MATEMÀTIQUES I ART: UNA RELACIÓ NECESSÀRIA

Joan Gómez i Urgellés
Professor de la UPC, matemètic i pedagog

Falta introducció Joan

CONSIDERACIONS INICIALS

Sovint socialment ens plantegem què considerem per *art*. La paraula *art* deriva del llatí ARS, ARTIS i el *Diccionari de la llengua catalana* de l'IEC es refereix a 'destresa, habilitat', al 'sistema de regles i preceptes per a fer bé alguna cosa'.

En altres llengües la definició és coincident:

Segons la Real Academia Española (RAE) l'art (*arte* en castellà) és 'virtud, disposición y habilidad para hacer algo', i també és 'conjunto de preceptos y reglas para hacer bien algo'.

La classificació en la Grècia antiga incloïa sis coneixements dins l'art: arquitectura, dansa, escultura, música, pintura i poesia. A la societat actual s'ha passat a considerar *altres arts;* per exemple s'acostuma a dir que el cinema és el setè art. També s'hi consideren, com a art, actualment altres habilitats i coneixements com podria ser la fotografia.

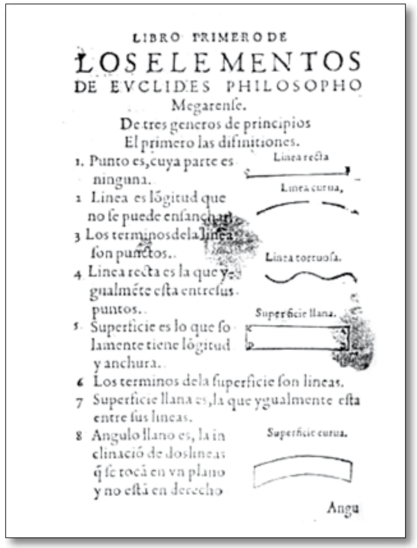
Però què en pensen i en pensaven els artistes? Creien que l'art és bellesa? En què coincidien els antics pensadors i els més cotitzats artistes del segle passat i de l'actualitat sobre què és bell?

Si seguim llegint la definició de *art* veiem que també s'esmenta aquest extrem: 'aplicació de l'habilitat i del gust a la producció d'una obra segons principis estètics'.

Si parlem d'estètica, d'art, de matemàtiques, de proporcions, de bellesa, és de sentit comú que parlem de l'anomenat *número d'or* i tot allò que l'envolta. Ell és el culpable de tot l'embolic. Per tant el protagonista del present escrit serà sens dubte el número d'or.

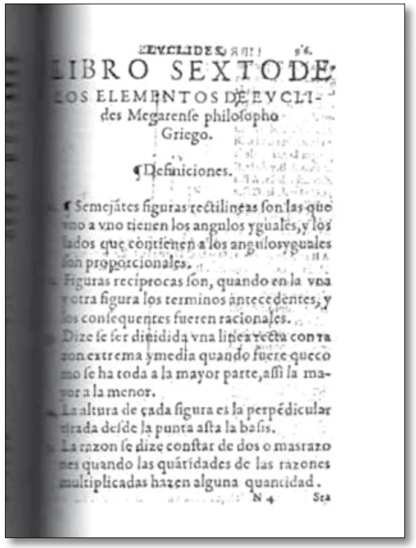
UNA NOTA HISTÒRICA

Aproximadament a l'any 350 aC Euclides va escriure el llibre *Els elements,* text que recull bona part del coneixement matemàtic de l'època.


LIBRO PRIMERO DE
LOS ELEMENTOS
DE EVCLIDES PHILOSOPHO
Megarenſe.
De tres generos de principios
El primero las difinitiones.

1. Punto es, cuya parte es ninguna.
2. Linea es lõgitud que no ſe puede enſanchar.
3. Los terminos dela linea ſon punctos.
4. Linea recta es la que ygualmẽte eſta entre ſus puntos.
5. Superficie es lo que ſolamente tiene lõgitud y anchura.
6. Los terminos dela ſuperficie ſon lineas.
7. Superficie llana es, la que ygualmente eſta entre ſus lineas.
8. Angulo llano es, la inclinació de dos lineas q̃ ſe tocã en vn plano y no eſtã en derecho

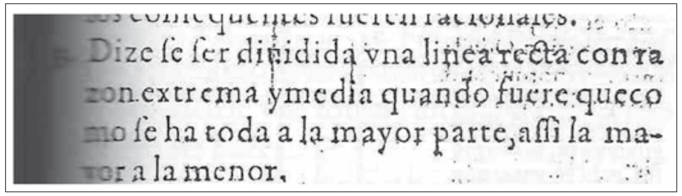
Angu


EVCLIDES. 56.
LIBRO SEXTO DE
LOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarenſe philoſopho
Griego.

¶ Definiciones.

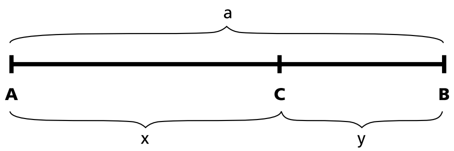
¶ Semejãtes figuras rectilineas ſon las que vno a vno tienen los angulos yguales, y los lados que contienen a los angulos yguales ſon proporcionales.
Figuras reciprocas ſon, quando en la vna y otra figura los terminos antecedentes, y los conſequentes fueren racionales.
Dize ſe ſer diuidida vna linea recta con razon extrema y media quando fuere que como ſe ha toda a la mayor parte, aſſi la mayor a la menor.
La altura de cada figura es la perpẽdicular tirada deſde la punta aſta la baſis.
La razon ſe dize conſtar de dos o mas razones quando las quãtidades de las razones multiplicadas hazen alguna quantidad.
N 4 Sea

Els elements és el llibre més difós després de la Bíblia i ha estat objecte d'estudi gairebé durant més de 2000 anys. En el llibre sisè hi troben el següent paràgraf:


...conſequentes fueren racionales.
Dize ſe ſer diuidida vna linea recta con razon extrema y media quando fuere que como ſe ha toda a la mayor parte, aſſi la mayor a la menor.

