

# Simulación de la Onda de Avenida por Ruptura de Tanque de Enfriamiento

Fuentes<sup>1</sup>, O.A., Arganis, M.L.<sup>1</sup>, Bladé, E.<sup>2</sup>, Sánchez, M.<sup>2</sup>,  
De Luna, F.<sup>1</sup>, Cruz, J.A.<sup>1</sup>, Mendoza, J. E.<sup>1</sup>, Aragón, J.L.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, <sup>2</sup>E.T.S.  
d'Enginyers de Camins Canals i Ports, Campus Nord- Barcelona, España.

## Resumen

Se llevó a cabo la simulación de la ruptura del borde de un tanque de enfriamiento usando dos métodos: Uno de volúmenes finitos denominado CARPA y un algoritmo en diferencias finitas centradas. El algoritmo en volúmenes finitos CARPA utilizado con el pre y post procesador GiD mostró ser una herramienta muy poderosa en la animación de planicies de inundación, útiles en la interpretación de resultados tanto en el espacio como en el tiempo, para la protección civil, así como para definir las posibles zonas afectadas debido a fenómenos como el de la ruptura de bordos.

## Frases Clave

Ruptura de un dique, CARPA, Gid, volúmenes finitos, diferencias finitas.

## Introducción

Cuando el bordo de un embalse se rompe o falla, se libera un gran volumen de agua en muy poco tiempo y viaja aguas abajo a alta velocidad lo cual puede causar graves pérdidas humanas y daños materiales. La estimación de las zonas inundadas y sus profundidades, así como las velocidades del flujo tiene importantes aplicaciones porque permite conocer los efectos sobre las poblaciones existentes aguas abajo, edificaciones así como en las áreas agrícolas e industriales; o incluso permite formular medidas de mitigación de daños. Para obtener el hidrograma de salida debido a la falla es importante llevar a cabo pruebas de laboratorio; para simular los efectos aguas abajo de dicho hidrograma se requieren modelos matemáticos que deben ser capaces de representar lo mejor posible el fenómeno físico.

Aureli y Mignosa, (2001) hicieron un modelo de laboratorio de un dique para analizar la forma de la brecha y el comportamiento del flujo bidimensional en la superficie del agua aguas abajo del dique; posteriormente ellos simularon las condiciones experimentales, usando el método de captura de choque de Mc Cormack, de tipo explícito y predictor-corrector, con una precisión de segundo orden en tiempo y espacio, el cual resuelve las ecuaciones de flujo bidimensional para canales y que incluye un término suavizador de las oscilaciones numéricas que presentan comúnmente las diferencias finitas de segundo orden para los choques y para

números de Fraude cercanos a uno. Finalmente los autores hicieron comparaciones entre las áreas medidas y calculadas, concluyendo la viabilidad del esquema de Mc Cormack en la ruptura de diques o en el análisis de ruptura de presas. Hay varios estudios relacionados con modelos matemáticos que intentan representar el fenómeno físico de una onda de avenida. (Fennema et al., (1986), Brufra y García-Navarro, (2000), Michaud, et al.,( 2005)). Nguyen et al, 2006, validaron con éxito un modelo bidimensional de flujo superficial usando un UFVM (método de volúmenes finitos no estructurado) en varios casos entre ellos la idealización de una ruptura parcial y total de una presa.

En este estudio se analizó la eventual ruptura de un tanque de enfriamiento de la Planta termoeléctrica José López Portillo, ubicada en Río Escondido, Coah., México. Dicha planta tiene cuatro unidades de 300 MW que utilizan carbón como combustible; el sistema de enfriamiento es de tipo abierto y requirió la construcción de un tanque con una superficie de cerca de 300 ha ( $3 \times 10^6$  m<sup>2</sup>). El tanque fue construido sobre el terreno natural utilizando diques de una longitud de 13 km ( $13 \times 10^3$  m), con una altura hasta de 10 m, el agua utilizada es bombeada utilizando un acueducto con una longitud de 30 km ( $30 \times 10^3$  m), desde el río Bravo.



