

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE GÖZÜ KAPALI
TURBO DENKLEŞTİRME ALGORİTMALARININ
GELİŞTİRİLMESİ**

DOKTORA TEZİ

Elektrik-Elektronik Yük. Müh. Serkan YAKUT

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜH.

Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRONİK

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Abdullah FERİKOĞLU

Haziran 2011

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE GÖZÜ KAPALI
TURBO DENKLEŞTİRME ALGORİTMALARININ
GELİŞTİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

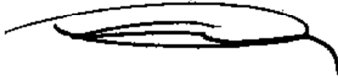
Elektrik-Elektronik Yük. Müh. Serkan YAKUT

Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜH.

Bu tez 20/06/2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

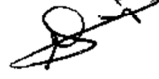
Prof. Dr. Osman Çerezci

Jüri Başkanı



Prof. Dr. Abdullah Ferikoğlu

Üye



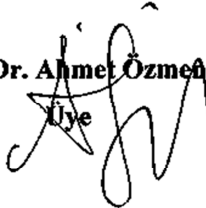
Prof. Dr. Nejat Yumuşak

Üye



Doç. Dr. Ahmet Özmen

Üye



Doç. Dr. Şükrü Özen

Üye



TEŞEKKÜR

Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölümünde bana doktora eğitimimde büyük katkıları olan Sayın hocalarım Prof. Dr. Abdullah Ferikoğlu'na, Doç. Dr. Cabir Vural'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca sevgili anneme, babama ve doktora eğitimim süresince bana büyük destek olan sevgili hayat arkadaşım eşim Esin Yakut'a şükranlarımı sunarım.

Serkan YAKUT

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xiv
SUMMARY.....	xv
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2.	
KANAL KODLAMA VE SERPİŞTİRME.....	6
2.1. Shannon Kanal Kapasite Teoremi.....	6
2.2. Kanal Kodlama.....	7
2.2.1. Doğrusal Blok Kodlar.....	8
2.2.1.1. Tekrarlayan Kodlar.....	10
2.2.1.2. Hamming Kodlar.....	10
2.2.1.3. Maksimum Uzunluklu Kodlar.....	11
2.2.1.4. Reed-Muller Kodlar.....	11
2.2.1.5. Hadamard Kodlar.....	11
2.2.1.6. Golay Kodlar.....	12
2.2.1.7. Çevrimsel Kodlar.....	12
2.2.1.8. Blok Kodların Hata Tespiti ve Hata Düzeltme Yeteneği.....	14
2.2.1.9. Özet	15

2.2.2. Kafes ve Grafik Temelli Kodlar.....	15
2.2.2.1. Katlamalı Kodlar	15
2.2.2.2. Katlamalı Kodların Maksimum Sonsal Olasılıkla (MAP) Kod Çözümü- BCJR Algoritma.....	19
2.2.2.3. Turbo Kodlar ve Yinelemeli Kod Çözme.....	21
2.2.2.4. Düşük Yoğunluklu Eşlik Denetim Kodları (LDPC)...	24
2.3. Serpiştiriciler.....	27
2.3.1. Blok Serpiştirici.....	27
2.2.1.1. Rasgele Serpiştirici	29
2.2.1.2. S-Rasgele Serpiştirici	29
2.2.1.3. Aralarında Asal Serpiştirici	30
2.2.1.4. Deterministik Serpiştirici	30
2.2.1.5. ARP ve QPP Serpiştiriciler.....	30
2.3.2. Katlamalı Serpiştirici.....	33
BÖLÜM 3.	
KLASİK DENKLEŞTİRME VE KOD ÇÖZME.....	34
3.1. Semboller Arası Girişim (ISI).....	34
3.2. Sıfır-Bir ve Yumuşak Kararlı Denkleştirme ve Kod Çözme.....	35
3.2.1. BPSK Sinyallerinin NRZ kodlama ile Üretilmesi ve Eşvreli Algılanması.....	36
3.2.2. BPSK Sinyallerinin Yükseltmiş-Kosinüs Darbeleri Kullanımı ile Üretilmesi ve Eşvreli Algılanması.....	38
3.2.3. BPSK Modülasyonlu Haberleşme Sistemlerinde Yumuşak Kararlı Denkleştirme ve Kod Çözme Uygulaması.....	40
BÖLÜM 4.	
TURBO DENKLEŞTİRME.....	45
4.1. BPSK Sistemleri için Turbo Denkleştirme.....	45
4.2. DPSK Sistemleri için Turbo Denkleştirme.....	51
4.3. MSK Sistemleri için Turbo Denkleştirme.....	52

BÖLÜM 5.	
GÖZÜ KAPALI TURBO DENKLEŞTİRME.....	55
5.1. DPSK Sistemler için Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	56
5.1.1. DPSK Sistemler için EM Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	56
5.1.2. DPSK Sistemler için LMS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	58
5.1.3. DPSK Sistemler için RLS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	60
5.2. MSK Sistemler için Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	62
5.2.1. MSK Sistemler için EM Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	62
5.2.2. MSK Sistemler için LMS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	63
5.2.3. MSK Sistemler için RLS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	64
BÖLÜM 6.	
ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI (MIMO) HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE TURBO DENKLEŞTİRME.....	67
6.1. Frekans Seçici Olmayan MIMO Kanallı Haberleşme Sistemlerinde Turbo Denkleştirme.....	67
6.1. Frekans Seçici MIMO Kanallı Haberleşme Sistemlerinde Turbo Denkleştirme.....	72
BÖLÜM 7.	
ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI (MIMO) HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE YARI GÖZÜ KAPALI TURBO DENKLEŞTİRME.....	77
7.1. MIMO Haberleşme Sistemlerinde EM Algoritma Temelli Yarı Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	78
7.2. MIMO Haberleşme Sistemlerinde LMS Algoritma Temelli Yarı Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme.....	82

BÖLÜM 8.	
SONUÇLAR.....	85
KAYNAKLAR.....	87
EKLER.....	93
ÖZGEÇMİŞ.....	101

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

ACK	: Alındı Onayı
AWGN	: Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü
ARQ	: Otomatik Yeniden İstek Protokolü
BCJR	: Bahl, Cocke, Jelinek, ve Raviv Algoritma
BCH	: Bose-Chaudhuri-Hocquenghem
BER	: Bit Hata Oranı
BPSK	: İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama
DPSK	: Farksal Faz Kaydırmalı Anahtarlama
EM	: Beklentiyi En Çoklama Algoritma
FEC	: Gönderim Yönünde Hata Düzeltimi
FIR	: Sonlu-Dürtü Yanıt
FSM	: Sonlu Durum Makinası
ISI	: Semboller Arası Girişim
LDPC	: Düşük Yoğunluklu Eşlik Denetimi
LLR	: Logaritmik Olabilirlik Oranı
LMS	: En Küçük Karesel Ortalama
MAP	: Maksimum Sonsal Olasılık
MIMO	: Çok-Giriş Çok-Çıkış
ML	: En Yüksek Olabilirlik
MMSE	: En Küçük Karesel Ortalama Hata
MSK	: En Küçük Kaydırmalı Anahtarlama
NACK	: Alınmadı Mesajı
NRNSCC	: Geri Beslemesiz Sistemik Olmayan Katlamalı Kod
NRZ	: Sıfıra Dönüşsüz Kodlama
PCCCs	: Paralel Ardışık Katlamalı Kodlar
PLL	: Faz Kenetleme Döngüsü

PSD	: Güç Spektral Yoğunluğu
RSCC	: Geri Beslemeli SistematiK Katlamalı Kod
RC	: Yükseltilmiş Kosinüs
RLS	: Yinelemeli En Küçük Kareler
RS	: Reed-Solomon
SISO	: Tek-Giriş Tek-Çıkış
SNR	: Sinyal Gürültü Oranı
SOS-HOS	: İkinci Dereceden İstatistik-Daha Yüksek Dereceden İstatistik
SOVA	: Yumuşak-Çıktı Viterbi Algoritma
$\beta(f)$: Kanalın Faz Yanıtı
d_{min}	: Bir Kodun Minimum Mesafesi
$d_H(c_1, c_2)$: İki Kod Kelimesi Arasındaki Hamming Mesafesi
$E[.]$: Beklenen (Ortalama) Değer Operatörü
E_b	: Kanal Biti Başına Enerji
G	: Bir Üreteç Matrisi
$ge(X)$: Üreteç Polinomu
h	: kanal katsayı vektörü
$H(f)$: Kanalın frekans yanıtı
I_k	: $k \times k$ Boyutunda Birim Matris
L	: Kanal Hafıza Uzunluğu
n_k	: k anında AWGN Gürültü Örneği
Pr	: Olasılık
p	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
R_c	: Kod Oranı
σ^2	: Varyans
x_n	: k Anında Kafes Diyagramında n . Dalın Durum Geçişlerini Belirtir

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	GSM verici ve alıcı yapısı.....	2
Şekil 1.2.	Alıcıda turbo denkleştirme yapılan bir haberleşme sistemi. Üst kol vericiyi, alt kol ise alıcıyı belirtir.....	2
Şekil 2.1.	Shannon kapasite sınırı.....	7
Şekil 2.2.	Kod sözcüklerinin, yarı çapı $t = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor$ olan kürelerin merkezi olarak gösterilmesi.....	14
Şekil 2.3.	Katlamalı Kodlayıcı.....	16
Şekil 2.4.	R=1/2 olan bir geri beslemesiz sistematik olmayan katlamalı (NRNSC) kodlayıcı.....	16
Şekil 2.5.	R=1/2 olan bir geri beslemeli sistematik katlamalı (RSC) kodlayıcı.....	17
Şekil 2.6.	İki katlamalı kodun blok diyagramı.....	17
Şekil 2.7.	R=1/2, K=3, NRNSC (7,5) katlamalı kodlayıcının durum diyagramı.....	18
Şekil 2.8.	R=1/2, K=3, RSC (1,5/7) katlamalı kodlayıcının durum diyagramı.....	18
Şekil 2.9.	R=1/2, K=3, NRNSC (7,5) katlamalı kodlayıcının kafes diyagramı.....	19
Şekil 2.10.	R=1/2, K=3, RSC (1,5/7) katlamalı kodlayıcının kafes diyagramı.....	19
Şekil 2.11.	Paralel birleştirilmiş kod (turbo kod) için kodlayıcı.....	22
Şekil 2.12.	Turbo kod çözücünün blok diyagramı	23
Şekil 2.13.	Bir düzenli LDPC kod için $w_r=4$ ve $w_c=3$ olan Tanner çizgesi....	25
Şekil 2.14.	Düzenli bir LDPC (3,4) koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi ve eşlik sağlama matrisi.....	26
Şekil 2.15.	Düzensiz bir LDPC (3,4) koduna ilişkin iki taraflı çizge	

	gösterimi ve eşlik sağlama matrisi.....	26
Şekil 2.16.	Bir 4x6 basit blok serpiştirme/ters serpiştirme.....	28
Şekil 2.17.	Bir 4x6 basit blok permütasyonlu serpiştirme/ters serpiştirme	28
Şekil 2.18.	S-rasgele serpiştirici.....	29
Şekil 2.19.	AWGN kanal modelinde 1/3 kod oranlı turbo kod çözücü ve farklı serpiştiriciler kullanılarak elde edilen BER performanslarının karşılaştırılması.....	31
Şekil 2.20.	Farklı serpiştirici tipleri için grafiksel dağılım gösterimi.....	32
Şekil 2.21.	Bir katlamalı serpiştirici ve ters serpiştirici.....	33
Şekil 3.1.	(a) kanal girdi sinyali (b) kanal çıktı sinyali (c) denkleştirici çıktı sinyali.....	35
Şekil 3.2.	Sıfır-bir kararlı denkleştirme ve kod çözme	35
Şekil 3.3.	Yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme.....	36
Şekil 3.4.	(a) BPSK modülatör (b) BPSK için eşvreli detektör.....	37
Şekil 3.5.	10 adet sıfır-bir değerli bir veri dizisinin BPSK sinyallerine dönüştürülmesi ve AWGN gürültünün eklenmesi.....	37
Şekil 3.6.	1001 dizisi ve dizinin BPSK modülasyonlu hali.....	38
Şekil 3.7.	(a) Yükseltilmiş-kosinüs darbeli BPSK modülatör (b) BPSK için eşvreli detektör.....	38
Şekil 3.8.	Sırasıyla $c(t)$, $s(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $r(t)$, $e(t)$ sinyalleri gösterilmektedir.....	39
Şekil 3.9.	BPSK demodülasyonlu yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme.....	40
Şekil 3.10.	Kanalın dallı gecikme hatlı devresi, uzunluğu (kanal hafızası) $L=2$	41
Şekil 3.11.	BPSK/ISI kanal modeline karşılık gelen süper-kafes iki sembollü haberleşmede ve $L=2$. Süper-kafes yapısında kesikli çizgi $c_k = 0$ olduğunu sürekli çizgi ise $c_k = 1$ olduğunu belirtir..	42
Şekil 3.12.	BPSK demodülasyonlu yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme sonucunda elde edilen bit hata oranı.....	43
Şekil 4.1.	Haberleşme sistemi (kanal biliniyor), alıcıda turbo denkleştirme yapılıyor.....	46
Şekil 4.2.	(a) $\frac{1}{2}$ oranlı 4 durumlu NRNSC(7,5) katlamalı kodlayıcı (b) bu	

	kodlayıcının kafes diyagramı. Girdi/çıkıktı ise $a_k / b_{2k-1}b_{2k}$ şeklinde gösterilir.....	47
Şekil 4.3.	BPSK demodülasyonlu turbo denkleştirme MAP algoritma kullanımı ile Proakis B kanalı üzerinde.....	49
Şekil 4.4.	(a) DPSK/ISI kanal modeli (b) bu kanal modeline karşılık gelen süper-kafes ve $L=2$. Süper-kafes yapısında kesikli çizgi $c_k = 0$ olduğunu, sürekli çizgi ise $c_k = 1$ olduğunu belirtir.....	51
Şekil 4.5.	DPSK sistemler için turbo denkleştirme MAP algoritma kullanımı ile Proakis B kanalı üzerinde.....	52
Şekil 4.6.	(a) MSK/ISI kanal modeli (b) bu modele karşılık gelen super-kafes yapısı, $L=2$. Süper-kafes yapısında kesikli çizgi $c_k = 0$ olduğunu, sürekli çizgi ise $c_k = 1$ olduğunu belirtir.....	53
Şekil 4.7.	MSK sistemler için turbo denkleştirme MAP algoritma kullanımı ile Proakis B kanalı üzerinde.....	54
Şekil 5.1.	Şekil 5.1. DPSK sistemler için gözü kapalı turbo denkleştirme...	56
Şekil 5.2.	EM algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme DPSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	58
Şekil 5.3.	LMS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme DPSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	59
Şekil 5.4.	RLS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme DPSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	61
Şekil 5.5.	DPSK sistemler için EM, RLS ve LMS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme alıcıda yapılması sonucunda elde edilen en iyi BER eğrileri.....	62
Şekil 5.6.	MSK sistemler için gözü kapalı turbo denkleştirme.....	63
Şekil 5.7.	EM algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme MSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	63
Şekil 5.8.	LMS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme MSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER	

	eğrileri.....	64
Şekil 5.9.	RLS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme MSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	65
Şekil 5.10.	MSK sistemler için LMS, RLS ve EM temelli gözü kapalı turbo denkleştirme en iyi BER eğrileri.....	66
Şekil 6.1.	(a) MIMO (2x2) verici (b) MIMO (2x2) alıcı, alıcıda turbo denkleştirme yapılıyor.....	67
Şekil 6.2.	(a) DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olmayan kanal modeli (b) bu kanal modeline karşılık gelen süper-kafes. Çizgiler üzerindeki sıfır bir rakamları $c_k^1 c_k^2$ bitlerine karşılık gelir.....	69
Şekil 6.3.	MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olmayan kanal kullanılarak yapılan turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	72
Şekil 6.4.	DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici kanal.....	73
Şekil 6.5.	DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olan kanal modeline karşılık gelen süper-kafes. Çizgiler üzerindeki sıfır bir rakamları $c_k^1 c_k^2$ bitlerine karşılık gelir.....	74
Şekil 6.6.	MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olmayan kanal kullanılarak yapılan turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	75
Şekil 7.1.	(a) MIMO (2x2) verici (b) MIMO (2x2) alıcı, alıcıda yarı gözü kapalı turbo denkleştirme yapılıyor.....	78
Şekil 7.2.	MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan kanal kullanılarak yapılan EM algoritma temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	81
Şekil 7.3.	MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan kanal kullanılarak yapılan LMS temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.....	84
Şekil 7.4.	MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan kanal kullanılarak yapılan EM ve LMS temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen en iyi BER eğrilerinin karşılaştırılması....	84

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1.1. : $g_{e_1}(X) = X^3 + X^2 + 1$ üreteç matrisine sahip (7,4) çevrimsel kod.....	13
Tablo 4.1. : Alıcıda yapılan turbo denkleştirme işleminin algoritması (denkleştiricide ve kod çözücünde MAP algoritma kullanılıyor)...	49
Tablo 5.1. : Gözü kapalı RLS algoritma yumuşak-girdi yumuşak-çıkıtı MAP denkleştirici için.....	60

ÖZET

Anahtar kelimeler: kanal parametrelerinin kestirimi, turbo denkleştirme, gözü kapalı turbo denkleştirme, kanal kodlama, serpiştirme.

Bu çalışmada, tek-giriş tek-çıkış ve çok-giriş çok-çıkış haberleşme sistemlerinde gözü kapalı turbo denkleştirme problemi ele alınmıştır. DPSK ve MSK modülasyon kullanan SISO haberleşme sistemleri için üç farklı gözü kapalı turbo denkleştirici (alıcı) geliştirilmiştir. Geliştirilen gözü kapalı alıcılar, yumuşak bilgi kullanarak kanal parametrelerini kestirmektedirler. Kanal kod çözücünden gelen yumuşak bilginin kestirimde kullanılması, kanal parametrelerinin daha doğru kestirilmelerini sağlamaktadır. Ayrık-zamanlı FIR filtre olarak modellenen haberleşme kanallarının kanal katsayılarını kestirmek için bu tezde kullanılan algoritmalar: EM, LMS ve RLS algoritmalarıdır. SISO haberleşme sistemleri için geliştirmiş olduğumuz gözü kapalı turbo denkleştirme algoritmaları, MIMO haberleşme sistemlerine de uyarlanmıştır. Bu uyarlama sonucunda, MIMO sistemler için iki adet yarı gözü kapalı turbo denkleştirici (gözü kapalı alıcı) elde edilmiştir. İlk önce, matematiksel olarak gözü kapalı turbo denkleştirme algoritmaları çıkartılmış ve akabinde de bilgisayar programları bu çıkartılan algoritmalara göre yazılmışlardır. Geliştirilen gözü kapalı alıcılar birbirleri ile bit hata oranı cinsinden bilgisayar simülasyonları yoluyla karşılaştırılmışlardır. İlaveten, SISO ve MIMO haberleşme sistemleri için yapılan turbo denkleştirme (kanal parametrelerinin mükemmel bilindiği varsayımı altında) çalışmaları sonucunda elde edilen bit hata oranı eğrileri çizdirilmiştir. Geliştirilen gözü kapalı turbo denkleştiricilerin (alıcıların) bit hata oranı performansları çok etkileyicidir (Proakis B kanalı ve DPSK modülasyonu kullanan SISO haberleşme sistemleri için $SNR > 8$ dB olduğunda $BER=0$, her bir alt kanal hafıza uzunluğu $L=1$ olan frekans seçici Rayleigh sönümlenmeli kanalı ve DPSK modülasyonu kullanan MIMO (2Tx, 2Rx) sistemler için ise $SNR > 10$ dB olduğunda $BER=0$ olmaktadır).

