A 3600} \quad (4)$$

en las que h_i denota el nivel de líquido en el tanque i . Los caudales de cada rama se denotan q_a y q_b y son variables manipulables.

El parámetro a_i es la sección equivalente del orificio de descarga del depósito i y la sección de todos los tanques es igual y se denota por A . Los parámetros γ_a y γ_b indican la apertura de la válvula de 3 vías.

La planta real presenta dinámicas inmodeladas en los caudales de alimentación de los tanques así como incertidumbres y ruidos en las medidas que no están presentes en el modelo de primeros principios. Además la actualización del valor de las variables manipulables que se aplicarán y la actualización de las medidas de los sensores se realiza cada 5 s.

2.3 PARÁMETROS

Los parámetros presentes en el modelo de la planta toman los siguientes valores:

- Sección de los depósitos

$$A = 0,03 \text{ m}^2$$

- Sección equivalente de los orificios de descarga

$$a_1 = 1,3104 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$a_2 = 1,5074 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$a_3 = 9,2673 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$a_4 = 8,8164 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

- Apertura de las válvulas de 3 vías

$$\gamma_a = 0,3$$

$$\gamma_b = 0,4$$

- Restricciones de operación de las variables

$$0,2 \text{ m} \leq h_i \leq 1,2 \text{ m} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5)$$

$$0 \text{ m}^3/\text{h} \leq q_j \leq 2,5 \text{ m}^3/\text{h} \quad j = a, b \quad (6)$$

- Tiempo de muestreo

$$T_m = 5 \text{ s}$$

- Amplitud máxima del ruido de la planta

$$A_r = 5 \text{ mm}$$

3 OBJETIVOS DE CONTROL

Con el fin de poder evaluar qué sistema de control es mejor, se define un índice de desempeño en el ensayo y que interesa sea lo más pequeño posible. Éste se rige por la expresión (7), donde t es el tiempo total del ensayo, J es la función de coste de operación (véase ecuación (8)) y J^* es la función de costes en el punto de trabajo óptimo (el cual únicamente depende de los costes c y p). El término J_r representa el coste asociado a la violación de las restricciones de operación de los niveles. Así, por cada centímetro que se viole la restricción en cada depósito, el coste aumenta 10 u. m./s.

$$ID(t) = \int_0^t J(h(\tau), q(\tau), c(\tau), p(\tau)) - J^*(c(\tau), p(\tau)) + J_r(h(\tau)) d\tau \quad (7)$$

$$J(h, q, c, p) = (q_a^2 + c \cdot q_b^2) + p \frac{V_{min}}{A(h_1 + h_2)} \quad (8)$$

3.1 ENSAYO

En el ensayo, la planta partirá de un punto de equilibrio óptimo. Tras un pequeño tiempo, los

precios unitarios variarán y en consecuencia el punto de operación óptimo. Transcurrido otro cierto intervalo de tiempo, los costes volverán a cambiar. Tras varios cambios del punto de equilibrio, el ensayo se finaliza.

3.2 SISTEMA DE CONTROL

El sistema de control escogido para la planta se muestra en la figura 2. Las señales de los costes, las alturas y los caudales de referencia se envían a un bloque optimizador en línea (*RTO, Real-Time Optimizer*). Este bloque calcula la trayectoria de menor coste para la planta desde el estado actual al indicado por las referencias. Posteriormente, un controlador se encargará de que la planta siga esta trayectoria óptima.

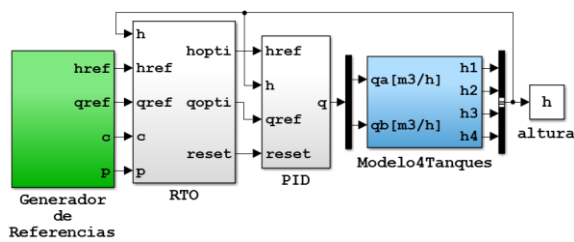


Figura 2: Esquema del sistema de control

4 TRAYECTORIA ÓPTIMA

Dado que el método de evaluación de la competición se centra en el valor del índice de desempeño, se diseña el control con el objetivo de optimizar dicho valor y no el de alcanzar el punto de referencia en el mínimo tiempo.

Aun así, está claro que si el punto de referencia se mantiene constante durante el tiempo suficiente, la planta deberá alcanzar este punto, tarde o temprano, si se quiere optimizar el índice de desempeño. Esto es debido a que el punto de referencia es aquel punto de equilibrio que conlleva menor coste en estado estacionario.