"Un segment està dividit en mitja i extrema raó quan el segment total és a la part major com aquesta a la part menor"(Euclides, Elements VI.3).

Això ho podem grafiar com



De manera que $\frac{a}{x}=\frac{x}{y}$

Si tenim quatre quantitats a, b, c i d de manera que es verifiqui $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (igualtat entre proporcions), els termes a i d s'anomenen extrems i els termes b i c mitjos de la proporció. Si el que tenim és de la forma $\frac{a}{b}=\frac{b}{d}$, aleshores el terme b s'anomena mitjana proporcional entre a i c.

Sovint es coneix aquesta divisió com a *divisió àuria* o *secció àuria* del segment. La part que té una mesura de x unitats de manera que verifiqui la relació anterior ($\frac{a}{x}=\frac{x}{y}$) s'anomena *segment auri del segment* a.

És obvi que si agafem un segment de longitud a i considerem "dos trossos" de longituds x i y, això no sempre verificarà la relació $\frac{a}{x}=\frac{x}{y}$.

Ens entretindrem a descobrir quin és el valor d'aquest quocient $\frac{a}{x}=\frac{x}{y}$.

Com que $a=x+y$, aleshores $y=a-x$ i substituint a $\frac{a}{x}=\frac{x}{y}$ tenim: $\frac{a}{x}=\frac{x}{a-x}$, operant:

$a\cdot(a-x)=x^2$, arreglant una mica: $x^2+a\cdot x-a^2=0$, i resolent l'equació tenim:

$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2+4a^2}}{2}=a\cdot\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$; d'aquesta manera podem establir que el quocient $\frac{x}{a}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. Si escollim la solució positiva (ja que es tracta de mesures) tenim:

$$\frac{x}{a}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}=1,6180...$$

Aquest nombre tan "singular" s'anomena *nombre d'or* i s'indica amb la lletra ϕ (fi).

$$\boxed{\phi=1,6180...}$$

L'assignació d'aquesta lletra (inicial de Fídias) a aquest nombre la va efectuar a l'any 1900 el matemàtic Mark Barr en honor a l'escultor grec Fídias (Atenes, 480 aC – 430 aC). Fídias va dissenyar les estàtues d'Atenea a l'Acròpoli d'Atena (en el Partenó) i l'estàtua de Zeus a Olímpia.

A l'antiga Grècia es va utilitzar per establir proporcions de temples, tant en les seves plantes com en façanes. Kepler, astrònom alemany (1571-1630), va considerar que les joies de la geometria són la proporció àuria i el teorema de Pitàgores.

EL NOMBRE D'OR AL NOSTRE ENTORN

Tradicionalment el nombre d'or està associat al concepte de bellesa, en el sentit que els objectes on hi ha la seva presència semblen més "bonics", ens "atrauen" més, són més harmoniosos.

Si els proposo que observin la següent seqüència de rectangles i que escullin el que els sembli més "bonic", més "harmoniós", d'acord amb la majoria de vegades que s'ha proposat aquesta experiència, el rectangle escollit serà el segon. Si efectuen la divisió entre la mesura del costat "llarg" i el que mesura el costat "petit" observaran que s'obté 1,6180... (GÓMEZ, J. *L'altra cara de les matemàtiques*). Aquests rectangles s'anomenen *àurics*.

Rectangle 1=60,4x24,4 cm

Rectangle 2=52,4 x 32,4 cm,
aquest és el rectangle auri

Rectangle 3=56,2x28,2 cm

Rectangle 4=44,4 x 40,4 cm

Escala 1 : 10

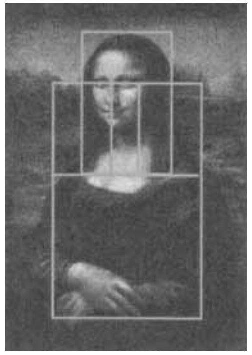
Aquest fet no és casual; les persones humanes tenim en el nostre retret una mena d'intuïció per les formes belles i harmonioses.

¿Què té d'especial aquest nombre i aquest rectangle i quina influència plasma en el tarannà dels ciutadans? La presència del nombre d'or a la societat és una cosa subtil amb què s'identifica l'harmonia dels elements bells i bonics de la societat i dels objectes. La seva presència la trobem en múltiples escenaris quotidians.

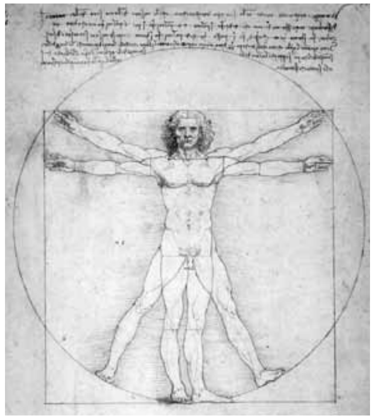
1. A la butxaca: Els documents d'identitat, els paquets de tabac, les targetes d'altres documents. Si s'entretenen a dividir el costat llarg entre el petit obtindran aquest nombre.

