Cálculo de la capacidad de fabricación y refabricación óptima para sistemas con logística inversa y demanda determinista constante

Ernest Benedito Benet[1,2], Albert Corominas Subias[1,2]

[1] Dto. de Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Catalunya. Avda. Diagonal, 647. Barcelona
[2] Instituto de Organización y Control. Universidad Politécnica de Catalunya. Avda. Diagonal, 647. Barcelona

Resumen

La opción de disponer de logística inversa en un sistema de producción es una oportunidad para mejorar los costes, sin embargo también significa introducir una fuente de incertidumbre en su comportamiento. En este estudio se establece un algoritmo para el cálculo de las capacidades óptimas de fabricación y refabricación en un sistema con logística inversa y demanda constante teniendo en cuenta el comportamiento aleatorio de la cantidad y el ritmo de productos retornados. También se muestra un ejemplo en el que se obtiene las capacidades óptimas.

Palabras clave: Logística inversa, refabricación.

1. Introducción

La recuperación de los residuos que se producen al finalizar la vida útil de un producto se ha convertido en una tarea cada vez más extendida en la industria actual. Por un lado, las empresas deben cumplir con la normativa en materia medioambiental, según la cual el responsable de la gestión de los residuos generados por un producto es el fabricante del mismo. Por otro lado, la gestión de los productos fuera de uso se ha convertido en una actividad que puede ser rentable si se gestiona de forma adecuada (Rubio (2003)).

La logística inversa trata de dar respuesta a la nueva situación creada en la gestión logística debido al tratamiento de los productos al finalizar su vida útil. Según Fleischmann et al. (1997) la logística inversa engloba todas aquellas actividades logísticas necesarias desde que un producto deja de ser útil para el consumidor hasta que se convierte en producto con valor añadido para el mercado. Fleischmann et al. (2003) enumera los distintos procesos de recuperación económica de residuos:

- Reutilización: el producto recupera su valor, después de realizar operaciones de limpieza y mantenimiento
- Refabricación: algunos de los componentes del producto se recuperan para fabricar nuevos productos
- Reciclaje: se realiza una recuperación del material del producto de tal forma que pierde su identidad durante el proceso

Según Guide (2000) el proceso de refabricación se caracteriza por tener un alto grado de incertidumbre en la cantidad, calidad y ritmo de retorno. Esta incertidumbre influye en el rendimiento de los procesos de planificación y control de la producción (Prahinski y Kocabasoglu (2006)) y además hace impredecible el inventario de producto remanufacturado.

En este trabajo se estudia un sistema productivo con demanda constante de un producto y se determinan las capacidades de fabricación y refabricación que lo optimizan. Con ello se analiza cuáles son los efectos que producen los factores aleatorios de la refabricación en el sistema productivo.

En la sección 2 se describe el sistema a estudiar y se fijan las condiciones de sus parámetros. La sección 3 tiene tres subsecciones, en la primera de ellas se describe la política de fabricación y refabricación del sistema con logística inversa; a continuación se obtiene una aproximación de la ley de probabilidad que permite describir la cantidad y ritmo de los productos retornados; en la última parte de la sección 3 se obtiene un algoritmo para calcular el valor óptimo de la capacidad de fabricación y refabricación. En la sección 4 se calculan los valores óptimos de funcionamiento para un caso concreto. Finalmente en la sección 5 se detallan las principales conclusiones del trabajo.

2. Descripción del sistema

Se estudia un sistema en el que una compañía produce y vende un tipo de producto. La compañía puede recuperar el producto una vez ha finalizado su vida útil y, mediante un proceso de refabricación, lo puede volver a vender en las mismas condiciones que un producto nuevo. El sistema tiene las siguientes características:

- El horizonte temporal del sistema es discreto con periodos de igual duración.
- La compañía toma las decisiones al final de cada periodo.
- La demanda D unidades/periodo es determinista conocida y es la misma en cada periodo.
- El sistema de producción es JIT y por tanto se supone que no se tienen inventarios.
- El sistema tiene unas capacidades máximas de fabricación y refabricación de X e Y unidades cada periodo. Se supone que hay capacidad productiva suficiente cómo para suministrar la demanda, es decir $X + Y \geq D$.