Se decide encontrar la trayectoria óptima de menor coste de la planta, sin considerar el ruido, para un determinado cambio en los costes c y p . Esto se hace numéricamente mediante la función *fminsearch* de *Matlab*.

Para el caso en el que los costes varían de $c = 1$ y $p = 20$ a $c = 1$ y $p = 30$ y la planta se simula durante 1200 s, las curvas que se obtienen para los caudales, las alturas y el coste de operación se encuentran en las figuras 3, 4 y 5 respectivamente.

Se observan tres tramos diferenciados en las curvas de los caudales: un primer tramo en el que los

caudales varían y tienden hacia los valores del equilibrio (marcados con línea discontinua), un tramo intermedio en el que se puede considerar que los valores son constantes y un tramo final en el que se inicia el vaciado de los tanques. Estos tres tramos también se identifican en las otras dos figuras puesto que las variables representadas están relacionadas.

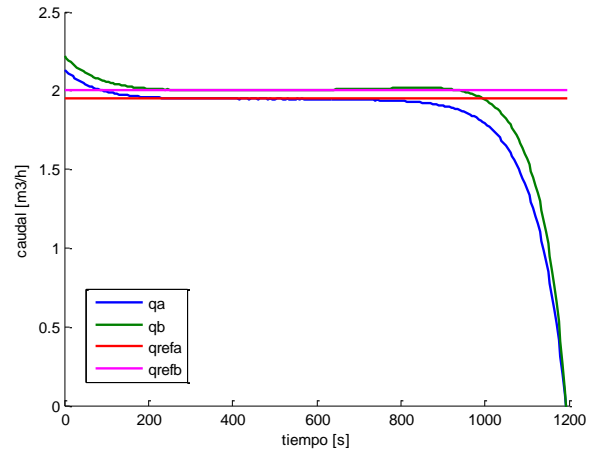


Figura 3: Evolución de los caudales

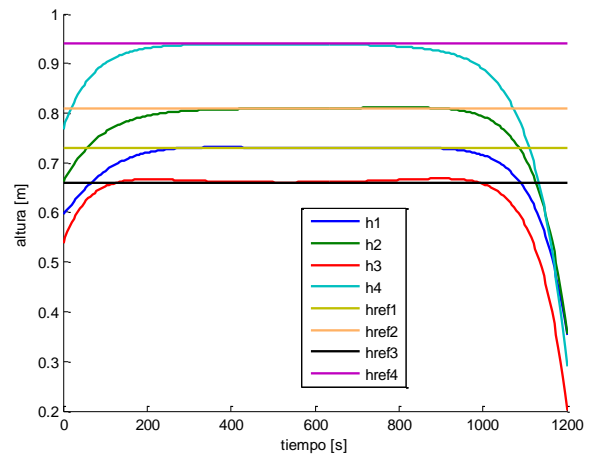


Figura 4: Evolución de las alturas

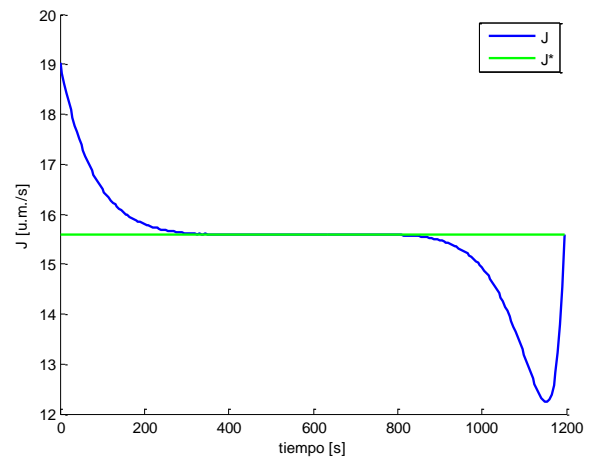


Figura 5: Evolución de J

El primer comportamiento es intuitivo, ya que si los tanques han de subir de nivel, lo lógico es bombear más caudal del necesario al principio y reducirlo poco a poco. Sin embargo, el tramo final, menos intuitivo, es correcto y provocado porque el índice de desempeño no impone ninguna restricción o coste sobre el estado final de la planta.

De esta manera, durante los últimos instantes del ensayo, se deja de bombear agua (esto supone un ahorro en los costes mientras el nivel de los tanques no disminuya demasiado) y se vacían los tanques de forma controlada. Cabe destacar que en ningún momento se produce una violación de las restricciones de operación de la planta. Esto es de esperar, ya que este hecho implicaría una penalización que haría aumentar el índice de desempeño.