Figura 1. Ubicación del sitio de estudio, Río Escondido, Coah.

## METODOLOGÍA

### Modelo bidimensional del flujo a superficie libre

Las ecuaciones de Saint Venant, en su forma conservativa, aplicables al análisis del flujo bidimensional a superficie libre, se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{U} + \nabla \bar{F} = \bar{H} \quad [1]$$

En la ecuación anterior:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}; \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} hu & hv \\ hu^2 + g \frac{h^2}{2} & huv \\ huv & hv^2 + g \frac{h^2}{2} \end{bmatrix}; \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad [2]$$

Donde:  $\bar{U}$  es el vector de variables de flujo,  $\bar{F}$  es el tensor de flujo y  $\bar{H}$  es el término independiente o término fuente.

El primer término de la ecuación 1 representa la variación temporal local de la masa y la cantidad de movimiento; el segundo término representa la variación espacial de los flujos de dichas cantidades; el término independiente representa la ganancia o pérdida de masa y de cantidad de movimiento por unidad de tiempo en un volumen diferencial. Debido a que la masa es constante en el problema, la primera componente del vector de variables independientes es cero. Estas ecuaciones son válidas para flujos con velocidades verticales pequeñas, pendientes del fondo del cauce suaves y cuando las dimensiones horizontales predominan sobre la vertical.

Las ecuaciones de Saint Venant constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales hiperbólico, cuasi-lineal y con término independiente.

### Método de volúmenes finitos

El modelo CARPA utiliza el método de volúmenes finitos que ha probado ser muy útil para desarrollar esquemas de alta resolución en dos dimensiones para dichas ecuaciones. Los volúmenes finitos permiten discretizar el dominio con regiones irregulares y por lo tanto adaptadas a los contornos y las ecuaciones se pueden usar en su forma integral.

Integrando las ecuaciones de Saint Venant sobre un volumen finito se llega a la expresión siguiente para la evolución temporal de las variables dependientes:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \bar{U} d\Omega + \sum_{k=1}^{N_i} \bar{F}_{iw_k} \cdot \bar{n}_{w_k} = \int_{\Omega} \bar{H} d\Omega \quad [3]$$

Donde:  $\bar{F}_{iw_k}^*$  es el tensor numérico de flujo, o sea  $\bar{F}$  evaluado en la pared  $w_k$  del polígono  $i$ ,  $N_i$  es el número de lados;  $\bar{n}_{w_k}$  es el vector normal exterior a la pared  $w_k$  y  $l_{iw_k}$  es su longitud.  $\bar{H}_i^*$  representa la integral del término independiente sobre el volumen finito. En la ecuación anterior, la expresión del flujo numérico  $\bar{F}_{iw_k}^*$ , en

función de los valores que toman las variables en los elementos próximos, es lo que marca la diferencia entre esquemas numéricos.

## Modelos de simulación

### Modelo CARPA en ambiente GiD

El algoritmo numérico en volúmenes finitos utilizado por el programa CARPA está basado en el esquema WAF TDV que se puede interpretar como una extensión de los sistemas de ecuaciones asociados al esquema desarrollado por Lax-Wendroff, o dicho de otra manera, es extensión con aproximación de segundo orden del esquema de Roe; se basa en el método de Godunov junto con los también llamados aproximación a la solución de Riemann de Roe (Bladé y Gómez, 2006). Dentro del ambiente GiD el problemtype conocido como CARPA se selecciona; con dicho problemtype se pueden importar o crear modelos digitales del terreno; posteriormente se le establecen condiciones de frontera al modelo, considerando una análisis en una o dos dimensiones o una combinación de ellas. Se asignan condiciones iniciales además de que se especifica si el problema es en una o en dos dimensiones; adicionalmente se pueden proporcionar el coeficiente de rugosidad de Manning, según el tipo de material, o incluso según el tipo de uso de suelo. Los datos del cálculo también se proporcionan y con ello se puede ejecutar el cálculo.