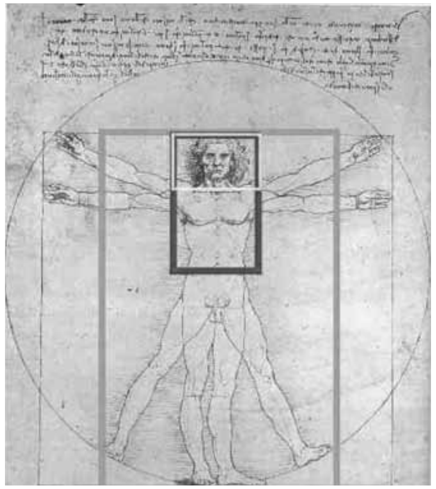
2. A l'art: Dibuix anatòmic de Da Vinci, La Gioconda, Venus de Milo...

Els artistes del Renaixement varen utilitzar la secció àuria en múltiples ocasions tant en pintura i escultura com en arquitectura per aconseguir equilibri i bellesa.
Leonardo da Vinci, en el seu quadre de La Gioconda (o Monna Lisa) va utilitzar rectangles àurics per plasmar el rostre de Monna Lisa. Es poden localitzar en molts detalls del seu rostre, i el mateix rostre s'emmarca en un rectangle àuric.

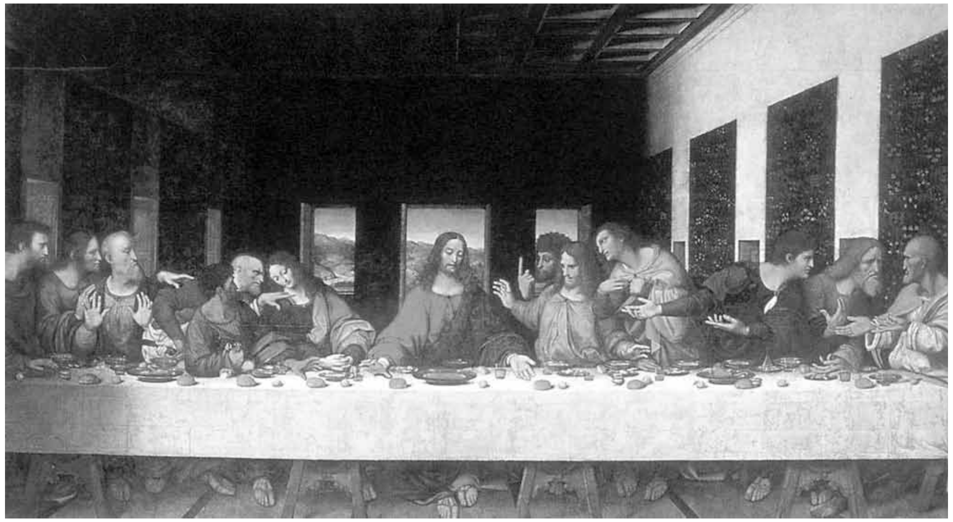


En la següent imatge tenim L'Home de Vitruvi de Leonardo, on mostrem el rectangle àuric.



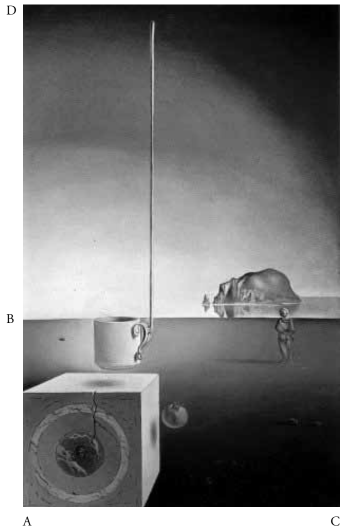


Leonardo da Vinci, de fet, el va usar per definir totes les proporcions fonamentals de la seva pintura: en el quadre *L'últim sopar* la proporció àuria apareix en les dimensions de la taula i les proporcions de les parets i les finestres.



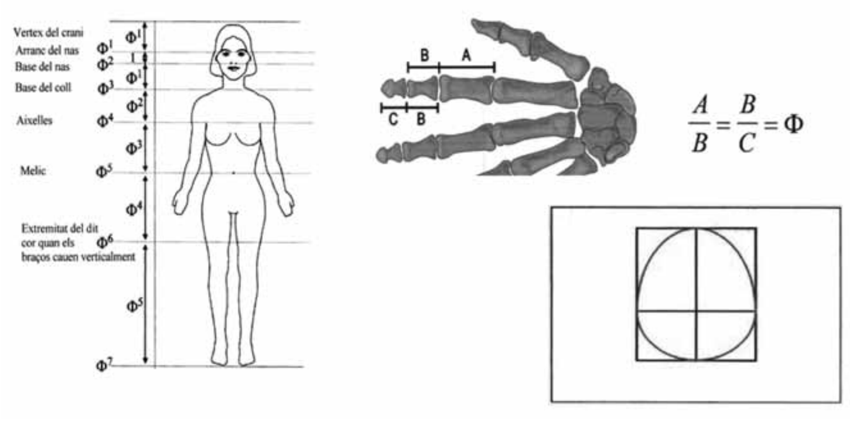
El nombre auri ha interessat també alguns artistes contemporanis, com ara Salvador Dalí, que el va aplicar en diverses obres.

També en trobem en l'obra *Semitassa gegant voladora* (1932-1935).