DEVELOPMENT OF BLIND TURBO EQUALIZATION ALGORITHMS IN THE COMMUNICATION SYSTEMS

SUMMARY

Key Words: channel parameters estimation, turbo equalization, blind turbo equalization, channel coding, interleaving.

In this study, blind turbo equalization problem for single-input single-output and multiple-input multiple-output communication systems is investigated. Three different blind turbo equalizers (receiver) are developed for both DPSK and MSK modulation in the SISO communication systems. Developed blind receivers use soft channel estimation. Using of the soft information that comes from the channel decoder provides more correct channel estimation. Communication channels are modelled as discrete-time FIR filter and its coefficients are estimated with EM, LMS and RLS algorithms in this study. Developed blind turbo equalization algorithms for SISO systems are adapted to MIMO communication systems. This adaptation produces two semi blind turbo equalizers for MIMO systems. Firstly, blind turbo equalization algorithms are derived mathematically and then computer programming are done according to these algorithms. Developed blind receivers are compared with each other in terms of bit error rate performances via computer simulations. In addition, bit error rate curves of turbo equalization (channel parameters are perfectly known) for both SISO and MIMO systems are plotted. BER performances of developed blind turbo equalizers are very promising (simulation values of the developed receivers for SISO communication systems in which Proakis B channel and DPSK modulation are used: when SNR >8 dB, BER=0. Values of the developed receivers for MIMO (2Tx, 2Rx) communication systems where Rayleigh fading channel whose each subchannel has same memory length (L=1) and DPSK modulation are used: when SNR > 10 dB, BER=0).

BÖLÜM 1. GİRİŞ

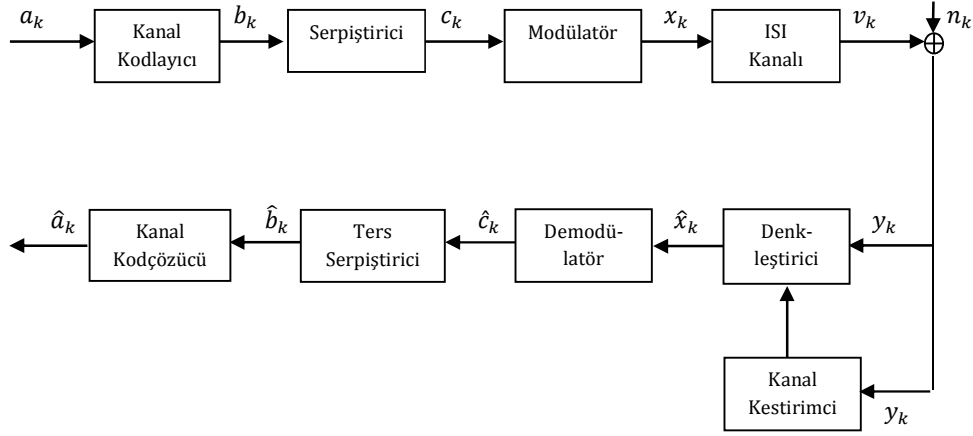
1980 lerin ortalarından itibaren sayısal haberleşme analog haberleşmenin yerini hemen hemen her olayda yerini aldı. Sayısal haberleşmenin tercih edilmesinde dört sebep çok önemlidir [1]:

- I. Sayısal haberleşmenin gürültü toleransı analog haberleşmeninkinden daha iyidir.
- II. Alıcıda, orijinal sayısal mesaj dizileri tekrar üretilebilir.
- III. Makine-makine haberleşmesinin çok artması mesela; internet, sayısal elektronik.
- IV. Hata düzeltme kodlarının sayısal haberleşmede kullanılması.

Haberleşme ortamları: hava, fiber kablo, bakır kablo, su, vb. olabilir. Bu ortamlara, verici tarafından iletilmek istenen mesaj sinyali modülatörden geçirilerek analog dalga olarak bırakılır. Alıcı ise bu analog dalgayı alıp demodülatörden geçirerek sayısal sinyal haline getirir. İkili faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK) modülatör/demodülatör Bölüm 3 te anlatılmıştır. Sayısal haberleşme sistemleri de haberleşme ortamlarına sayısal sinyal yerine analog sinyal bırakırlar ve alırlar.

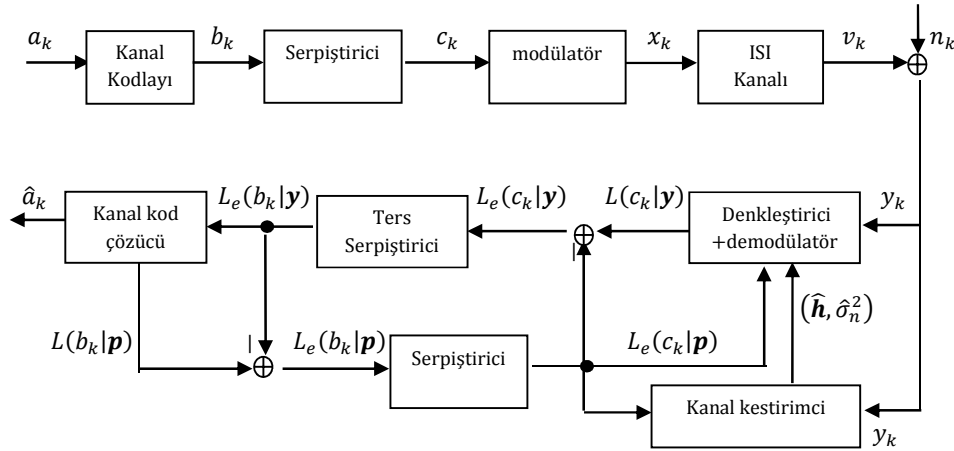
Haberleşme kanalına bırakılan sürekli (analog) dalga katarları, alıcıda dalga katarları içindeki dalgalar birbirleri ile girişimli bir durumda tespit edilebilirler. Bir sembolün kendisinden sonra gelen sembollerle karışması literatürde semboller arası girişim (ISI) olarak bilinir. Semboller arası girişim özellikle telsiz haberleşmede sık karşılaşılan bir durumdur. ISI'nın zararlı etkisini minimize etmek için iki yöntem kullanılır: a) vericide ve alıcıda darbe şekillendirici filtre kullanılması b) alıcıda denkleştirme işleminin yapılması.

1.faz GSM mobil haberleşme standartları 1990 yılında resmi olarak belirlendi. Bir GSM haberleşme sistemi Şekil 1.1 de gösterilmektedir.



Şekil 1.1. GSM verici ve alıcı yapısı

Genellikle SISO haberleşme sistemleri Şekil 1.1 de olduğu gibi modellenir; denkleştirme ve kod çözme birbirinden bağımsız yapılır ve kanal tahmini için her bir veri bloğunun içine bir eğitilmiş dizi katarı gömülür. GSM haberleşmede; her bir veri bloğu içinde, 114 bit mesaj biti ve 26 bit eğitilmiş dizi bulunur.



Şekil 1.2. Alıcıda turbo denkleştirme yapılan bir haberleşme sistemi. Üst kol vericiyi, alt kol ise alıcıyı belirtir.

Yinelemeli denkleştirme ve kod çözme işlemlerinin birbirinden bağımsız yerine birlikte yapılması *Turbo denkleştirme* olarak adlandırılır [2, 3]. Şekil 1.2 de, alıcıda turbo denkleştirme yapılan genel bir haberleşme sistemi gösterilmektedir. Turbo

denkleştirmenin Şekil 1.1 den farkları: a) iletilen sembollerin önsel olasılıkları cinsinden, denkleştirici ile kod çözücü arasında yumuşak bilginin takas edilmesi b) Kanalı tahmin etmek için kod çözücünden gelen yumuşak bilginin kullanılmasıdır. Şekil 1.2 den görüldüğü üzere turbo denkleştirmede döngüler olduğu için matematiksel çıkartımlar ve bilgisayar simülasyon çalışmaları zorlaşmaktadır. MIMO sistemlerde ise turbo denkleştirme algoritmalarının ve program kodlarının çıkartılması ise daha karmaşık hal almaktadır. Gözü kapalı MIMO turbo denkleştirme çalışmaları yapmak ise çoğu akademisyen tarafından oldukça zor bir konu olarak görülür.

Turbo denkleştirme üzerine çalışılan ilk zamanlarda (1995-1998), haberleşme kanalının bilindiği varsayılmıştır, bir başka deyişle kanal kestirim işlemi yoktur [2, 4, 5]. Denkleştirici olarak kafes temelli SOVA ve MAP algoritma yerine, 2000 li yılların başlarında MMSE denkleştiricilerin kullanıldığı çalışmalar yapılmıştır [6, 7]. Bu tür denkleştiricilerin avantajları ise hesaplama karmaşıklıkları kafes temelli denkleştiricilerden daha az olması dezavantajları ise BER performanslarının daha kötü olmasıdır [3, 6, 7]. MIMO haberleşme sistemleri için MAP algoritma kullanılarak yapılan başlıca turbo denkleştirme çalışmaları şunlardır [8, 9, 10, 11, 12].

Gözü kapalı denkleştirme teknikleri, üç farklı grup algoritma ile sınıflandırabilir. Birinci grup algoritmalar, hızlı iniş temellidir. İkinci grup algoritmalar, alınan sinyalin ikinci ve daha yüksek dereceli istatistiklerinin (SOS-HOS) kullanılması temellidir. Üçüncü grup algoritmalar, en yüksek olabilirlik (ML) kriteri kullanımı temellidir [13]. Sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü gruba giren literatürdeki başlıca çalışmalar şunlardır [14, 15], [16, 17, 18, 19] ve [20, 21]. Gözü kapalı kanal tahmini ve turbo denkleştirmenin birlikte yapılmasına *gözü kapalı turbo denkleştirme* [22] denir. Beklentiyi en çoklama (EM) algoritma veya modifiye edilmiş EM algoritma kullanılarak yapılan yumuşak kanal tahminli gözü kapalı turbo denkleştirme BPSK sistemler için [23, 24, 25, 26] bu çalışmalarda yapılmıştır. En küçük karesel ortalama (LMS) algoritma kullanılarak yapılan sıfır-bir kanal tahminli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları farksal faz kaydırmalı anahtarlamalı (DPSK) sistemler için bu makalelerde ortaya konmuştur [27, 28].

Buraya kadarki olan kısımda; genel bilgiler ve literatür taraması mevcuttur. Haberleşme sistemlerinde kullanılan vericilerde yapılan işlemler: kanal kodlama, akabinde serpiştirme ve son olarak ta sinyali modülatörden geçirip kanala bırakmaktır. Kanal kodlama ve serpiştirme Bölüm 2 de anlatılmıştır. Bölüm 3 te detaylı olarak BPSK modülatör anlatılmıştır. İletim filtresi, semboller arası girişime neden olan kanal ve alıcı filtresinin örnekleme anlarında ayrık-zamanlı FIR filtre olarak modellenmesi Bölüm 3 te anlatılmasına ilaveten; BPSK modülasyon kullanan SISO haberleşme sistemleri için vericide yapılan işlemler (kodlama + serpiştirme + modülasyon) ve alıcıda yapılan işlemler (denkleştirme + demodülasyon + ters serpiştirme + kod çözme) matematiksel olarak anlatılmış ve simülasyon yapılmıştır. Bölüm 4 te ise, BPSK/DPSK/MSK modülasyonları kullanan haberleşme sistemleri için turbo denkleştirme matematiksel olarak ifade edildikten sonra simülasyonları yapılmıştır. Bölüm 5 te ise, haberleşme kanalının bilinmediği durumda eğitilmiş dizi kullanmadan kanal katsayılarının ve gürültü varyansının kestirilmesi ile alıcıda turbo denkleştirme işleminin yapılması anlatılmış ve simülasyonları gösterilmiştir. Bölüm 5'in Bölüm 4'ten farkı, ilave olarak alıcıda gözü kapalı kanal kestirim işleminin yapılmasıdır. Bölüm 6 da, MIMO sistemler için turbo denkleştirme anlatılmış ve simülasyonları yapılmıştır. Bölüm 4 ve Bölüm 6 daki matematiksel çıkartımlar ve matlab kodları literatürde var olan makalelerden yararlanılarak yapılmıştır [3, 59, 60, 61, 62, 63]. Bölüm 7 de ise, her bir alt kanal uzunluğu $L=1$ olan MIMO ($2T_x, 2R_x$) haberleşme kanalının bilinmediği ve kanalın yarı gözü kapalı kestirilmesi ve alıcıda turbo denkleştirme işleminin yapılması anlatılmış ve simülasyon grafikleri gösterilmiştir. Bölüm 7'nin Bölüm 6'dan farkı, alıcıda ilave bir işlemin (yarı gözülü kapalı kanal kestirimi) daha yapılmasıdır. Her bir bölümde neler yapıldığı aşağıda detaylı olarak ifade edilmiştir.

Bölüm 2 de Shannon kanal kapasite teoremi, kanal kodlama ve serpiştiriciler anlatılmıştır. Pratikte doğrusal blok kodlar, katlamalı kodlar ve turbo kodlar sık kullanılır. LDPC kodlar, 1995 lerde yeniden önem kazanmaya başlayan ve son on yıldır üzerinde çalışılan kodlardır, literatürde LDPC kodlara ilgi artmakta olduğu gözlemlenmektedir. Bu bölümde bahsedilen blok serpiştirici tiplerinin hepsi pratikte kullanılmaktadır. Literatürde, blok serpiştirici kullanımı katlamalı serpiştiriciye göre daha yaygındır.

Bölüm 3 te, semboller arası girişim, alıcıda kanal denkleştirme ve kanal kod çözme işlemlerinin birbirinden ayrı yapılması anlatılmıştır. BPSK modülatör girdisi sıfır-birlerden oluşan veri dizisinin BPSK modülatörden geçirilip kanala bırakılması ve BPSK detektör ile eşvreli algılanması ayrıntılı ve grafiksel olarak anlatılmıştır.

Bölüm 4 te, haberleşme kanal parametrelerinin mükemmel bilindiği koşulu altında BPSK/DPSK/MSK sistemler için alıcıda turbo denkleştirmelerin matematiksel ifadeleri detaylı olarak çıkartılmıştır. Bu çıkartılan turbo denkleştirme algoritmalarına göre bilgisayar programları yazılıp, simülasyonlar elde edilmiştir.

Bölüm 5 te, DPSK ve MSK haberleşme sistemleri için EM, LMS ve RLS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme algoritmaları geliştirilmiş ve bilgisayar simülasyonları ile bit hata oranı cinsinden performansları karşılaştırılmıştır.

Bölüm 6 da, hem frekans seçici olan hem de frekans seçici olmayan MIMO kanallara sahip haberleşme sistemlerinde turbo denkleştirme çalışmaları yapılmıştır. Çalışmaların matematiksel ve şekilsel ifadeleri detaylı olarak anlatılmış ve bilgisayar simülasyonları yapılmıştır.

Bölüm 7 de, SISO haberleşme sistemleri için Bölüm 5 te geliştirdiğimiz EM/LMS temelli turbo denkleştirme algoritmaları, MIMO haberleşme sistemlerine uyarlanmıştır. Bu uyarlama sonucunda MIMO sistemler için; EM ve LMS algoritma temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştiriciler elde edilmiştir.

Bölüm 8 de, sonuçlardan ve gelecekte yapılabilecek çalışmalardan bahsedilmiştir.

Bu tezde bilime yapılan katkılar Bölüm 5 ve Bölüm 7 de yapılan çalışmalardır, kısaca şu şekilde özetlenebilir: i) gözü kapalı kanal tahmininde, yumuşak bilginin LMS ve RLS kestirimci tarafından kullanılması sonucunda LMS/RLS temelli gözü kapalı turbo denkleştirme algoritmalarının elde edilmeleri ii) haberleşme kanalında var olan karmaşık değerli AWGN gürültüsünün varyansının ML kriterine göre kestirilmesi ile kanal katsayılarının LMS veya RLS algoritma kullanımı ile kestirilmesinin çok iyi bit hata oranlarını ürettiğinin simülasyonlarla gösterilmesi.

BÖLÜM 2. KANAL KODLAMA VE SERPİŞTİRME

İletilmek istenen verinin haberleşme kanalındaki gürültüden mümkün mertebe etkilenmemesi için, veri kodlanır [30, 13]. Bu işleme kanal kodlama denir. Daha sonra kodlanmış veri, alıcıda uzun hata patlamalarının olmaması için bir serpiştiriciden geçirilerek bit dizelerinin içindeki bitlerin sıraları değiştirilir [13].

2.1 Shannon Kanal Kapasite Teoremi

Shannon-Hartley teoremine göre hatasız bir haberleşme yapabilmek için veri iletim hızının, kanalın iletim kapasitesinden büyük olmaması gerekir. Bu kapasiteye Shannon kapasite sınırı denir. Shannon-Hartley kapasite iletim denklemi ayrık toplanır beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal için [29, 30]:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right), \quad (2.1)$$

C : Kanalın iletim kapasitesi (bit/saniye)

B : Kanalın bant genişliği (Hz)

S : Alınan sinyalin ortalama gücü (W)

N : Gürültünün ortalama gücü (W)

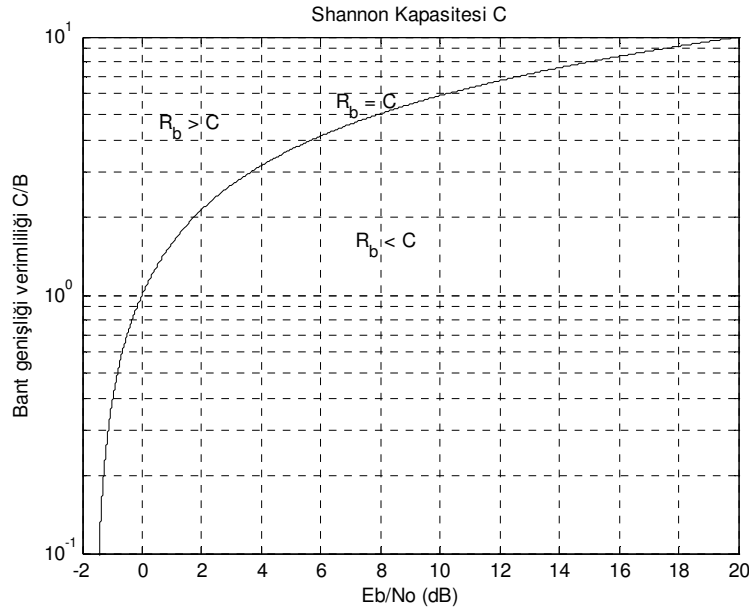
Beyaz gürültünün güç spektral yoğunluğu (PSD), tüm frekanslarda sabittir (frekanstan bağımsızdır). Eğer beyaz gürültünün PSD'si $N_0/2$ ise, $N = \frac{N_0}{2} 2B = N_0 B$ olur. Bu durumda Denk. (2.1) yeniden şu şekilde yazılabilir:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0 \cdot B} \right), \quad (2.2)$$

Veri iletim hızının (R_b) kanal kapasitesine eşit olduğu durumda $R_b = C$; $\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \cdot \frac{B}{R_b} = \frac{S}{N_0 \cdot C}$ [30]. Denk. (2.2) yi yeniden yazarsak:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{C}{B} \right), \quad (2.3)$$

Denk. (2.3) ten $E_b/N_0 = -1.6$ dB olduğu bulunur. Bu şu anlama gelir bant genişliği sonsuza giderken; ancak $E_b/N_0 > -1.6$ dB durumunda iletişim olanaklıdır. Şekil 2.1 de Shannon sınırı gösterilmektedir. Shannon [31] Denk. (2.1) kullanarak, pratik sistemlerin başarılı olabileceği sınır grafiksel olarak Şekil 2.1 de gösterilmektedir,



Şekil 2.1 Shannon kapasite sınırı.