El sistema de producción original y el de refabricación se caracterizan por tener unos costes de producción que se componen de unos costes fijos C_p y C_r (que dependen de la capacidad instalada y por tanto no varían si la capacidad de producción no cambia) y unos costes variable (por unidad producida) c_p y c_r. Se supone que C_p es una función creciente de X y C_r es una función creciente de Y.

Los retornos tienen las siguientes características:

- El producto vendido tiene una probabilidad p_i de que termine su vida útil al transcurrir i periodos desde su venta.
- Una vez finalizada la vida útil de un producto, la probabilidad de que sea retornado es *r*.
- Existe un solo tipo de calidad de producto retornado. Por tanto el proceso de refabricación es el mismo cada unidad de producto retornado.
- Un producto vendido procedente de refabricación tiene la misma probabilidad de terminar su vida útil que un producto fabricado y la calidad del retorno también es la misma.

Suponiendo que no hubiera recuperación de productos, la política de inventario óptima es tal que los costes de inventario y de ruptura de inventario son cero. Por tanto los costes de cada periodo serían $C_p(D) + c_p \cdot D$. El caso general, en el que hay retorno de productos para refabricar, la compañía tiene dos opciones de suministro de producto para vender: el sistema de producción original y el sistema de refabricación.

Debido a la incertidumbre propia de los retornos, podría darse el caso que la política de inventario de la compañía diera lugar a rupturas de inventario. En ese caso, la demanda no satisfecha se pierde con un coste de ruptura unitario *b*. Se supone que *b* es mayor que c_p y que c_r.

3. Determinación de las capacidades de fabricación y refabricación óptimas

Los costes en los que incurre la compañía en cada periodo dependen de la cantidad de productos fabricados y refabricados. Estas cantidades estarán limitadas por las capacidades instaladas de fabricación y refabricación y también por la cantidad de producto retornado, que tiene un comportamiento aleatorio.

Las capacidades óptimas de fabricación y refabricación se calculan minimizando el valor esperado del coste incurrido en cada periodo, procediendo del siguiente modo: en primer lugar se determina la política óptima de fabricación y refabricación en un periodo así cómo el coste asociado a la misma para unas capacidades dadas; a continuación se calcula el valor esperado de dicho coste y finalmente se hallan las capacidades de fabricación y refabricación que lo minimizan.

3.1. Política de fabricación y refabricación optima en un periodo

Dadas unas capacidades de fabricación y refabricación *X* e *Y* y una disponibilidad de *d* unidades de producto retornado en un periodo, la política de fabricación y refabricación se obtiene de optimizar el siguiente programa lineal:

$$[\text{MIN}]\ c = C_p(X) + C_r(Y) + c_p \cdot x + c_r \cdot y + b \cdot (D - x - y)$$

s.a.:

$$x + y \leq D$$
$$x \leq X$$
$$y \leq \min\{Y, d\}$$
$$x, y \geq 0$$

Dónde *x* e *y* son las cantidades de producto a fabricar *y* a refabricar respectivamente. La solución óptima depende del valor de *d, X, Y* y *D*. Se distinguen 3 casos:

1. No se puede suministrar toda la demanda: $d < D - X$. Los valores óptimos y los costes incurridos son:

$$x = X\ ,\ y = d$$

$$c = C_p(X) + C_r(Y) + (c_p - b) \cdot X + b \cdot D + (c_r - b) \cdot d$$

2. Se suministra toda la demanda y los retornos son inferiores a *Y*, es decir: $d \geq D - X$ y $d < Y$. En este caso, los valores óptimos y los costes incurridos son:

$x = D - d$, $y = d$

$$c = C_p(X) + C_r(Y) + c_p \cdot D + (c_r - c_p) \cdot d$$

3. Los retornos son mayores que Y, es decir $d \geq Y$. Los valores óptimos son:

$x = D - Y$, $y = Y$

$$c = C_p(X) + C_r(Y) + c_p \cdot D + (c_r - c_p) \cdot Y$$

3.1. Distribución de probabilidad de la cantidad de producto retornado

En un periodo determinado, la cantidad de producto retornado procedente de producto vendido en el periodo i-ésimo anterior sigue una distribución binomial B(V_i, $r \cdot p_i$), dónde p_i es la probabilidad que el producto finalice su vida útil en el periodo i-ésimo después de su venta, r es la probabilidad de que el producto sea retornado una vez ha finalizado su vida útil y V_i es la cantidad de producto vendido en el periodo i-ésimo anterior.

Debido al comportamiento aleatorio del sistema y a la posibilidad de rupturas de inventario, V_i tiene un comportamiento aleatorio y es inferior a D. Se supone que V_i no difiere excesivamente de D, por tanto se puede suponer que es constante y aproximadamente igual al valor esperado de producto suministrado que se denotará por V.

La cantidad de producto retornado en un periodo es la suma de los productos que proceden de cada uno de los periodos anteriores y la probabilidad de que sea d se puede calcular y se denota por $p(d,V)$.

Para calcular V se procederá de forma iterativa utilizando en primer lugar la distribución de probabilidad con $V = D$, obteniendo aproximaciones sucesivas de V mediante la expresión del valor esperado del producto suministrado en un periodo:

$$V = D - \sum_{d=0}^{D-X} (D - X - d) p(d,V) \tag{1}$$

La expresión de $p(d,V)$ puede resultar complicada, sin embargo bajo ciertas condiciones se pueden obtener aproximaciones de $p(d,V)$ más sencillas.

En el caso que que $r \cdot p_i$ sea suficientemente pequeño, la distribución de los retornos procedentes de un periodo se puede aproximar a una distribución de Poisson de parámetro $V \cdot r \cdot p_i$, por tanto la cantidad total de productos retornados en un periodo seguirá una ley de Poisson de parámetro $r \cdot V$ (ya que la suma de p_i es 1). En ese caso se obtiene:

$$p(d,V) = \frac{e^{-rV}(rV)^d}{d!}$$

Además, si $r \cdot V$ es suficientemente grande, la distribución de Poisson anterior se puede aproximar a una distribución normal de media $\mu = r \cdot V$ y variancia $\sigma^2 = r \cdot V$. En ese caso, la cantidad total de producto retornado en un periodo se aproxima mediante una variable aleatoria continua con distribución de probabilidad:

$$p(\xi,V)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot r\cdot V}}\exp\left(-(\xi-r\cdot V)^2/2r\cdot V\right)$$

En este caso, el cálculo de *V* se realizará utilizando la siguiente expresión:

$$V=D-\int_0^{D-X}(D-X-\xi)p(\xi,V)d\xi \qquad (2)$$

3.2. Cálculo de las capacidades de fabricación y refabricación óptimas

Con la política de fabricación y refabricación fijada en 3.1 y la ley de probabilidad de los retornos de 3.2, el valor esperado de la función de coste es el siguiente:

$$E(c(d)) = \sum^{\infty} c(d)\cdot p(d,V) = C_p(X)+C_r(Y)+\sum^{D-X}\left[(c_p-b)\cdot X+b\cdot D+(c_r-b)\cdot d\right]p(d,V)+$$
$$+\sum_{d=D-X}^{Y}\left[c_p\cdot D+(c_r-c_p)\cdot d\right]p(d,V)+\sum_{d=Y}^{\infty}\left[c_p\cdot D+(c_r-c_p)\cdot Y\right]p(d,V)$$

