



UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA

## **Modelo de planificación agregada de la producción, la plantilla, el tiempo de trabajo y la tesorería**

**Orlando Dante Boiteux, Albert Corominas Subias, Amaia Lusa García.**

*EOLI – Enginyeria d'Organització i Logística Industrial*

*IOC-DT-P-2008-06*

*Abril 2008*

**Institut d'Organització i Control  
de Sistemes Industrials**



**Modelo de planificación agregada de la producción, la  
plantilla, el tiempo de trabajo y la tesorería**

**Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales**

**Universidad Politécnica de Cataluña**

Doctorando: Orlando Dante Boiteux

Directores: Dr. Albert Corominas Subias y Dra. Amaia Lusa García

Barcelona, abril de 2008

## Índice

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 1-     | Introducción .....  | 03 |
| 2-     | Características principales del modelo .....  | 03 |
| 2.1.   | Cobros y pagos derivados de la producción .....   | 04 |
| 2.1.1. | Cobros correspondientes a beneficios .....  | 04 |
| 2.1.2. | Cobros que no corresponden a beneficios .....   | 05 |
| 2.1.3. | Pagos correspondientes a costes .....   | 05 |
| 2.1.4. | Pagos que no corresponden a costes .....  | 06 |
| 2.2.   | Cobros y pagos derivados de la gestión de necesidades de financiación ..                                | 07 |
| 2.2.1. | Cobros correspondientes a beneficios .....  | 07 |
| 2.2.2. | Cobros que no corresponden a beneficios .....   | 07 |
| 2.2.3. | Pagos correspondientes a costes .....   | 08 |
| 2.2.4. | Pagos que no corresponden a costes .....  | 08 |
| 2.3.   | Cobros y pagos derivados de la gestión de fondos excedentes .....                                       | 09 |
| 2.3.1. | Cobros correspondientes a beneficios .....  | 10 |
| 2.3.2. | Cobros que no corresponden a beneficios .....   | 10 |
| 2.3.3. | Pagos correspondientes a costes .....   | 11 |
| 2.3.4. | Pagos que no corresponden a costes .....  | 11 |
| 2.4.   | Pagos por el Impuesto de Sociedades .....   | 11 |
| 2.5.   | Pago de dividendos .....  | 13 |
| 2.6.   | Amortización del inmovilizado .....   | 13 |
| 2.7.   | Saldos iniciales de la compañía .....   | 13 |
| 2.7.1. | Cobros correspondientes a beneficios .....  | 13 |
| 2.8.   | Cuadro de saldos, pagos y cobros que la empresa debe tener en cuenta en la planificación agregada ..... | 14 |
| 3-     | Modelo .....  | 15 |
| 3.1.   | Pagos y cobros derivados de la producción, la plantilla, y el tiempo de trabajo .....                   | 16 |
| 3.2.   | Pagos y cobros derivados de la adquisición de préstamos .....   | 24 |
| 3.3.   | Pagos y cobros derivados de las cuentas de crédito solicitadas .....                                    | 25 |
| 3.4.   | Pagos y cobros derivados de la inversión en títulos al descuento .....                                  | 27 |
| 3.5.   | Pagos y cobros de la inversión en fondos de inversión .....   | 29 |
| 3.6.   | pagos y cobros derivados de la inversión en depósitos a plazo .....                                     | 31 |
| 3.7.   | Pagos y cobros derivados del uso de cuentas corrientes .....  | 31 |
| 3.8.   | Pago del Impuesto de Sociedades .....   | 33 |
| 3.9.   | Limites para el endeudamiento por cada banco y para el endeudamiento total de la compañía .....         | 35 |
| 3.10.  | Balance de las cuentas corrientes .....   | 35 |
| 4-     | Bibliografía .....  | 37 |

## **1. Introducción**

En este trabajo se propone un modelo de planificación agregada que incorpora, junto a la planificación de la producción, la gestión de la tesorería y las finanzas, a corto plazo, y la organización flexible del tiempo de trabajo, con un sistema de cuentas de horas. Esto último, unido al hecho de considerar una relación no lineal entre la dimensión de la plantilla y la capacidad de la planta por unidad de tiempo, implica una relación entre producción y horas de trabajo disponibles más compleja y realista que la asumida en los modelos tradicionales de planificación agregada. En un previo análisis de la literatura (Boiteux et al., 2007a y 2007b) se detectan limitaciones de los modelos propuestos y la consiguiente necesidad de abrir nuevas líneas de investigación para que la planificación agregada pueda ser realmente un instrumento para determinar, a medio plazo, las actividades de las principales áreas funcionales de la empresa y para garantizar la coordinación de las mismas, mejorando de esta forma la eficiencia y los beneficios globales. El modelo de planificación agregada aquí propuesto pretende ser un paso en esta dirección.

## **2. Características principales del Modelo**

Posteriormente al análisis del estado de arte sobre los modelos de planificación agregada en que se tienen en cuenta las decisiones sobre área de producción, otros que alcanzan a integrar algunas decisiones de las demás áreas como es la plantilla, el tiempo de trabajo y la tesorería, se desarrollaran las características que representarán al modelo integrado de planificación agregada.

En primer lugar se hará referencia a los aspectos financieros vinculados al área de producción, en el que se tiene en cuenta a la plantilla y sus posibles variaciones, y al área de tesorería y finanzas con los instrumentos financieros disponibles en el mercado, según Martínez (2006). Desde cada uno se observan los pagos y cobros vinculados al desarrollo de actividades, y se distinguen si son decisiones a tomar en el horizonte de planificación, o si se consideran como consecuencias de decisiones tomadas con anterioridad.

Una compañía al momento de planificar sus actividades a lo largo del horizonte temporal de planificación debe distinguir entre las decisiones a tomar en el futuro y las consecuencias de decisiones tomadas antes del inicio del horizonte temporal de planificación.

Las decisiones que la compañía deberá tomar en el tiempo son variables, información desconocida, porque el valor no está definido y las consecuencias de decisiones anteriores se consideran datos, información conocida, que se tendrán en cuenta al iniciar el horizonte. También se consideran datos los valores establecidos y conocidos previamente al inicio del horizonte, dados por la propia compañía, por el mercado financiero, el estado, los proveedores y clientes. El problema de la planificación agregada de la empresa será representado por la relación entre estas variables y datos, mediante un modelo matemático de programación lineal.

Hay variables y datos que constituyen al área financiera, representada en el modelo, que describen cobros y pagos que la compañía enfrentará en cada periodo correspondiente al

horizonte temporal. Entre los cobros se deben diferenciar dos tipos, los cobros que generan beneficios y los que no lo hacen. Los últimos son ingresos que se deben, por ejemplo, a la recuperación del dinero en inversiones, o cuando le son concedidos préstamos o cuentas de créditos a la empresa, entre otras. De la misma forma se debe distinguir entre los pagos que son costes y los que no lo son; estos últimos se corresponden, por ejemplo con los salidas de dinero por devolución de créditos o préstamos y para inversiones. La diferencia entre los pagos que son costes y cobros que generan beneficios, y los que no, es que los últimos no se tienen en cuenta al determinar el beneficio total de la compañía.

A continuación se detallan los cobros y los pagos determinando si son variables o datos, que intervienen en la gestión financiera de una compañía para su planificación agregada. Se han diferenciado tres tipos: los derivados de la actividad productiva de la empresa, en los que se decide además también sobre la plantilla y tiempos de trabajo; los derivados de la financiación; y los que se derivan de la colocación de fondos excedentes.

## **2.1.Cobros y pagos derivados de la producción**

La compañía al iniciar el horizonte temporal para resolver la planificación agregada puede pronosticar en el tiempo los niveles de demanda para cada periodo que compone el horizonte de planificación. Para alcanzar los niveles de producción demandados por los clientes en cada periodo deberá tomar decisiones sobre las variaciones necesarias del tamaño de la plantilla que dispone desde el momento inicial y sus tiempos de trabajo, sobre la compra de materiales a los proveedores y sus formas de pago, como también los cobros a clientes, etc. Entre éstas existe una serie de decisiones a tomar y datos disponibles, para resolver el problema de las decisiones financieras en la planificación agregada, que se explican a continuación.

### **2.1.1. Cobros correspondientes a beneficios**

#### **▪ Datos:**

Como se mencionó, la compañía al inicio del horizonte debe tener en cuenta las consecuencias de decisiones tomadas anteriormente al inicio, como también debe conocer y registrar datos internos de la compañía, del mercado financiero, del estado, de los clientes y proveedores, que ya están prefijados. Entre estos datos debe actualizar los saldos por cobrar a los clientes y sus fechas de vencimiento, es decir los cobros pendientes, también los efectos por cobrar en cada periodo. Estos saldos pueden cobrarse en las fechas de vencimiento o por adelantado haciendo uso de *factoring* u otras formas, como se mencionará a continuación.

#### **▪ Variables:**

Entre estas variables están los cobros totales o fracciones de éstos, correspondientes a entregas a clientes a partir del primer periodo del horizonte. Las empresas pueden cobrar estas entregas en un plazo determinado previamente de acuerdo con los clientes, después de la fecha de entrega o facturación. Por necesidad de liquidez la empresa puede cobrar parcial o totalmente las cuentas pendientes de sus clientes por medio de

*factoring* u otras formas, adelantándose a las fechas del vencimiento de los cobros, lo cual implica generalmente una pérdida financiera.

El *factoring* es un producto financiero que permite a las empresas proveedoras de bienes y servicios disponer anticipadamente de los importes de las transacciones comerciales con sus clientes, es decir disponer del dinero antes de la fecha de vencimiento del pago. Al hacer uso de este producto financiero se tiene un coste de comisión y de intereses reflejado en un descuento en el cobro anticipado de los clientes.

Haciendo uso de *factoring* la compañía podrá cobrar los saldos de las cuentas pendientes de sus clientes en cualquier momento anterior al plazo de vencimiento del pago, lo que supone cobros variables dependiendo de las decisiones que se tomen.

### ***2.1.2. Cobros que no corresponden a beneficios***

#### **▪ Datos:**

Desde el área de producción no se registran cobros que sean datos y que no correspondan a beneficios.

#### **▪ Variables:**

Desde el área de producción no se registran cobros de carácter variable que no correspondan a beneficios.

### ***2.1.3. Pagos correspondientes a costes***

#### **▪ Datos:**

Entre los pagos conocidos que son costes caben mencionar el pago por periodo a la plantilla fijada desde el inicio del horizonte, contemplando las variaciones conocidas desde el departamento de RRHH, sean por nuevas contrataciones estimadas o por reducciones de la plantilla debido al retiro de trabajadores por causas de jubilación o despidos. Además también son conocidos aumentos salariales a determinados trabajadores por antigüedad, ascensos o premios, etc.

Son datos los saldos de efectos a pagar a proveedores y las fechas de vencimiento. Los pagos de estos saldos pueden hacerse en la fecha de vencimiento o se pueden adelantar aprovechando los descuentos por pronto pago como se indico en el apartado 1.3.

Existen pagos de infraestructura que son fijos anualmente y conocidos al inicio del horizonte, también se consideran los pagos del coste fijo de los suministros (energía, agua, gas, teléfono, entre otros) y proveedores fijos de servicios secundarios.

Sobre la plantilla inicial se conocen los pagos del impuesto sobre la renta de las personas físicas de dicha plantilla, y también los pagos a la seguridad social que se deberán hacer en fechas conocidas a lo largo del horizonte temporal.

#### **▪ Variables:**

Entre éstos se encuentran los pagos de las compras a proveedores en cada periodo. Estos pagos se pueden realizar en partes por periodo hasta la fecha de vencimiento o antes, con la ventaja de un descuento por pronto pago, o pagar el total en la fecha de vencimiento del pago. El plazo de vencimiento de los pagos se deriva del acuerdo con los proveedores. También son variables los pagos a proveedores de los saldos iniciales de efectos por pagar que son conocidos inicialmente ya que provienen de las actividades realizadas anteriormente, estos pagos se pueden adelantar, en parte o completamente en cualquier momento previo al plazo de vencimiento conocido, aprovechando el descuento por pronto pago.

Al inicio del horizonte se dispone de un tamaño de plantilla conocido, el cual puede variar en el tiempo dependiendo de los niveles de producción necesarios. El pago de los salarios debido a las variaciones de la plantilla periodo a periodo será variable. En esta variación necesaria de la plantilla surgen otros pagos que son variables. Entre estos están los pagos por contratar nuevo personal; los pagos por despedir trabajadores; los pagos por contratar personal temporal; los pagos por horas extras realizadas por la plantilla; y los pagos de las horas de más que acumulen en las bolsas de horas los trabajadores temporales contratados por periodo y a los trabajadores de plantilla que son despedidos o dados de baja según se haya pronosticado.

Al decidir mantener stock, se deben tener en cuenta los pagos por seguros y mantenimiento de éstos. Además para elaborar un producto son necesarios no solamente los materiales, maquinaria y mano de obra, sino también recursos extras como son energía, agua, gas, teléfono, materiales que contribuyen al proceso pero no se ven en el producto final, entre otros, por lo tanto al aumentar los niveles de producción también se incrementa el consumo de estos suministros que derivan en pagos.

Como se mencionó la plantilla puede variar a lo largo del horizonte, por medio de la contratación o despido de personal; como consecuencia también será variable el pago del impuesto sobre la renta de las personas físicas. También el pago a la seguridad social variará en función de las variaciones en la plantilla.

#### ***2.1.4. Pagos que no corresponden a costes***

##### **▪ Datos:**

Debido a que algunos cobros y pagos sujetos a deducciones son conocidos al inicio del horizonte, se pueden determinar, desde éstos, los pagos por liquidación del impuesto sobre el valor añadido (IVA) en las fechas de pago correspondientes.

La amortización del inmovilizado (dotación anual) es un dato registrado en el libro de contabilidad, el cual no involucra un pago directo, pero sí es un coste que debe tenerse en cuenta al determinar el beneficio de la compañía para luego fijar el pago de dividendos. A lo largo del horizonte se pueden considerar pagos por dividendos, en fechas determinadas, de los beneficios logrados con anterioridad, por lo tanto son datos que se disponen al inicio del horizonte temporal de planificación.