Estos comportamientos se han producido para todos los casos ensayados. También es importante destacar que el primer transitorio siempre dura unos 400s, tiempo menor al tiempo ensayado.

Para reducir el tiempo de optimización (ya que éste era muy elevado y la optimización en tiempo real sería inviable), se busca una aproximación de la trayectoria óptima para el primer tramo que sea adecuada para cualquier variación de los costes c y p . No se busca una aproximación para el tercer tramo (vaciado), ya que durante el ensayo se producen distintos cambios de los costes y se desconoce el momento en que finaliza el ensayo.

La función escogida deberá ajustarse a los valores de los caudales durante los primeros 400 s y después mantener un valor constante hasta el próximo cambio del punto de operación.

De las expresiones ensayadas, la que mejor se aproxima a la consigna tiene la siguiente expresión

$$q_j(t) = (q_{ref_j} + \alpha_j \cdot e^{-\beta_j \cdot t}) \cdot u(t) \quad j = a, b \quad (9)$$

Ésta siempre tenderá al valor del caudal de equilibrio siempre y cuando β sea positiva. Variando los valores de α y β se puede variar el valor inicial del caudal y el instante en el que ya se puede considerar que la planta ha llegado al estacionario.

La función escogida, además, reduce enormemente el número de parámetros a optimizar (tan sólo 4, dos por cada caudal). Además permite un cálculo de la optimización en un tiempo inferior al tiempo de muestreo.

Para los casos ensayados, el error cometido al aproximar la curva óptima de los caudales es del

orden de $10^{-3} m$, suficientemente pequeño teniendo en cuenta que la planta se ve afectada por un ruido con amplitud $5 \cdot 10^{-3} m$. De este modo, se da por válida la aproximación realizada.

4.1 BLOQUE RTO

Para incorporar el cálculo de la trayectoria óptima se ha implementado un bloque (bloque *RTO*) en el modelo *Simulink* de la planta que ejecuta el siguiente algoritmo. Además de calcular los caudales, se obtiene una señal de *reset* que se activa cuando se produce un cambio en los costes y que se utiliza en el controlador.

Algoritmo 1 Trayectoria óptima

Requiere:

$h(k)$: Vector con las alturas de los 4 tanques en el instante k .

$h_{ref}(k)$: Vector con las alturas de referencia de los 4 tanques en el instante k .

$q_{ref}(k)$: Vector con los dos caudales de referencia en el instante k .

$c(k)$: Coste c en el instante k .

$p(k)$: Coste p en el instante k .

Devuelve:

$h_{opti}(k)$: Vector con las alturas de los 4 tanques para la trayectoria óptima en el instante k .

$q_{opti}(k)$: Vector con los caudales para la trayectoria óptima en el instante k .

$reset(k)$: Señal de *reset* en el instante k .

while true do

if InitialState() then

$\alpha = [0 \ 0]$

$\beta = [0 \ 0]$

$t = 0$

$q_{opti}(k) = q_{ref}(k)$

$h_{opti}(k) = h_{ref}(k)$

$reset(k) = 0$

else

if $c(k) \neq c(k-1)$ or $p(k) \neq p(k-1)$ then

$[\alpha, \beta] = optimize(c(k), p(k), h(k),$

$h_{ref}(k), q_{ref}(k))$

$t = 0$

$q_{opti}(k) = q_{ref}(k) + \alpha$

$h_{opti}(k) = h(k)$

$reset(k) = 1$

else

$t = t + Tm$

$q_{opti}(k) = q_{ref} + \alpha \cdot \exp(-\beta \cdot t)$

$h_{opti}(k) = next_h_{opti}(q_{opti}(k), h_{opti}(k-1))$

$reset(k) = 0$

end if

end while

5 CONTROLADOR

El control de la planta se ha realizado con dos lazos monovariantes usando controladores tipo *PID* que controlan los niveles de los depósitos inferiores (véase figura 6).

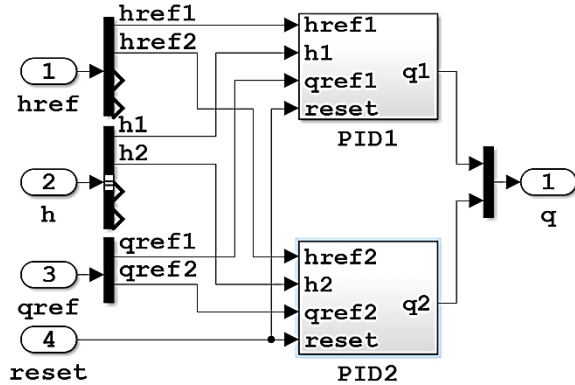


Figura 6: Esquema del controlador de la planta

Ambos lazos han sido dotados de *feedforward* y, dado el rango finito de operación de los actuadores, también de *anti-windup*. Se ha incorporado un *reset* a la parte integradora del controlador PID para poder poner a cero el valor acumulado del integrador. La estructura resultante para cada controlador PID se muestra en la figura 7.