### Modelo en diferencias finitas

Para el flujo en el cauce se considera el método de Sánchez y Fuentes para flujo no permanente (Fuentes y Sánchez, 1986); este método considera como flujo unidimensional al movimiento del agua en el cauce natural; se limita al flujo en cauces y a volúmenes de control constantes en el espacio en los que solo se modifica el tirante hidráulico. El modelo matemático resuelve las ecuaciones de flujo no permanente a superficie libre en un cauce natural.

Las ecuaciones de flujo no permanente a superficie libre para cauces no prismáticos se consideran de la siguiente manera:

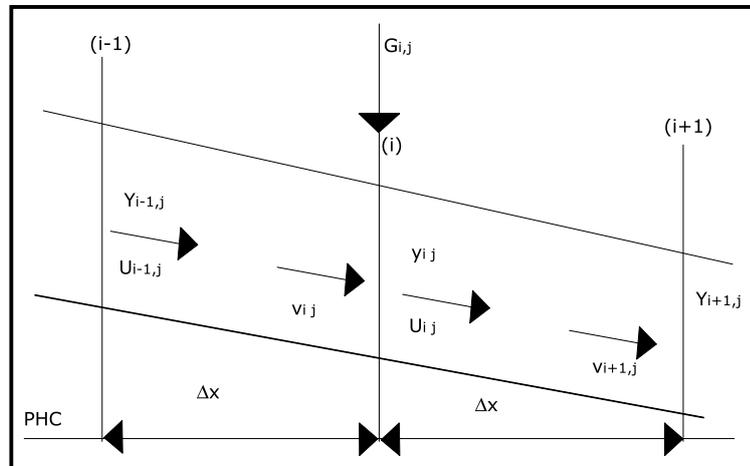
$$\frac{\partial(AV)}{\partial x} = B \frac{\partial Y}{\partial t} \quad [4]$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = - \left[ \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + S_f \right] \quad [5]$$

Donde:  $Y$  es la elevación de la superficie del agua respecto a un plano horizontal de referencia (suma del tirante más la cota de plantilla), en m;  $A$ , área hidráulica, en m<sup>2</sup>; Velocidad media, en m/s;  $B$  Ancho de la superficie libre, en m.  $g$ , aceleración de la

gravedad, en  $m/s^2$ ,  $S_f$ , pendiente de la línea de energía, adimensional,  $X$ , distancia longitudinal, en m,  $T$ , tiempo en s.

Para representar en diferencias finitas a las ecuaciones 4 y 5 se toman en cuenta los volúmenes de control mostrados en la siguiente figura.



**Figura 2. Secciones a lo largo del cauce**

Con ayuda del modelo en diferencias finitas para el modelo de flujo no permanente en el cauce se determina  $Y_i$  en la etapa de cálculo  $j+1$  así como las velocidades de llegada ( $V_{i,j+i}$ ) y de partida ( $U_{i,j+1}$ ).

En las secciones inicial y final deben fijarse las condiciones de frontera, las cuales se determinan de acuerdo con el problema en estudio.

El carácter dinámico de las inundaciones en las planicies hace necesario emplear modelos matemáticos que, por lo menos, incluyan ecuaciones de flujo en dos dimensiones (Fuentes, et al 1997) a través de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \quad [6]$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \quad [7]$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u h + \frac{\partial}{\partial y} v h = 0 \quad [8]$$

donde:  $S_{fx} = \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}}$ ,  $S_{fy} = \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}}$ , pendiente de fricción en las direcciones  $X$  y  $y$  adimensional;  $g$ , aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$ ;  $u$ ,  $v$ , componentes de la velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$ , adimensional,  $h$ , nivel de la superficie libre del

agua con respecto al nivel del terreno, en m,  $n$ , coeficiente de rugosidad según la fórmula de Manning, en  $\text{s/m}^{1/3}$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , direcciones del sistemas de ejes cartesiano derecho;  $t$ , tiempo, en s.