$R_b > C$ olduğu durumda, veri iletimi yapılamaz. Bir haberleşme sisteminin başarısı, Shannon sınırına olan yakınlığı ile ölçülür.

2.2. Kanal Kodlama

Kanal kodlayıcı, veri bit akıntısına ek kanal kodlama bilgisi (artık bitler) ekler, alıcı bu sayede hataları düzeltir veya yeniden gönderilmesini talep eder [13, 1]. Alıcı,

verici tarafından eklenen artık bitleri kullanarak, hatalı bitleri tespit eder. İletim hatalarının giderilmesi için iki alternatif yöntem vardır:

- A. Hata tespiti ve verinin yeniden iletilmesi: Kanal kodlayıcı, veri bitlerini işler, veri bitlerine (çerçeveye) göre eşlik bitleri hesaplar ve (veri+eşlik)'i iletim için biçimlendirir. Kod çözücü, alınan bitlerin eşlik kontrollerini hesaplar ve hata olup olmadığını ortaya çıkarır. Eğer hata varsa, orijinal verinin tekrar gönderilmesi otomatik yeniden istek (ARQ) protokolü kullanılarak talep edilir. Bu tür sistemlerde, alıcının vericiye alındı (ACK) veya alınmadı (NACK) bilgisini yollaması gerekir. Hatalı veri çerçevelerinin tekrar verici tarafından gönderilmesi haberleşme sisteminde gecikmelere ve bant genişliğinin etkin kullanılmamasına neden olur.
- B. Gönderim yönünde hata düzeltimi (FEC): Eşlik bitlerin kullanılması sonucu hatalı alınan veri çerçeveleri varsa, hata düzelten kodlar kullanılarak belirli sayıda bit hatası algılanıp düzeltilebilir [30, 32].

Kanal kodlama doğrusal blok kodlar, kafes ve grafik temelli kodlar ile yapılır [13].

2.2.1 Doğrusal Blok Kodlar

Blok kodlar k bit veri dizisini, n bit uzunluğunda kod sözcüğüne kodladığında bu kod (n, k) blok kodu olarak adlandırılmaktadır ve n, k dan büyüktür [13]. Kodlama sonucunda oluşan $n - k$ adet fazlalık bit, eşlik veya artıklık bitleri olarak adlandırılır. Kod oranı $R_c = k/n$ olarak gösterilir. Blok kodlama hafızasızdır. Bir k bit veri dizisi kodlanır ve gönderilir, yeni gelen k uzunluğundaki veri dizisinin kodlanması önceki kodlanan diziden bağımsız olarak yapılır. Blok kodlayıcı, kod sözcüğünü oluşturabilmek için blok uzunluğu kadar bitin gelmesini bekler. Blok kodların bu özelliği, zaman kaybına neden olur. Her bir kod sözcüğünün kendi ağırlığı var, ve bu ağırlık kod sözcüğünün ihtiva ettiği sıfır olmayan eleman sayısıdır. Tüm kod sözcükleri eşit ağırlıkta ise, bu koda sabit ağırlıklı kod denir. Blok kodların altkümüsi olan doğrusal blok kodların uygulanması ve analizi kolay olmasına ilaveten doğrusal

blok kodların performansı blok kodların genel türlerinin performansına benzerdir [13]. Bu sebeplerden dolayı doğrusal blok kodlar anlatımı üzerinde durulacaktır. Bir doğrusal blok kod \mathcal{C} , (n, k) kod olarak adlandırılır ve iki kod sözcüğünden oluşur $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \in \mathcal{C}$ ve $\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2 \in \mathcal{C}$. İki kod sözcüğü arasındaki Hamming mesafesi, $d_H(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2)$ ile gösterilir. Bir kodun minimum mesafesi $d_{min} = \min_{\substack{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \in \mathcal{C} \\ \mathbf{c}_1 \neq \mathbf{c}_2}} d_H(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2)$ ile gösterilir. Bir kod sözcüğünün ağırlığı $\omega(\mathbf{c})$ ile minimum ağırlığı ise $\omega_{min} = \min_{\substack{\mathbf{c} \in \mathcal{C} \\ \mathbf{c} \neq \mathbf{0}}} \omega(\mathbf{c})$ ile gösterilir. k uzunluğundaki veri dizisi, n uzunluğunda 2^k adet kod sözcüğünden biri ile eşlenmesi $k \times n$ ebatında bir üreteç matrisi \mathbf{G} ile gösterilir.

$$\mathbf{c}_m = \mathbf{u}_m \mathbf{G}, \quad 1 \leq m \leq 2^k, \quad (2.4)$$

bu ifadede \mathbf{u}_m ikili değerlere sahip k uzunluğunda bir veri dizisi ve \mathbf{c}_m ise ona karşılık gelen kod sözcüğüdür. Eğer üreteç matrisi $\mathbf{G} = [\mathbf{I}_k | \mathbf{P}]$ biçiminde gösterilebiliyorsa, (burada \mathbf{I}_k $k \times k$ boyutunda birim matris \mathbf{P} ise $k \times (n - k)$ boyutunda herhangi bir matristir), doğrusal blok kod sistematik olarak adlandırılmaktadır. Sistemik kodlarda, kod sözcüğünün ilk k biti veri (mesaj) dizisine eşittir ve geri kalan $n - k$ bit ise eşlik-sağlama bitleridir. Doğrusal blok kodlama ile kodlanmış verinin hata kontrolü ve kod çözümünün yapılabilmesi için eşlik-sağlama matrisi $\mathbf{H}_{(n-k) \times n}$ kullanılmaktadır. İletimde hata olmadığı koşulu altında, eşlik-sağlama matrisi her kod sözcüğü için Denk. (2.5) i sağlayacak biçimde oluşturulmaktadır.

$$\mathbf{c} \mathbf{H}^T = \mathbf{0}_{1 \times (n-k)}, \quad (2.5)$$

burada \mathbf{c} her hangi bir kod sözcüğünü göstermektedir. Denk. (2.4-5) ten, Denk. (2.6) yı elde ederiz.

$$\mathbf{G} \mathbf{H}^T = \mathbf{0}_{k \times (n-k)}, \quad (2.6)$$

Üreteç matrisi $\mathbf{G} = [\mathbf{I}_k | \mathbf{P}]$ olarak verildiğinde, $\mathbf{H} = [\mathbf{P}^T | \mathbf{I}_{n-k}]$ olarak elde edilir. Eğer üreteç matrisi $\mathbf{G} = [\mathbf{P} | \mathbf{I}_k]$ olarak verilir ise, $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{n-k} | \mathbf{P}^T]$ olarak elde edilir [13, 32]. Denk. (2.6) sağlanmadığı takdirde iletim esnasında hata olduğu

anlaşılmaktadır. Bu kısımda pratikte sık karşılaşılan bazı doğrusal blok kodlar anlatılacaktır.

2.2.1.1 Tekrarlayan Kodlar

Bir ikili tekrarlayan kod ta $(n, 1)$, n uzunluğunda iki kod sözcüğü var. Birinci kod sözcüğünde tüm bitler sıfır, ikinci kod sözcüğünde ise tüm bitler bir dir. Kod oranı $R_c = 1/n$, kod sözcükleri arasındaki minimum mesafe ise $d_{min} = n$ dir.

2.2.1.2 Hamming Kodlar

Kodlama teorisi alanında ilk çalışılan kodlardan birisidir [13, 1]. Parametreleri $n = 2^m - 1$ ve $k = 2^m - m - 1$, $m \geq 3$ için. Burada, n blok uzunluğunu, k girdi veri dizisinin uzunluğunu ve m de eşlik bit sayısını belirtir. Hamming kodlamada, k adet veri dizisi n adet kod bitine kodlanmaktadır. Hamming kodlar, en iyi eşlik-sağlama matrisleri cinsinden tanımlanır ve boyutları $m \times (2^m - 1)$ dir. \mathbf{H} 'in $2^m - 1$ adet sütununun her biri m uzunluğunda hepsi sıfır olmayan ikili dizilerden oluşur. Hamming kodun oranı, $R_c = k/n = (2^m - m - 1)/(2^m - 1)$ şeklinde ifade edilebilir. m büyük değer aldığıında kod oranı 1'e yaklaşır.

Örnek 2.1: (7,4) Hamming kodunun eşlik-sağlama ve üreteç matrislerini bulunuz?

Hamming (7,4) kod, yedi boyutlu bir sinyal uzayında 2^4 adet kod sözcüğüne (noktaya) sahiptir ve herhangi iki kod sözcüğü arasındaki minimum mesafe 3 tür.

$n = 2^m - 1 = 7$ olduğundan $m = 3$ olur. Eşlik-sağlama matrisinin $2^m - 1$ adet sütununun her biri m uzunluğunda hepsi sıfır olmayan ikili dizilerden oluşur. Yani 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Eşlik-sağlama matrisinin boyutu $m \times (2^m - 1) = 3 \times 7$ dir.

$$\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{n-k} | \mathbf{P}^T] = [\mathbf{I}_3 | (\mathbf{P}^T)_{3 \times 4}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ olarak yazılabilmektedir.}$$

$$\text{Hamming kodun üreteç matrisi } \mathbf{G} = [\mathbf{P} \mid \mathbf{I}_k] = [\mathbf{P}_{4 \times 3} \mid \mathbf{I}_4] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2.2.1.3 Maksimum Uzunluklu Kodlar

Maksimum uzunluklu kodlar, Hamming kodların ikizidir. Bu yüzden, bu kodlama türleri şu ailedendir, $(2^m - 1, m)$ kodlar $m \geq 3$. Maksimum uzunluklu kodlamanın üreteç matrisi bir Hamming kodlamanın eşlik-sağlama matrisidir.

2.2.1.4 Reed-Muller Kodlar

Reed-Muller kodlar, 1954 yılında esnek parametrelere sahip doğrusal blok kodların bir sınıfı olarak ortaya atıldı. Bir Reed-Muller kod, kod uzunluğu $n = 2^m$ ve derecesi $r < m$ olan $n = 2^m$, $k = \sum_{i=0}^r \binom{m}{i}$, $d_{min} = 2^{m-r}$ bir doğrusal blok kod tur. Üreteç matrisi ise:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{G}_r \end{bmatrix}, \text{ burada } \mathbf{G}_0 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{1 \times n} \text{ ve } \mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

\mathbf{G}_2 ise $\binom{m}{2} \times n$ matrisidir ve satırları, \mathbf{G}_2 'nin iki satırının bit temelli çarpımları sonucu oluşur. Benzer şekilde, \mathbf{G}_i ise $2 < i \leq r$ koşulu altında $\binom{m}{i} \times n$ matrisidir ve satırları, \mathbf{G}_i 'nin r adet satırının bit temelli çarpımları sonucu oluşur [13].

2.2.1.5 Hadamard Kodlar

Bir Hadamard kod, bir Hadamard matrisinin satırlarının kod sözcükleri olarak seçilmeleri ile bulunur. Bir Hadamard matrisi M_n , $n \times n$ matristir ve n çift sayıdır. $n=2$

$$\text{için } M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ve } M_{2n} = \begin{bmatrix} M_n & M_n \\ M_n & \bar{M}_n \end{bmatrix} \text{ burada } \bar{M}_n, M_n \text{ matrisinin tamamlayıcıdır.}$$

2.2.1.6 Golay Kodlar

Golay kod, ikili doğrusal (23,12) kod ve $d_{min} = 7$. Genişletilmiş Golay kod, eşlik biti (23,12) Golay kod'a eklenerek elde edilir. Elde edilen kod (24,12) ve $d_{min} = 8$.

2.2.1.7 Çevrimsel Kodlar

Çevrimsel kodlar, doğrusal blok kodların önemli bir sınıfıdır. Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) ve Reed-Solomon (RS) kodlar, çevrimsel kod ailesine aittir. Çevrimsel kodlar ilk kez Prange tarafından 1957 yılında ortaya atıldı. Çevrimsel kodların, çevrimsel kaydırma özelliği vardır. Eğer, $\mathbf{c} = (c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_1, c_0)$ bir kod sözcüğü ise, $(c_{n-2}, c_{n-3}, \dots, c_0, c_{n-1})$ de bir kod sözcüğüdür. Yani, \mathbf{c} 'nin tüm çevrimsel kaydırmaları kod sözcükleridir [13, 32]. Çevrimsel kodlar polinomlar şeklinde gösterilebilmektedir. Bir çevrimsel kod, $n - k$ dereceli bir üreteç polinomu $ge(X)$ kullanılarak elde edilebilir. Bir (n, k) çevrimsel kodun üreteç polinomunun katsayısı, $X^n + 1$ olarak gösterilebilir. Üreteç polinomunun genel formu şu şekilde gösterilebilir:

$$ge(X) = X^{n-k} + g_{n-k-1}X^{n-k-1} + \dots + g_1X + 1, \quad (2.7)$$

Üreteç polinomunun derecesi, $(n - k)$ dir ve $(X^n + 1)$ ise üreteç polinomunu bölen bir polinomdur. Veri (mesaj) polinomu $u_{k-1}X^{n-1} + u_{k-2}X^{n-2} + \dots + u_1X + u_0$ şeklinde gösterilebilir. Kod sözcüğü ise şu ifade ile bulunur:

$$(u_{k-1}X^{n-1} + u_{k-2}X^{n-2} + \dots + u_1X + u_0) \cdot ge(X), \quad (2.8)$$

Örnek 2.2: Parametreleri (7,4) olan çevrimsel kod için uygun üreteç polinomlarını bulunuz?

$n=7, k=4$ olduğundan üreteç polinomunun derecesi $n-k=3$ ve $(X^7 + 1)$ 'yi bölen bir polinom olmalıdır. $X^7 + 1 = (X + 1)(X^3 + X^2 + 1)(X^3 + X + 1)$, üreteç polinomu $ge_1(X) = X^3 + X^2 + 1$ veya $ge_2(X) = X^3 + X + 1$ olabilir.

Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) Kodlar: BCH kodlar, çevrimsel kodların geniş bir sınıfını oluşturur ve ikili/ikili olmayan alfabeyle sahiptir. BCH kodlar, 1959-1960 yıllarında ortaya atılmıştır. BCH kodları, bir bitten fazla hatanın düzeltilebilmesine olanak tanıyan kodlardır.

Tablo 1.1: $g_{e_1}(X) = X^3 + X^2 + 1$ üreteç matrisine sahip (7,4) çevrimsel kod

Veri Bitleri				Kod Sözcükleri							
X^3	X^2	X^1	X^0	X^6	X^5	X^4	X^3	X^2	X^1	X^0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	
0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	
1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	
1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	
1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	

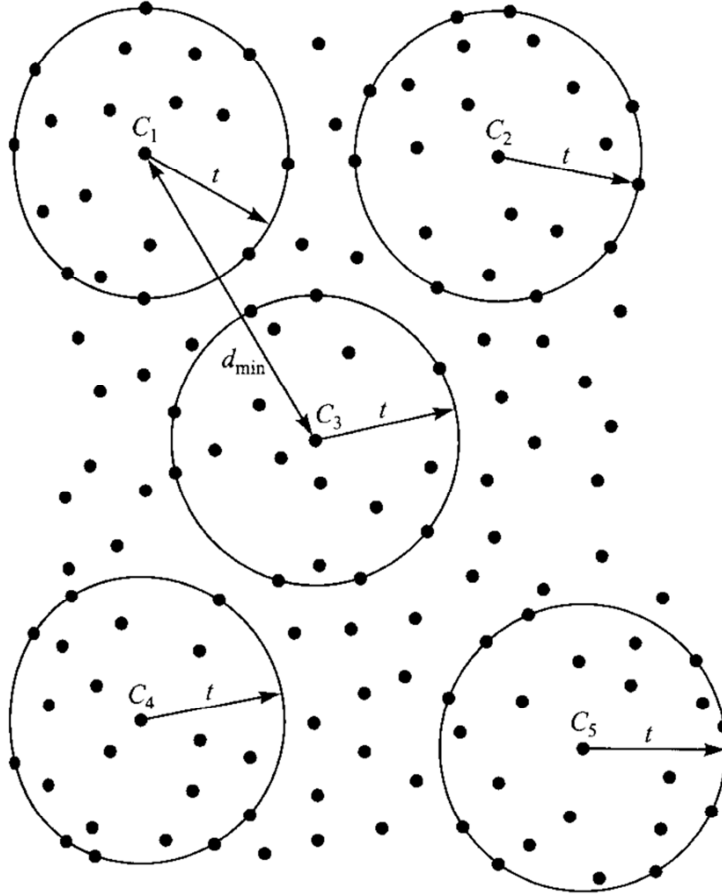
BCH kodlar çevrimsel kodlardan oldukları için üreteç polinomları tarafından tanımlanırlar. Burada, ikili BCH kodların özel bir türü olan basit ikili BCH kodlar üzerinde durulacaktır. Bu kodların blok uzunluğu $n = 2^m - 1$, $m \geq 3$ ve t bit hata düzeltme sağlayacak şekilde $t < 2^m - 1$. Basit ikili BCH kodları şu parametreler ile üretilirler $n - k \leq mt$ ve $d_{min} \geq 2t + 1$. BCH kodların üreteç polinomları, $X^{2^m-1} + 1$ polinomunun çarpanlarından oluşturulabilmektedir [13, 32].

Reed-Solomon Kodlar: Bu kodlar, ikili olmayan BCH kodların özel bir sınıfıdır ve ilk defa Reed-Solomon tarafından 1960 ta ortaya atılmıştır. RS kodları için minimum mesafe $d_{min} = n - k + 1$ ve hata düzeltme yeteneği ise $t = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor$ dir.

RS kodlarının verimli çözümlene algoritmaları vardır ve ikili olmayan yapıları nedeniyle özellikle çok seviyeli iletim için uygun bir kodlama olabilir. Bu kodlar, özellikle veri depolama sistemlerinde kullanılırlar [13].

2.2.1.8 Blok Kodların Hata Tespiti ve Hata Düzeltme Yeteneği

Bir blok kod'un (n, k) , $d_{min} - 1$ adet hatayı tespit etme yeteneği vardır. Hata tespiti, ARQ protokol ile birlikte kullanılabilir. Bir (n, k) kodun, hata düzeltme kapasitesini görmek için 2^k adet kod sözcüğünü n boyutlu uzayda göstermek gerekir.