##### **▪ VARIABLES:**

El impuesto sobre el valor añadido (IVA) es un impuesto que grava el consumo de bienes y servicios producidos y comercializados en el desarrollo de actividades empresariales o profesionales. El IVA no afecta a la cuenta de pérdidas y ganancias, por ello el pago del IVA no es un coste, pero sí afecta a la tesorería de la empresa, ya que ésta hace de intermediario entre el cliente y Hacienda Pública. Sólo se paga a Hacienda Pública la diferencia entre las cuotas repercutidas (venta por tipo impositivo) y las cuotas soportadas con derecho a deducción (compras por tipo impositivo).

## **2.2. Cobros y pagos derivados de la gestión de necesidades de financiación**

La compañía en momentos de baja liquidez puede recurrir a fuentes externas de financiación para hacer frente a pagos que no puede realizar. Existen en el mercado financiero una serie de fuentes de financiación, con distintos intereses, costes de apertura, plazos de entrega y pago de los intereses, etc. Las fuentes de financiación más utilizadas son, entre otras, los préstamos y las cuentas de créditos.

En estas operaciones contractuales la compañía tiene acceso a disponer de dinero para hacer frente a pagos. Cuando la compañía toma parte, o su totalidad, del efectivo contratado le llamaremos cobros, ingresos de dinero que no contribuyen al beneficio, debido a que son ingresos temporales de dinero a tesorería. La compañía al disponer de estos productos financieros, debe pagar intereses y costes de apertura, cuyos pagos son costes financieros, que serán tenidos en cuenta en los costes totales de la compañía. Al realizar las devoluciones del dinero recibido o utilizado de estos medios financieros, la compañía realizará pagos a las fuentes financieras, salidas de dinero, pero éstos no serán costes debido a que son una devolución de dinero adquirido temporalmente.

### **2.2.1. Cobros correspondientes a beneficios**

- **Datos:**

Desde la gestión ante necesidades de financiación externa no se registran cobros conocidos que correspondan a beneficios.

- **Variables:**

Desde el área de producción no se registran cobros de carácter variable que no correspondan a beneficios.

### **2.2.2. Cobros que no corresponden a beneficios**

- **Datos:**

Al iniciar el horizonte de planificación se conoce si la compañía tiene contratada alguna determinada cantidad de dinero en préstamos adquiridos antes de iniciar el horizonte. De la misma forma ocurre con cuentas de créditos ya contratadas con anterioridad al inicio, por lo tanto es dato el saldo de dinero utilizado y, desde éste, el que se puede utilizar a lo largo del horizonte. Es dato la fecha de vencimiento de cada compromiso financiero contraído. El ingreso generado por la utilización de estos fondos contratados no genera beneficios debido a que este dinero debe devolverse en la fecha de vencimiento del contrato.



- **Variables:**

Cuando la fuente de financiación (prestador) concede o pone a disposición de la compañía (prestatario) una cierta cantidad de dinero (nominal del préstamo o principal), esta registra ingresos en la tesorería que serán destinados a determinados pagos. Estos ingresos de dinero se considerarán cobros que no generan beneficios, debido a que es dinero que debe ser devuelto al prestador en una determinada fecha. De forma similar será con las cuentas de crédito, que son la disposición de dinero, por parte del prestador, de un nominal en una cuenta a disposición del prestatario. Este último podrá disponer de dinero en cualquier momento y en la cantidad que estime necesaria, sin superar el nominal disponible. Cada disposición de dinero que la compañía haga de dicha cuenta de crédito será un cobro, ingreso de dinero, que no genera beneficios.

En el caso que al inicio del horizonte de planificación se disponga de cuentas de créditos abiertas anteriormente, el saldo disponible en cada una de ella también puede utilizarse, es decir realizar extracciones, dependiendo de las decisiones ante la necesidad de financiación.

### ***2.2.3. Pagos correspondientes a costes***

- **Datos:**

Como consecuencia de decisiones anteriores al inicio del horizonte de planificación, la compañía deberá enfrentar pagos de intereses sobre nominales de préstamos o cuentas de créditos dispuestos en fechas anteriores. Estos pagos de costes financieros afectan al coste total, y por lo tanto al beneficio total de la compañía, debido a que son costes por disponer de servicios financieros.

- **Variables:**

En este tipo de variables se encuentran entre otras, los pagos de comisiones y los pagos de los intereses sobre el nominal del préstamo o principal, que la fuente de financiación (prestador) pone a disposición de la compañía (prestatario) en un tiempo determinado, a unos tipos de interés pactados con el prestador.

De la misma manera que con los préstamos, se tienen en cuenta los pagos por las cuentas de crédito disponibles para la compañía. Generan costes los pagos por comisiones establecidas por el prestador hacia el prestatario, como también lo hacen los pagos por intereses de la cantidad de dinero dispuesta y por otro lado de la cantidad de dinero disponible y no utilizado, con intereses distintos e inferiores, en cada cuenta de crédito habilitada para la compañía, ya sea abierta anteriormente o dentro del horizonte.

### ***2.2.4. Pagos que no corresponden a costes***

- **Datos:**

A diferencia del ítem anterior, los pagos por devolución del nominal de préstamos o cuentas de créditos contratadas antes del inicio del horizonte de planificación, con fecha

de vencimiento dentro del horizonte, no generan costes por la razón ya mencionada que no es dinero de la compañía, sólo está disponible temporalmente.

▪ **Variables:**

Cada préstamo y cuenta de crédito se caracterizan por tener una fecha desde la que es posible disponer del dinero y una fecha de vencimiento en la que se debe devolver la cantidad de dinero dispuesta. De modo que el prestatario está obligado a devolver el total del nominal en la fecha de vencimiento establecida para cada operación. Estas devoluciones son salidas de dinero de tesorería (pagos) que no generan costes debido a que se corresponden con la devolución de una adquisición temporal de dinero por parte del prestador. Los pagos por devolución del nominal para ambos casos pueden ser por periodo hasta la fecha de vencimiento o un pago total en la fecha de vencimiento.

Si al inicio del horizonte se tiene un saldo de dinero utilizado en cuentas de créditos abiertas anteriormente, se debe tener en cuenta la devolución (pagos) antes del plazo de vencimiento de cada cuenta.

### **2.3.Cobros y pagos derivados de la gestión de fondos excedentes**

La compañía puede lograr excedentes monetarios en ciertos periodos de tiempo en el horizonte temporal de planificación. Para estas ocasiones existen una serie de instrumentos financieros de inversión, que pueden ser aprovechados para lograr un ingreso extra desde estos excedentes, cobrando intereses con el tiempo.

Entre estos instrumentos indicados se consideran los títulos al descuento, entre estos las letras del tesoro, los valores del tesoro y pagarés de empresas. Los títulos al descuento se caracterizan por una fecha de inicio (salida al mercado financiero) y una fecha de vencimiento, que es cuando los inversores cobran la totalidad de la inversión en los títulos. Además los títulos pueden ser adquiridos o vendidos en cualquier periodo intermedio a las fechas mencionadas, teniendo en cuenta coeficientes que indican el valor de compra o venta en ese momento del plazo de vencimiento.

Otros instrumentos son los fondos de inversión, (entre uno de ellos, por ejemplo, es el fondtesoro). El inversor (denominado partícipe en el fondo de inversión) en lugar de mantener directamente dichos valores, posee participaciones en un fondo de inversión. La principal ventaja de estos es la liquidez, ya que el partícipe puede retirarse, en parte o totalmente, del fondo en cualquier momento con sólo solicitar a la sociedad gestora el reembolso de sus participaciones. En el momento de vender fondos de inversión se debe respetar el orden de adquisición de los mismos, es decir que se deben vender los fondos más antiguos en primer lugar antes de vender los adquiridos recientemente.

Los depósitos a plazo son un instrumento financiero de inversión de menor liquidez que los anteriores, debido a que para retirar el dinero invertido se debe esperar a la fecha de vencimiento del plazo; si no se cumple con el plazo, el agente financiero penaliza esta acción. Éste también tiene una fecha de inicio y una fecha de vencimiento en la cual es reembolsado el dinero y los intereses pueden ser cobrados periódicamente o en la fecha de vencimiento, según sea el banco.

Por último en la cuenta corriente, los depósitos de dinero se realizan a libre disposición, mediante talonario de cheques que permiten efectuar ingresos y reintegros en cualquier momento. Las características de contratación quedan establecidas para cada tipo de cuenta corriente, entre ellas están la condición de saldo medio mínimo (saldo cuyo mantenimiento es necesario para la aplicación del interés pactado), los intereses por saldo negativo y penalizaciones por el descubierto en cuenta máximo, la frecuencia de liquidación de intereses (que son abonados o retirados de la misma cuenta) y las condiciones de mantenimiento y administración.

A continuación se indicarán los cobros y pagos que pueden ser variables o datos, que surgen al emplear estos tipos de instrumentos financieros de inversión.

### ***2.3.1. Cobros correspondientes a beneficios***

#### **▪ Datos:**

Al iniciar el horizonte de planificación la compañía puede tener en su propiedad títulos al descuento, participaciones en fondos de inversión y depósitos a plazo heredados desde el horizonte anterior, como consecuencia de decisiones anteriores. Estos datos de inversiones pueden hacerse líquidos en el horizonte de planificación actual, teniendo como beneficios la diferencia entre lo cobrado en cualquier momento o en el plazo de vencimiento según corresponda, y lo pagado anteriormente o los intereses en el caso del depósito a plazo.

La compañía también puede cobrar intereses de inversiones realizadas anteriormente al inicio del horizonte, como puede ser en renta variable (cobro de acciones), cobro de dividendos, entre otras.

#### **▪ Variables:**

La diferencia entre el cobro y el pago en la inversión en títulos al descuento es considerada un beneficio obtenido desde una operación financiera, de modo tal que se tiene en cuenta en el beneficio total de la compañía. De forma similar es considerada la diferencia de dinero, beneficio, obtenida al invertir en fondos de inversión.

Al invertir en depósitos a plazo, el cobro de los intereses devengados genera beneficios a la compañía, los cuales se tendrán en cuenta en el beneficio total. También serán beneficios los cobros de intereses desde las cuentas corrientes.

### ***2.3.2. Cobros que no corresponden a beneficios***

#### **▪ Datos:**

Entre ellos podemos mencionar el cobro del dinero que se invirtió con anterioridad al inicio del horizonte en títulos al descuento, en fondos de inversión, reembolsos del nominal depositado a plazo, etc. También podemos considerar el cobro por la venta de acciones, del mercado de valores, que fueron adquiridas por la compañía en momentos anteriores al inicio del horizonte de planificación.

#### **▪ Variables:**

Entre los cobros de las inversiones de los fondos excedentes que no generan beneficios están lo cobrado en cada tipo de inversión, sin tener en cuenta el interés ganado, ya sea en títulos al descuento o en fondos de inversión, y los reembolsos del dinero depositado en las inversiones a plazos en la fecha de vencimiento del plazo.

### ***2.3.3. Pagos correspondientes a costes***

#### **▪ Datos:**

Entre estos datos cabe mencionar posibles pagos debido a penalizaciones o intereses por el descubierto en cuenta máximo o por saldos negativos de las cuentas corrientes, respectivamente, desde periodos anteriores al inicio del horizonte.

#### **▪ Variables:**

Entre éstos sólo podemos mencionar el pago de los intereses y penalizaciones por saldo negativo en las cuentas corrientes y por descubiertos en cuenta máximos, respectivamente. También consideramos como costes los pagos por comisiones y mantenimiento de las cuentas corrientes.

### ***2.3.4. Pagos que no corresponden a costes***

#### **▪ Datos:**

La compañía al iniciar el horizonte de planificación puede disponer de una cantidad de dinero conocida, para que en un periodo del horizonte sea invertida en firme en un producto financiero de inversión ya comprometido o pactado desde el inicio del horizonte.

#### **▪ Variables:**

Los pagos que no son costes, debido a que es dinero de la compañía que temporalmente estará en poder del gestor financiero, son las cantidades de dinero que salen de tesorería para invertirlos en cualquiera de estos productos financieros de inversión, es decir los pagos para invertir en títulos al descuento, en fondos de inversión y en los depósitos a plazo.

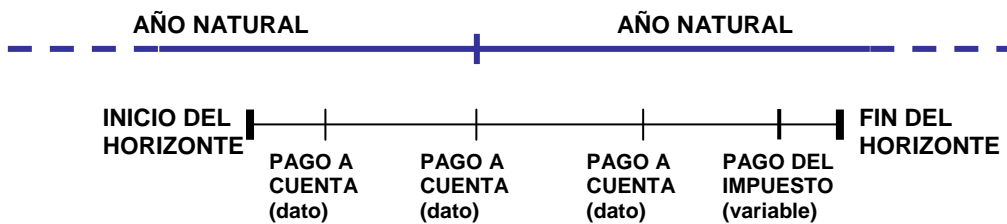
## **2.4. Pagos por el Impuesto de Sociedades**

El impuesto sobre sociedades es un impuesto directo sobre entidades jurídicas que grava la renta obtenida por éstas. Es proporcional, ya que el tipo de gravamen no varía al aumentar la renta. El impuesto sobre sociedades es periódico, con un periodo impositivo igual al ejercicio económico de la entidad, sin que pueda exceder de doce meses. El impuesto se devengará el último día del periodo impositivo, momento en que nace la obligación tributaria, diferenciándose del devengo de la deuda tributaria que es el momento en que nace la obligación de pago al Estado, la cual se establece en el plazo de los veinticinco días naturales siguientes a los seis meses posteriores a la conclusión del periodo impositivo.

El pago del impuesto sobre sociedades se determina a partir de la diferencia entre los cobros que corresponden a beneficios y los pagos que corresponden a costes. Dependiendo de la fecha de inicio del horizonte existe una parte del pago al impuesto sobre sociedades que es conocido, debido a las actividades ya realizadas anteriormente, pero puede ocurrir que el año fiscal no haya terminado, por lo tanto existe una parte del pago que depende de las decisiones que se adopten y que se tendrán en cuenta en el periodo de finalización del año fiscal que se encuentra dentro del horizonte.