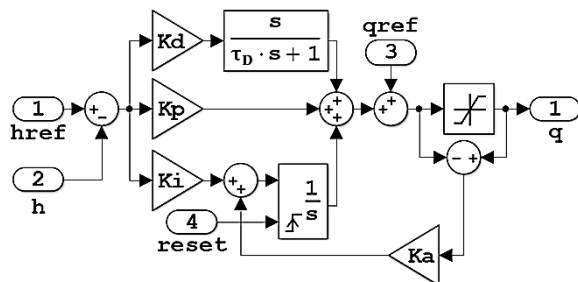


Figura 7: Esquema de uno de los bloques PID

Además, como los caudales están acotados debido a la existencia de un caudal máximo y mínimo, se requiere un elemento saturador a la salida de cada lazo monovariante.

5.1 ESTABILIDAD Y SINTONIZACIÓN

El controlador de la planta consta de 8 parámetros que han de ser configurados de forma que el controlador sea suficientemente rápido para cualquier punto de funcionamiento de la planta y que en ningún momento inestabilice el sistema.

Para sintonizar el controlador y definir así los parámetros del controlador, se decide minimizar la norma H_2 . Dicha norma supone el área total de la gráfica amplitud-tiempo de la respuesta del sistema a un impulso unitario. Minimizándola, se favorece que

la respuesta del sistema difiera lo mínimo del valor deseado.

El sistema sobre el que se calcula es el formado por el anillo en lazo cerrado de la planta y el controlador, formando éste último parte de la realimentación.

Puesto que el modelo lineal de la planta varía según el punto de operación, no existe un controlador óptimo para todos los posibles valores. El controlador escogido deberá ser aquel que presente un mejor comportamiento medio para todo el rango de trabajo.

El conjunto de puntos de operación está acotado por las restricciones en las alturas de los depósitos y los caudales. Éste se presenta en la figura 8.

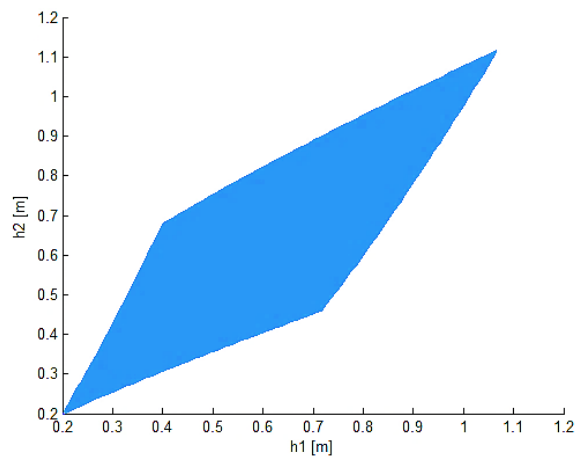


Figura 8: Zona de trabajo de la planta

Se decide escoger los parámetros del controlador que minimicen la suma de las normas H_2 del sistema en varios puntos de trabajo. Concretamente, los puntos de trabajo escogidos se encuentran en la tabla 1.

h_1 [m]	0,33	0,45	0,48	0,62	0,67	0,81	0,92
h_2 [m]	0,35	0,50	0,62	0,52	0,76	0,70	0,91

Tabla 1: Puntos de trabajo escogidos

Estos puntos están distribuidos uniformemente por toda la zona de trabajo y son una muestra representativa de ella. De todos modos, se ha comprobado la estabilidad del sistema realimentado para toda el área de trabajo.

Las constantes de la realimentación del *anti-windup* se han de escoger con la única condición de que este lazo sea estable (K_{a_i} positivas). También se ha de tener en cuenta que cuánto mayores sean, menor será el efecto de la saturación sobre los integradores.

Finalmente se obtienen los siguientes parámetros para el controlador, definidos en la tabla 2.

i	K_{p_i}	K_{i_i}	K_{d_i}	τ_{d_i}	K_{a_i}
1	1,7230	10^{-7}	0,568	10,235	1000
2	1,6934	0	0,712	7,914	1000

Tabla 2: Parámetros de los controladores

6 SIMULACIÓN

Una vez configurado el bloque *RTO* y sintonizados los parámetros del controlador, se procede a la verificación de la optimización del modelo. Para ello se realizan tres simulaciones del ensayo tipo correspondiente al caso 1 [1], en distintas condiciones.