Şekil 2.2. Kod sözcüklerinin, yarı çapı $t = \lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \rfloor$ olan kürelerin merkezi olarak gösterilmesi.

Eğer her bir kod sözcüğünü bir kürenin merkezi olarak belirtirsek, $t = \text{Hamming aralığı}$, ise $t = \lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \rfloor$. Alınan kod sözcüğü - gerçek kod sözcüğü $< t$ ise, alınan kod sözcüğü merkezdeki kod sözcüğü demektir. Bir kod,

$d_{min} - 1$ adet hatayı tespit edebilir ve $t = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor$ adet hatayı düzeltebilir. Her alınan sinyal, eğer iletilen kodun en fazla $d_{min}/2$ uzağında bulunuyorsa, alınan sinyal düzeltilebilir. Kod sözcüklerinin ve kürelerin iki boyutlu gösterimi Şekil 2.2 [13] dedir.

2.2.1.9 Özet

Doğrusal blok kodlar genelde sıfır-bir kararlı çözümleme ile kullanılır. Bu kodların sıfır-bir kararlı çözümlenmesi, ikili simetrik kanala neden olur ve kanal çıktısından minimum Hamming mesafedeki kod sözcüğü bulunur. İyi bir doğrusal blok kod tasarımında amaç, verilen n ve k değerleri için en yüksek d_{min} 'i bulmaktır. Gönderim yönünde hata düzeltim kodu tasarımında eşlik bitleri eklemek, minimum Hamming aralığını artırır bu ise kod 'un hata bulma ve düzeltme kapasitesini artırır. Blok kodların bazı dezavantajları vardır: A) Blok kodlayıcı, kod sözcüğünü oluşturabilmek için blok uzunluğu kadar bitin gelmesini bekler. Blok kodların bu özelliği, zaman kaybına neden olur. B) Blok kodlar, çok iyi bir çerçeve senkronizasyonuna ihtiyaç duymaktadırlar. C) Blok kodlar, düşük SNR larda iyi performans gösterememektedirler.

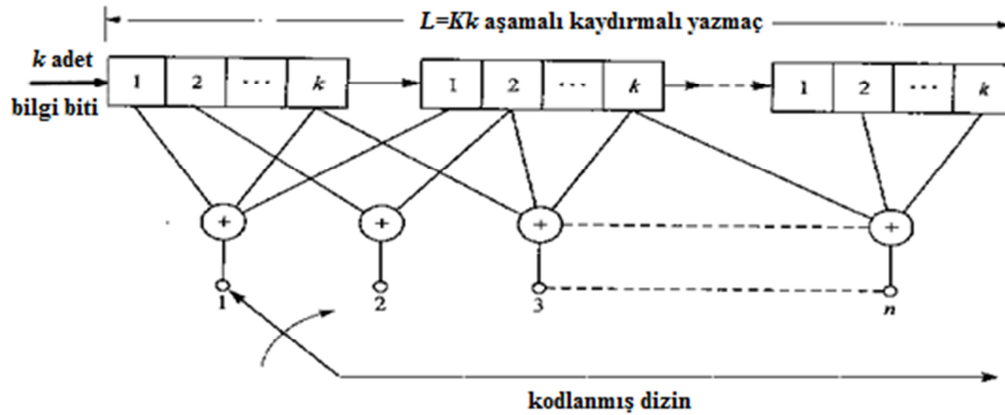
2.2.2 Kafes ve Grafik Temelli Kodlar

Bu bölümde, anlatılacak kodların yapısı kafes ve grafik cinsinden tanımlanmaya daha uygundur.

2.2.2.1 Katlamalı Kodlar

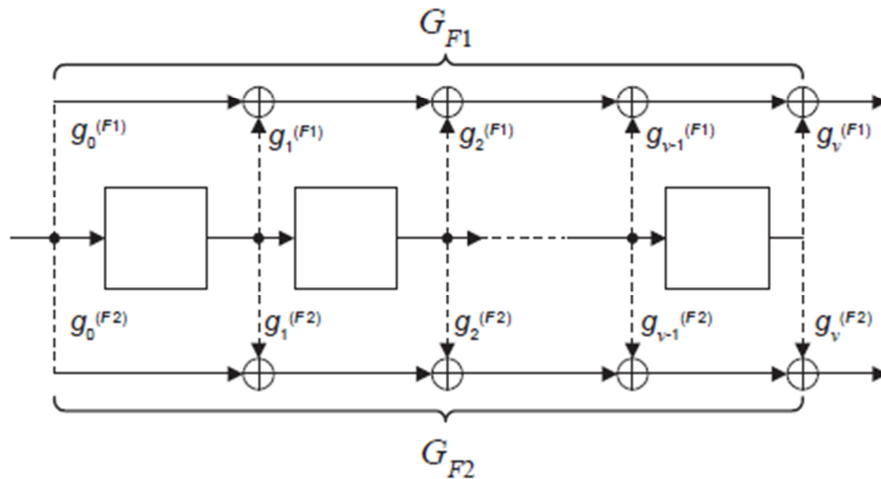
Katlamalı kodlar ilk defa Elias [33] tarafından ortaya atıldı. Bir katlamalı kod, veri dizisinin bir doğrusal sonlu durum makinesi (FSM) kayan yazmaçtan geçirilmesi ile üretilir. Genelde kayan yazmaç, K adet k bitlik aşama ve n adet doğrusal cebirsel fonksiyon üreteçten oluşur ve Şekil 2.3 te gösterilmektedir. Bu kodlarda her i anında k adet veri biti kodlayıcıya girer ve kodlayıcı çıktısında n adet ikili sembol üretilmiş olarak çıkar ve kodlayıcının bu arada durumu s_{k-1} den s_k ya gelir. Kodlayıcının olabileceği durum sayısı sınırlı sayıda ve kodlayıcıdaki hafıza eleman sayısı m olarak tanımlanırsa,

kodlayıcı 2^m durumdan birinde olur. n veri dizisi ve bir sonraki kodlayıcı durumu s_k , k adet veri dizisine ve bir önceki kodlayıcının durumuna bağlıdır. Sonuçta, kod oranı $R_c = k/n$ olarak tanımlanır. K parametresi ise katlamalı kodun kısıt uzunluğudur. Şekil 2.3 te bir katlamalı kod, Kk uzunluğundaki bir kayan yazmaç ile gösterilmiştir [13]. Her i anında, k bit kodlayıcıya girer ve kayan yazmacın içeriği sağa k hafıza elemanı kadar kaydırılır. k adet bit kayan yazmacın içine girdikten sonra n adet toplayıcı,



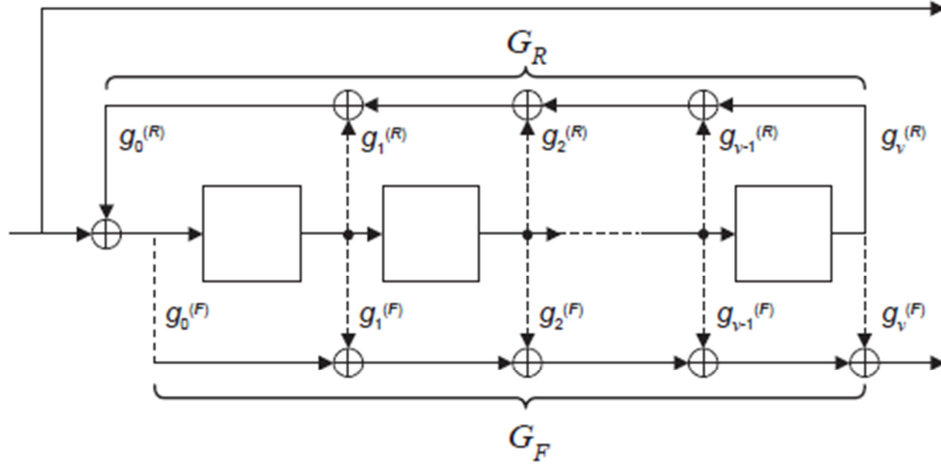
Şekil 2.3. Katlamalı Kodlayıcı.

hafıza elemanlarının içeriğini toplar. Bu katlamalı kodun durumu, kayan yazmacın ilk $(K-1)k$ elemanının içeriği tarafından belirlenir. Kodlayıcı girdi veri dizisi direk olarak, kodlayıcı çıktı veri dizisinin bir parçası olursa; kod dizisi *sistemik* olarak adlandırılır [13].



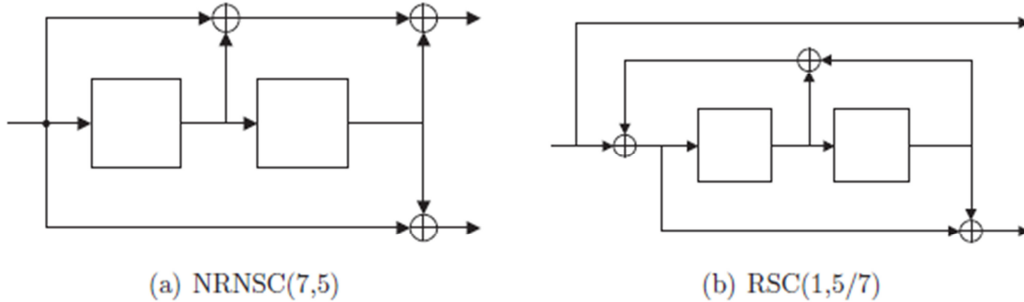
Şekil 2.4. $R=1/2$ olan bir geri beslemesiz sistemik olmayan katlamalı (NRNSC) kodlayıcı.

Katlamalı kodlama geri beslemeli kayan yazmaç yapısında yapılırsa *geri beslemeli katlamalı kod* olarak adlandırılır. Kod oranı $R=1/2$ olan bir geri beslemesiz sistematik olmayan katlamalı kodlayıcı şeması Şekil 2.4 te ve $R=1/2$ olan bir geri beslemeli sistematik katlamalı kodlayıcı şeması ise Şekil 2.5 te gösterilmektedir [34].



Şekil 2.5. $R=1/2$ olan bir geri beslemeli sistematik katlamalı (RSC) kodlayıcı

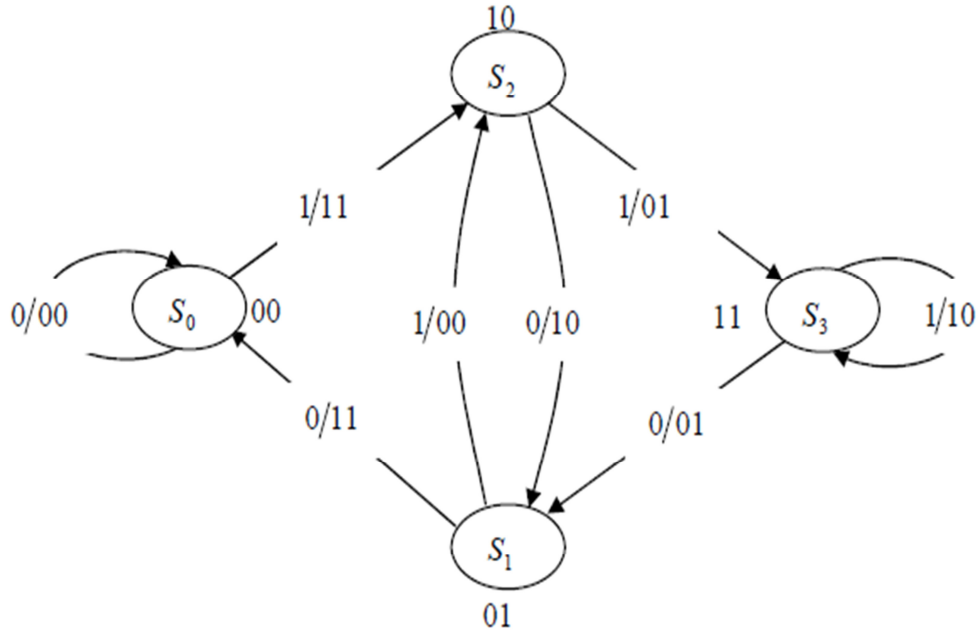
Şekil 2.4 ve Şekil 2.5 te gösterilen \oplus sembol, modül 2 ye göre toplama yapma işlemi anlamına gelir. NRNSC ve RSC kodlayıcıları tanımlamak için şu notasyonlar kullanılabilir: NRNSC(\mathbf{G}_{F1} , \mathbf{G}_{F2}) ve RSC($1, \mathbf{G}_F/\mathbf{G}_R$), burada üreteç vektörleri $\mathbf{G}_{F1}=[g_0^{F1} \ g_1^{F1} \ \dots \ g_v^{F1}]$, $\mathbf{G}_{F2}=[g_0^{F2} \ g_1^{F2} \ \dots \ g_v^{F2}]$. Bir katlamalı kodu betimlemek için kısıt uzunluğu kullanılır. Şekil 2.4 ve Şekil 2.5 te gösterilen kodlayıcıların kısıt uzunluğu $v+1$ dir.



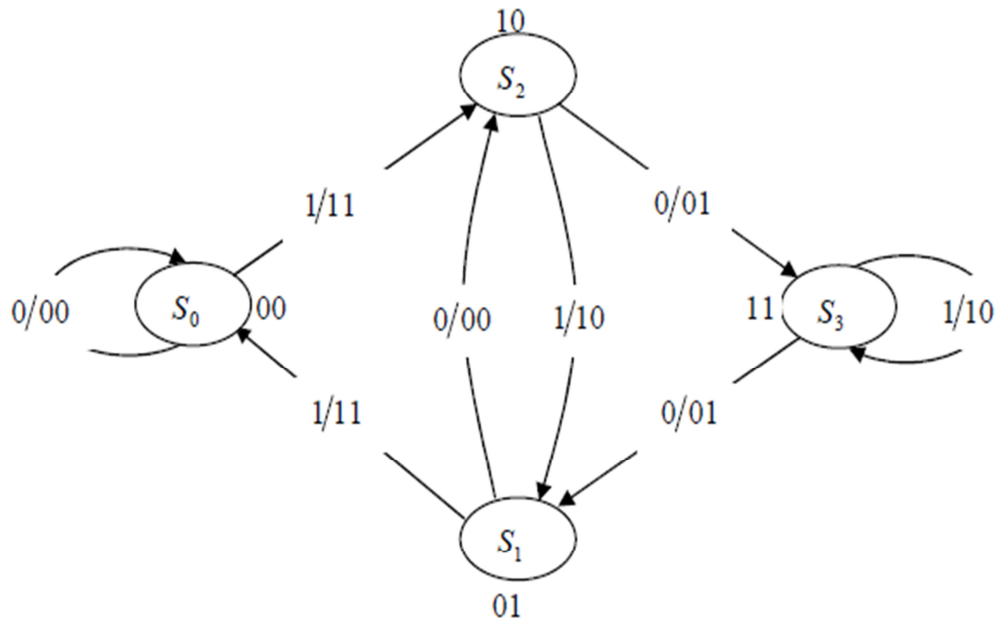
Şekil 2.6. İki katlamalı kodun blok diyagramı.

Şekil 2.6 (a) da gösterilen NRNSC kodlayıcının üreteç vektörleri $\mathbf{G}_{F1}=[1 \ 1 \ 1]=7_8$ ve $\mathbf{G}_{F2}=[1 \ 0 \ 1]=5_8$. Şekil 2.6 (b) de gösterilen RSC kodlayıcının üreteç vektörleri $\mathbf{G}_R=[1$

$1\ 1]=7_8$ ve $G_F=[1\ 0\ 1]=5_8$ [34]. Her bir kodlayıcının daha özlu bir gösterimi sırasıyla NRNSC(7,5) ve RSC(1,5/7).

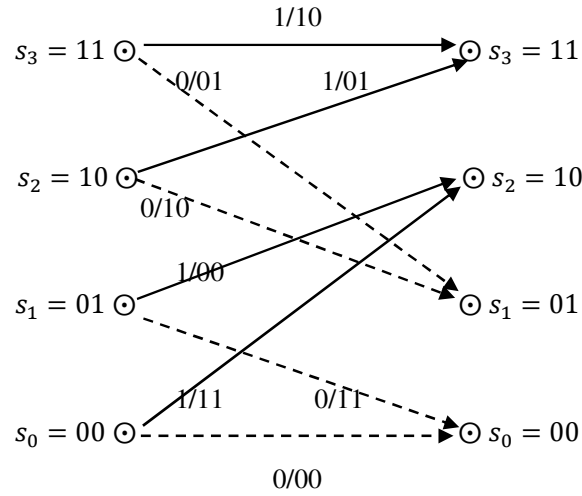


Şekil 2.7. $R=1/2$, $K=3$, NRNSC(7,5) katlamalı kodlayıcının durum diyagramı.

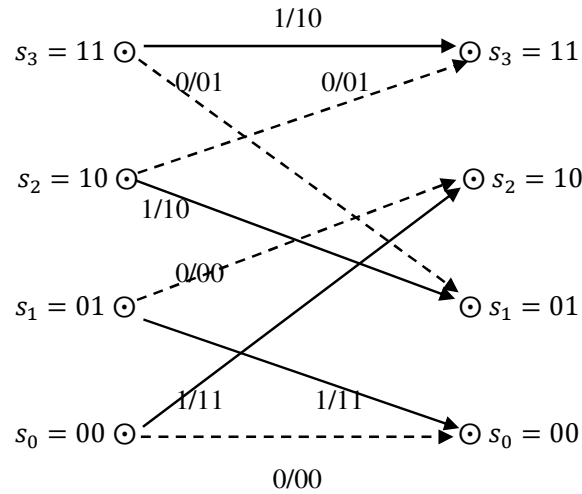


Şekil 2.8. $R=1/2$, $K=3$, RSC(1,5/7) katlamalı kodlayıcının durum diyagramı

Şekil 2.6 daki katlamalı kodlayıcıların durum diyagramları Şekil 2.7 ve Şekil 2.8 de gösterilmektedir. Bu şekillerde kodlayıcıların olabileceği durumlar $s_k = \{s_1, s_2, s_3, s_4\} = \{00, 01, 10, 11\}$ ile gösterilmiştir. Durum geçişleri girdi biti/çıkış bitleri şeklinde gösterilmektedir. Bu iki katlamalı kodlayıcının kafes diyagramları Şekil 2.9 ve Şekil 2.10 da sırasıyla gösterilmektedir.



Şekil 2.9. $R=1/2$, $K=3$, NRNSC(7,5) katlamalı kodlayıcının Kafes diyagramı.



Şekil 2.10. $R=1/2$, $K=3$, RSC(1,5/7) katlamalı kodlayıcının Kafes diyagramı.

2.2.2.2 Katlamalı Kodların Maksimum Sonsal Olasılık (MAP) Kod Çözümü- BCJR Algoritma

BCJR algoritma, 1974 teki Bahl, Cocke, Jelinek, ve Raviv makalesinden [35] sonra adlandırılmıştır ve bu algoritma katlamalı kodlar için sembol-sembol MAP kod

çözüm algoritmasıdır. Kod çözücü, en yüksek ihtimalli diziyi aramaktan ziyade; MAP algoritmayı her girdi sembolünü çözmek için kullanır. Katlamalı kodlar sonlu hafızaya sahip kodlayıcılardır. Bu kodlamanın çıktısı ve bir sonraki durumu; o anki duruma ve girdiye bağlıdır.