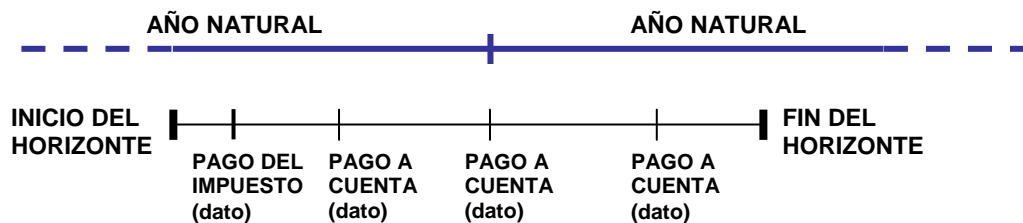
Los sujetos pasivos por obligación personal de contribuir y por obligación real mediante establecimiento permanente, deberán efectuar un pago fraccionado a cuenta de la liquidación correspondiente al periodo impositivo que esté en curso el día primero de cada mes de: abril, octubre y diciembre (en España). El pago se hará en los veinte días naturales primeros de los meses anteriores, y será el equivalente al 18 % (en España) de la cuota íntegra del último periodo impositivo minorado en las deducciones y bonificaciones en la cuota aplicada, así como en las retenciones e ingresos a cuenta. De los pagos a cuenta, algunos serán datos y otros variables, por lo ya explicado en el párrafo anterior.

Para el pago del Impuesto de Sociedades se modeliza en la situación más compleja, que es aquella en que el horizonte de planificación comprende periodos de dos años fiscales. Como se puede apreciar en las figuras 2.4.1 y 2.4.2.



**Figura 2.4.1.** Horizonte temporal respecto al año natural con el pago del Impuesto de Sociedades variable

En la figura 4.1.a se observa que los pagos a cuenta son conocidos (datos), debido a que pertenecen al año natural anterior al que se encuentra, y el pago del Impuesto de Sociedades es variable debido a que una parte depende de la actividad que se desarrollará en los periodos iniciales del horizonte, pertenecientes a los últimos periodos del primer año natural.



**Figura 2.4.2.** Horizonte temporal respecto al año natural con el pago del Impuesto de Sociedades conocido

En la figura 2.4.2., se aprecia que la única diferencia con la figura 2.4.1. es que el inicio del horizonte de planificación es anterior a la fecha del pago del Impuesto de

Sociedades. Por ésta razón el pago que se debe hacer es conocido, debido a que depende de la actividad económica del año natural anterior al que pertenece el inicio del horizonte de planificación.

## **2.5.Pago de dividendos**

El pago de dividendo es la distribución del beneficio de la empresa entre los accionistas. Una vez determinado el resultado del ejercicio y acordada su distribución, según la cual una parte del beneficio se pasa a reservas y el resto a retribución de los propietarios en forma de dividendos, se procede a su pago. Normalmente el dividendo viene expresado en una determinada cantidad de dinero por acción. A lo largo del horizonte, dependiendo de los beneficios por cada periodo, se pueden conocer parte del pago de dividendos que se derivan de las actividades realizadas en cada periodo, de forma tal de conocer con anticipación parte del pago total de dividendos.

## **2.6.Amortización del inmovilizado**

Cualquier activo fijo, bien material o inmaterial, que pasa a formar parte de la estructura de actividad de una sociedad sufre como consecuencia del paso del tiempo una depreciación o pérdida de valor. Esta pérdida de valor se puede producir por dos motivos:

- El bien se deteriora como consecuencia de su uso.
- El bien sufre una obsolescencia tecnológica como consecuencia de la aparición de nuevos equipos o procedimientos que dejan obsoleto nuestro activo.

Esta pérdida de valor de los activos que componen el inmovilizado de la empresa se plasma contablemente y fiscalmente aplicando una serie de ajustes en su valor, las denominadas amortizaciones.

Estas amortizaciones aminoran la base imponible del Impuesto de Sociedades o Estimación Directa del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas produciendo un importante ahorro fiscal. En este sentido y puesto que es en el momento en el que se incorpora el activo al patrimonio de la empresa cuando debemos decidir el sistema de amortización que vamos a utilizar, y que dichos sistemas proporcionan cuotas de amortización, y por tanto ahorros fiscales, con grandes diferencias se ha de tener un especial cuidado en su elección.

## **2.7.Saldos iniciales de la compañía**

La compañía en el momento de iniciar el horizonte temporal de planificación dispone de datos, saldos iniciales, debido a que son resultados obtenidos desde la actividad desarrollada en el horizonte anterior. Entre ellos están los siguientes saldos.

### *2.7.1. Saldos de tesorería inicial*

Esta información la proporciona el área de tesorería, ya que ellos conocen el saldo que la compañía dispone en la cuenta corriente abierta en el banco, los saldos de las cuentas por cobrar y los saldos de las cuentas por pagar, entre otros.

## 2.8. Cuadro de saldos, pagos y cobros que la empresa debe tener en cuenta en la planificación agregada.

En las siguientes tablas se observan todos los saldos que se deben conocer al iniciar el horizonte de planificación, los cobros y pagos que serán datos o variables. Estas tablas llegarán a las áreas de la empresa y cada una deberá completar los datos que le corresponden a sus funciones.

Las casillas tachadas indican que ese dato o variable no tiene valor (no corresponde) para esos periodos. En cuanto a los casilleros en blanco que corresponden a las variables serán rellenados una vez obtenida la solución final entregada por el modelo.

La tabla 1, donde se indican los valores de datos, es una herramienta para la recopilación de la información necesaria para la ejecución del modelo de planificación. En la tabla 2, se registrarán los valores de las variables que resulten del modelo determinando el plan agregado de la empresa para el horizonte de temporal.

| ORIGEN   | ÁREA RESPONSABLE            | HORIZONTE TEMPORAL (PERIODOS) |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|--|-----------------------------|-------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|-----|---|--|
|  |                             | 0                             | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | ... | T-1 | T |  |
| Saldo de tesorería inicial en al Cuenta Corriente                          | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo mínimo de tesorería  | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Amortización del inmovilizado  | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo inicial por cobrar a los clientes                                    | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo inicial por pagar a los proveedores                                  | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pagos por salario y Seguridad Social a la plantilla inicial                | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pago del IRPF por la plantilla   | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pagos de Infraestructura y gastos fijos                                    | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pago de intereses de préstamos anteriores                                  | Banco 1                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco 2                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | ...                         |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco n                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pago por devolución de préstamos y créditos anteriores                     | Banco 1                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco 2                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | ...                         |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco n                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo del importe nominal de las cuentas de crédito abiertas anteriormente | Tipo de cuenta de crédito 1 |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Tipo de cuenta de crédito 2 |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | ...                         |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Tipo de cuenta de crédito n |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo inicial utilizado de las cuentas de crédito                          | Tipo de cuenta de crédito 1 |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Tipo de cuenta de crédito 2 |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | ...                         |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Tipo de cuenta de crédito n |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo inicial de títulos al descuento                                      | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Saldo inicial de fondos de inversión que han sido adquirido                | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Cobro de intereses de imposiciones a plazo anteriores                      | Banco 1                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco 2                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | ...                         |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco n                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Cobro por reembolsos de imposiciones a plazo anteriores                    | Banco 1                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco 2                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | ...                         |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
|  | Banco n                     |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Cobro de dividendos  | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Compra de acciones   | Finanzas                    |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Venta de acciones  | Finanzas                    |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pago de dividendos   | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Balance del beneficio obtenido en periodos anteriores                      | Contabilidad                |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Suma de los pagos a cuenta ya hechos en éste año natural                   | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pagos a cuenta del Impuesto de Sociedades                                  | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |
| Pago de la cuota íntegra del Impuesto de Sociedades                        | Tesorería                   |                               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |     |   |  |

Tabla 1. Datos suministrados por las distintas áreas que conforman la empresa

| ORIGEN   | ÁREA RESPONSABLE              | HORIZONTE TEMPORAL (PERIODOS) |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|--|-------------------------------|-------------------------------|---|---|---|---|---|-----|-----|---|-----|-----|------|------|
|  |                               | 0                             | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | T+1 | T | T+1 | ... | T+13 | T+14 |
| Cobros a clientes  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Saldo de cobro a clientes que pasa al siguiente horizonte                              | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago a proveedores   | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Saldo de pago a proveedores que pasa al siguiente horizonte                            | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de salarios por la variación de la plantilla                                      | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por contratar nuevo personal  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por despedir personal   | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por contratar personal temporal   | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por horas extras  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por seguros de stock y mantenimiento  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por el consumo de suministros y otros insumos                                     | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago a la seguridad social de la variación de la plantilla                             | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago del IRPF de la variación de la plantilla  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por liquidación del IVA   | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de los costes de los préstamos  | Tipo de préstamo 1            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de préstamo 2            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de préstamo n            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro del nominal de préstamos adquiridos  | Tipo de préstamo 1            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de préstamo 2            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de préstamo n            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por devolución del nominal o principal del préstamo                               | Tipo de préstamo 1            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de préstamo 2            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de préstamo n            |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de costes fijos y comisiones de las cuentas de crédito                            | Tipo de cuenta de crédito 1   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito 2   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito n   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de intereses del dinero utilizado en las cuentas de crédito                       | Tipo de cuenta de crédito 1   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito 2   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito n   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de intereses sobre el dinero disponible y no utilizado en las cuentas de crédito  | Tipo de cuenta de crédito 1   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito 2   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito n   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Reintegro o retorno y pago por devolución del total adeudado en las cuentas de crédito | Tipo de cuenta de crédito 1   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito 2   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de cuenta de crédito n   |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por la adquisición de títulos al descuento  | Tipo de título al descuento 1 |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de título al descuento 2 |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de título al descuento n |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro de la venta de títulos al descuento  | Tipo de título al descuento 1 |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de título al descuento 2 |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de título al descuento n |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por invertir en fondos de inversión   | Tipo de fondo de inversión 1  |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de fondo de inversión 2  |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de fondo de inversión n  |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro por la venta de fondos de inversión  | Tipo de fondo de inversión 1  |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de fondo de inversión 2  |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de fondo de inversión n  |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por imposiciones en depósitos a plazo   | Tipo de depósito a plazo 1    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de depósito a plazo 2    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de depósito a plazo n    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro de intereses de los depósitos a plazo  | Tipo de depósito a plazo 1    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de depósito a plazo 2    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de depósito a plazo n    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro por el reembolso al vencimiento de los depósitos a plazo                         | Tipo de depósito a plazo 1    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de depósito a plazo 2    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | ...                           |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
|  | Tipo de depósito a plazo n    |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por ingresos a la cuenta corriente  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro por extracciones desde las cuentas corrientes                                    | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de intereses del saldo negativo en la cuenta corriente                            | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago por penalización del descubierto en la cuenta corriente                           | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Cobro de intereses del saldo que supera al saldo medio mínimo en la cuenta corriente   | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pagos a cuenta del Impuesto de Sociedades  | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |
| Pago de la cuota íntegra del Impuesto de Sociedades                                    | Tesorería                     |                               |   |   |   |   |   |     |     |   |     |     |      |      |

Tabla 2. Variables que son resultados del modelo de planificación agregada integrada

### 3. Modelo

Se presenta a continuación todos los datos y variables con sus respectivas nomenclaturas, y se desarrollan las ecuaciones que relacionan los datos con las variables que se deben tener en cuenta en cada actividad que a continuación se muestran.



En este modelo la plantilla que se considera (y que incluye personal fijo y personal temporal – este último con un rendimiento inferior) es la que trabaja directamente en una sección “cuello de botella” y cuyas variaciones repercuten en la capacidad de producción. Se supone que todos los miembros de dicha plantilla realizan la misma función y están sujetos a los mismos horarios.

### 3.1. Pagos y cobros derivados de la producción, la plantilla y el tiempo de trabajo.

En primer lugar se presenta un listado con los datos y variables, y sus respectivas nomenclaturas, luego la ecuaciones que los relacionan.

Datos:

- $P$  : Conjunto de familias de productos
- $M$  : Conjunto de familias de materiales
- $W0$  : Conjunto de trabajadores que componen la plantilla inicial.
- $W^{mx}$  : Dimensión máxima de la plantilla.
- $W^{sub}$  : Número máximo de trabajadores temporales que se pueden contratar.
- $T$  : Número de períodos que forman el horizonte temporal
- $T^{CU}$  : Número de períodos que, a través de factoring, podemos adelantar los cobros de nuestros clientes.
- $T^{PS}$  : Número de periodos que hay desde que se recibe la materia prima hasta la fecha de vencimiento del pago a proveedores, y aprovechando el descuento por pronto pago podemos adelantar los pagos.
- $T^S$  : Lista ordenada de periodos en los que se pagan salarios.
- $T^T$  : Lista ordenada de periodos de pagos trimestrales. En estos se encuentran el pago del IRPF.
- $T^{IVA}$  : Lista ordenada de periodos de pagos del IVA.
- $T^C$  : Conjunto de periodos en los cuales se puede contratar nuevo personal.
- $T^D$  : Conjunto de periodos en los cuales se puede despedir personal.
- $T^{apz}$  : Número de periodos en que un trabajador nuevo alcanza el máximo rendimiento de producción.
- $Nmx$  : Número máximo de trabajadores que pueden contratarse en un periodo.
- $D_{it}$  : Demanda de la familia de productos  $i$  en el periodo  $t$  ( $\forall i \in P, t = 1, \dots, T$ ).
- $t_p^{s-}$  : Elemento anterior a  $p$  en la lista  $T^S$  ( $\forall p \in T^S$ ). El  $t_p^{s-}$  del primer elemento de  $T^S$  vale 0.
- $t_p^{T-}$  : Elemento anterior a  $p$  en la lista  $T^T$  ( $\forall p \in T^T$ ). El  $t_p^{T-}$  del primer elemento de  $T^T$  vale 0.
- $t_p^{IVA-}$  : Elemento anterior a  $p$  en la lista  $T^{IVA}$  ( $\forall p \in T^{IVA}$ ). El  $t_p^{IVA-}$  del primer elemento de  $T^{IVA}$  vale 0.
- $k_{it}$  : Coeficientes que indican las unidades de capacidad por unidad de producto  $i$  en el periodo  $t$  ( $\forall i \in P; t = 1, \dots, T$ ). Esta capacidad está referida al sistema productivo. La capacidad puede medirse en unidades disponibles de los recursos críticos, y se supone que la capacidad crece con el número de trabajadores, pero no de forma lineal.