Para calcular el flujo en una planicie de inundación se debe resolver el sistema de ecuaciones anterior considerando condiciones iniciales y de frontera; dado que no existe un método analítico para encontrar la solución, se propone un método numérico de diferencias finitas.

Sea el área de inundación en proyección horizontal dividida en celdas con longitud a lo largo del eje  $x$  ( $\Delta x$ ) y del eje  $y$  ( $\Delta y$ ) (Figura 3).

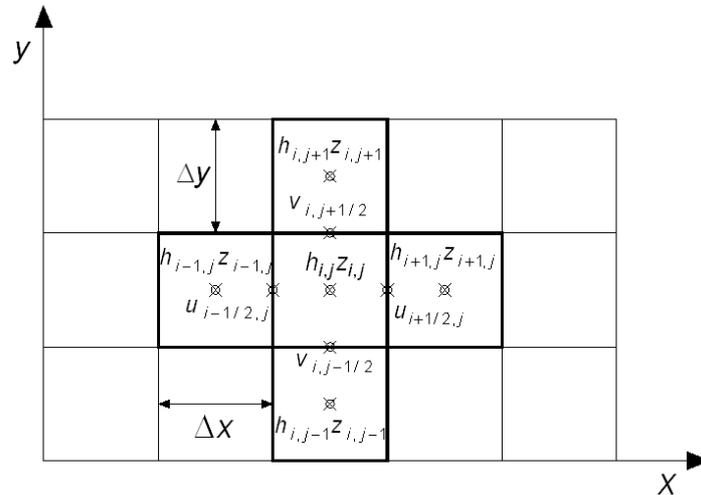


Figura 3. Arreglo de celdas considerado en el método numérico para el área de inundación

### Ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento

Expresando las ecuaciones 6 y 7 como:

$$|u|u + \alpha \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right] \quad [9]$$

$$|v|v + \alpha \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = -\alpha \left[ \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right] \quad [10]$$

donde:  $\alpha = \frac{h^{4/3}}{n^2}$ . Así, para el componente de la velocidad en dirección del eje  $X$ , se puede expresar en diferencias finitas del modo siguiente:

$$|u_{i+1/2,j}^{p+1}|u_{i+1/2,j}^{p+1} + B_x u_{i+1/2,j}^{p+1} + C_x = 0 \quad [11]$$

donde:  $B_x = \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{g\Delta t}$ ,  $C_x = \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{\Delta x} (h_{i+1,j}^p - h_{i,j}^p + z_{i+1,j} - z_{i,j}) - \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{g\Delta t} u_{i+1/2,j}^p$  y

$$\alpha_{i+1/2,j}^p = \left( \frac{h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p}{2} \right)^{4/3} \frac{1}{n_{i+1/2,j}^2} \text{ y } n_{i+1/2,j} = \frac{n_{i,j} + n_{i+1,j}}{2}$$

Para resolver la Ecuación 11 se consideran dos casos  $C_x \leq 0$  y  $C_x > 0$ .

a)  $C_x \leq 0$  La velocidad  $u_{i+1/2,j}^{p+1}$  tiene que ser positiva con lo cual la ecuación 11 resulta una ecuación de segundo grado, cuya solución es:

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( B_x + \sqrt{B_x^2 - 4C_x} \right) \quad [12]$$

b)  $C_x > 0$  La velocidad  $u_{i+1/2,j}^{p+1}$  tiene que ser negativa, con lo cual la ecuación 11 queda como una ecuación de segundo grado, cuya solución es:

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( B_x - \sqrt{B_x^2 - 4C_x} \right) \quad [13]$$