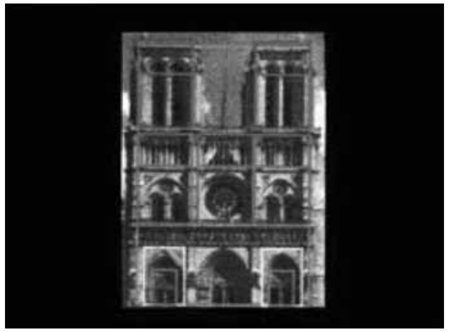


S'observa que
AD:AC=AC:AB= ϕ

3. A la natura: L'alçada del llombrígol és 1,6 vegades el seu diàmetre. També en les proporcions dels dits de les mans, i fins i tot en un ou de gallina!



4. A l'arquitectura: Edifici del Secretariat de les Nacions Unides, catedral de Notre-Dame de Paris, Partenó...



El mateix Rafael Alberti va escriure un poema (*Divina Proporción*) dedicat a la proporció àuria:

Divina Proporción
A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de mesura
que el Universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños, angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro.

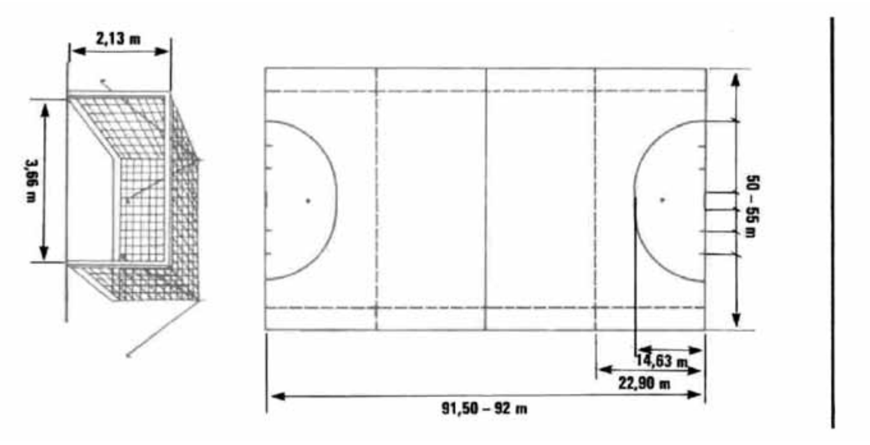
Mostrarem algunes curiositats recents d'utilitat domèstica on hi ha implicada la proporció àurica:

A la IX Fira d'Invents Galàctica de Vilanova i la Geltrú (2001) va ser guardonat l'estenedor Drymax. Una de les característiques d'aquest estenedor és que, a més a més de minimitzar l'espai que ocupa l'estenedor i de maximitzar el temps d'assecat, les articulacions estan en proporció àuria.

La catedràtica de Matemàtiques de l'IES Francesc Macià de Cornellà Pepita Panadés resumeix un treball matemàtic extraordinàriament creatiu que a més ha estat presentat a la IX Fira d'Invents Galàctica que s'ha celebrat a Vilanova i la Geltrú. La professora Pepita Panadés ens mostra la solució donada a un problema domèstic i ens descriu amb molta tendresa la seva experiència a la fira.
Nota extreta de :
http://www.xtec.es/~dpinol1/abeam/butlleti/

¡Si algun dia veuen en algun balcó un estenedor com el Drymax, els invito a contemplar la bellesa d'allò que té alguna cosa a veure amb el nombre d'or!

Si ens fixem en camps esportius com ara els de futbol, rugbi o hoquei, notarem que en la majoria d'ells també trobem el rectangle àuric:



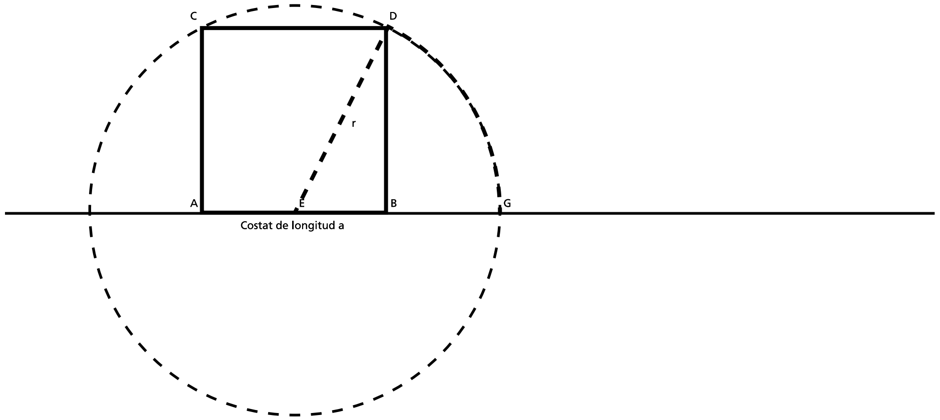
També és extraordinari observar com els sommeliers en els seus tastos de vins usen la proporció àuria en l'harmonia de l'alçada del vi que està distribuït en una copa: l'alçada de la copa dividida per l'alçada del vi s'aproxima al número d'or!

Tanmateix si es fixen en les tanques publicitàries notaran que moltes mantenen la relació àuria ja que els professionals de la publicitat pensen que efectivament aquests rectangles són els més harmoniosos i per tant els que el possible client mirarà més.