- $r_p^{CU}$  : Coeficientes para considerar el descuento en el cobro anticipado de los pagos de los clientes a través de factoring, a costa de pagar una comisión y un interés (contenidos por estos coeficientes) por el adelanto de  $p$  periodos en el cobro ( $p = 0, \dots, T^{CU}$ ).
- $r_p^{PS}$  : Coeficientes para considerar el descuento por pronto pago, al adelantar pagos en  $p$  periodos a proveedores ( $p = 0, \dots, T^{PS}$ ).
- $r^{Rss}$  : Retención en tanto por uno por el pago a la seguridad social que le corresponde al trabajador.
- $r^{IRPF}$  : Retención en tanto por uno del IRPF.
- $r^{RSS}$  : Retención en tanto por uno que debe pagarse a la seguridad social que corresponde al trabajador más el que corresponde a la empresa.
- $r^{IVA}$  : Tipo impositivo del IVA.
- $\delta_j$  : Unidades de capacidad de producción por hora con  $j$  trabajadores ( $j = 1, \dots, W^{mx}$ ).
- $\delta^{sub}$  : Coeficiente del rendimiento alcanzado en producción por un trabajador temporal.
- $\delta^{Wmx}$  : Unidades de capacidad de producción por hora logradas con la dimensión máxima de la plantilla.
- $\delta_{im}^{MP}$  : Cantidad de material de la familia de materiales  $m$  para fabricar una unidad de la familia de productos  $i$  ( $\forall i \in P; \forall m \in M$ ).
- $\delta_n^{apz}$  : Coeficiente del rendimiento que alcanza un trabajador nuevo en el periodo  $n$  de trabajo teniendo en cuenta un aprendizaje creciente por periodo hasta alcanzar el máximo rendimiento necesario ( $n = 0, \dots, T^{apz}$ ).
- $q^{hmx}$  : Número máximo de horas de trabajo por periodo que pueden hacer tanto los trabajadores que pertenecen a la plantilla como los trabajadores temporales contratados.
- $q^h$  : Número estándar de horas de trabajo por periodo.
- $s_{j0}^{h0}$  : Saldo de horas que el trabajador  $j$  posee al iniciar el horizonte temporal ( $\forall j \in W0$ ).
- $M_{jt}^{dn}$  : Coeficiente mínimo para determinar el coste por despido no programados del trabajador  $j$  de la plantilla inicial en el periodo  $t$  ( $\forall j \in W0; \forall t \in T^D$ ).
- $M_{\tau t}^{cdd}$  : Coeficiente mínimo para determinar el coste por despido en el periodo  $t$  de un trabajador que ha sido contratado en  $\tau$  ( $\forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).
- $M_t^{sub}$  : Coeficiente mínimo para determinar el coste por contratar trabajadores temporales en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $\alpha_{jt}^{dp}$  : Dato binario que cuando es uno, indica que esta programada la baja del trabajador  $j$  en  $t$  ( $\forall j \in W0; \forall t \in T^D$ ).
- $U_t^{he}$  : Límite máximo (upper bound) permitido de horas extras que puede realizar un trabajador en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).

- $U_t^{h+}$ : Límite máximo (upper bound) permitido de horas de más que puede realizar un trabajador en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $U^{he}$ : Límite máximo (upper bound) permitido de horas extras que puede realizar un trabajador en un año.
- $BO_\tau^{CU}$ : Saldo inicial por cobrar a los clientes que vence en el periodo  $\tau$  ( $\tau = 1, \dots, T^{CU} - 1$ ).
- $BO_\tau^{PS}$ : Saldo inicial por pagar a los proveedores que vence en el periodo  $\tau$  ( $\tau = 1, \dots, T^{PS} - 1$ ).
- $q_{i0}^{Ps}$ : Stock inicial de la familia de productos  $i$  ( $\forall i \in P$ ).
- $q_{m0}^{Ms}$ : Stock inicial de la familia de materiales  $m$  ( $\forall m \in M$ ).
- $w_t$ : Plantilla de los trabajadores en el periodo  $t$ , teniendo en cuenta las bajas conocidas ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $c_{it}^P$ : Precio medio de venta de una unidad de la familia de productos  $i$  en el periodo  $t$  ( $\forall i \in P, t = 1, \dots, T$ ).
- $O_t^W$ : Pagos por salarios y seguridad social de la plantilla inicial en el periodo  $t$  ( $\forall t \in T^S$ ).
- $O_t^{IRPF}$ : Pago por el IRPF en el periodo  $t$  correspondiente a la plantilla total ya conocida al inicio ( $\forall t \in T^T$ ).
- $O_t^I$ : Pagos de infraestructura y gastos fijos correspondientes al periodo  $t$  ( $\forall t \in T^S$ ).
- $c_{mt}^M$ : Precio medio de compra de una unidad de la familia de materiales  $m$  en el periodo  $t$  ( $\forall m \in M, t = 1, \dots, T$ ).
- $c_t^W$ : Salario de los trabajadores en el periodo  $t$  ( $\forall t \in T^S$ ).
- $C_{jt}^+$ : Coste por indemnización en caso de despedir al trabajador  $j$  que pertenece a la plantilla inicial en el periodo  $t$  ( $\forall j \in W0; \forall t \in T^D$ ).
- $C_{\tau t}$ : Coste por indemnización en caso de despedir en  $t$  a un trabajador contratado en  $\tau$  ( $\forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).
- $Ch_j^+$ : Coste de una hora de más realizada por el trabajador  $j$  que pertenece a la plantilla inicial ( $\forall j \in W0$ ).
- $Ch$ : Coste de una hora de más realizada por un trabajador que ha sido contratado en el horizonte temporal.
- $c_t^{W+}$ : Coste de contratar a un trabajador en el periodo  $t$  ( $\forall t \in T^C$ ).
- $c_t^{WS}$ : Coste de contratar un trabajador temporal en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $c_t^{he}$ : Coste de una hora extra realizada en el periodo  $t$  por un trabajador que pertenece a la plantilla ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $cs_t^{he}$ : Coste de una hora extra realizada en el periodo  $t$  por un trabajador temporal ( $t = 1, \dots, T$ ).

- $cs_t^{h+}$ : Coste de una hora regular de más realizada en el periodo  $t$  por un trabajador temporal ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $c_{it}^{Ps}$ : Coste de mantener una unidad en stock de la familia de productos  $i$  en el periodo de tiempo  $t$  ( $\forall i \in P; t = 1, \dots, T$ ).
- $c_{mt}^{Ms}$ : Coste de mantener una unidad en stock de la familia de materiales  $m$  en el periodo de tiempo  $t$  ( $\forall m \in M; t = 1, \dots, T$ ).
- $c_{it}^S$ : Coste de los suministros y materiales auxiliares necesarios para producir una unidad de la familia de productos  $i$  en el periodo  $t$  ( $\forall i \in P; t = 1, \dots, T$ ).
- $q_i^{Ps0}$ : Stock inicial de la familia de productos  $i$  ( $\forall i \in P$ ).
- $q_m^{Ms0}$ : Stock inicial de la familia de materiales  $m$  ( $\forall m \in M$ ).

Variables:

- $I_{itr}^C$ : Cobro (por adelantado si es a través de factoring) total o parcial de las entregas a clientes de la familia de productos  $i$  en el periodo  $t$ , que pertenece al pago total que vence en el periodo  $\tau$  ( $\forall i \in P; t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, t + T^{CU}$ ).
- $IO_{itr}^C$ : Cobro de una parte o del total del saldo inicial adeudado por los clientes en el periodo  $t$  cuyo total del cobro vence en el periodo  $\tau$  ( $t = 1, \dots, T; \tau = 1, \dots, T^{CU} - 1$ ).
- $Bfin_{it}^{CU}$ : Saldo de cobro a clientes del producto  $i$  en el periodo  $t$  que pasa al siguiente horizonte, con fecha de vencimiento  $t$  ( $\forall i \in P; t = T + 1, \dots, T + T^{CU}$ ).
- $o_{m\tau}^{PS}$ : Pago a los proveedores de las familias de material  $m$  en el periodo  $t$ , cuyo pago total vencen en el periodo  $\tau$  ( $\forall m \in M; t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, t + T^{PS}$ ).
- $oO_{itr}^{PS}$ : Pago de una parte o del total del saldo inicial adeudado a los proveedores en el periodo  $t$ , cuyo pago total vence en el periodo  $\tau$  ( $t = 1, \dots, T; \tau = 1, \dots, T^{PS} - 1$ ).
- $Bfin_{mt}^{PS}$ : Saldo de pago a proveedores de material  $m$  en el periodo  $t$  que pasan para el siguiente horizonte ( $\forall m \in M; t = T + 1, \dots, T + T^{PS}$ ).
- $q_{mt}^{Mr}$ : Materia prima de la familia  $m$ , recibida de los proveedores en el periodo  $t$  ( $\forall m \in M; t = 1, \dots, T$ ).
- $q_t^{h+}, q_t^{h-}$ : Horas de trabajo, por encima y por debajo, respectivamente, del valor de referencia  $q^h$ , en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ). Las variables  $q_t^{h+}$  corresponden a las horas regulares, es decir las que no tienen la consideración de horas extras.
- $q_t^{he}$ : Horas extras realizadas en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $Q_t^{he}$ : Número de horas extras realizadas por el colectivo de los trabajadores que pertenecen a la plantilla en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $w_t^r$ : Dimensión de la plantilla en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $w_t^e$ : Número de trabajadores de una plantilla formada exclusivamente por trabajadores de eficiencia igual a 1 equivalente a la plantilla real en el periodo  $t$ .

(teniendo en cuenta que los trabajadores ingresados se encuentran en una fase de aprendizaje y su eficiencia es inferior a 1) ( $t = 1, \dots, T$ ).

- $q_{it}^{Pp}$ : Número de productos de la familia de productos  $i$  que se fabrican en el periodo  $t$  ( $\forall i \in P; t = 1, \dots, T$ ).
- $r_{jt}$ : Variable binaria utilizada para indicar la relación entre la dimensión de la plantilla necesaria y la capacidad de producción para cumplir con la demanda en el periodo  $t$  ( $\forall j \in W^{mx}; t = 1, \dots, T$ ).
- $w_t^{sub}$ : Número de trabajadores temporales contratados para el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $q_{it}^{Ps}$ : Unidades de la familia de productos  $i$  en stock al final del periodo  $t$  ( $\forall i \in P; t = 1, \dots, T$ ).
- $q_{mt}^{Ms}$ : Unidades de la familia de materiales  $m$  en stock al final del periodo  $t$  ( $\forall m \in M; t = 1, \dots, T$ ).
- $c_{jt}^{np0}$ : Coste a pagar por despedir al trabajador  $j$  en el periodo  $t$  ( $\forall j \in W0; \forall t \in T^D$ ).
- $c_{jt}^{p0}$ : Coste a pagar por la baja del trabajador  $j$  en el periodo  $t$ , ya programado al inicio del horizonte ( $\forall j \in W0; \forall t \in T^D$ ). En éste sólo se toma como variable el coste de las horas de más que pueden haber realizado los trabajadores, ya que el coste de indemnización se tiene en cuenta en los costes fijos.
- $c_{\tau t}^-$ : Coste de despedir en  $t$ , trabajadores contratados en el periodo  $\tau$  ( $\forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).
- $s_{jt}^{h0}$ : Saldo de las cuentas de horas del trabajador  $j$  en el periodo  $t$  ( $\forall j \in W0; t = 1, \dots, T$ ).
- $\hat{s}_{jt}^{h0}$ : Saldo positivo de las horas realizadas por el trabajador  $j$  en el periodo  $t$  para tenerlas en cuenta a la hora de pagarlas en caso de despedir a dicho trabajador ( $\forall j \in W0; t = 1, \dots, T$ ).
- $s_{\tau t}^h$ : Saldo de horas realizadas en el periodo  $t$ , por los trabajador contratados en el periodo  $\tau$  ( $\forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).
- $\hat{s}_{\tau t}^h$ : Saldo positivo de las horas realizadas hasta el periodo  $t$  por los trabajadores contratados en el periodo  $\tau$  para tenerlas en cuenta a la hora de pagarlas en caso de despedir ( $\forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).
- $y_{jt}^{d0}$ : Variable binaria que indica si al trabajador  $j$  se le da de baja en el periodo  $t$  ( $\forall j \in W0; \forall t \in T^D$ ).
- $y_{n\tau t}^d$ : Variable binaria que indica si  $n$  trabajadores contratados en  $\tau$  son despedidos en el periodo  $t$  ( $\forall n \in Nmx; \forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).
- $y_{st}^{sub}$ : Variable binaria que indica la cantidad de trabajadores temporales  $s$  que son contratados en el periodo  $t$  ( $s = 1, \dots, W^{sub}; t = 1, \dots, T$ ).
- $w_t^+$ : Número de trabajadores contratados en el periodo  $t$  ( $\forall t \in T^C$ ).
- $w_{\tau t}^+$ : Número de trabajadores que han sido contratados en el periodo  $\tau$  y son despedidos en el periodo  $t$  ( $\forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D$ ).

$c_t^{sub}$  : Coste a pagar por contratar personal temporal en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).