1.dereceden Markov zincirine göre, durumlardan oluşan bir dizinin olasılığı:

$$Pr(d_1, d_2, \dots, d_n) = Pr(d_1) \prod_{i=1}^n Pr(d_i | d_{i-1}) \quad (2.9)$$

Denk. (2.9) dan, $Pr(d_1, d_2, d_3) = Pr(d_1).Pr(d_2|d_1).Pr(d_3|d_2)$ yazabiliriz. Kafeste bir koldaki (branch) sonsal olasılık (APP), $Pr(s_{k-1}, s_k, \mathbf{y})$ şeklinde ifade edilir [13]:

$$Pr(s_{k-1}, s_k, \mathbf{y}) = Pr(s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}, s_k, y_k, y_{k+1}, \dots, y_N) \quad (2.10)$$

Burada, s_{k-1} , bir önceki durum anlamına gelir s_k ise o anki durum anlamına gelir. \mathbf{y} , gözlem vektörü yani alıcıya gelen kanal çıktı dizisidir. Denk. (2.10) şu şekilde $Pr(s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) \cdot Pr(s_k, y_k | s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) \cdot Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k, y_k)$ tekrar yazılabilir. O anki gözlem sonucu y_k , daha önceki gözlem sonuçlarına bağlı değildir. Bir sonraki durum, o andaki duruma bağlıdır. Bu iki nedenden dolayı; $Pr(s_k, y_k | s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) = Pr(s_k, y_k | s_{k-1})$ olarak yazılabilir. Daha sonra yapılacak gözlem sonuçları, o anki ve geçmişteki gözlem sonuçlarına bağlı değildir. Bu sebepten dolayı; $Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k, y_k) = Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k)$ şeklinde yazılabilir. Tekrar yazarsak bir koldaki sonsal olasılığı (APP):

$$Pr(s_{k-1}, s_k, \mathbf{y}) = Pr(s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) \cdot Pr(s_k, y_k | s_{k-1}) \cdot Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k) \quad (2.11)$$

$\alpha_{k-1}(s_{k-1}) = Pr(s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1})$: s_{k-1} durumuna gelinceye kadarki kafesteki tüm yolları ihtiva eden olasılık.

$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = Pr(s_k, y_k | s_{k-1})$: s_{k-1} durumundan s_k durumuna geçiş olasılığı.

$\beta_k(s_k) = Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k)$: s_k durumundan s_N durumuna geçerken kullanılabilir tüm yolları ihtiva eden olasılık.

Denk. (2.11)'i bir kez daha şu şekilde yazabiliriz:

$$Pr(s_{k-1}, s_k, \mathbf{y}) = \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k) \quad (2.12)$$

Denk. (2.12) deki alfa, beta ve gama bileşenleri şu şekilde elde edilirler:

$$\begin{aligned} \alpha_k(s_k) &= Pr(s_k, y_1, \dots, y_k) = \sum_{\forall s_{k-1} \in S} Pr(s_{k-1}, s_k, y_1, \dots, y_{k-1}, y_k) \\ &= \sum_{\forall s_{k-1} \in S} Pr(s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) \cdot Pr(s_k, y_k | s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) \\ &= \sum_{\forall s_{k-1} \in S} Pr(s_{k-1}, y_1, \dots, y_{k-1}) \cdot Pr(s_k, y_k | s_{k-1}) \\ &= \sum_{\forall s_{k-1} \in S} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \beta_{k-1}(s_{k-1}) &= Pr(y_k, \dots, y_N | s_{k-1}) \\ &= \sum_{\forall s_k \in S} Pr(y_k, y_{k+1}, \dots, y_N, s_k | s_{k-1}) \\ &= \sum_{\forall s_k \in S} Pr(s_k, y_k | s_{k-1}) \cdot Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k, y_k, s_{k-1}) \\ &= \sum_{\forall s_k \in S} Pr(s_k, y_k | s_{k-1}) \cdot Pr(y_{k+1}, \dots, y_N | s_k) \\ &= \sum_{\forall s_k \in S} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) &= Pr(s_k, y_k | s_{k-1}) = Pr(s_k | s_{k-1}) \cdot Pr(y_k | s_{k-1}, s_k) \\ &= Pr(c_k = c) \cdot p(y_k | v_k), \quad c \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

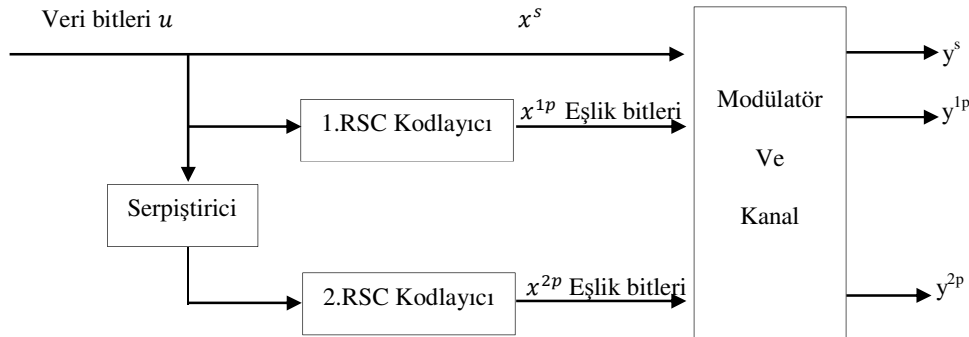
2.2.2.3 Turbo Kodlar ve Yinelemeli Kod Çözme

Paralel ardışık katlamalı kodlar (PCCCs) serpiştirilmeli, turbo kodlar olarak (Berrou, Glavieux, Thitimajshima) tarafından 1993 yılında, (Berrou, Glavieux) tarafından da 1996 yılında adlandırılmıştır [36, 37]. Hem blok kodlar hem de katlamalı kodlar için genel prensip: d_{min} 'i maksimize etmek amacıyla eşlik bitleri eklemektir. Minimum mesafeyi maksimize etmek iki sınırlama ile karşılaşır:

1. Kod Oranı; bilgi bitlerinin kod kelimesindeki toplam bitlere oranı uygun bir seviyede olmak zorundadır.

2. Kod, bir pratik kod çözme stratejisine izin vermek zorunda. Büyük minimum mesafeli kodları yapmak göreceli olarak kolaydır ama buna karşılık kod çözme stratejilerinin pratik olarak kullanışlı olması çok karmaşık (zor) olur.

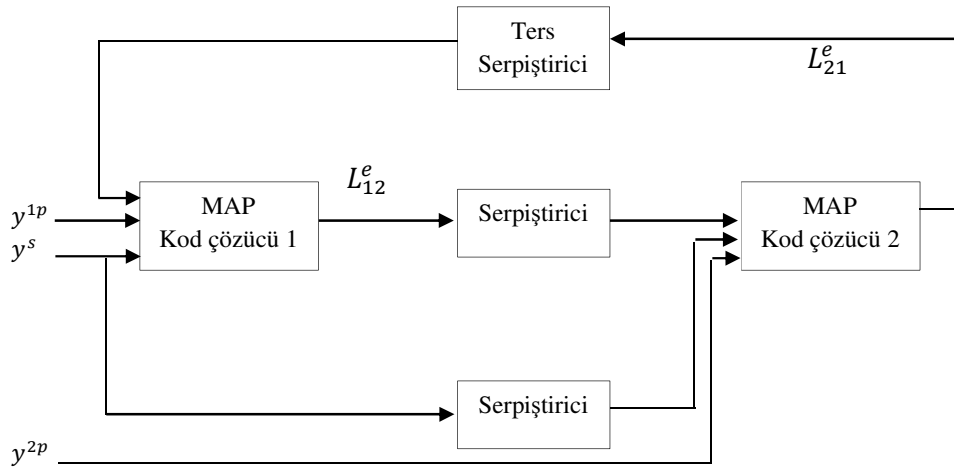
Turbo kodlar, hem katlamalı kodlardan hem de blok kodlardan özellikler almışlardır. Turbo kodların tasarımında, d_{min} önemli olmasına rağmen, düşük SNR da bu kodların diğer farklı özellikleri performansı artırır. Turbo kodlama, veriyi bozan gürültü varlığında sınırlı bant genişliğine sahip haberleşme linkinden maksimum bilgi transferi gerektiği durumlarda kullanılır. Bir basit turbo kodlayıcı, iki RSC kodlayıcı ve bir serpiştiriciden oluşur ve Şekil 2.11 de gösterilmektedir. Şekil 2.11 de gösterilen turbo kodlayıcının kod oranı $R_c = 1/3$ tür. Turbo kodlayıcıya bilgi, bloklar halinde girer. Turbo kodlayıcının ilk durumu genellikle sıfıra set edilir. Veri bloğu kodlandıktan sonra durum tekrar sıfıra set edilir. Veri bitlerinin kodlanmasından sonra eşlik sağlama bitleri eklenir. Turbo kodlamanın temel unsurlarından biri olan ardışık kodlama ilk olarak Forney [38] tarafından ortaya atılmıştır ve yüksek kod kazancına ulaşabilmek için iki ya da daha fazla basit kodlayıcının seri veya paralel birleştirilmesi ile oluşur. Turbo kodlama ve kod çözme şu kitaplarda ayrıntılı anlatılmıştır [39-41].



Şekil 2.11. Paralel birleştirilmiş kod (turbo kod) için kodlayıcı.

Şekil 2.11 de görüldüğü üzere, 1.RSC kodlayıcı veri dizisini aynen alırken, 2.RSC kodlayıcı veri dizisinin serpiştirilmiş halini almaktadır. Bunun sebebi: kodlanmış dizilerden birinin bir bölümünün kanal gürültüsünden etkilenmesi durumunda, diğer

kodlanmış serinin aynı bölümünün kanal gürültüsünden etkilenmeyecek olmasının varsayılmasıdır. Bu sayede, doğru alınan seri ile diğer serinin hatalı kısmının düzeltilmesi sağlanır. PCCC (turbo) kodlayıcı da, sistematik kodlayıcıların kullanılmasının nedeni, sistematik bitlerin kolay iletilmesini sağlamaktır.



Şekil 2.12. Turbo kod çözücünün blok diyagramı.

Logaritmik sonsal olasılık, logaritmik olabilirlik oranı şeklinde yazılabilir:

$$L(u_k) = \ln \frac{Pr(u_k = +1|\mathbf{y})}{Pr(u_k = -1|\mathbf{y})} = \ln \frac{\sum_{\forall s_k \in S, u_k = +1} Pr(s_{k-1}, s_k, \mathbf{y})}{\sum_{\forall s_k \in S, u_k = -1} Pr(s_{k-1}, s_k, \mathbf{y})}$$

$$L(u_k) = \ln \frac{\sum_{\forall s_k \in S, u_k = +1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall s_k \in S, u_k = -1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)} \quad (2.16)$$

Bayes' kuralından $L(u_k) = \ln \frac{Pr(\mathbf{y}|u_k=+1)}{Pr(\mathbf{y}|u_k=-1)} + \ln \frac{Pr(u_k=+1)}{Pr(u_k=-1)}$. İkinci terim önsel bilgidir, ilk terim ise $L^e(u_k) \triangleq \ln \frac{Pr(\mathbf{y}|u_k=+1)}{Pr(\mathbf{y}|u_k=-1)}$ harici bilgidir. Veri bitlerinin olasılığı ise:

$$Pr(u_k) = \frac{e^{-L^e(u_k)/2}}{1 + e^{-L^e(u_k)}} \cdot e^{L^e(u_k)/2} \quad (2.17)$$

BPSK modülasyon kullanıldığı varsayıldığında; $\frac{E_c}{N_0/2} = \frac{1}{\sigma^2}$ olduğundan, $\sigma^2 = N_0/2E_c$ olur, burada $E_c = rE_b$ dir ve E_b ise kanal biti başına enerjidir [42]. $y_k = (y_k^s, y_k^p)$ ve $x_k = (x_k^s, x_k^p) = (u_k, x_k^p)$ olduğundan, $p(y_k|u_k) \propto \exp\left[-\frac{(y_k^s - u_k)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y_k^p - x_k^p)^2}{2\sigma^2}\right]$ şeklinde yazılabilir. Denk. (2.15) ten şu ifade çıkartılabilir:

$$\begin{aligned} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) &= Pr(u_k) \cdot p(y_k|v_k) \\ \gamma_k(s_{k-1}, s_k) &\sim \exp\left[\frac{1}{2}u_k(L^e(u_k) + L_c y_k^s) + \frac{1}{2}L_c y_k^p x_k^p\right] \\ &= \exp\left[\frac{1}{2}u_k(L^e(u_k) + L_c y_k^s)\right] \cdot \gamma_k^e(s_{k-1}, s_k) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Denk. (2.18) de, $L_c = 4E_c/N_0$. $L(u_k)$ tekrar şu şekilde yazılabilir:

$$L(u_k) = L_c y_k^s + L^e(u_k) + \ln \frac{\sum_{\forall s_k \in S, u_k = +1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k^e(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall s_k \in S, u_k = -1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k^e(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)} \quad (2.19)$$

Denk. (2.19) daki ilk terim kanal değeri olarak adlandırılır, ikinci terim diğer kod çözücünden gelen önsel bilgidir, üçüncü terim ise diğer kod çözücüyeye gönderilen harici bilgidir. $L_1(u_k) = L_c y_k^s + L_{21}^e(u_k) + L_{12}^e(u_k)$.

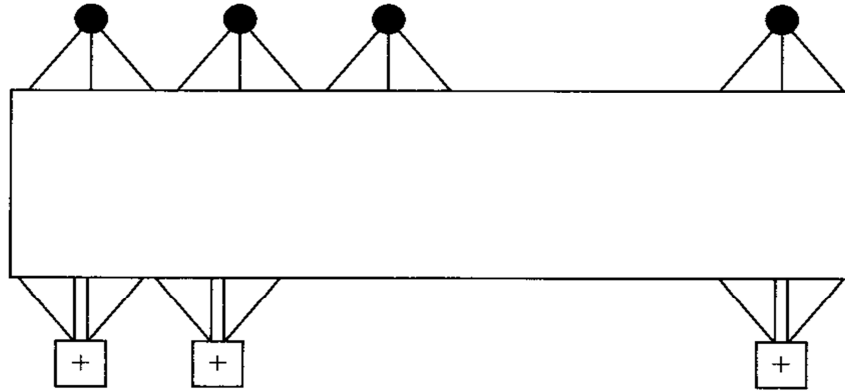
2.2.2.4 Düşük Yoğunluklu Eşlik Denetim Kodları (LDPC)

LDPC kodlar, doğrusal blok kodlardır ve bir seyrek eşlik sağlama matrisi ile tanımlanırlar [13, 43]. Bu kodlar, Gallager tarafından 1960, 1963 yıllarında ortaya atılmıştır [44, 45]. Tanner 1981 yılında bu kodların grafiksel gösterimini bulmuştur. McKay ve Neal [46] yaptıkları çalışmalarda LDPC kodların Shannon sınırına yakın bir hata başarımına sahip olduğunu göstermiştir. Bu kodların performansı turbo kodları ile boy ölçüşür. LDPC kodların çözülmesi turbo kodlardan farklı olarak daha az karmaşık ve daha kısa bir süreçtir ancak, kodlanması kod sözcük uzunluğunun karesi ile orantılı olarak uzun zaman almaktadır [13]. Düşük yoğunluktan kasıt, eşlik sağlama matrislerinin içinde 1 lerin sayısının az olmasıdır.

Bir düzenli düşük yoğunluklu eşlik denetimi şöyle tanımlanabilir; bir doğrusal blok kod olarak seyrek eşlik sağlama matrisinin $\mathbf{H}_{m \times n}$ aşağıdaki koşulları sağlamak şartı ile

1. \mathbf{H} 'in her bir satırında w_r kadar 1 var ve $w_r \ll \min\{m, n\}$
2. \mathbf{H} 'in her bir satırında w_c kadar 1 var ve $w_c \ll \min\{m, n\}$

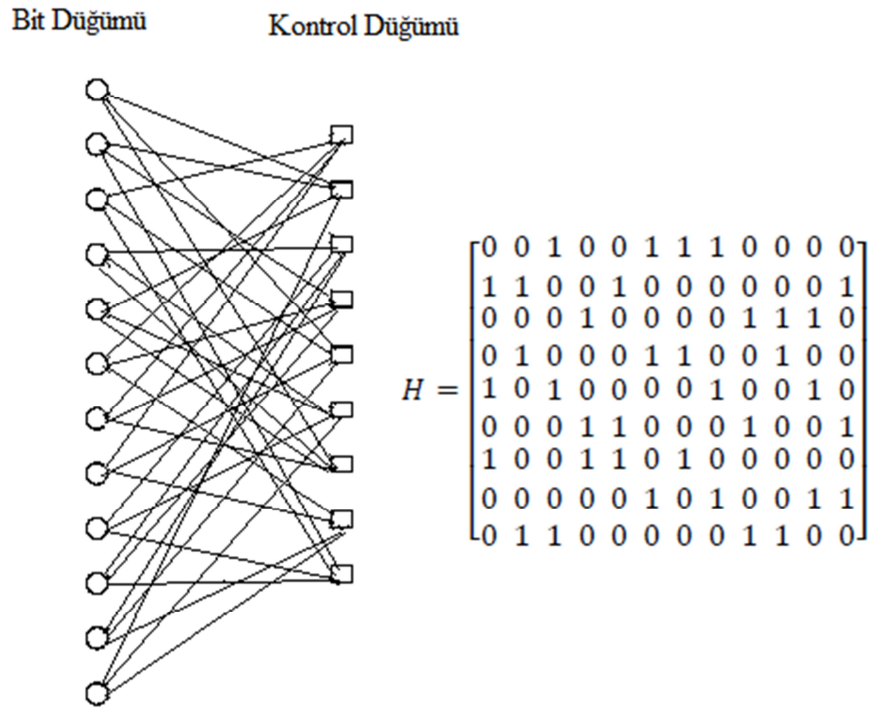
LDPC kodun yoğunluğu r ile gösterilir ve $r = \frac{w_r}{n} = \frac{w_c}{m}$ bu ifadelerle eşittir. Kod oranı ise, $R_c = 1 - \text{rank}(\mathbf{H})/n$ dir. Bir düzenli LDPC kodun Tanner çizgesi, bit ve kontrol düğümlerinden oluşur [43] ve Şekil 2.13 te gösterilmektedir [13].