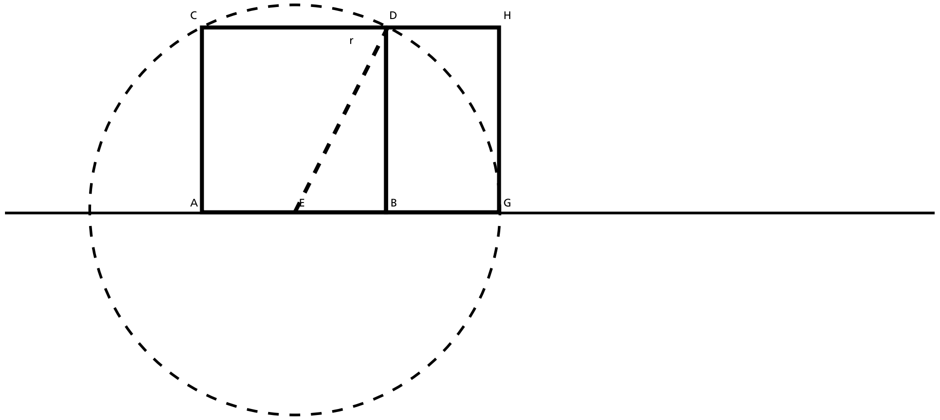
CONSTRUCCIÓ DEL RECTANGLE ÀURIC

La pregunta natural és: ¿Com es pot construir un rectangle àuric?

Considerem un quadrat de vèrtex A, B, C i D que mesuri *a* unitats de costat tal com mostra la figura:



Anomenem E el punt mitjà del costat AB i *r* el segment que uneix E i el vèrtex D. Aleshores construïm la circumferència de centre E i radi *r*. Allarguem el costat AB fins a trobar el punt d'intersecció de la circumferència construïda amb la prolongació del costat AB; a aquest punt li diem G. Amb aquests elements podem construir el rectangle que mostrem a la figura:



Ens interessa calcular el valor que s'obté de dividir la longitud de la base entre l'alçada, és a dir: $\frac{AG}{GH}$

Càlcul de GH:

Recordem que AB=a i per tant GH=a (recordin que ABCD és un quadrat cada costat del qual mesura *a* unitats).

Càlcul d'*AG:*

Per trobar el valor AG=AE+EG= $\frac{a}{2}+r$ ens cal determinar el valor de *r*.

A la figura s'observa que EB mesura $\frac{a}{2}$ i que BD mesura *a;* llavors per determinar el valor del segment *r* aplicarem el teorema de Pitàgores:

$r^2=a^2+(\frac{a}{2})^2$ aleshores $r=\sqrt{a^2+(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{\frac{4\cdot a^2+a^2}{4}}=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{5}$

Amb això tenim que el costat "llarg" AG mesura $AG=\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\cdot\sqrt{5}=\frac{a}{2}\cdot(1+\sqrt{5})$

Per tant $\frac{AG}{GH}=\frac{\frac{a}{2}\cdot(1+\sqrt{5})}{a}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1,61803...=\phi$.

Aquest fet ens mostra que, efectivament, el rectangle construït és àuric.

EL NÚMERO D'OR I LA SUCCESSIÓ DE FIBONACCI: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

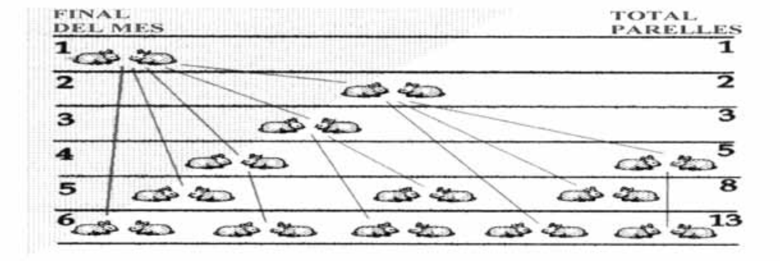
Leonardo Bonacci (1170-1240), matemàtic italià anomenat Leonardo de Pisa per ser natiu de la ciutat de Pisa, va passar a la posteritat amb el sobrenom de Fibonacci.

Fibonacci va difondre per Occident els caràcters aràbics i va publicar el *Liber abbaci*, potser un dels millors textos d'àlgebra coneguts –escrit l'any 1202–. En aquest llibre exposa problemes algebraics aplicats a la resolució de problemes del comerç i plasma la importància del sistema de numeració hindú i aràbic. D'aquesta obra només es conserva la segona edició –publicada al 1228– on destaca a les planes 123 i 124 un curiós problema relacionat amb el creixement d'una població de conills. En aquest problema apareix una seqüència numèrica que es coneix com a *successió de Fibonacci* i que té la particularitat d'estar estretament relacionada amb el número d'or.

Vegem l'esmentat problema:
En un lloc tancat es diposita una parella de conills per observar quants descendents produeixen en el curs d'un any. La hipòtesi de treball consisteix en el fet que cada mes, a partir del segon mes de vida, una parella de conills reprodueix dos conills més tal com mostra la imatge:

Creixement d'una població de conills:

El model seguit és el següent: el primer mes no són fèrtils, a partir del segon mes cada parella en reprodueix una de nova. Suposem que no es mor cap parella! S'obté doncs:



Tot seguit comptarem el nombre de parelles que hi ha al final de cada mes.

Primer mes: La inicial P_0 (total **1** parella).
Segon mes: La inicial P_0, perquè encara no es fèrtil (total **1** parella).
Tercer mes: Ja procrea,; tinc una nova parella P_1 i la P_0 que tenia (total **2** parelles).
Quart mes: La P_1 encara no es fèrtil, P_0 en fa una altra; diguem-li P_2 (total **3** parelles).
Cinquè mes: La P_1 ja es fèrtil; tinc doncs la P_1 i els fills de P_1, que ni direm P_3; la P_0 procrea (diguem-li P_4). (Total **5** parelles).