### Capacidad de producción

$$w_t^e \geq \sum_{j=1}^{W^{mx}} j \cdot r_{jt} \quad t = 1, \dots, T \quad [1]$$

$$\sum_{j=1}^{W^{mx}} r_{jt} = 1 \quad t = 1, \dots, T \quad [2]$$

$$\sum_{i \in P} (k_{it} \cdot q_{it}^{Pp}) \leq \delta_j \cdot (q^h + q_t^{h+} - q_t^{h-} + q_t^{he}) + \delta^{W^{mx}} \cdot q^{hmx} \cdot (1 - r_{jt})$$

$$j = 1, \dots, W^{mx}; t = 1, \dots, T \quad [3]$$

$$q_{pt}^{Pp} + q_{i,(t-1)}^{Ps} = D_{it} + q_{it}^{Ps} \quad \forall i \in P; t = 1, \dots, T \quad [4]$$

$$q_{mt}^{Mr} + q_{m,(t-1)}^{Ms} = \sum_{i \in P} (\delta_{im}^{MP} \cdot q_{it}^{Pp}) + q_{mt}^{Ms} \quad \forall m \in M : t = 1, \dots, T \quad [5]$$

En las ecuaciones [1] a [3], se propone la capacidad de producción que puede alcanzarse en un período. Dependiendo de la demanda que está relacionada con la cantidad de productos que se deben realizar, en la ecuación [4], será el nivel del tamaño de la plantilla requerida en función de la capacidad de producción por hora y la cantidad de horas necesarias de trabajo por cada periodo. En la ecuación [4] además se tiene en cuenta el volumen de productos en stock. En la ecuación [5], se encuentra la relación de la cantidad de producción por periodo y el material necesario para lograr dichos niveles de producción, teniendo en cuenta el stock de materiales.

### Cobros a clientes

$$c_{it}^P \cdot D_{it} = \sum_{\tau=t+1}^{t+T^{CU}} \left( I_{i,\tau,(t+T^{CU})}^C / r_{(\tau-t)}^{CU} \right) \quad \forall i \in P, t = 1, \dots, T - T^{CU} \quad [6]$$

$$c_{it}^P \cdot D_{it} = \sum_{\tau=t+1}^T \left( I_{i,\tau,(t+T^{CU})}^C / r_{(\tau-1)}^{CU} \right) + Bfn_{i,(t+T^{CU})}^{CU} \quad \forall i \in P, t = T - T^{CU} + 1, \dots, T \quad [7]$$

$$BO_{\tau}^{CU} = \sum_{l=1}^{\tau} \left( IO_{l\tau}^C / r_{(T^{CU}-\tau+l)}^{CU} \right) \quad \tau = 1, \dots, T^{CU} \quad [8]$$

En las ecuaciones [6] y [7] se proponen los cobros por periodos de las entregas realizadas anteriormente al periodo actual. Los cobros pueden ser a partir del periodo siguiente a la entrega del pedido hasta un plazo posterior, fraccionado o el total, con la posibilidad del descuento por pronto pago. En la ecuación [7], se puede apreciar que las entregas en los últimos periodos del horizonte pueden pasar como saldo inicial a cobrar en el siguiente horizonte temporal. En la ecuación [8] se propone los posibles cobros en

parte o total del saldo inicial por cobrar a los clientes, de deudas derivadas del horizonte temporal anterior.

### Pagos a proveedores

$$c_{mt}^M \cdot q_{mt}^{Mr} = \sum_{\tau=t+1}^{t+T^{PS}} \left( o_{m,\tau,(t+T^{PS})}^{PS} / r_{(\tau-t)}^{PS} \right) \quad \forall m \in M, t = 1, \dots, T - T^{PS} \quad [9]$$

$$c_{mt}^M \cdot q_{mt}^{Mr} = \sum_{\tau=t+1}^T \left( o_{m,\tau,(t+T^{PS})}^{PS} / r_{(\tau-t)}^{PS} \right) + Bfin_{m,(t+T^{PS})}^{PS} \quad \forall m \in M, t = T - T^{PS} + 1, \dots, T \quad [10]$$

$$B0_{\tau}^{PS} = \sum_{t=1}^{\tau} \left( o_{t\tau}^{PS} / r_{(T^{PS}-\tau+t)}^{PS} \right) \quad \tau = 1, \dots, T^{PS} \quad [11]$$

En las ecuaciones [9] y [10] se proponen los pagos por periodos de las compras realizadas en el horizonte actual, dependiendo de las necesidades de producción. Los pagos pueden ser a partir del periodo siguiente de recibir el pedido hasta un plazo posterior. El pago puede ser fraccionado o total, con la posibilidad de hacer uso de los descuentos por pronto pago. En la ecuación [10], se puede apreciar que los pedidos recibidos de los proveedores en los últimos periodos del horizonte pueden pasar como saldo inicial a pagar en el siguiente horizonte temporal. En la ecuación [11] se propone los posibles pagos en parte o total del saldo inicial por pagar a los proveedores, de deudas derivadas del horizonte temporal anterior.

### Contrataciones, despidos y subcontrataciones

$$w_t^r = w_{t-1}^r + w_t^+ - (w_{t-1} - w_t) - \sum_{i \in W0} y_{it}^{d0} - \sum_{j \in T^C | j < t} w_{jt}^+ \quad \forall t \in (T^C \cap T^D) \quad [12]$$

$$w_t^r = w_{t-1}^r + w_t^+ - (w_{t-1} - w_t) \quad \forall t \in (T^C - T^D) \quad [13]$$

$$w_t^r = w_{t-1}^r - (w_{t-1} - w_t) - \sum_{i \in W0} y_{it}^{d0} - \sum_{j \in T^C | j < t} w_{jt}^+ \quad \forall t \in (T^D - T^C) \quad [14]$$

$$w_t^r = w_{t-1}^r - (w_{t-1} - w_t) \quad \forall t \in T - (T^C \cup T^D) \quad [15]$$

$$w_t^e = w_t^r - \left[ \sum_{n \in [0, \dots, T^{apz}] | (t-n) \in T^C} \left( (1 - \delta_n^{apz}) \cdot w_{t-n}^+ \right) \right] + (\delta^{sub} \cdot w_t^{sub}) \quad t = 1, \dots, T \quad [16]$$

$$w_t^{sub} \leq W^{sub} \quad t = 1, \dots, T \quad [17]$$

En las ecuaciones [12] a la [15] se presentan las posibilidades de variación de la plantilla fija, con sus periodos establecido de contrataciones y despidos. En la ecuación [16] se propone la plantilla efectiva que se posee en función del tamaño real de plantilla en cada periodo, considerando los rendimientos inferiores al óptimo por parte de trabajadores recientemente contratados, y el rendimiento alcanzado con posibles

trabajadores temporales contratados. La ecuación [17] no indica el máximo de trabajadores temporales que se puede contratar por periodo.

$$c_{it}^{np0} \geq \left( C_{it}^+ + Ch_i^+ \cdot \hat{s}_{it}^{h0} - M_{it}^{dn} \cdot (1 - y_{it}^{d0}) \right) \quad \forall i \in W0; \forall t \in T^D \quad [18]$$

$$y_{it}^{d0} \leq 1 - \sum_{\tau \in T^D | \tau < t} \left( y_{i\tau}^{d0} + \alpha_{i\tau}^{dp} \right) \quad \forall i \in W0; \forall t \in T^D \quad [19]$$

$$s_{it}^{h0} = s_{i,(t-1)}^{h0} + q_t^{h+} - q_t^{h-} \quad \forall i \in W0; t = 1, \dots, T \quad [20]$$

$$s_{it}^{h0} \leq \hat{s}_{it}^{h0} \quad \forall i \in W0; \forall t \in T^D \quad [21]$$

$$c_{it}^{p0} = \alpha_{it}^{dp} \cdot Ch_i^+ \cdot \hat{s}_{it}^{h0} \quad \forall i \in W0; \forall t \in T^D \quad [22]$$

Las ecuación [18] indica el coste por despedidos no planificados al inicio del horizonte temporal, de trabajadores que pertenecen a la plantilla fijada inicialmente. En la ecuación [19] se asegura que el trabajador sea despedido una y solo una vez. En la ecuación [20] se determinan los saldos de las horas en la bolsa, en la que se tendrán en cuenta las horas de más y horas de menos realizadas por los trabajadores en cada periodo. En la ecuación [21] y [22] se determina el coste que se debe pagar al trabajador dado de baja, por las horas positivas que tenga en la bolsa de horas.

$$w_{\tau t}^{\pm} = \sum_{n=1}^{Nmx} n \cdot y_{n\tau t}^d \quad \tau \in T^C; \forall t \in T^D | t > \tau \quad [23]$$

$$\sum_{n=1}^{Nmx} y_{n\tau t}^d \leq 1 \quad \tau \in T^C; \forall t \in T^D | t > \tau \quad [24]$$

$$\sum_{\forall t \in T^D | \tau < t} w_{\tau t}^{\pm} \leq w_{\tau}^{\pm} \quad \forall \tau \in T^C \quad [25]$$

$$q_t^{h+} \leq U_t^{h+} \quad t = 1, \dots, T \quad [26]$$

$$s_{\tau t}^h = q_t^{h+} - q_t^{h-} \quad \forall \tau \in T^C; t = \tau, \dots, T \quad [27]$$

$$s_{\tau t}^h \leq \hat{s}_{\tau t}^h \quad \forall \tau \in T^C; \forall t \in T^D | t > \tau \quad [28]$$

$$c_{\tau t}^- \geq C_{\tau t} \cdot n + Ch \cdot n \cdot \hat{s}_{\tau t}^h - M_{\tau t}^{cdd} \cdot (1 - y_{n\tau t}^d) \quad n = 1, \dots, Nmx; \tau \in T^C; \forall t \in T^D | t > \tau \quad [29]$$

En las ecuaciones [23] a [25] se indica el número de trabajadores que se despiden en un periodo dado que han sido contratados en el horizonte temporal, considerando que no se puede despedir un trabajador que ya fue despedido, y además no se pueden despedir más trabajadores de los que han sido contratados en cada periodo. En las ecuaciones [26] a [29] se limitan las horas de más que pueden hacer todos los trabajadores, y se



determina el saldo de la bolsa de horas de los trabajadores contratados en el horizonte. Obteniendo el coste a pagar por el despido de trabajadores contratados y más el saldo positivo de la bolsa de horas que les corresponde.

$$w_t^{sub} = \sum_{s=1}^{W^{sub}} s \cdot y_{st}^{sub} \quad t = 1, \dots, T \quad [30]$$

$$\sum_{s=1}^{W^{sub}} y_{st}^{sub} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad [31]$$

$$c_t^{sub} \geq (c_t^{WS} + cs_t^{he} \cdot q_t^{he} + cs_t^{h+} \cdot q_t^{h+}) \cdot s - M_t^{sub} \cdot (1 - y_{st}^{sub}) \quad s = 1, \dots, W^{sub}; t = 1, \dots, T \quad [32]$$

En las ecuaciones [30] a [32] se indica la cantidad de trabajadores temporales que se contratan por periodo, y se determina el coste a pagar por la contratación de los trabajadores temporales necesarios y las horas de más y extras que hayan realizado por periodo contratado.

$$q_t^{he} \leq U_t^{he} \quad t = 1, \dots, T \quad [33]$$

$$\sum_{t=1}^T q_t^{he} \leq U^{he} \quad [34]$$

$$Q_t^{he} \geq j \cdot q_t^{he} - W^{mx} \cdot U_t^{he} \cdot (1 - r_{jt}) \quad j = 1, \dots, W^{mx}; t = 1, \dots, T \quad [35]$$

En las ecuaciones [33] y [34] se limita la cantidad de horas extras que pueden hacer los trabajadores, por periodo y en total en el horizonte temporal.

### 3.2. Pagos y cobros derivados de la adquisición de préstamos

En primer lugar se presenta un listado con los datos, variables, y sus respectivas nomenclaturas, luego la ecuaciones que los relacionan.

Datos:

$B$ : Conjunto de bancos

$Bp$ : Conjunto de tipos de préstamo.

$Bp_b$ : Subconjunto de  $Bp$ , con los tipos de préstamos ofrecidos por el banco  $b$   
( $\forall b \in B$ ).

$U_b^B$ : Máximo endeudamiento con el banco  $b$  ( $\forall b \in B$ ).

$U^B$ : Máximo endeudamiento total de la compañía.

$r_{k\tau}^{Bl}$ : Coeficientes para el cálculo del pago de los costes del préstamo, intereses y comisiones del tipo de crédito  $k$  ( $\forall k \in Bp; \tau = ti_k^B + 1, \dots, tf_k^B$ )

- $r_{k\tau}^{BR}$  : Coeficientes para el cálculo del pago por devolución del importe nominal del préstamo del tipo  $k$  en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in Bp; \tau = ti_k^B + 1, \dots, tf_k^B$ )
- $ti_k^B$  : Periodo de inicio correspondiente al préstamo de tipo  $k$  ( $\forall k \in Bp$ )
- $tf_k^B$  : Periodo de vencimiento del préstamo  $k$  ( $\forall k \in Bp$ )
- $L_k^B$  : Monto mínimo para solicitar un préstamo del tipo  $k$  ( $\forall k \in Bp$ )
- $U_k^B$  : Monto máximo al solicitar un préstamo del tipo  $k$  ( $\forall k \in Bp$ )
- $BO_b^B$  : Deuda inicial, en préstamos y cuentas de créditos, de la compañía con el banco  $b$  ( $\forall b \in B$ )
- $oO_t^{BI}$  : Pago de intereses, en el período  $t$ , de préstamos dispuestos con anterioridad al inicio del horizonte de planificación ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $oO_{bt}^{BR}$  : Pago por devolución del importe nominal, al banco  $b$  en el período  $t$ , de préstamos dispuestos con anterioridad al inicio del horizonte de planificación ( $\forall b \in B; t = 1, \dots, T$ ).

#### Variables:

- $q_k^B$  : Importe nominal o principal del préstamo dispuesto del tipo  $k$  ( $\forall k \in Bp$ ).
- $\delta_k^B$  : Variable binaria que indica si se pide o no un préstamo de tipo  $k$  ( $\forall k \in Bp$ ).