Realizando algunos cálculos y reordenando términos se obtiene:

$$E(c(d)) = c_p\cdot D+C_p(X)+(b-c_p)\sum_{d=0}^{D-X}(D-X-d)\cdot p(d,V)+$$
$$C_r(Y)-(c_p-c_r)\left[Y-\sum_{d=0}^{Y}(Y-d)\cdot p(d,V)\right]$$

Para facilitar el análisis de la solución óptima se definen las funciones:

$$g_1(X)=C_p(X)+(b-c_p)\sum_{d=0}^{D-X}(D-X-d)p(d,V)$$

$$g_2(Y)=C_r(Y)-(c_p-c_r)\left[Y-\sum_{d=0}^{Y}(Y-d)p(d,V)\right]$$

$$g(X,Y)=E(c(d))=c_p\cdot D+g_1(X)+g_2(Y)$$

Por tanto, los valores buscados de *X* e *Y* son los que optimizan el siguiente problema:

[MIN] $g(X,Y)$

$$\text{s.a.:}\quad \begin{array}{l} X\le D\\ Y\le D\\ X+Y\ge D\\ X,Y\ge 0\end{array}$$

Resulta ser un problema de programación no lineal. Para resolver este programa debe tenerse en cuenta que la distribución de probabilidad de los retornos $p(d,V)$ depende del valor esperado V que a su vez depende de X según la expresión (1) o (2) (según se trate del caso discreto o continuo). La dificultad de resolver el problema dependerá de la expresión de g.

En el caso de aproximar los retornos mediante una variable continua el problema puede resolverse de forma iterativa, obteniendo aproximaciones cada vez mejores de X i V. Dado un valor V_{n-1} en la iteración n-ésima se realizan los siguientes pasos:

1. Se determina la distribución de probabilidad según el apartado 3.2.
2. Se halla (X_n, Y_n) que optimiza el valor esperado del coste fijando $V=V_{n-1}$ utilizando el programa no lineal del párrafo anterior.
3. Se calcula V_n a partir de la expresión (2):

$$V_n = D - \int_0^{D-X_n} (D - X_n - \xi) p(\xi, V_{n-1}) d\xi$$

El proceso se inicia fijando $V_0 = D$ y se termina cuando se obtiene la precisión deseada.

4. Estudio de un caso particular

Estudio de una compañía que produce y vende un producto con las siguientes características:

- Demanda D = 100 ud / periodo
- Coste variable de fabricación cp = 10 €/ud.
- Coste variable de refabricación cr = 5 €/ud.
- Costes fijos de fabricación en función de la capacidad X : $C_p(X) = 15 \cdot X - 0{,}05 \cdot X^2$
- Costes fijos de refabricación en función de la capacidad Y : $C_r(Y) = 3 \cdot Y - 0{,}01 \cdot Y^2$
- Coste de ruptura de inventario es b = 30 €/ud
- Probabilidad de retorno de los productos r = 0,3
- Ley de probabilidad de retornos: se cumplen las condiciones para que sea válida la aproximación de la cantidad de retornos mediante una variable aleatoria discreta con ley de Poisson de parámetro $r \cdot V$.

En la figura 1 se muestra el gráfico de la función $g(X,Y)$.

El mínimo de g se alcanza en (X,Y) = (73 , 30) y su valor es g(X,Y) = 1792,31 €. Con esto se obtiene un valor V = 98,945.

Se puede comparar el resultado obtenido con el caso en que no existe reciclaje. En ese caso el sistema tendrá una capacidad de fabricación de 100 uds. Con un coste de 2.000 € por periodo.