La seqüència numèrica és: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., que es coneix pel nom de *successió de Fibonacci*.

El lector pot observar que cada terme s'obté sumant els dos anteriors, és a dir:
1+1=2
1+2=3
2+3=5
3+5=8

En síntesi: ¿què té de curiós la successió de Fibonacci? Si efectuem els quocients entre un terme i el seu anterior s'observa que:
1/1= 1
2/1 = 2
3/2 = 1,5

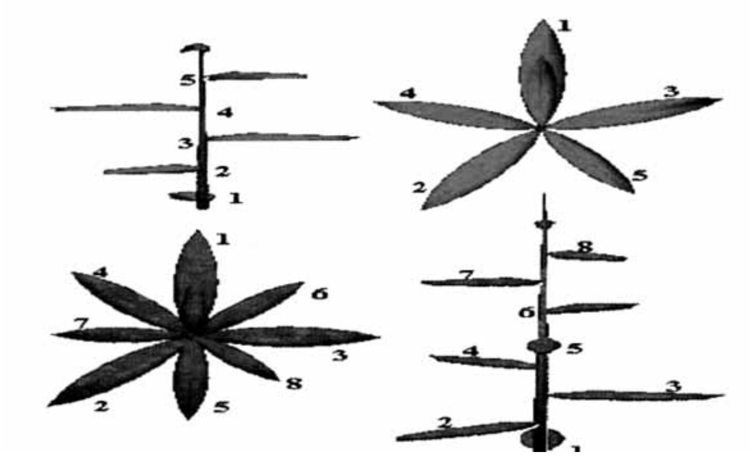
5/3 = 1,66666
8/5 = 1,6
13/8 = 1,625
21/13 =1,615

Ens acostem al nombre d'or: 1,6180339...!

Aquesta meravellosa seqüència també la trobem a la natura, per exemple:

1. En les pinyes:

2. Les fulles d'una planta: Si considerem una planta, i dues branques amb fulles que estiguin a la mateixa tija (la mateixa vertical), entre ambdues hi ha un nombre de branques i fulles de la successió de Fibonacci!



El nombre d'or forma part d'una gran família de nombres, els anomenats *nombres metàl·lics*. Els mostrarem alguns d'aquests nombres.

LA FAMÍLIA DEL NOMBRE D'OR: NOMBRES METÀL·LICS

Els mostrarem els familiars més directes del nombre d'or. Són uns nombres estretament relacionats amb el nombre d'or i les successions de Fibonacci.

Recordem que l'equació $x^2-x-1=0$ té dues solucions; si escollim la solució positiva obtenim el valor $x_{or} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180...$, és a dir el nombre d'or. Com hem mencionat el nombre d'or té associada la successió (seqüència) de Fibonacci: *1, 1, 2, 3, 5, …*, que verifica que els quocients entre cada terme i el seu anterior s'acosten al nombre d'or:

$\frac{1}{1}, \frac{3}{1}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \ldots$ *s'acosta a 1,61180...*

Seguidament els mostrarem que si partim d'equacions de segon grau lleugerament modificades i afins a l'esmentada $x^2-x-1=0$ trobarem un seguit d'equacions que ens generen els anomenats *nombres metàl·lics*. El "cap de família" dels nombres metàl·lics és el nombre d'or i els seus germans són el nombre de plata, el de bronze, el de coure, el de níquel i el de platí. També hi ha seqüències numèriques que s'acosten a ells de manera anàloga a la de Fibonacci (àdhuc les podem anomenar successions de *pseudo-Fibonacci*). Tot seguit els presentarem les expressions d'aquets nombres i llurs propietats.

Plata

L'equació $x^2-2x-1=0$ té com a solució positiva $x_{plata}=1+\sqrt{2}=2,4142...$, anomenat *nombre de plata*. Si consideren la seqüència 1, 1, 3, 7, 17,… s'observa que els quocients $\frac{1}{1}, \frac{3}{1}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \ldots$ s'acosten a *2,4142...*

Bronze

Tenim $x^2-3x-1=0$ amb solució positiva $x_{bronze}=\frac{3+\sqrt{13}}{2}=3,3027...$ La seva successió associada és *1, 1, 4, 13, 43, 142,....* De manera que els quocients $\frac{1}{1}, \frac{4}{1}, \frac{13}{4}, \frac{43}{13}, \ldots$ s'acosten a *3,3027...*

Coure

De l'expressió $x^2-x-2=0$ tenim que $x_{coure}=2$ De manera que a partir d'aquesta successió *1, 1, 3, 5, 11, 21,…*, considerant $\frac{1}{1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{3}, \frac{11}{5}, \ldots$ ens acostem a *2*.

Níquel

De la igualtat x^2-x-$3=0$ tenim que $x_{níquel}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}=1{,}3660...$ amb $1, 1, 4, 7, 19, 40,...$verificant que $\frac{1}{1}, \frac{4}{1}, \frac{7}{4}, \frac{19}{7}, ...$ s'acosta a $1{,}3660...$

Platí

Com els anteriors x^2-$2x$-$2=0$ té per solució $x_{platí}=1+\sqrt{3}=2{,}735...$ $1, 1, 4, 10, 28,...$, de manera que $\frac{1}{1}, \frac{4}{1}, \frac{10}{4}, \frac{28}{10}, ...$ s'acosta a $2{,}735...$.