Siguiendo un razonamiento similar para el componente de la velocidad en dirección del eje  $y$  (ecuación 10), tenemos:

$$\left| v_{i,j+1/2}^{p+1} \right| v_{i,j+1/2}^{p+1} + B_y v_{i,j+1/2}^{p+1} + C_y = 0 \quad [14]$$

siendo:  $B_y = \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{g\Delta t}$ ,  $C_y = \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{\Delta y} (h_{i,j+1}^p - h_{i,j}^p + z_{i,j+1} - z_{i,j}) - \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{g\Delta t} v_{i,j+1/2}^p$

$$\text{y } \beta_{i,j+1/2}^p = \left( \frac{h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p}{2} \right)^{4/3} \frac{1}{n_{i,j+1/2}^2} \text{ y } n_{i,j+1/2} = \frac{n_{i,j} + n_{i,j+1}}{2}$$

De esta forma para:

$$C_y \leq 0; \quad v_{i,j+1/2}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( B_y + \sqrt{B_y^2 - 4C_y} \right) \quad [15]$$

$$C_y > 0; \quad v_{i,j+1/2}^{p+1} = \frac{1}{2} \left( B_y - \sqrt{B_y^2 - 4C_y} \right) \quad [16]$$

### Ecuación de continuidad

La ecuación 8 se puede expresar en diferencias finitas y al ordenar términos se obtiene:

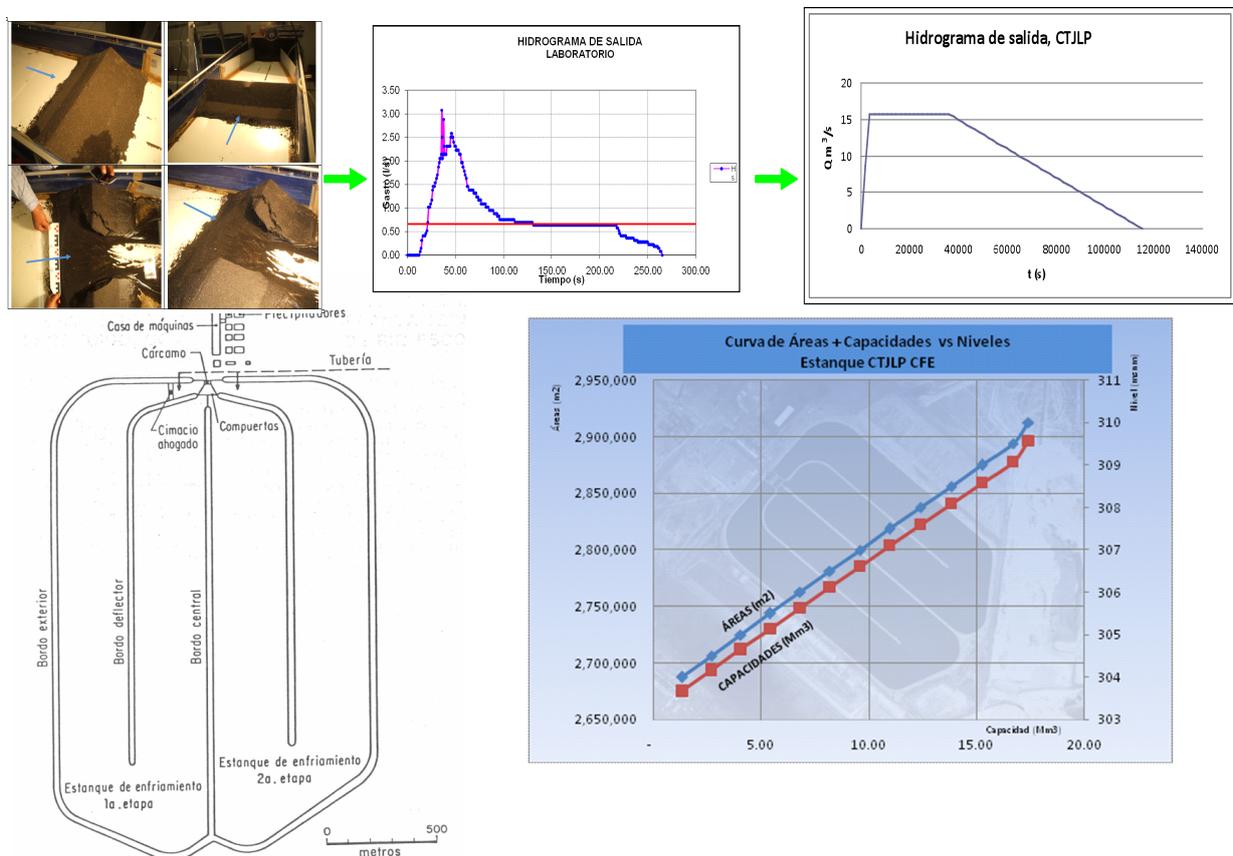
$$h_{i,j}^{p+1} = h_{i,j}^p - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+1/2,j}^{p+1} (h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-1/2,j}^{p+1} (h_{i,j}^p + h_{i-1,j}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[ v_{i,j+1/2}^{p+1} (h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p) - v_{i,j-1/2}^{p+1} (h_{i,j}^p + h_{i,j-1}^p) \right] \quad [17]$$