En primer lugar, se simula la planta controlador ni bloque *RTO*, sólo con el *feedforward*, obteniéndose un índice de desempeño $ID = 272,13$. Se simula, a continuación, la planta incorporando controlador y bloque *RTO*, logrando un $ID = 229,11$. Se demuestra así la reducción significativa del índice de desempeño introducida por el seguimiento de la trayectoria óptima.

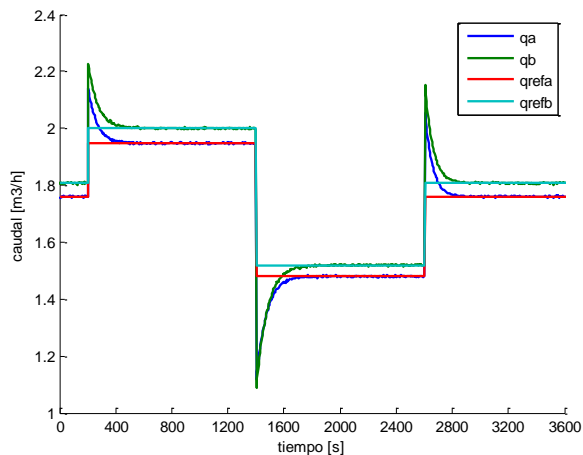


Figura 9: Evolución de los caudales

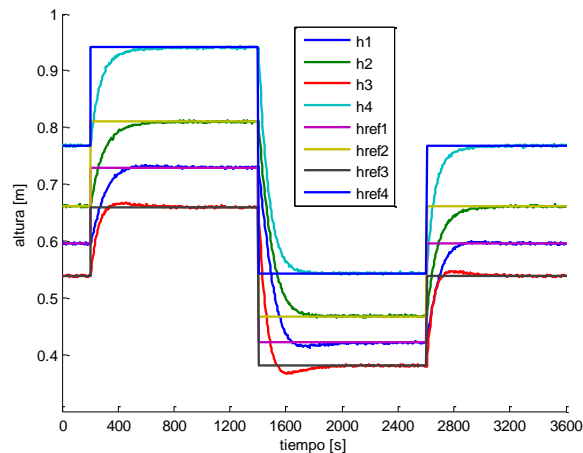


Figura 10: Evolución de las alturas

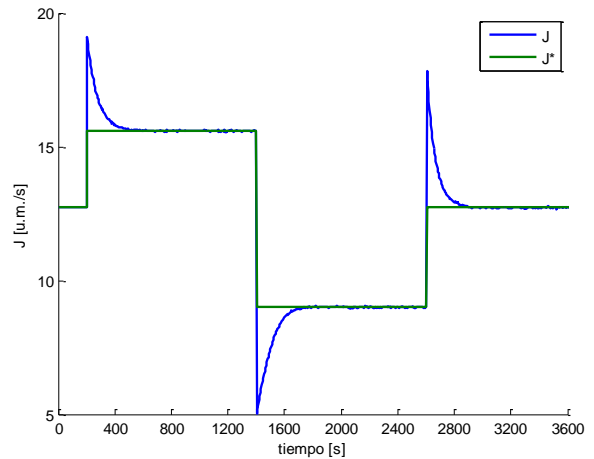


Figura 11: Evolución de J

Por último, para comprobar que se ha obtenido un mínimo, se varían levemente los parámetros aumentándolos en un 1% alcanzando así un valor ligeramente superior: 229,84.

Para la simulación de la planta con el sistema de control presentado en este documento, se presenta la evolución de los caudales, alturas y valor de J en las figuras 9, 10 y 11, respectivamente.

Se puede ver, así, el buen funcionamiento del controlador. En consecuencia, se valida el método escogido para el control de la planta.

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer su esfuerzo y dedicación a Daniel Limón, miembro del Comité Español de Automática, por haber resuelto las dudas que surgían durante la realización del proyecto y a nuestro tutor, Ramon Costa Castelló, por su entrega y dedicación a lo largo del desarrollo del proyecto.

Referencias

- [1] Grupo Temático en Ingeniería de Control de CEA, (2013) Concurso en Ingeniería de Control 2014. Operación óptima de la planta de los 4 tanques. Descripción de la fase 1
- [2] Karl H. Johansson, (2000) The quadruple-tank process, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol 8.
- [3] The MathWorks Inc., (2002) Matlab : version 6 the language of technical computing : Using Matlab