Una pregunta natural és: ¿D'on surten aquestes successions? No és màgia! Es generen a partir dels coeficients de l'equació. En general són equacions de la forma x^2-mx-$n=0$ amb $m>0$ i $n>0$ i enters. La successió generada és una seqüència del tipus G_1, G_2, G_3, G_4, G_5... on s'agafa $G_1= G_2=1$ i els següents termes de la forma $G_k=m\cdot G_{k-1}+n\cdot G_{k-2}$; aleshores els quocients dels termes de les successions corresponents als números metàl·lics: $\frac{G_2}{G_1}, \frac{G_3}{G_2}, \frac{G_4}{G_3}, ...$ s'acosten al número metàl·lic corresponent.

Els ho resumim en la següent taula:

nom	equació	m	n	nombre metàl·lic	seqüència
or	x^2-mx-$n=0$	1	1	$1{,}6180...$	$1,1,2,3,5,...$
plata	x^2-$2x$-$1=0$	2	1	$2{,}4142...$	$1,1,3,7,17,...$
bronze	x^2-$3x$-$1=0$	3	1	$3{,}3027...$	$1,1,4,13,43,...$
coure	x^2-x-$2=0$	1	2	2	$1,1,3,5,11,21,...$
níquel	x^2-x-$3=0$	1	3	$1{,}3660...$	$1,1,4,7,19,...$
platí	x^2-$2x$-$2=0$	2	2	$2{,}7320...$	$1,1,4,10,28,...$

De la mateixa manera que el nombre d'or va ser usat en proporcions en l'arquitectura de Grècia, el nombre de plata va ser usat en tapissos i patis romans i el de platí en alguns aspectes de l'arquitectura del Renaixement.

Ja que hi estem posats i com a nota curiosa mencionarem un altre nombre -que no té res a veure amb els nombres metàl·lics-, que es coneix com a *número de plàstic*. En certa manera podríem afirmar que és cosí dels anteriors! S'anomena *de plàstic* ja que no és solució d'una equació de segon grau (sinó de tercer grau) i per tant no té la mateixa "categoria" de formar part d'aquesta gran família!

Es defineix com l'única solució real de l'equació:

x^3-x-$1=0$, que té per solució $x_{plàstic}=1{,}324718....$ Aquest nombre també té una successió associada (anomenada de Padovan):

$1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37,...$, successió que es genera –agafant els tres primers termes com la unitat– com a:$P_k=P_{k-2}+P_{k-3}$ "Cada nou terme és la suma dels dos avantpenúltims". Anàlogament a les seqüències dels nombres metàl·lics es verifica que els quocients de cada terme entre el seu anterior s'acosten al nombre de plàstic:

$\frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}, \frac{12}{9}, ...$ A mesura que avancem ens acostem a $1{,}324718....$

Aquesta successió la va estudiar el matemàtic Richard Padovan (nat al 1935) i va ser descoberta l'any 1928 per l'arquitecte holandès Hans van der Laan (1904-1991). El lector pot trobar més informació en l'article *Mathematical Recreations* d'Ian Stewart publicat a *Scientific American* (juny del 1996).

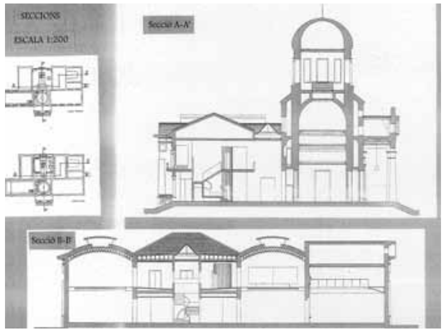
Per a més informació sobre els nombres metàl·lics:

SPINADEL Vera W. (1997). "Una nueva familia de números". *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* vol. 227, n. 1.

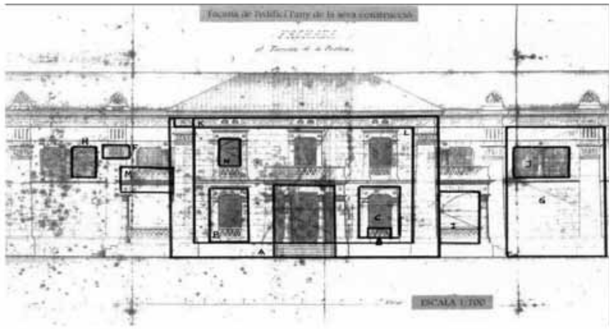
EL NOMBRE D'OR, UNA DE LES GRANS MERAVELLES DE LA BIBLIOTECA MUSEU VÍCTOR BALAGUER

Però no cal anar tan lluny: a casa nostra en tenim més exemples. Podem fer un cop d'ull a un edifici proper: el Museu Víctor Balaguer.

centre de Vilanova i la Geltrú, també hi trobem el nombre d'or. En la façana apareixen diferents rectangles, estàtues... amb les proporcions àuries.



Us convidem a fer aquesta petita comprovació. Si mesurem el plànol de la planta podem observar diferents rectangles. Al realitzar els diferents càlculs ens apareix sempre la mateixa proporció:



Rectangle A

$\frac{25.3}{15.8}$=1.601265823 b Φ

Rectangle B

$\frac{7.5}{4.5}$=1.66 b Φ

Rectangle C

$\frac{8.5}{5.3}$=1.603773585 b Φ

Vull manifestar que aquest treball que relaciona el Museu amb la proporció àuria està realitzat per Berta Bardí i Milà, dins l'assignatura Matemàtiques I, Escola d'Arquitectura UPC, Curs 97-98.