Con las ecuaciones 12 a 17 se obtienen los valores de las componentes de la velocidad en dos direcciones ( $u$  y  $v$ ) así como la elevación de la superficie del agua,  $h$ , en el tiempo  $(p+1)\Delta t$  para las celdas ubicadas en el interior de la zona donde ocurre la inundación, considerando un gasto de entrada a cualquier celda en la malla expresado como un gasto unitario.

## Determinación del hidrograma experimental de salida por la brecha

El tanque de enfriamiento analizado está compuesto por varios diques: el más externo, el central y un deflector, construido en su mayoría por arcilla y con un filtro central de arena como protección contra posibles filtraciones o grietas y una pared de enrocamiento. En la Figura 4 se ve una vista en planta y así como la curva elevaciones capacidades. Un cuerpo de agua se localiza al norte del tanque y se considera útil para regular la avenida producida ante la posible ruptura de un dique. Para estimar la forma del hidrograma de salida se hicieron pruebas de laboratorio obteniendo resultados experimentales y posteriormente con ayuda de similitud dinámica ( $Le=64$ ) se obtuvo la forma del hidrograma del prototipo (Figura 5), dicho hidrograma se utilizó para alimentar los modelos de simulación.

**Figura 4. Planta general del tanque de enfriamiento y curva elevaciones capacidades**



**Figura 5. Determinación del hidrograma experimental**

## APLICACIÓN

### Datos de entrada a los modelos de simulación

En la Tabla 1 se presentan los datos de entrada más representativas aplicados en los modelos de simulación.

**Tabla 1. Datos de entrada**

Concepto	CARPA-GiD	2D II UNAM
Malla	Tin 8253 elementos (triángulos)	Grid 100x100
Método	Volúmenes finitos	Diferencias finitas
Dt (s)	1.0	1.5
Tiempo de cálculo (s)	1,360 (11.5 h)	6,240 (11.5 h)
n manning	0.032	0.040
Lenguaje	Fortran, TCL/TK	Visual Basic

## RESULTADOS

### Mapas de profundidades

En la Figura 6 se presenta una comparación de resultados obtenidos por los dos métodos, para el instante 11.5 h (hora y media después de que se presenta el pico en el hidrograma de ruptura), tiempo en el cual inicia la atenuación de la avenida. Con el GiD se obtiene un mapa directamente en el cual se presenta la escla gráfica de profundidades, además de que se pueden efectuar animaciones de la simulación; mientras que con el programa de flujo bidimensional se requiere de trabajo adicional con empleo de otros softwares para poder conseguir el mapa presentado, que contiene menores detalles.