#### Limite mínimo y máximo del importe nominal solicitado en el préstamo

$$L_k^B \cdot \delta_k^B \leq q_k^B \leq U_k^B \cdot \delta_k^B; \quad \forall k \in Bp \quad [36]$$

En la ecuación [36] se proponen los límites máximos y mínimos del importe nominal que puede solicitarse en los préstamos.

### **3.3. Pagos y cobros derivados de las cuentas de créditos solicitadas**

Se presenta un listado con los datos y variables para los pagos y cobros que se derivan de la utilización de las cuentas de créditos, y sus respectivas nomenclaturas, luego la ecuaciones que los relacionan.

#### Datos:

- $LA$  : Conjunto de los distintos tipos de cuentas de créditos (*loan account*). Cada tipo de cuenta de crédito se caracteriza por el periodo de inicio o apertura, el periodo de vencimiento, el tipo de interés, los pagos de comisiones y costes fijos por la apertura de la cuenta de crédito y el importe nominal máximo y mínimo.
- $LA0$  : Conjunto de los distintos tipos de cuentas de créditos abiertas con anterioridad al inicio del horizonte de planificación. Cada tipo de cuenta de crédito se caracteriza por el periodo en que vence, el tipo de interés, el importe nominal y el saldo dispuesto o utilizado al inicio del horizonte de planificación.
- $b_k^{LA}$  : Banco de la cuenta de crédito  $k$  ( $\forall k \in LA$ ).

- $b_k^{LA0}$ : Banco de la cuenta de crédito  $k$  ( $\forall k \in LA0$ ).
- $ti_k^{LA}$ : Periodo de inicio correspondiente a la cuenta de crédito de tipo  $k$  ( $\forall k \in LA \cup LA0$ ). Para las cuentas abiertas ( $LA0$ ) se asume  $ti_k^{LA} = 1$ .
- $tf_k^{LA}$ : Periodo de vencimiento correspondiente a la cuenta de crédito de tipo  $k$  ( $\forall k \in LA \cup LA0$ ).
- $r_k^{LAc}$ : Coeficiente para el cálculo de las comisiones que se deben pagar al obtener una cuenta de crédito del tipo  $k$  ( $\forall k \in LA$ ).
- $r_k^{LAI}$ : Coeficiente para el cálculo del pago de intereses sobre el dinero utilizado de la cuenta de crédito tipo  $k$  ( $\forall k \in LA \cup LA0$ ).
- $r_k^{LAI}$ : Coeficiente para el cálculo de los intereses sobre el dinero disponible no utilizado de una cuenta de crédito tipo  $k$  ( $\forall k \in LA \cup LA0$ ).
- $c_k^{LA}$ : Coste fijo por la adquisición de una cuenta de crédito del tipo  $k$  ( $\forall k \in LA$ ).
- $L_k^{LA}$ : Monto mínimo (*lower bound*) para solicitar una cuenta de crédito del tipo  $k$  ( $\forall k \in LA$ ).
- $U_k^{LA}$ : Monto máximo (*upper bound*) al solicitar una cuenta de crédito del tipo  $k$  ( $\forall k \in LA$ ).
- $T_k^{LA}$ : Lista ordenada de periodos de pago de intereses para el tipo de cuenta de crédito  $k$  ( $\forall k \in LA \cup LA0$ ).
- $t_p^{LA-}$ : Elemento anterior a  $p$  en la lista  $T_k^{LA}$  ( $\forall p \in T_k^{LA}$ ). El  $t_p^{LA-}$  del primer elemento de  $T_k^{LA}$  es  $ti_k^{LA}$  ( $\forall k \in LA \cup LA0; \forall p \in T_k^{LA}$ ).
- $B_k^{LA0}$ : Saldo dispuesto o utilizado, que se debe a la cuenta de crédito del tipo  $k$ , al inicio del horizonte de planificación ( $\forall k \in LA0$ ).
- $LAp$ : Conjunto de parejas de cuentas de crédito,  $(k, k')$ , donde el segundo elemento de la pareja corresponde a la renovación de la cuenta de crédito del primer elemento de la pareja. Se cumple que  $ti_{k'}^{LA} = tf_k^{LA} + 1$ . No se puede renovar una cuenta de crédito que no se ha abierto.
- $q_k^{LA0}$ : Importe nominal de la cuenta de crédito del tipo  $k$  abierta con anterioridad ( $\forall k \in LA0$ ).

#### Variables:

- $q_k^{LA}$ : Importe nominal o principal de la cuenta de crédito del tipo  $k$  ( $\forall k \in LA \cup LA0$ ). Nótese que para las cuentas abiertas ( $LA0$ ) este importe es conocido.
- $\delta_k^{LA}$ : Variable binaria que indica si se abre o no una cuenta de crédito del tipo  $k$  ( $\forall k \in LA$ ).
- $B_{kt}^{LA}$ : Saldo utilizado de la cuenta de crédito del tipo  $k$ , al final del periodo  $t$  ( $\forall k \in LA \cup LA0 | tf_k^{LA} > ti_k^{LA}, t = ti_k^{LA}, \dots, \min(tf_k^{LA}, T)$ ). No es necesario definir las

variables  $B_{kt}^{LA} | t = tf_k^{LA}$  puesto que al final del periodo de vencimiento el saldo dispuesto debe ser igual a cero.

$f_{kt}^{LA}$ : Retorno o reintegro (*flow*) a la cuenta de crédito de tipo  $k$  en el periodo  $t$  ( $\forall k \in LA \cup LA0, t = ti_k^{LA}, \dots, \min(tf_k^{LA}, T)$ ). (Variable no restringida en signo). Cuando esta variable toma valor positivo se corresponde con una devolución a la cuenta de crédito; cuando es negativa corresponde a una extracción de dinero de la cuenta de crédito.

Renovación de cuentas de crédito (no se puede renovar una cuenta que no ha sido abierta)

$$\delta_{k'}^{LA} \leq \delta_k^{LA} \quad \forall (k, k') \in LAP \quad [37]$$

Saldo dispuesto o utilizado de las cuentas de créditos:

$$q_k^{LA} = q_k^{LA0} \quad \forall k \in LA0 \quad [38]$$

$$0 \leq B_{kt}^{LA} \leq q_k^{LA} \quad \forall k \in LA \cup LA0; t = ti_k^{LA}, \dots, \min(tf_k^{LA} - 1, T) \quad [39]$$

$$B_{k0}^{LA} = B_k^{LA0} \quad \forall k \in LA0 \quad [40]$$

$$B_{kt}^{LA} = B_{k,t-1}^{LA} - f_{kt}^{LA} \quad \forall k \in LA \cup LA0; t = ti_k^{LA}, \dots, \min(tf_k^{LA} - 1, T) \quad [41]$$

Límites máximo y mínimo del nominal o importe solicitado en las cuentas de créditos solicitadas:

$$I_k^{LA} \cdot \delta_k^{LA} \leq q_k^{LA} \leq U_k^{LA} \cdot \delta_k^{LA} \quad \forall k \in LA \quad [42]$$

La ecuación [37] propone que para tener acceso a una cuenta de crédito que está relacionada a otra anterior y para gozar de costes fijos de tramitación iguales a cero, se debe tener contratada la cuenta anterior, que al finalizar el plazo de vencimiento da lugar a la nueva cuenta de crédito. En las ecuaciones [38] a [41] se determina el balance por periodo del saldo dispuesto, del importe nominal, en cada cuenta de crédito abierta. La ecuación [42] propone los límites máximos y mínimos del importe nominal que puede solicitarse en cada cuenta de crédito.

### 3.4. Pagos y cobros derivados de la inversión en títulos al descuento

En primer lugar se presenta un listado con los datos y variables, y sus respectivas nomenclaturas, luego las ecuaciones que los relacionan.

Datos:

- $TD$  : Conjunto de tipos de títulos al descuento. Cada título al descuento se caracteriza por el periodo de inicio del título, el periodo de vencimiento, interés y monto mínimo.
- $TD0$  : Conjunto de los distintos tipos de títulos al descuento en los que se ha invertido anteriormente al inicio del horizonte de planificación. Cada título al descuento se caracteriza por el periodo de vencimiento y el tipo de interés.
- $ti_k^{TD}$  : Periodo inicio del título al descuento del tipo  $k$  ( $\forall k \in TD \cup TD0$ ).
- $tf_k^{TD}$  : Periodo de vencimiento del título del tipo  $k$  ( $\forall k \in TD \cup TD0$ ).
- $r_{kt}^{TD}$  : Coeficientes para el cálculo del descuento correspondiente para el tipo de título al descuento  $k$  en el periodo  $t$  ( $\forall k \in TD \cup TD0; t = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD}, T)$ ).
- $U_k^{TD}$  : Monto máximo que se puede invertir en el título al descuento del tipo  $k$  ( $\forall k \in TD \cup TD0$ ).
- $L_k^{TD}$  : Monto mínimo que se puede invertir en el título al descuento del tipo  $k$  por periodo ( $\forall k \in TD \cup TD0$ ).
- $B0_k^{TD}$  : Saldo inicial de títulos al descuento del tipo  $k$  en los que se han invertido antes ( $\forall k \in TD0$ ).

#### Variables:

- $o_{k\tau}^{TD}$  : Pago por la adquisición en valor nominal de títulos al descuento del tipo  $k$  en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in TD \cup TD0, \tau = \max(1, ti_k^{TD}), \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T)$ )
- $v_{k\tau t}^{TD}$  : Venta en valor nominal de títulos al descuento del tipo  $k$  comprados en el periodo  $\tau$  y que son vendidos en el periodo  $t$  ( $\forall k \in TD; \tau = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \tau + 1, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T)$ )  
( $\forall k \in TD0; \tau = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \max(1, \tau + 1), \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T)$ ) con  $ti_k^{TD} < 0$  ( $\forall k \in TD0, ti_k^{TD} < 0 (\tau = 0, \tau = -1, etc)$ )
- $B_{k\tau t}^{TD}$  : Saldo en valor nominal de los títulos al descuento que se poseen al final del periodo  $t$ , del tipo  $k$  de lo que ha sido comprado en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in TD; \tau = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \tau + 1, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T)$ )  
( $\forall k \in TD0; \tau = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \max(1, \tau + 1), \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T)$ ) con  $ti_k^{TD} < 0$ , con  $B_{k\tau 0}^{TD}$  ( $\forall k \in TD0, ti_k^{TD} < 0 (\tau = 0, \tau = -1, etc)$ ) para cada  $\tau \leq 0$  es conocido el saldo inicial.
- $\delta_{k\tau}^{TD}$  : Variable binaria que indica si se invierte o no en algún título al descuento del tipo  $k$  en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in TD \cup TD0, \tau = \max(1, ti_k^{TD}), \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T)$ ).

### Saldo de los títulos al descuento por cobrar

$$\begin{aligned}
 B_{k\tau t}^{TD} &= B_{k\tau,(t-1)}^{TD} - v_{k\tau t}^{TD} \\
 &\forall k \in TD; \tau = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \tau + 2, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T) \\
 &\forall k \in TD0; \tau = ti_k^{TD}, \dots, 0; t = 1, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T) \\
 &\forall k \in TD0; \tau = 1, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \tau + 2, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T) \quad [43]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{k\tau t}^{TD} &= o_{k\tau}^{TD} - v_{k\tau t}^{TD} & \forall k \in TD; \tau = ti_k^{TD}, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \tau + 1 \\
 & & \forall k \in TD0; \tau = 1, \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T); t = \tau + 1 \quad [44]
 \end{aligned}$$

$$L_k^{TD} \cdot \delta_{k\tau}^{TD} \leq o_{k\tau}^{TD} \leq U_k^{TD} \cdot \delta_{k\tau}^{TD} \quad \forall k \in TD \cup TD0; \tau = \max(1, ti_k^{TD}), \dots, \min(tf_k^{TD} - 1, T) \quad [45]$$

En las ecuaciones [43] y [44] se establecen los balances de los títulos al descuento, teniendo en cuenta las inversiones y las ventas. La ecuación [45] limita la cantidad máxima y mínima que se puede invertir en títulos al descuento.

### **3.5.Pagos y cobros derivados de la inversión en fondos de inversión**

Se presenta un listado con los datos y variables referidos a los pagos y cobros derivados de la inversión en fondos de inversión, y sus respectivas nomenclaturas, luego la ecuaciones que los relacionan.

#### Datos:

$FI$ : Conjunto de los tipos de fondos de inversión disponibles.

$FIO$ : Conjunto de los tipos de inversión cuyas inversiones se realizaron con anterioridad al inicio del horizonte de planificación.

$r_{kt}^{FI}$ : Cociente entre el valor de una participación en fondos de inversión tipo  $k$  en el periodo  $t$  y el de una participación del mismo tipo  $k$  en la fecha de inicio de los fondos de inversión  $ti_k^{FI}$  ( $\forall k \in FI \cup FIO; t = ti_k^{FI}, \dots, T$ ).

$ti_k^{FI}$ : Fecha de inicio de los fondos de inversión de tipo  $k$  ( $\forall k \in FI \cup FIO$ ).

$U_k^{FI}$ : Monto máximo que se puede invertir en fondos de inversión del tipo  $k$  ( $\forall k \in FI \cup FIO$ ).

$L_k^{FI}$ : Monto mínimo que se puede invertir en fondos de inversión del tipo  $k$  ( $\forall k \in FI \cup FIO$ ).

$B0_k^{FI}$ : Saldo inicial de las inversiones anteriores en fondos de inversión del tipo  $k$  ( $\forall k \in FIO$ ).

#### Variables:

$o_{k\tau}^{FI}$ : Pago por la adquisición de fondos de inversión del tipo  $k$  en el periodo  $t$  ( $\forall k \in FI \cup FIO, \tau = \max(1, ti_k^{FI}), \dots, T$ ).