CLOENDA: ELS QUADRATS MÀGICS

En el món de l'art trobem altres relacions amb les matemàtiques, i farem esment especial del quadrat màgic de Durero.

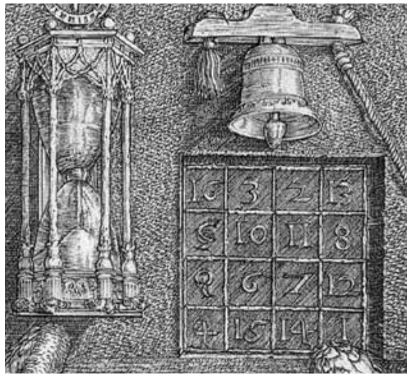
Un quadrat "màgic" és una taula en què es disposen una sèrie de nombres sencers en un quadrat o matriu en el qual la suma dels nombres de les files o columnes i diagonals principals sigui la mateixa: la constant "màgica".

Actualment està de moda el joc del sudoku, on parlem d'un quadrat en el qual la suma dels dígits que formen les columnes i les files és constant, tot i que no succeeix igual en la suma a les diagonals.

Quan es compleix la condició que la suma de les verticals, horitzontals i diagonals és constant parlem de *quadrat màgic*.

Els orígens dels quadrats màgics es remunten al III mil·leni aC. Diu la llegenda que l'emperador Yu va trobar una tortuga que a la closca tenia un quadrat màgic de dimensions 3x3.

Albert Durero (1471-1528), pintor i geòmetra, va fer un quadrat màgic de 4x4 de suma màgica 34, que va plasmar en el seu quadre *La melancolia* de 1514.



Sembla que Melancolia és una obra que fomenta el debat del momento que està lligada a les creences maçòniques.

En el quadrat màgic, a més de sumar 34 en qualsevol sentit (horitzontal, vertical i diagonal), les quatre cantonades també sumen 34. Però notem que també sumen el mateix els quadrats interiors… Si ens hi fixem, a baix hi ha el 15 i el 14. Notem que Durero representa l'any que fa fer el quadre…. També sumen 34 els seus quatre vèrtexs 16 +13 +4 +1 i els seus veïns 5 +8 +9 +12, 15 +14 +3 +2. També els números centrals 10 +11 +6 +7 i els "salts de cavall" 5 +2 +12 +15.

Gaudí, al segle XX va utilitzar els quadrats màgics en una façana de la Sagrada Família (la de la Passió, en què al 1987 Subirachs va rebre l'encàrrec de continuar el treball de Gaudí). La constant màgica en aquest cas és, 33 que coincideix amb l'edat que tenia Jesucrist quan el van crucificar. L'única pega d'aquest quadrat màgic és que té dos nombres repetits, cosa que potser li treu algun mèrit però segurament era necessària per donar-li el sentit espiritual pretès.

LA ITÀLIA DEL SEGLE XIX RETRATADA PELS PINTORS CATALANS

Cristina Alcalde Andreu
Historiadora de l'Art

Al llarg del s. XIX, tot un seguit d'artistes catalans emprengueren el viatge a Itàlia per tal de completar la seva formació artística. Aquesta experiència vital suposà la consolidació professional d'alguns d'ells, com en el cas de Marià Fortuny, alhora que els permeté crear unes sinergies, amb els pintors italians, que haurien de marcar irremeiablement les seves trajectòries artístiques.
La bellesa i varietat de la geografia italiana, acaronada per l'ardent llum mediterrània, omplí les teles dels artistes en un moment en què el paisatgisme es consolidava com a gènere i reivindicava la seva posició en la història de l'art modern.

L'ARRIBADA A ROMA

Durant el Grand Tour dels aristòcrates, als segles XVII i XVIII, tot un seguit d'intel·lectuals s'embarcaren en un viatge formatiu a través de les principals ciutats europees. Arribats al segle XIX, el viatge a Itàlia continuarà sent una etapa obligada però l'esperit i les motivacions començaran a canviar. Amb l'aparició de nous mitjans de comunicació, com el ferrocarril a la dècada dels anys 20, Itàlia experimentarà l'aparició del turisme modern. Roma, convertida en "località mondiale di villeggiatura",[1] acollirà turistes desitjosos de quadres-*souvenirs* i artistes de tot el món amb somnis per realitzar.

Entre aquests últims trobarem l'anomenada *escola espanyola de Roma,* encapçalada per la figura enlluernadora de Marià Fortuny. Tal com afirmà el 1930 el crític italià Diego Angeli, aquests foren en el vintenni que va de 1865 a 1885 "els àrbitres i directors del pensament artístic romà",[2] gaudint d'una posició que cap altre grup d'artistes havia tingut mai.

Però el primer graó que havien de superar els joves artistes espanyols que volien emprendre el viatge a Itàlia era el problema econòmic. Per tal de poder marxar a Roma, comptaven amb les beques per oposició que oferien el Govern central i les diferents Diputacions provincials. Tanmateix, aquests ajuts eren força exigus, per la qual cosa els artistes, un cop allà, sovint patien difícils situacions econòmiques.[3] Aquells que no aconseguien la beca, havien de recórrer a mitjans propis o bé trobar finançament en mecenes particulars, com és el cas d'Enric Serra, que, gràcies al seu mestre Talarn, aconseguí una beca subvencionada pels germans Masriera, els Torruella i el marquès de Castellvell.