## CARPA-GiD

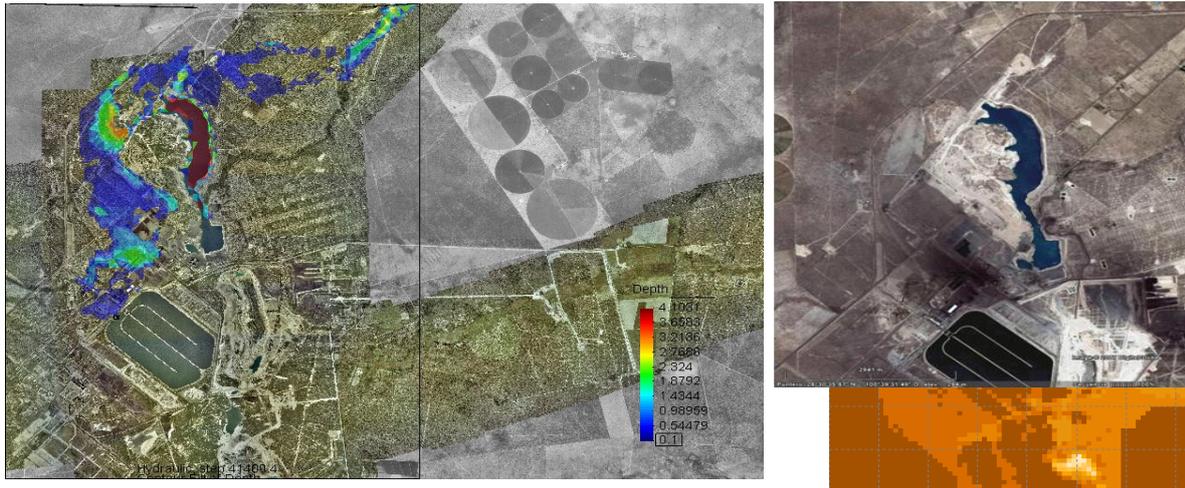


Figura 6. Comparación de mapas de profundidades  $t=11.5$  horas

## CONCLUSIONES

Se comparó la aplicación del programa CARPA en el ambiente GiD con un modelo en volúmenes finitos y de un modelo de flujo bidimensional en diferencias finitas desarrollado en visual Basic. Con el programa CARPA se lograron obtener mapas detallados de las profundidades en distintos instantes de las posibles zonas afectadas, además de tener la posibilidad de efectuar simulaciones con el mismo software. Las herramientas analizadas permiten obtener información sumamente útil en materia de protección civil.

## REFERENCIAS

- Aureli, F. and P. Mignosa, (2001). "Comparison Between Experimental and Numerical Results of 2D Flows due to Levee-Breaking". *XXIX IAHR Congress Proceedings*, Beijing, China, pp 16-21.
- Bladé, C. E. and V.M. Gómez (2006). *Modelación del flujo en lámina libre sobre cauces naturales. Análisis integrado en una y dos dimensiones*. Monografía CIMNE No. 97, U.P.C., Barcelona, Spain, 227 pp.
- Brufra, P. and P. García-Navarro (2000). "Two dimensional dam break flow simulation". *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 33, pp 35-57.
- Fennema, R.J. and M.H. Chaudhry (1986). "Explicit Numerical Schemes for Unsteady Free-Surface Flows with Shocks". *Wat. Resour. Res.*, 22 No.13, pp 1923-1939.
- Michaud, J., Johnson, C., Iokepa, J. and Marohnic, J. (2005). "Methods for Estimating the Impact of Hypothetical Dam Flood Analysis". *Environmental Sciences Research*, Vol. 59, Chemistry for the Protection of the Environment, 4, pp 195-199.
- Nguyen, D.K, Shi, Y.E., Wang, S.S.Y. and Nguyen, T.H. (2006). "2D Shallow-Water

model using unstructured finite-volumes methods". Journal of Hydraulic Engineering. ASC. March, 2006 pp 258-269.

Fuentes M., O.A. y Sánchez B., J.L. (1986) "Cálculo de avenidas provocadas por la ruptura de una presa", *XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Sao Paulo, Brasil, octubre. 12 pp.