$v_{k\tau t}^{FI}$ : Venta (en valor nominal) de fondos de inversión del tipo  $k$  en el periodo  $t$ , que han sido adquiridos en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in FI; \tau = ti_k^{FI}, \dots, T; t = \tau + 1, \dots, T$ )  
( $\forall k \in FIO; \tau = ti_k^{FI}, \dots, T; t = \max(1, \tau + 1), \dots, T$ ) con  $ti_k^{FI} < 0$   
( $\forall k \in FIO, ti_k^{FI} < 0 (\tau = 0, \tau = -1, etc)$ ).

$B_{k\tau t}^{FI}$ : Saldo de los fondos de inversión que se poseen al final del periodo  $t$ , del tipo  $k$  de lo que ha sido comprado en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in FI; \tau = ti_k^{FI}, \dots, T; t = \tau + 1, \dots, T$ )  
( $\forall k \in FIO; \tau = ti_k^{FI}, \dots, T; t = \max(1, \tau + 1), \dots, T$ ) con  $ti_k^{TD} < 0$ , con  $B_{k\tau 0}^{FI}$   
( $\forall k \in FIO, ti_k^{FI} < 0 (\tau = 0, \tau = -1, etc)$ ) para cada  $\tau \leq 0$  es conocido el saldo inicial.

$\delta_{k\tau}^{FI}$ : Variable binaria que indica si se invierte o no en fondos de inversión tipo  $k$  en el periodo  $\tau$  ( $\forall k \in FI \cup FIO; \tau = \max(1, ti_k^{FI}), \dots, T$ )

$\delta_{k\tau jt}^{Flv}$ : Variable binaria que indica si se puede o no vender los fondos de inversión del tipo  $k$  adquiridos en el periodo  $\tau$  disponibles en el periodo  $t$  ( $\forall k \in FI \cup FIO; \tau = ti_k^{FI} + 2, \dots, T - 1; j = ti_k^{FI} + 1, \dots, \tau - 1; t = \max(1, ti_k^{FI} + 1), \dots, T$ )

### Saldo de los fondos de inversión

$$B_{k\tau t}^{FI} = B_{k\tau, (t-1)}^{FI} - v_{k\tau t}^{FI} \quad \forall k \in FI; \tau = ti_k^{FI}, \dots, T; t = \tau + 2, \dots, T$$

$$\forall k \in FIO; \tau = ti_k^{FI}, \dots, 0; t = 1, \dots, T$$

$$\forall k \in FIO; \tau = 1, \dots, T; t = \tau + 2, \dots, T \quad [46]$$

$$B_{k\tau t}^{FI} = o_{k\tau}^{FI} - v_{k\tau t}^{FI} \quad \forall k \in FI; \tau = ti_k^{FI}, \dots, T; t = \tau + 1; \forall k \in FIO; \tau = 1, \dots, T; t = \tau + 1 \quad [47]$$

$$L_k^{FI} \cdot \delta_{k\tau}^{FI} \leq o_{k\tau}^{FI} \leq U_k^{FI} \cdot \delta_{k\tau}^{FI} \quad \forall k \in FI \cup FIO; \tau = \max(1, ti_k^{FI}), \dots, T \quad [48]$$

En las ecuaciones [46] y [47] se establecen los balances de los fondos de inversión, teniendo en cuenta las inversiones y las ventas. La ecuación [48] limita la cantidad máxima y mínima que se puede invertir en fondos de inversión.

$$v_{k\tau t}^{FI} \leq U_k^{FI} \cdot \delta_{k\tau jt}^{Flv}$$

$$\forall k \in FI \cup FIO; \tau = ti_k^{FI} + 2, \dots, T - 1; j = ti_k^{FI} + 1, \dots, \tau - 1; t = \max(1, ti_k^{FI} + 2), \dots, T \quad [49]$$

$$B_{k\tau t}^{FI} \leq U_k^{FI} \cdot (1 - \delta_{k\tau jt}^{Flv})$$

$$\forall k \in FI \cup FIO; \tau = ti_k^{FI} + 2, \dots, T - 1; j = ti_k^{FI} + 1, \dots, \tau - 1; t = \max(1, ti_k^{FI} + 2), \dots, T \quad [50]$$

Las ecuaciones [49] y [50] aseguran que se vendan los fondos de inversión en el mismo orden que han sido adquiridos.

### 3.6. Pagos y cobros derivados de la inversión en depósitos a plazo

En primer lugar se presenta un listado con los datos y variables que involucran a los pagos y cobros que resultan de la inversión en depósitos a plazo, y sus respectivas nomenclaturas, luego la ecuaciones que la relacionan.

#### Datos:

$DP$ : Conjunto de tipos de depósitos a plazo.

$b_k^{DP}$ : Banco en el que se tenga el depósito a plazo tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

$t_k^{DP}$ : Fecha de la imposición en depósito a plazo de tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

$tf_k^{DP}$ : Fecha de vencimiento del depósito y libretas de ahorro a plazo del tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

$r_{kt}^{DP}$ : Coeficientes para el cálculo de los intereses a cobrar de los depósitos y libretas de ahorro a plazo del tipo  $k$  en el periodo  $t$  ( $\forall k \in DP, t = t_k^{TD} + 1, \dots, \min(tf_k^{TD}, T)$ )

$U_k^{DP}$ : Máxima imposición en depósitos a plazo del tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

$L_k^{DP}$ : Mínima imposición en depósitos a plazo del tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

#### Variables:

$o_k^{DP}$ : Imposición en depósitos a plazo del tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

$\delta_k^{DP}$ : Variable binaria que indica si se coloca o no dinero en depósito a plazo del tipo  $k$  ( $\forall k \in DP$ ).

#### Límite de las imposiciones en depósitos a plazo

$$L_k^{DP} \cdot \delta_k^{DP} \leq o_k^{DP} \leq U_k^{DP} \cdot \delta_k^{DP} \quad \forall k \in DP \quad [51]$$

La ecuación [51] limita el importe máximo y mínimo que puede colocarse en los depósitos a plazo.

### 3.7. Pagos y cobros derivados del uso de cuentas corrientes

A continuación se presenta un listado con los datos y variables que representan a los pagos y cobros que se deducen del uso de las cuentas corrientes, y sus respectivas nomenclaturas, luego la ecuaciones que la relacionan. En el tratamiento de las cuentas corrientes se ha simplificado a considerar una única cuenta corriente (tesorería). Se podría considerar más de una cuenta corriente, es decir una en cada banco, pero entonces habría que vincularlas a las cuentas de créditos, a los préstamos, a los depósitos a plazo, etc., y además permitir transacciones entre ellas con una serie de costes asociados (gestión de transferencias).



### Datos:

- $r^{CC+}$ : Coeficiente para el cálculo de intereses a cobrar a partir del saldo medio mínimo pactado en la cuenta corriente.
- $r^{CC-}$ : Coeficiente para el cálculo de intereses y penalizaciones a pagar por los saldos negativos en la cuenta corriente.
- $U^{CC-}$ : Máximo saldo negativo que se permite.
- $B^{CC0}$ : Saldo inicial en la cuenta corriente.
- $L^{CCi}$ : Saldo medio mínimo que se debe tener en la cuenta corriente para que por encima de éste se considere el cobro de intereses.
- $U^{CC+}$ : Cota de saldo máximo definida para modelización de la cuenta corriente.
- $r^{CCp}$ : Penalización por descubierto máximo en la cuenta corriente.
- $T^{CC}$ : Lista ordenada de periodos de pagos de intereses en la cuenta corriente.
- $t_p^{CC-}$ : Elemento anterior a  $p$  en la lista  $T^{CC}$ . El  $t_p^{CC-}$  del primer elemento de  $T^{CC}$  vale 0 ( $\forall p \in T^{CC}$ ).

### VARIABLES:

- $B_t^{CC+}$ : Saldo positivo en la cuenta corriente en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $B_t^{CC-}$ : Saldo negativo en la cuenta corriente en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $d_p^{CC}$ : Descubierto máximo en la cuenta corriente entre dos periodos sucesivos que corresponden a pagos,  $(t_p^{CC-} + 1)$  y  $p$  ( $\forall p \in T^{CC}$ ).
- $I_t^{CC}$ : Ingresos en la cuenta corriente en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $o_t^{CC}$ : Reintegros desde la cuenta corriente en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $B_p^{CC+p}$ : Saldo positivo promedio entre  $(t_p^{CC-} + 1)$  y  $p$  ( $\forall p \in T^{CC}$ ).
- $\Delta B_p^{CC+p}$ : Parte del saldo positivo promedio, en el periodo que corresponde al pago  $p$ , por encima del saldo medio mínimo exigido para cobrar intereses sobre esta diferencia positiva ( $\forall p \in T^{CC}$ ).
- $\Delta B_p^{CC-p}$ : Diferencia en el periodo que corresponde al pago  $p$  del saldo positivo promedio por debajo del saldo medio mínimo exigido ( $\forall p \in T^{CC}$ ).
- $\delta_t^{CCB}$ : Variable binaria que toma el valor uno cuando el saldo de la cuenta corriente es positivo y cero cuando es negativo en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ).
- $\delta_p^{CCp}$ : Variable binaria que toma el valor uno cuando el saldo positivo promedio de la cuenta corriente supera al saldo medio mínimo que se debe tener, que por encima de éste se considera el cobro de intereses, y el valor de cero cuando el saldo positivo promedio es menor o igual al saldo medio mínimo, por lo tanto no se cobran intereses ( $\forall p \in T^{CC}$ ).

### Saldo en las cuentas corrientes

$$(B_1^{CC+} - B_1^{CC-}) = B^{CC0} + I_1^{CC} - o_1^{CC} \quad [52]$$

$$(B_t^{CC+} - B_t^{CC-}) = (B_{(t-1)}^{CC+} - B_{(t-1)}^{CC-}) + I_t^{CC} - o_t^{CC} \quad t = 2, \dots, T \quad [53]$$

$$B_t^{CC+} \leq U^{CC+} \cdot \delta_t^{CCB} \quad t = 1, \dots, T \quad [54]$$

$$B_t^{CC-} \leq U^{CC-} \cdot (1 - \delta_t^{CCB}) \quad t = 1, \dots, T \quad [55]$$

$$d_p^{CC} \geq B_t^{CC-} \quad \forall p \in T^{CC}; t = t_p^{CC-} + 1, \dots, p \quad [56]$$

$$B_p^{CC+p} = \left( \sum_{\tau=t_p^{CC-}+1}^p B_\tau^{CC+} \right) / (p - t_p^{CC-}) \quad \forall p \in T^{CC} \quad [57]$$

$$(B_p^{CC+p} - L^{CCi}) = \Delta B_p^{CC+p} - \Delta B_p^{CC-p} \quad \forall p \in T^{CC} \quad [58]$$

$$\Delta B_p^{CC+p} \geq L^{CCi} \cdot \delta_p^{CCp} \quad \forall p \in T^{CC} \quad [59]$$

$$\Delta B_p^{CC-p} \leq (U^{CC+} - L^{CCi}) \cdot (1 - \delta_p^{CCp}) \quad \forall p \in T^{CC} \quad [60]$$

En las ecuaciones [52] a [55] se determina el saldo de la cuenta corriente, actualizándose en cada periodo. La ecuación [56] determina los posibles descubiertos en cuenta máximo, por el cual debe pagarse penalizaciones. En las ecuaciones [57] a [60] se determina el saldo que supera al saldo medio mínimo en la cuenta corriente, por el cual se ganan intereses periódicamente.

### 3.8. Pago del Impuesto de Sociedades

Como se ha explicado en el apartado 2.4, a continuación se desarrolla el modelo del pago del Impuesto de Sociedades.

Datos:

$B0^{IS}$ : Balance al inicio del horizonte de planificación del beneficio obtenido por las actividades realizadas en los periodos que pertenecen al año natural actual.

$Bo_0^{IS}$ : Sumatoria de los pagos a cuenta del año natural en curso al inicio del horizonte temporal de planificación, incluyendo los pagos realizados y los pagos a realizar.

$T0^{IS}$ : Lista ordenada de las fechas de pago a cuenta del Impuesto de Sociedades, cuyos pagos son datos.

$T^{IS}$ : Lista ordenada de las fechas de pago a cuenta del Impuesto de Sociedades, cuyos pagos son variables.

$t^{IS}$ : Periodo en que se debe pagar la cuota integra del Impuesto de Sociedades.

$t^f$ : Periodo en que finaliza el año natural, para determinar cuanto es el beneficio total, y sobre el será lo que se debe pagar a Hacienda Publica, previo descuento de los pagos a cuenta anteriores.

- $r^{IS}$ : Coeficiente del pago de la cuota integra del Impuesto de Sociedades.  
 $r^{ISp}$ : Coeficiente de los pagos a cuenta del Impuesto de Sociedades.  
 $O_t^{IS}$ : Pagos en el periodo  $t$  a cuenta del Impuesto de Sociedades que son datos  
 $(\forall t \in T^{O^{IS}})$ .

Variables:

- $B^{IS}$ : Beneficio desde el primer periodo del horizonte hasta  $t^f$ , sujeto a la retención para el pago del Impuesto de Sociedades.