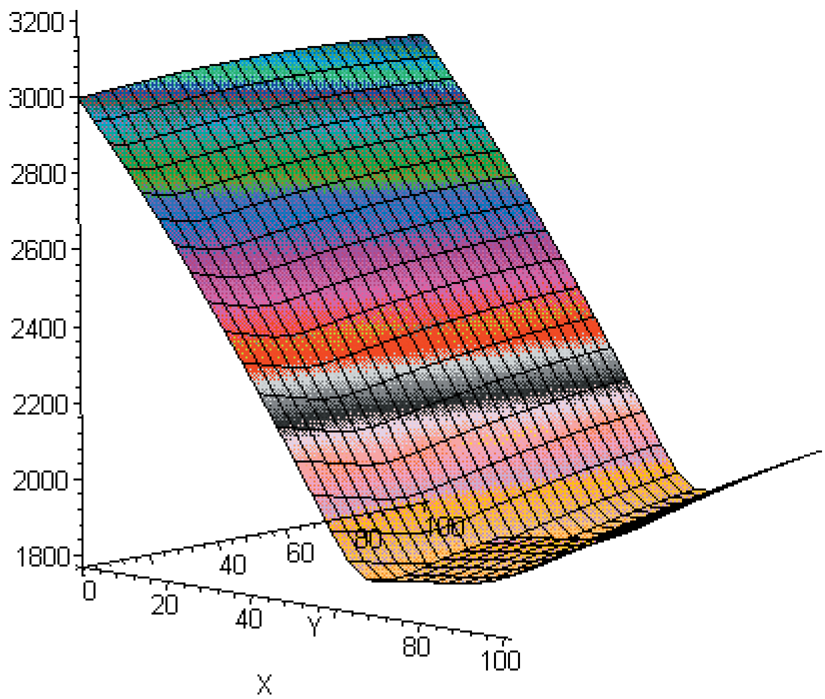

Figura 1. Gáfica del coste total en función de las capacidades de fabricación y refabricación para *V*=98,548

5. Conclusiones

En las secciones anteriores se ha estudiado el comportamiento de un sistema con logística inversa en el cual se realizan labores de fabricación y refabricación de un producto con demanda constante. Este estudio permite extraer algunas conclusiones sobre los efectos de la incertidumbre en la cantidad y ritmo de los retornos al comparar este sistema con otro sin logística inversa.

En la sección 3.1 se ha visto que la política de fabricación se vuelve más compleja al disponer de producto para refabricar.

En la sección 3.2 se han obtenido dos aproximaciones de la ley de probabilidad de los retornos: una que permite tratarlos como una variable discreta con ley de Poisson y otra que permite tratarlos como una variable aleatoria continua con distribución normal.

En la sección 3.3 se ha descrito un algoritmo para calcular las capacidades óptimas de fabricación y refabricación. Se observa que la capacidad de fabricación puede ser inferior a la demanda y por tanto la cantidad de producto vendido también.

Finalmente, en la sección 4 se ha estudiado un ejemplo en el que se aplican los resultados de los apartados anteriores. En el ejemplo, el funcionamiento óptimo del sistema con logística inversa permite reducir los costes totales en un 10% aproximadamente.

Cómo continuación del presente trabajo se está estudiando el comportamiento de un sistema con demanda constante y retornos aleatorios en cuanto a cantidad, ritmo y calidad.

Referencias

Fleischmann, M.; Bloemholf-Ruwaard, J.M.; Dekker, R; Van der Laan, E.; Van Nunen, J.; Van Wassenhove, L.N. (1997). Quantitative models for reverse logistics: A review. European Journal of Operational Research. 103, pp. 1-17.

Fleischmann, M.; Kuik, R. (2003). On optimal inventory control with independent stochastic item returns. European Journal of Operational Research, 151, pp. 25-37.

Guide, Jr.V.D.R. (2000). Production planning and control for remanufacturing: industry practice and research needs. Journal of Operations Management, 18, pp. 467-483.

Prahinski, C.; Kocabasoglu, C. (2006). Empirical research opportunities in reverse supply chains. Omega, 34, pp. 519-532.

Rubio, S. (2003). El sistema de logística inversa en la empresa: análisis y aplicaciones. Tesis Doctoral. Universidad de Extremadura.