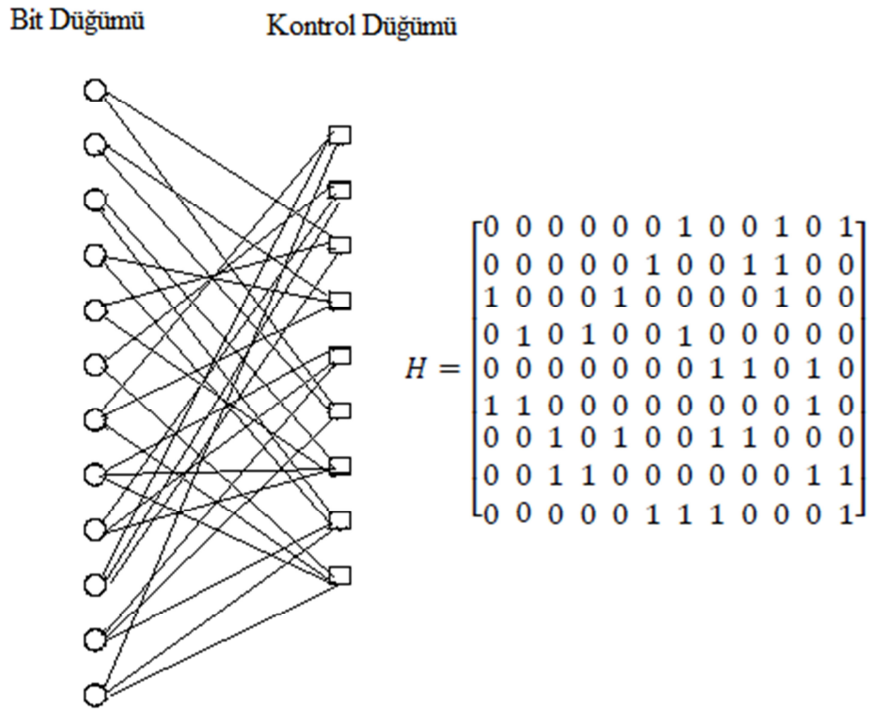
Şekil 2.13. Bir düzenli LDPC kod için $w_r=4$ ve $w_c=3$ olan Tanner çizgesi.

Şekil 2.13 teki kare şekiller kontrol düğümlerini, içi dolu daireler ise veri bit düğümlerini gösterir [47]. \mathbf{H} matrisinin (i,j) ninci elemanının değerinin 1 olabilmesi için, Tanner çizgesinde i . kontrol düğümünün j . veri bit düğümüne bağlı olması gerekmektedir. Şekil 2.14 te bir düzenli LDPC koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi ve onun eşlik sağlama matrisi gösterilmektedir [43].

Bir düzenli LDPC kodun eşlik sağlama matrisinin satırlarındaki ve sütunlarındaki 1 değerli bitlerin sayısı sabit, bir düzensiz LDPC kodunda ise düzensizdir. Şekil 2.15 te bir düzensiz LDPC koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi ve onun eşlik sağlama matrisi gösterilmektedir [43]. Düzensiz LDPC kodlar, üreteç fonksiyonları yardımıyla tanımlanabilir:



Şekil 2.14. Düzenli bir LDPC (3,4) koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi ve eşlik sağlama matrisi.



Şekil 2.15. Düzensiz bir LDPC (3,4) koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi ve eşlik sağlama matrisi.

$$\lambda(x) = \sum_{d=1}^{d_r} \lambda_d x^{d-1} \quad (2.20)$$

$$\rho(x) = \sum_{d=1}^{d_c} \rho_d x^{d-1}$$

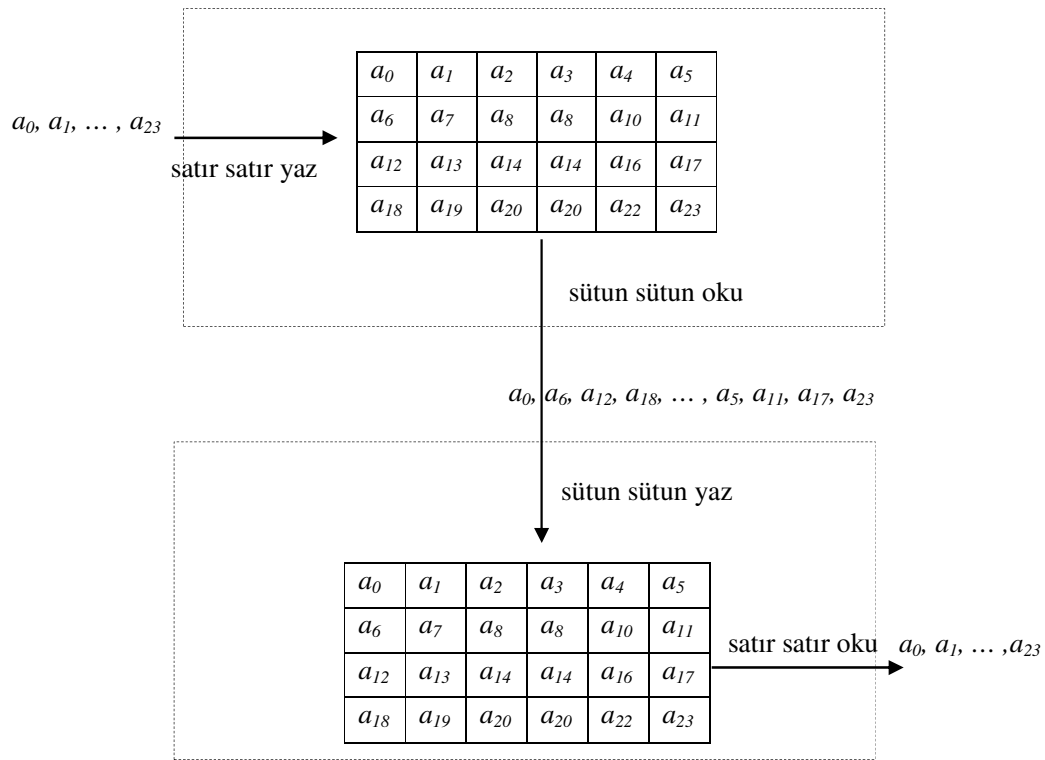
burada λ_d ; d dereceli bit düğümlerinin oranı, ρ_d ; ise d dereceli kontrol düğümlerinin oranıdır. d_r iki taraflı çizge üzerinde bit düğümlerine ait düğümlerin en yüksek derecesini, d_c ise kontrol düğümlerine ait düğümlerin en yüksek derecesini göstermektedir. Bir düğümün derecesi ona bağlı olan hatların sayısıdır [13, 43].

2.3. Serpiştiriciler

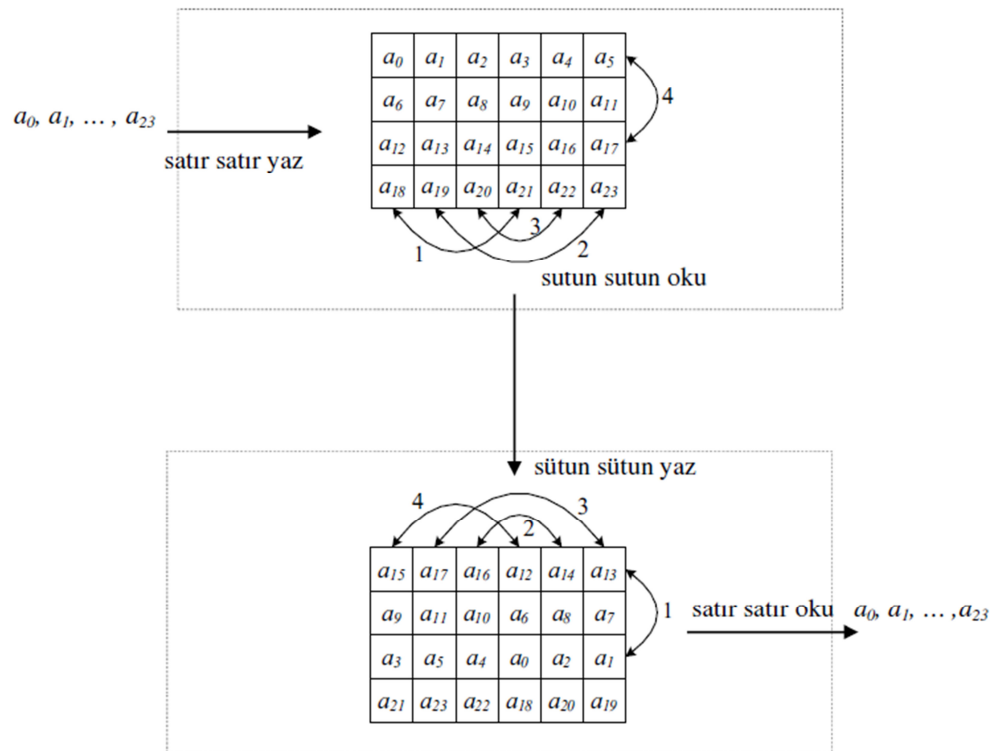
Bazı kanallar hata patlamalarına yol açabilirler mesela çok yollu ve sönümlenmeli kanallar bir diğer kanal grubu da manyetik kayıt (teyp, disk) kanallardır [13]. Hata düzelten kodların hata düzeltme kapasiteleri, hata patlaması durumunda çok düşmektedir. Hata düzelten kodların bir kod sözcüğünde düzeltebileceği bit sayısı d_{min} ile sınırlıdır [48]. İletim esnasında oluşacak hataların etkisini minimize etmek için serpiştiriciler kullanılır. Bir serpiştirici önceden belirlenmiş fonksiyonu sayesinde almış olduğu veri dizisinin, bitlerinin sırası değiştirilmiş halde üretir. Serpiştiriciler iki ana kategoriye ayrılırlar: blok serpiştiriciler ve katlamalı serpiştiriciler [48].

2.3.1 Blok Serpiştirici

Bir blok serpiştirici, veri dizisini blok blok alır. axb boyutlu bir giriş dizisi, serpiştirme için kullanılan bir matrise satır satır yazılıp sütun sütun okunmaktadır. Ters serpiştirici ise sütun sütun bir matrise yazılıp satır satır okunmaktadır [49]. Şekil 2.16 da bir 4×6 serpiştirici ve ters serpiştirici gösterilmektedir. Genelde, axb boyutlu bir serpiştiricide kod sözcüğünün uzunluğu b seçilir [49]. Bir blok serpiştirici farklı satır ve sütun permütasyonlu Şekil 2.17 de gösterilmektedir.



Şekil 2.16. Bir 4x6 basit blok serpiştirme/ters serpiştirme.



Şekil 2.17. Bir 4x6 basit blok permütasyonlu serpiştirme/ters serpiştirme.

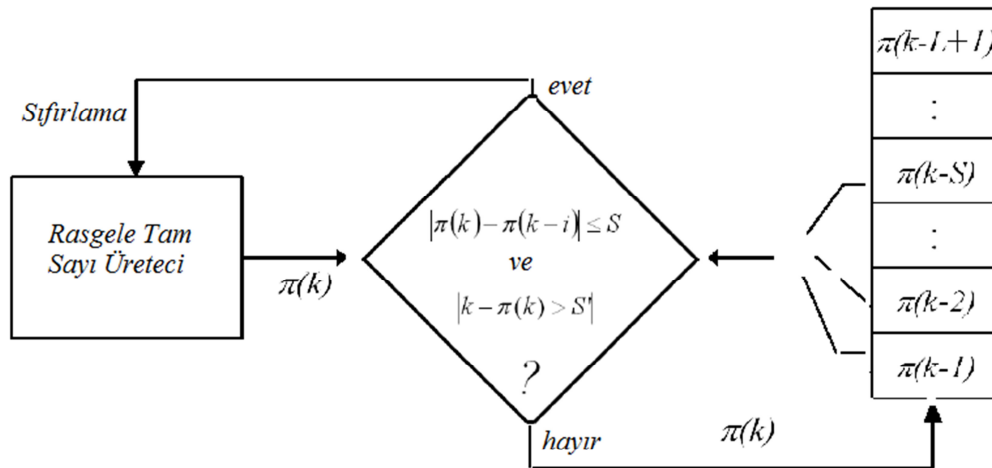
Bu permütasyonlar karmaşıklığı artırır. Blok ebatı arttıkça permütasyon sayısı ile birlikte, bir blok serpiştiricinin özelliklerini analiz etmek güçleşir [48].

2.3.1.1 Rasgele Serpiştirici

Bir rasgele serpiştirici, bitleri rasgele üretilen bir fonksiyon ile yeniden dizer. Burada yeniden dizme, bir kurala bağlı değildir. Serpiştirme ve ters serpiştirme işlemlerinde sembollerin nereye yerleştirileceği birer tablo yardımıyla yapılır.

2.3.1.2 S-rasgele Serpiştirici

Rasgele serpiştiriciler, veri dizilerinin yeteri kadar yayılmalarını garanti etmez. Bunu ortadan kaldırmak için yarı-rasgele serpiştiriciler bulunmuştur ve S-rasgele serpiştiriciler olarak adlandırılmışlardır [50]. S-rasgele serpiştiriciye giren ardışık iki bitin, serpiştirici çıktısında aralarındaki fark S tam sayısından az olmamalıdır. S-rasgele serpiştiricinin çalışma prensibi Şekil 2.18 de gösterilmektedir. S koşulu sağlandığında algoritma yakınsar ve S' dikkate alınmaz. Tasarımcılar, S' birkaç kez artırırlar ve algoritmanın yakınsadığı en yüksek S' değerini bulurlar. Literatürde optimum S değeri, $S \leq \sqrt{N/2}$ ifadesinden elde edilir. S=1 olduğu durumda, klasik rasgele serpiştirici elde edilir.



Şekil 2.18. S-rasgele serpiştirici

2.3.1.3 Aralarında Asal Serpiştirici

Blok uzunluğu N verildiğinde, bir basit aralarında asal serpiştirici tasarlanır bir asal sayı ile.

$$\Pi(k) = (\Pi(k - 1)xp) \bmod N \quad (2.21)$$

Denk. (2.21) de p asal sayıdır. Blok uzunluğu N , iki kısma n_1 ve n_2 ayrılır şöyle ki, $N = n_1 \times n_2$. Her iki kısma farklı permütasyonlar uygulanır. En azından bir kısım, Denk. (2.21)'i kullanılarak oluşturulan tabloyu kullanır. Bu tip serpiştiriciler özellikle kısa blok uzunluklarında iyi sonuçlar verir.

2.3.1.4 Deterministik Serpiştirici

Deterministik (Rasgele olmayan) karaktere sahip serpiştirici ilk kez Takeshita ve Costello [51] tarafından ortaya atıldı. Temel eşleme fonksiyonu [51]:

$$c(m) = (c(m - 1) + k.m) \bmod N; \quad 1 < m < N \quad (2.22)$$

Denk. (2.22) de, $c(0)=0$ ve k tekil sabit seçilir. Serpiştirici işlemi ise şu şekilde gösterilebilir:

$$\Pi(m) = c(m) \rightarrow c(m + 1) \quad 0 \leq m < N \quad (2.23)$$

2.3.1.5 ARP ve QPP Serpiştiriciler

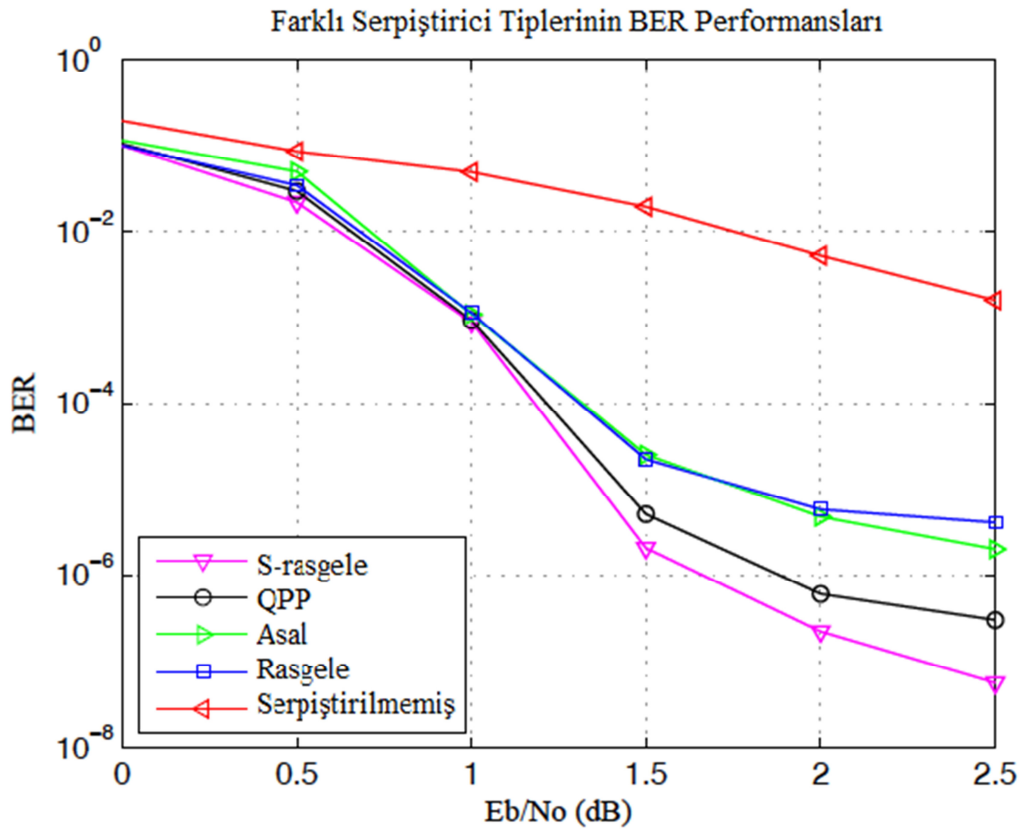
Serpiştirici adreslerini anında deterministik yolla üreten serpiştiriciler bu çalışmada [52] önerildi ve hemen hemen düzenli sıra değiştiren (ARP) serpiştiriciler olarak adlandırıldı. Bu tip serpiştiriciler doğrusal permütasyon (devşirim) polinom temellidir [48]:

$$\Pi(k) = (P.k + Q(k)) \bmod N \quad (2.24)$$

Denk. (2.24) deki P ve $Q(k)$ pozitif tam sayıdır. $Q(k)$, şu şekilde yazılabilir, $Q(k)=A(k).P+B(k)$, burada $A(k)$ ve $B(k)$ pozitif tam sayıdır. Diğer bir önemli ve daha yeni bir deterministik serpiştirici tipi, ikinci dereceden devşirim polinomlu (QPP) serpiştirici bu çalışmada [53] ortaya atıldı. QPP serpiştirici ikinci dereceden polinom temellidir:

$$\Pi(x) = (f_1 \cdot x + f_2 \cdot x^2) \text{ mod } N \quad (2.25)$$

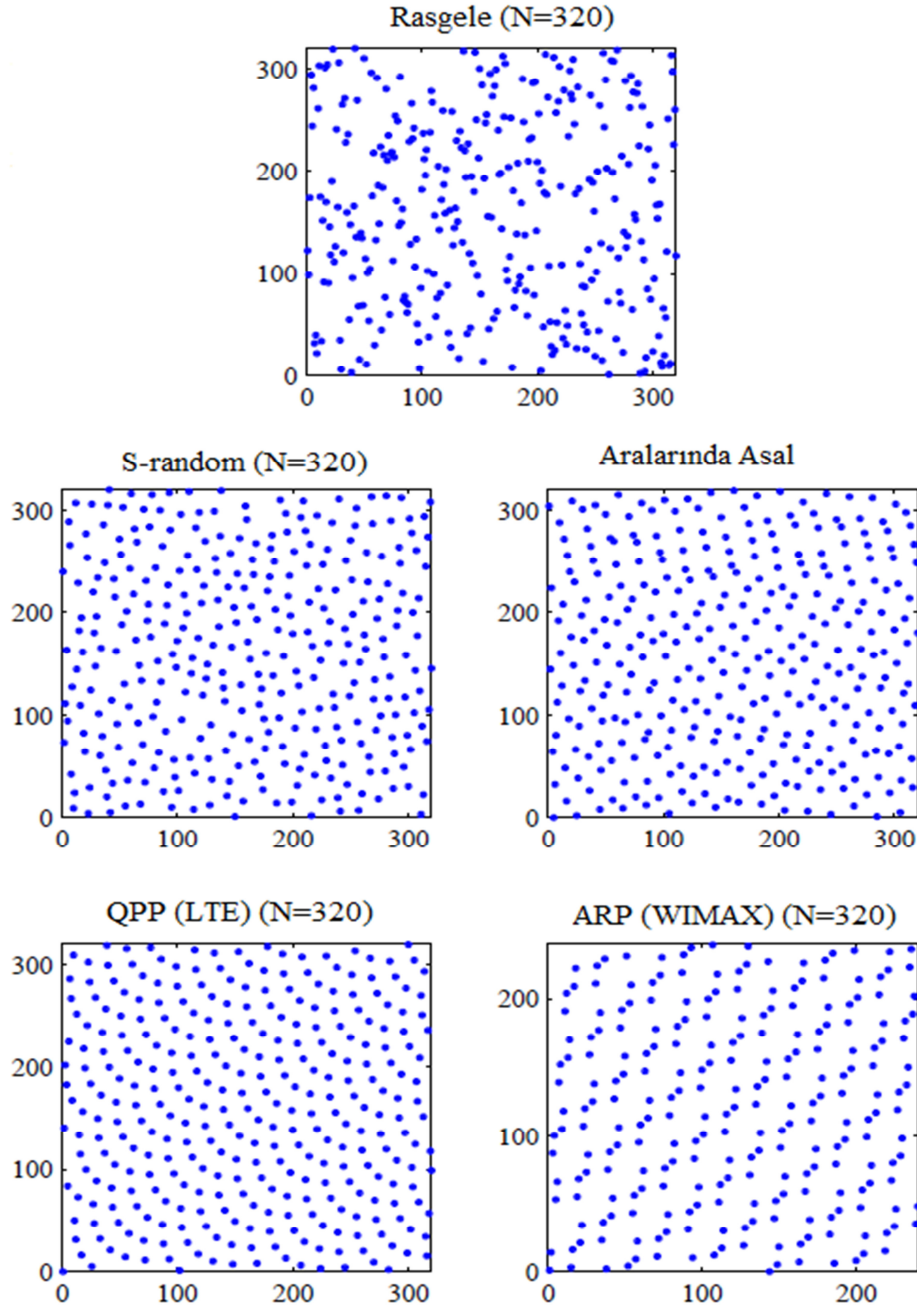
diziyi tamamen tanımlayabilmek için QPP serpiştirici iki parametreye ihtiyacı var; f_1 ve f_2 . Blok ebatı 2^3m , $m=\{1, 2, 3\}$ ve genellikle $f_2=2m$ seçilir [48].



Şekil 2.19. AWGN kanal modelinde 1/3 kod oranlı turbo kod çözücü ve farklı serpiştiriciler kullanılarak elde edilen BER performanslarının karşılaştırılması.

Şekil 2.19 de bazı blok serpiştiricilerin 1/3 kod oranlı turbo kod çözücü ile kullanılması sonucu elde edilen BER performansları gösterilmektedir [48]. S-rasgele serpiştirici en iyi BER değerlere sahip olduğu görülüyor ama uygulamak

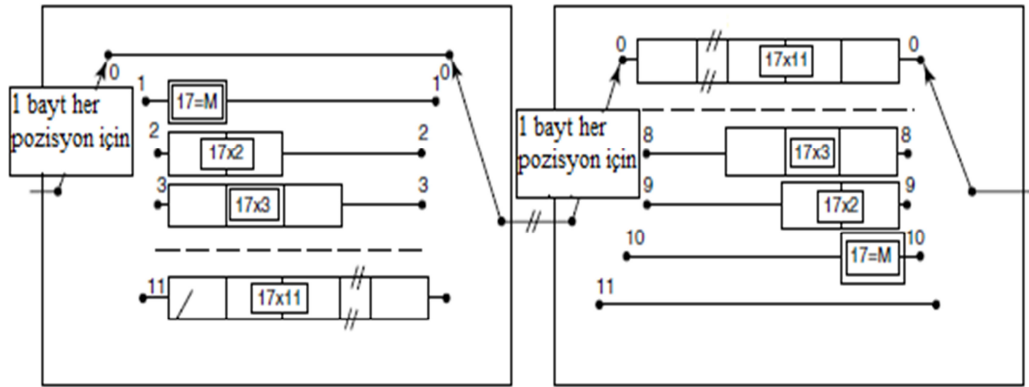
kolay değil. Şekil 2.20 da serpiştiricilerin grafiksel sembol dağılımları gösterilmektedir [48]. ARP ve QPP serpiştiricileri diğerlerine göre daha düzenli dağılıma sahiptirler ve uygulanmaları daha kolaydır. Aralarında asal serpiştirici, ARP ve QPP serpiştiricilere göre daha düzensiz ama S-rasgele ve rasgele serpiştiricilere göre daha düzenli dağılıma sahiptir.



Şekil 2.20. Farklı serpiştirici tipleri için grafiksel dağılım gösterimi

2.3.2 Katlamalı Serpiştirici

Katlamalı serpiştiriciler, serpiştirme işlemine başlamak için blok uzunluğunda verinin tamamen serpiştiriciye girmesini beklemezler. Katlamalı serpiştiriciler ilk defa Ramsey [54] ve Forney [55] tarafından önerildi. Şekil 2.21 da bir katlamalı serpiştirici ve ters serpiştirici gösterilmektedir.



Şekil 2.21. Bir katlamalı serpiştirici ve ters serpiştirici

axb boyutlu bir katlamalı serpiştirici genelde (a,b) bellek matrisi şeklinde ifade edilir, burada a : satır sayısını, serpiştirme derecesini veya serpiştiricinin periyodunu ifade ederken b : sütun sayısını ifade eder. Şekil 2.21 deki katlamalı serpiştiricinin derecesi/periyodu/satır sayısı 12 dir. Her bir kolda jM hücreli bir kayan yazmaç vardır burada j kol endeksidir. Kayan yazmacın her bir hücresi 1 bayt ihtiva eder. Sıfır nolu kol, senkronizasyon amaçlı kullanılır. $b = M.a$ olduğundan dolayı $b = 17 \times 12 = 184$ bayt olur. Vericide, semboller $(j-1)M$ hücre geciktirilir serpiştiricide, alıcıdaki ters serpiştiricide ise $(a-j)M$ hücre ilave geciktirilir ve toplamda gecikme $(a-1)M$ olur. Neticede, serpiştirici için gerekli olan hafıza ebatı $a.(a-1)M = (a-1)b$ semboldür [56-58].

BÖLÜM 3. KLASİK DENKLEŞTİRME VE KOD ÇÖZME

Haberleşme sistemlerinde klasik denkleştirme ve kod çözme işleminde; denkleştirme ve kod çözme birbirlerinden bağımsız yapıdır [3]. Kanal bir kere denkleştirilir ve akabinde ters serpiştirme işleminden sonra kodlanmış veri kanal kod çözücü tarafından çözülür.

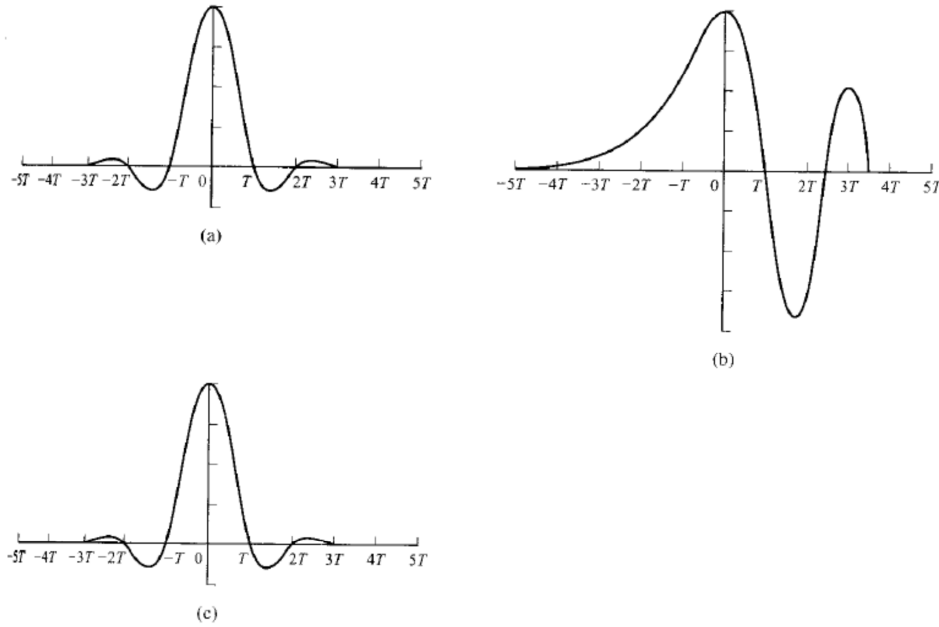
3.1 Semboller Arası Girişim (ISI)

Kanal sembolleri arasındaki girişim; bir sembolün kendisinden sonra gelen sembollerle karışması literatürde intersymbol interference (ISI) olarak bilinir, haberleşme kanalının frekans yanıtının mükemmel olmamasından dolayı oluşur. ISI'nın etkisini en aza indirmek için, iki yönteme başvurulur [1]:

1. Vericide ve alıcıda, darbe şekillendirici filtre kullanılır.
2. Alıcıda, kanal denkleştirme işlemi yapılır.

Mesela, bant sınırlı bir kanalın frekans yanıtı $H(f) = 0, |f| > W$ olsun. Kanalın bant genişliği içindeki frekans yanıtı, $H(f) = |H(f)|e^{j\beta(f)}$ olur. Kanalın genlik yanıtı $|H(f)|$, faz yanıtı ise $\beta(f)$ tir. Kanalın mükemmel olması için: 1) $|H(f)|$ her $|f| < W$ için, sabit olmalıdır. 2) $\beta(f)$, frekansın bir doğrusal fonksiyonu olmalıdır. Aksi takdirde kanal mükemmel değildir ve bundan dolayı kanal, sinyalin ya genliği bozar ya da fazda gecikmesine neden olur.

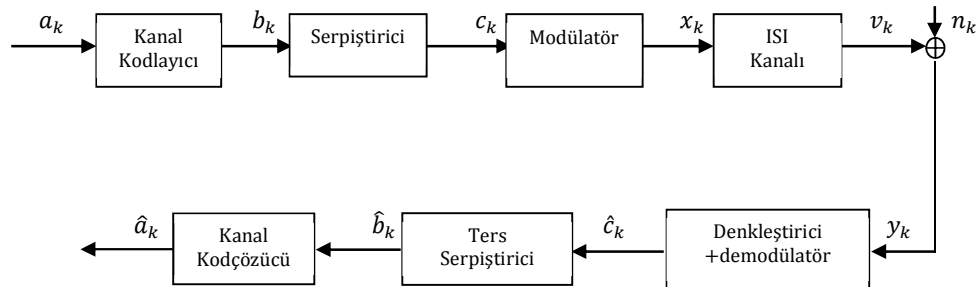
Şekil 3.1 (a) da, iletim filtresinden çıkan darbe sinyali, (b) de haberleşme kanalının sinyali bozmuş hali, (c) de ise, alıcıda denkleştirme işlemi yapıldıktan sonra elde edilen sinyal gösterilmektedir. Şekil 3.1 den görüldüğü üzere, denkleştirildikten sonra elde edilen sinyal kanala bırakılan sinyal ile aynıdır [13].



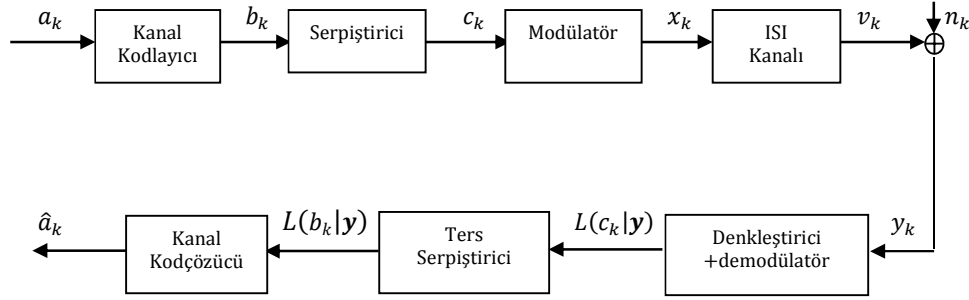
Şekil 3.1. (a) kanal girdi sinyali (b) kanal çıktı sinyali (c) denkleştirici çıktı sinyali

3.2 Sıfır-Bir ve Yumuşak Kararlı Denkleştirme ve Kod Çözme

Klasik denkleştirme ve kod çözme yapan haberleşme sistemlerinde denkleştirme ve kod çözme işlemleri birbirlerinden bağımsız yapırlar. Denkleştirici çıktısı ve kod çözücü girdisi yumuşak bilgi (bitlerin sıfır mı bir olduğu hakkında olasılık bilgilerinin oranı) ise, alıcıda yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme işlemi yapılmıştır demektir. Sıfır-bir kararlı denkleştirme ve kod çözme işlemlerinin birbirlerinden bağımsız olarak yapılması Şekil 3.2 de, yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme işlemlerinin birbirlerinden ayrı olarak yapılması ise Şekil 3.3 de gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Sıfır-bir kararlı denkleştirme ve kod çözme



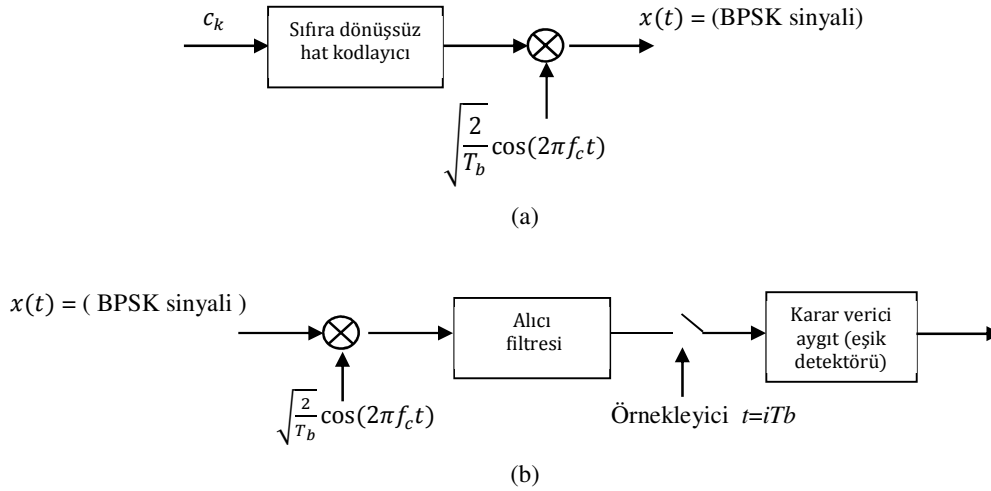
Şekil 3.3. Yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme

İletilmek istenen veri haberleşme kanalındaki gürültüden mümkün mertebe etkilenmemesi için vericide kanal kodlayıcı tarafından kodlanır. Kodlanmış veri dizileri, alıcıda uzun hata patlamaları olmasını engellemek için serpiştiriciler tarafından harmanlanır (kod bitlerinin sırası değiştirilir). Serpiştirici kullanımı haberleşme sistemlerinin başarısını artırır.

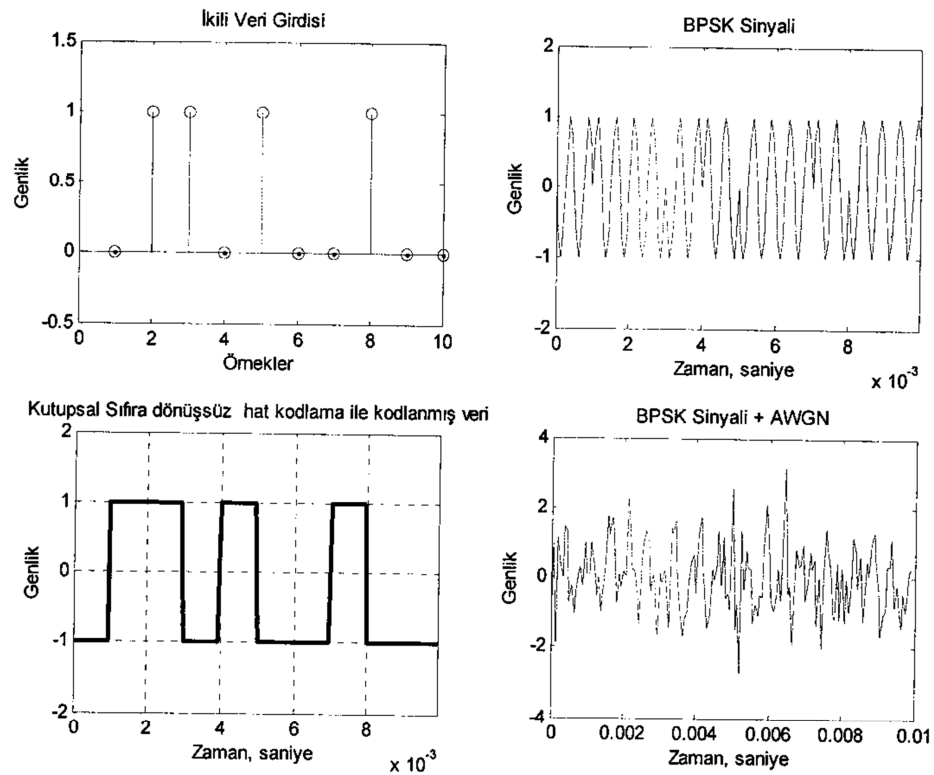
3.2.1 BPSK Sinyallerinin NRZ kodlama ile Üretilmesi ve Eşvreli Algılanması

Serpiştirilmiş kod bitleri modülatörden geçirilerek (modülasyon işlemi) kanal sembolleri elde edilir. BPSK (ikili faz kaydırmalı anahtarlamada): analog bir sinüs taşıyıcı dalganın fazı, sembol +1 veya sembol -1 olmasına göre, iki değer arasında anahtarlanır, mesela 0^0 ve 180^0 . Bu sırada, taşıyıcının frekansı ve genliği sabit tutulur. Sinüs taşıyıcı sayısal haberleşme literatüründe şöyle gösterilir: $c(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$, bu ifadede $\sqrt{\frac{2}{T_b}}$: taşıyıcının genliğini, f_c : taşıyıcının frekansını ve ϕ_c : taşıyıcının fazını belirtir. BPSK sinyallerinin, sıfıra dönüşsüz hat kodlayıcı (NRZ) dikdörtgen darbeleri kullanımı ile üretilmesi ve eşvreli algılanması Şekil 3.4 te gösterilmektedir [1].