Beneficio dependiendo de las actividades en el horizonte:

$$\begin{aligned}
 B^{IS} = & \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{\forall i \in P} c_{it}^P \cdot D_{it} \cdot (1 - r^{IVA}) + \sum_{\forall k \in TD \cup T^{D0}} \sum_{\substack{t_k^{TD} \leq t^f \\ \tau = t_k^{TD}}}^{\min(t_k^{TD}-1, t^f-1)} \left( r_{k, t_k^{TD}}^{TD} - r_{k\tau}^{TD} \right) \cdot B_{k\tau, t_k^{TD}-1}^{TD} + \\
 & \sum_{\forall k \in TD \cup T^{D0}} \sum_{\substack{t_k^{TD} < t^f \\ \tau = t_k^{TD}}}^{\min(t^f-1, t_k^{TD}-1)} \sum_{t=\max(1, \tau+1)}^{\min(t^f, t_k^{TD}-1)} \left( r_{kt}^{TD} - r_{k\tau}^{TD} \right) \cdot v_{k\tau t}^{TD} + \sum_{\forall p \in T^{CC}} \sum_{1 \leq p \leq t^f} r^{CC+} \cdot \Delta B_p^{CC+p} + \\
 & \sum_{\forall k \in FI \cup F^{I0}} \sum_{\substack{t_k^{FI} < t^f \\ \tau = t_k^{FI}}}^{t^f-1} \sum_{t=\max(1, \tau+1)}^{t^f} \left( r_{kt}^{FI} - r_{k\tau}^{FI} \right) \cdot v_{k\tau t}^{FI} + \sum_{\forall k \in DP} \sum_{\substack{t_k^{DP} < t^f \\ t = t_k^{DP} + 1}}^{\min(t_k^{DP}, t^f)} r_{kt}^{DP} \cdot o_k^{DP} - \\
 & \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{\forall m \in M} c_{mt}^M \cdot q_{mt}^{Mr} \cdot (1 - r^{IVA}) - \sum_{t \in T^C} \sum_{t \leq t^f} \left( c_t^{W+} \cdot w_t^+ \right) - \sum_{j \in W^0} \sum_{t \in T^D} \sum_{t \leq t^f} \left( c_{jt}^{np0} + c_{jt}^{p0} \right) - \\
 & \sum_{t=1}^{t^f} c_t^{sub} - \sum_{\forall p \in T^S} \sum_{1 \leq p \leq t^f} \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p \left( c_p^W \cdot (w_\tau^r - w_\tau) / (p - t_p^{S-}) \right) \cdot (1 - r^{Rss} - r^{IRPF}) - \\
 & \sum_{\tau \in T^C} \sum_{\tau < t^f} \sum_{t \in T^D} \sum_{t \leq t^f} c_{t\tau}^- - \sum_{\forall p \in T^S} \sum_{1 \leq p \leq t^f} \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p \left( c_\tau^{he} \cdot Q_\tau^{he} \right) - \\
 & \sum_{\forall p \in T^S} \sum_{1 \leq p \leq t^f} \left[ \left( O_p^W + O_p^J \cdot (1 - r^{IVA}) \right) + \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p r^{RSS} \cdot \left( c_p^W \cdot (w_\tau^r - w_\tau) / (p - t_p^{S-}) \right) \right] - \\
 & \sum_{t=1}^{t^f} \left[ \sum_{\forall i \in P} c_{it}^{Ps} \cdot q_{it}^{Ps} + \sum_{\forall m \in M} c_{mt}^{Ms} \cdot q_{mt}^{Ms} + \sum_{\forall i \in P} c_{it}^S \cdot q_{it}^{Pp} \right] \cdot (1 - r^{IVA}) - \sum_{\forall p \in T^J} \sum_{1 \leq p \leq t^f} O_p^{IRPF} - \\
 & \sum_{\forall p \in T^T} \sum_{1 \leq p \leq t^f} \sum_{t \in [t_p^{T-}+1, \dots, p]} \sum_{t \in T^S} \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^t r^{IRPF} \cdot \left( c_t^W \cdot (w_\tau^r - w_\tau) / (t - t_p^{S-}) \right) - \\
 & \sum_{t=1}^{t^f} \left( \sum_{\forall k \in B} \sum_{\substack{t_k^B < t \leq \min(t_k^B, t^f)}} \left( r_{kt}^{Bl} \cdot q_k^B \right) + \sum_{\forall k \in LA} \sum_{t=t_k^{LA}} \left( c_k^{LA} \cdot \delta_k^{LA} + r_k^{LA} \cdot q_k^{LAc} \right) \right) - \\
 & \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{\forall k \in LA \cup LA0} \sum_{t \in T_k^{LA}} \sum_{\tau=t_k^{LA-}+1}^t \left( r_k^{LAI} \cdot B_{k\tau}^{LA} + r_k^{LAI} \cdot (q_k^{LA} - B_{k\tau}^{LA}) \right) - \\
 & \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{\forall p \in T^{CC}} \sum_{t=p} \left( r^{CC-} \cdot \left( \sum_{\tau=t_p^{CC-}+1}^p B_\tau^{CC-} \right) / (p - t_p^{CC-}) + r^{CCp} \cdot d_p^{CC} \right)
 \end{aligned}$$

[61]

La ecuación [61] determina el beneficio sujeto a las retenciones para el pago del Impuesto de Sociedades.

### 3.9.Limites para el endeudamiento por cada banco y para el endeudamiento total de la compañía

Se presentan a continuación las restricciones de endeudamiento para el caso de cada banco y el total de la compañía, teniendo en cuenta la deuda con todos los bancos. Se tiene en cuenta la deuda inicial, en préstamos, de la compañía con cada banco; los pagos por devolución de importe nominal a cada banco en cada periodo, de préstamos dispuestos con anterioridad al inicio del horizonte de planificación; los cobros de los préstamos y el pago de sus intereses, el importe nominal o principal de las cuentas de crédito abiertas y la imposiciones en depósitos a plazo en cada banco.

$$B0_b^B - \sum_{\tau=1}^t o0_{b\tau}^{BR} + \sum_{\forall k \in Bp_b | t_k^B < t \leq t_f^B} \left[ q_k^B - \sum_{j=t_k^B+1}^t (r_{kj}^{BR} \cdot q_k^B) \right] + \sum_{\forall k \in LA \cup LA0 | (b_k^{LA} = b) \wedge (t_k^{LA} \leq t \leq t_f^{LA})} q_k^{LA} - \sum_{\forall k \in DP | (b_k^{DP} = b) \wedge (t_k^{DP} \leq t < t_f^{DP})} o_k^{DP} \leq U_b^B \quad \forall b \in B; t = 1, \dots, T \quad [62]$$

$$\sum_{\forall b \in B} \left( B0_b^B - \sum_{\tau=1}^t o0_{b\tau}^{BR} \right) + \sum_{k \in Bp | t_k^B < t \leq t_f^B} \left[ q_k^B - \sum_{j=t_k^B+1}^t (r_{kj}^{BR} \cdot q_k^B) \right] + \sum_{\forall k \in LA | t_k^{LA} \leq t \leq t_f^{LA}} q_k^{LA} - \sum_{\forall k \in DP | t_k^{DP} \leq t < t_f^{DP}} o_k^{DP} \leq U^B \quad t = 1, \dots, T \quad [63]$$

La ecuación [62] restringe el endeudamiento máximo que la compañía puede tener con cada uno de los bancos. La ecuación [63] determina el máximo endeudamiento total.

### 3.10. Balance de las cuentas corrientes

El ingreso a la cuenta corriente esta dado por los cobros en cada periodo, es decir los cobros desde clientes, lo intereses ganados y devoluciones de los fondos excedentes invertidos.

En tanto las salidas desde la cuenta corriente son los pagos a proveedores, pagos por impuestos, pagos por plantilla, pagos de costes de financiación y pagos por inversiones de los excedentes, entre otros.

$$I_t^{CC} = \sum_{\forall i \in P | t > T^{CU}} \sum_{\tau=t}^{(t+T^{CU})+1} I_{i\tau}^C + \sum_{\forall \tau \in [t, \dots, T^{CU}] | t \leq T^{CU}} IO_{t\tau}^C + \sum_{\forall k \in Bp | t = t_k^B} q_k^B + \sum_{\forall k \in TD \cup TD0 | (t_k^{TD} < t \leq t_f^{TD})} \sum_{\tau=t_k^{TD}}^{t-1} r_{kt}^{TD} \cdot v_{k\tau t}^{TD} + \sum_{\forall k \in FI \cup FI0; \tau \in [t_k^{FI}, \dots, T-1] | \tau < t} r_{kt}^{FI} \cdot v_{k\tau t}^{FI} + \sum_{\forall k \in DP | t_k^{DP} < t \leq t_f^{DP}} r_{kt}^{DP} \cdot o_k^{DP} + \sum_{\forall k \in DP | t_f^{DP} = t} o_k^{DP} + \sum_{\forall p \in T^{CC} | t = p} r^{CC+} \cdot \Delta B_p^{CC+p} \quad t = 1, \dots, T \quad [64]$$

$$\begin{aligned}
o_t^{CC} = & \sum_{m \in M} \sum_{t > T^{PS}}^{(t+T^{PS})-1} \sum_{\tau=t} o_{m\tau}^{PS} + \sum_{\tau \in [1, \dots, T^{PS}]} \sum_{t \leq T^{PS}} o_{t\tau}^{PS} + \sum_{p \in T^S} \sum_{t=p} \sum_{\tau=(t_p^{S-}+1)}^p c_{\tau}^{he} \cdot Q_{\tau}^{he} + \\
& \sum_{p \in T^S} \sum_{t=p} \sum_{\tau=(t_p^{S-}+1)}^p \left( c_p^W \cdot (w_{\tau}^r - w_{\tau}) / (p - t_p^{S-}) \right) \cdot (1 - r^{RSS} - r^{IRPF}) + \\
& \sum_{i \in P} c_{it}^S \cdot q_{it}^{Pp} + \sum_{p \in T^C} \sum_{t=p} c_p^{W+} \cdot w_p^+ + \sum_{j \in W^0} \sum_{p \in T^D} \sum_{t=p} (c_{jp}^{np0} + c_{jp}^{p0}) + \sum_{\tau \in T^C} \sum_{\tau < t} \sum_{p \in T^D} \sum_{t=p} c_{\tau p}^- + \\
& \sum_{p \in T^S} \sum_{t=p} (O_p^W + O_p^I) + \sum_{i \in P} c_{it}^{Ps} \cdot q_{it}^{Ps} + \sum_{m \in M} c_{mt}^{Ms} \cdot q_{mt}^{Ms} + \\
& c_t^{sub} + \sum_{p \in T^S} \sum_{t=p} \sum_{\tau=(t_p^{S-}+1)}^p r^{RSS} \cdot \left( c_p^W \cdot (w_{\tau}^r - w_{\tau}) / (p - t_p^{S-}) \right) + \\
& \sum_{k \in LA} \sum_{t=i_k^{LA}} \left( c_k^{LA} \cdot \delta_k^{LA} + r_k^{LAc} \cdot q_k^{LA} \right) + \sum_{p \in T^T} \sum_{t=p} O_p^{IRPF} + \\
& \sum_{p \in T^T} \sum_{t=p} \sum_{j \in [t_p^{T-}+1, \dots, p]} \sum_{\tau=(t_j^{S-}+1)}^j r^{IRPF} \cdot \left( c_j^W \cdot (w_{\tau}^r - w_{\tau}) / (j - t_j^{S-}) \right) + \\
& \sum_{p \in T^{IVA}} \sum_{t=p} \sum_{\tau=(t_p^{IVA-}+1)}^p r^{IVA} \cdot \left( \sum_{i \in P} c_{it}^P \cdot D_{it} - \left( \sum_{m \in M} c_{m\tau}^M \cdot q_{m\tau}^{Mr} + \sum_{i \in P} c_{it}^S \cdot q_{it}^{Pp} + O_{\tau}^I \right) \right) + \\
& o_{t}^{BI} + \sum_{k \in Bp} \sum_{t_k^B < t \leq t_k^B} r_{kt}^{BI} \cdot q_k^B + \sum_{b \in B} o_{bt}^{BR} + \sum_{k \in Bp} \sum_{t_k^B < t \leq t_k^B} r_{kt}^{BR} \cdot q_k^B + \\
& \sum_{k \in LA \cup LA0} \sum_{t \in T_k^{LA}} \left( r_k^{LAI} \cdot \left( \sum_{\tau=(t_k^{LA-}+1)}^t B_{k\tau}^{LA} \right) + r_k^{LAI} \cdot \left( \sum_{\tau=(t_k^{LA-}+1)}^t (q_k^{LA} - B_{k\tau}^{LA}) \right) \right) + \\
& \sum_{k \in LA \cup LA0} \sum_{t_k^{LA} \leq t < t_k^{LA}} f_{kt}^{LA} + \sum_{k \in LA \cup LA0} \sum_{t=t_k^{LA}} B_{kt}^{LA} + \\
& \sum_{k \in TD \cup TD0} \sum_{t_k^{TD} \leq t < t_k^{TD}} r_{kt}^{TD} \cdot o_{kt}^{TD} + \sum_{k \in FI \cup FI0} \sum_{t_k^{FI} \leq t} r_{kt}^{FI} \cdot o_{kt}^{FI} + \sum_{k \in DP} \sum_{t=t_k^{DP}} o_k^{DP} + \\
& \sum_{p \in T^{CC}} \sum_{t=p} \left( r^{CC-} \cdot \left[ \left( \sum_{\tau=(t_p^{CC-}+1)}^p B_{\tau}^{CC-} \right) / (p - t_p^{CC-}) \right] + r^{CCp} \cdot d_p^{CC} \right) + \sum_{\tau \in T^0} \sum_{t=\tau} O_{\tau}^{IS} + \\
& \sum_{\tau \in T^{IS}} \sum_{t=\tau} r^{ISp} \cdot \left( r^{IS} \cdot (B_0^{IS} + B^{IS}) \right) + \sum_{t \in [1, \dots, T]} \sum_{t=IS} \left( r^{IS} \cdot (B_0^{IS} + B^{IS}) - B_0^{IS} \right)
\end{aligned}$$

$$t = 1, \dots, T \quad [65]$$

La ecuación [64] expresa la sumatoria de todos los ingresos a tesorería, que son colocados en la cuenta corriente. La ecuación [65] es la sumatoria de todos los reintegros o salidas desde tesorería, que se hacen por medio de la cuenta corriente.

#### **4. Bibliografía**

- Boiteux, O.D., Corominas, A. y Lusa, A. (2007a). Estado del arte sobre planificación agregada de la producción. Working Paper IOC-CT-P-2007-04, Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona. España.
- Boiteux, O.D., Corominas, A. y Lusa, A. (2007b). La planificación agregada como instrumento integrador de las áreas funcionales de la empresa: Estado del arte y perspectivas. XI Congreso de Ingeniería de Organización. Internacional Conference on Industrial Engineering and Industrial Management. Madrid, Septiembre 5-7, 2007.
- Martínez, C. (2006). Gestión de la tesorería. Cash Mangement. Working Paper IOC-DT-P-2006-20. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona. España.