BPSK sinyali, çarpım modülatörü ile sıfıra dönüşsüz hat kodlayıcının seri bağlanması ile üretilir. Sıfıra dönüşsüz kodlayıcı (NRZ), ikili girdi veri dizisini kutupsal biçimde kodlar: sembol 1 sabit genlik seviyesi $\sqrt{E_b}$ ile sembol -1 ise sabit genlik seviyesi $-\sqrt{E_b}$ ile gösterilir. E_b bit başına iletilen enerjidir. NRZ ile kodlanmış dalganın sinüs taşıyıcı ile çarpılması sonucu BPSK sinyal üretilmiş olur.



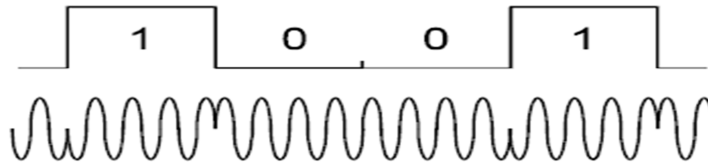
Şekil 3.4. (a) BPSK modülatör (b) BPSK için eşvrelili dedektör.



Şekil 3.5. 10 adet sıfır-bir değerli bir veri dizisinin BPSK sinyallerine dönüştürülmesi ve AWGN gürültünün eklenmesi.

BPSK demodülatörde kullanılan sinüs referans sinyalinin hem fazı hem de frekansı, BPSK modülatörde kullanılan taşıyıcı dalganınki ile eş zamanlı ise, alıcı eşvrelili

denir. Bu iş PLL ile kotarılır. Alıcı ayrıca, her bir ikili sembol tarafından işgal edilen aralığı da bilir (T_b). Eşevreli BPSK dedektörde kullanılan alıcı filtresinin bant genişliğinin $\geq \frac{1}{T_b}$ olmasına dikkat edilmelidir. Alıcı filtre: çarpım modülatör çıktılarının çift frekans bileşenlerini siler. Örnekleyici, filtre çıktılarını düzgünce $t = iT_b$ anında örnekler. Karar verici aygıt: her T_b saniyede, filtre çıktısını eşik değeri ile karşılaştırılır. BPSK sinyallerinin üretilmesi ve kanalda gürültü eklenmiş hali Şekil 3.5 de gösterilmektedir.

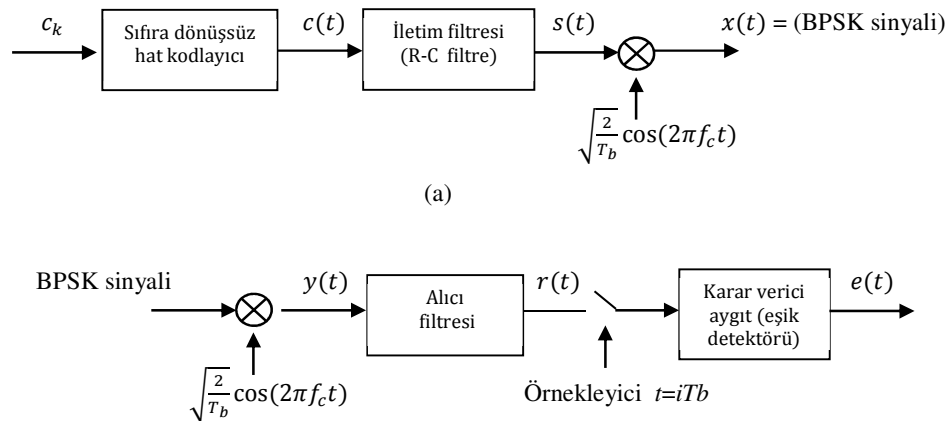


Şekil 3.6. 1001 dizisi ve dizinin BPSK modüasyonlu hali.

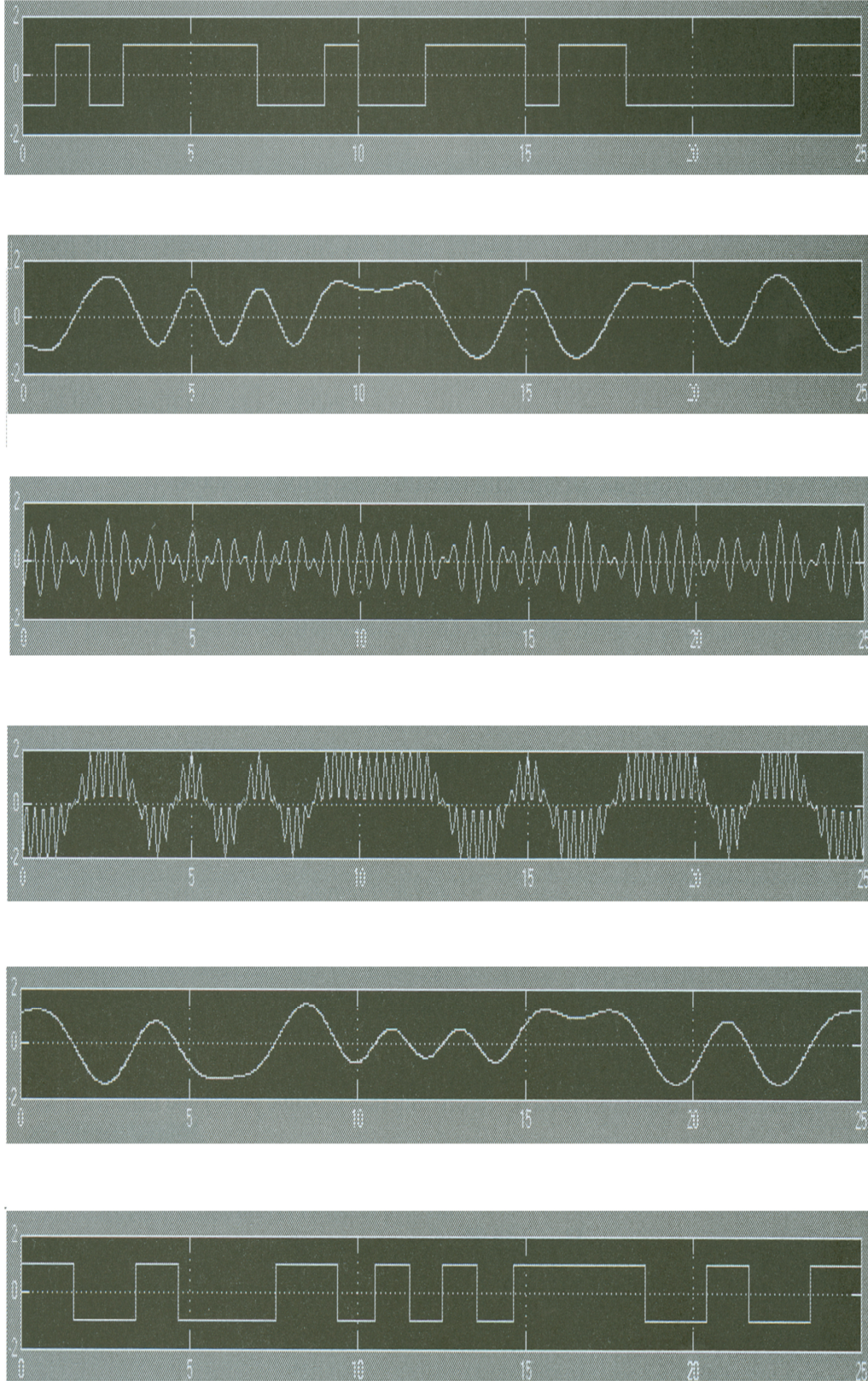
4 bit uzunluğundaki bir veri dizisinin BPSK sinyallerine dönüştürülmüş hali Şekil 3.6 da gösterilmektedir.

3.2.2 BPSK Sinyallerinin Yükseltilmiş-Kosinüs Darbeleri Kullanımı ile Üretilmesi ve Eşevreli Algılanması

BPSK sinyallerinin, sıfıra dönüşsüz hat kodlayıcı (NRZ) ve yükseltilmiş-kosinüs (R-C) darbeleri kullanımı ile üretilmesi ve eşevreli algılanması Şekil 3.7 ve Şekil 3.8 de gösterilmektedir [59].



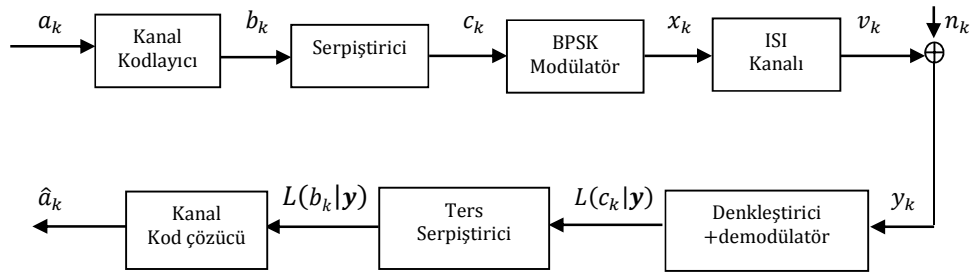
Şekil 3.7. (a) Yükseltilmiş-kosinüs darbeli BPSK modülatör (b) BPSK için eşevreli dedektör.



Şekil 3.8. Sırasıyla $c(t)$, $s(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $r(t)$, $e(t)$ sinyalleri gösterilmektedir.

3.2.3 BPSK Modülasyonlu Haberleşme Sistemlerinde Yumuşak Kararlı Denkleştirme ve Kod Çözme Uygulaması

Denkleştiriciler, kafes (trellis) temelli ya da filtre temelli olabilirler. Tezde, kafes temelli MAP denkleştirici kullanılmıştır. Alıcıda, yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözmenin bit hata oranı, sıfır-bir kararlı denkleştirme ve kod çözmenininkinden daha iyidir. Yumuşak kararlı kod çözme MAP ve Viterbi algoritma (VA) kullanımı ile ilk kez Hagenauer ve Hoehner [60] tarafından yapılmıştır. BPSK demodülasyonlu yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme Şekil 3.9 da gösterilmektedir.



Şekil 3.9. BPSK demodülasyonlu yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme.

A. Verici

$K=512$ uzunluğunda ikili veri katarı (sıfır ve birler) $\mathbf{a} \triangleq [a_1, a_2, \dots, a_K]$, kanal kodlayıcı ile kodlanır ve elde edilen kod bitleri $\mathbf{b} \triangleq [b_1, b_2, \dots, b_N]$ ile gösterilir, kod oranı ise $R = K/N$. Bu çalışmada, $R=1/2$ kod oranlı Şekil 2.9 da kafes yapısı gösterilen kısıt uzunluğu 3 olan bir NRNSC kodlayıcı kullanılmıştır ve $N=1024$ olur. NRNSC kanal kodlayıcı sıfır durumundan kodlamaya başlar, Şekil 2.9 dan görüldüğü üzere mesela ilk veri biti sıfır ise kanal kodlayıcı çıktısı 00 olur. Bir başka deyişle $a_k/b_{2k-1}b_{2k}$, 0/00. Performansı arttırmak için rasgele (random) serpiştirici (Π) kullandık (16 durumlu rasgele serpiştirici kullanılmıştır). Alıcıda bit hatalarını azaltmak için b_k bitlerinin sırası vericide serpiştirici tarafından değiştirilmiştir. Serpiştirme sonucu elde edilen ikili dizi şöyle gösterilebilir $\mathbf{c} \triangleq [c_1, c_2, \dots, c_N]$. Daha sonra, BPSK modülatör kullanarak elde edilen kanal girdi sembolleri:

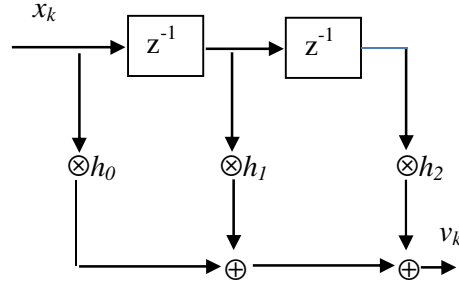
$$x_k = (-1)^{c_k} \quad (3.1)$$

B. Kanal Modeli

İletim filtresi, haberleşme kanalı ve alıcı filtresi örnekleme anlarında bir bütün olarak, ayrık zamanlı FIR (sonlu-dürtü yanıtı) filtre olarak modellenebilir [13, 59] ve şöyle yazılabilir kanal çıktısı:

$$y_k = \sum_{l=0}^L h_l x_{k-l} + n_k = \mathbf{h}^T \mathbf{x}_n + n_k = v_k + n_k, \quad 0 \leq k \leq N \quad (3.2)$$

Burada L , kanal hafıza uzunluğunu, $\mathbf{h} \triangleq [h_0, h_1, \dots, h_L]^T$ kanal katsayı vektörünü ve $\mathbf{x}_n \triangleq [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}]^T$ n. kafes segmentindeki k anındaki durum geçişlerini, n_k ise toplanır beyaz Gauss gürültü (AWGN) örneği olduğunu belirtir. Bu çalışmada, $L=2$ ve $N=1024$ olarak kullanılmıştır.



Şekil 3.10. Kanalın dallı gecikme hatlı devresi, uzunluğu (kanal hafızası) $L=2$

C. MAP Denkleştirici

BPSK/ISI kanalı ve ona karşılık gelen süper-kafes Şekil 3.10-11 de gösterilmektedir. Süper-kafesteki geçerli dal sayısı sekiz $\mathfrak{B} = \{(r_0, r_0), (r_0, r_1), (r_1, r_2), (r_1, r_3), (r_2, r_0), (r_2, r_1), (r_3, r_2), (r_3, r_3)\}$ ve haberleşme kanalı dört farklı durumda olabiliyor şöyle ki $s_k \in \{r_0, r_1, r_2, r_3\}$. $k-1$ anındaki durumdan (s_{k-1}), k anındaki duruma (s_k) geçiş olasılıkları şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = \frac{1}{2\sigma_n \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(y_k - v_k)^2}{2\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0,1\} \quad (3.3)$$

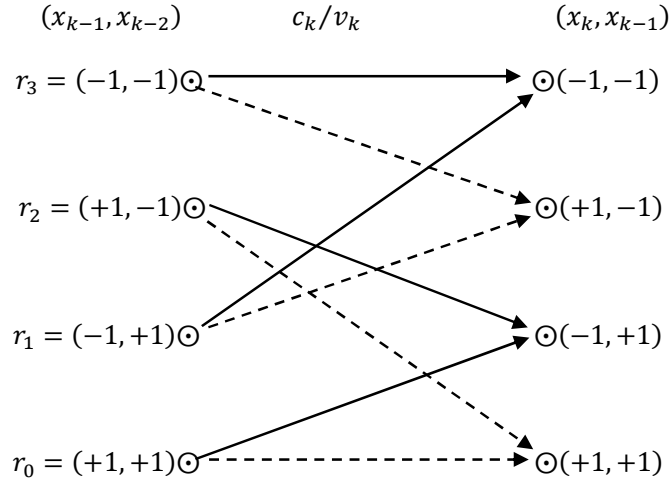
İleri terim $\alpha_k(s_k)$: k anındaki duruma gelinceye kadar ki kafesteki tüm yolları ihtiva eden olasılıktır; geri terim ise $\beta_k(s_k)$: k anındaki durumdan N anındaki duruma geçerken kullanılabilir tüm yolları ihtiva eden olasılıktır ve her iki terim yinelemeli hesaplanabilir:

$$\alpha_k(s_k) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \quad (3.4)$$

$$\beta_{k-1}(s_{k-1}) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k) \quad (3.5)$$

c_k kod bitlerinin koşullu logaritmik olabilirlik oranları LLR $L(c_k|\mathbf{y})$ şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} L(c_k|\mathbf{y}) &= \ln \frac{Pr(c_k = 0|\mathbf{y})}{Pr(c_k = 1|\mathbf{y})} \\ &= \ln \frac{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}; c_k=0} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}; c_k=1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)} \end{aligned} \quad (3.6)$$



Şekil 3.11. BPSK/ISI kanal modeline karşılık gelen süper-kafes iki sembollü haberleşmede ve L=2. Süper-kafes yapısında kesikli çizgi $c_k = 0$ olduğunu sürekli çizgi ise $c_k = 1$ olduğunu belirtir.

D. Kanal Kod Çözücü (MAP Decoder)

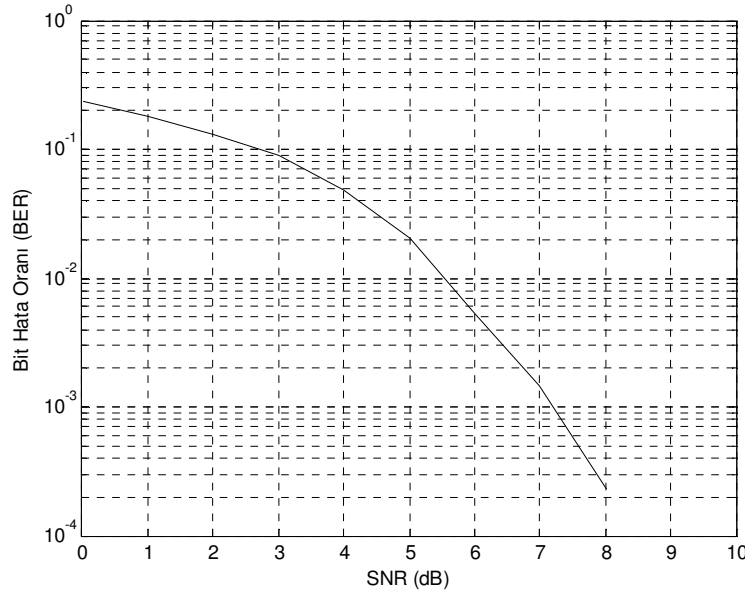
Katlamalı kodun kafes gösterimi Şekil 2.9 da gösterilmiştir. Geçerli dal sayısı sekiz ve şu şekilde gösterilebilir; $\mathfrak{C} = \{(r_0, r_0), (r_0, r_2), (r_1, r_0), (r_1, r_2), (r_2, r_1), (r_2, r_3), (r_3, r_1), (r_3, r_3)\}$. Haberleşme kanalı dört farklı durumda olabiliyor şöyle ki $s_k \in \{r_0, r_1, r_2, r_3\}$. Durum geçiş olasılıkları şöyle yazılabilir:

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = Pr(a_k = a) \cdot Pr(b_{2k-1} | \mathbf{y}) \cdot Pr(b_{2k} | \mathbf{y}), \quad (3.7)$$

Orjinal veri bitlerinin özdeş dağılıma sahip olduğu varsayıldığından dolayı; $Pr(a_k = a) = 1/2$ olarak kabul edilir. Denk. (3.8), şu şekilde yazılabilir [3]:

$$Pr(b_{2k-1} = b | \mathbf{y}) = \frac{e^{-b \cdot L(b_{2k-1} | \mathbf{y})}}{1 + e^{-L(b_{2k-1} | \mathbf{y})}} \quad (3.8)$$

$$Pr(b_{2k} = b | \mathbf{y}) = \frac{e^{-b \cdot L(b_{2k} | \mathbf{y})}}{1 + e^{-L(b_{2k} | \mathbf{y})}}$$



Şekil 3.12. BPSK demodülasyonlu yumuşak kararlı denkleştirme ve kod çözme sonucunda elde edilen bit hata oranı

$SNR_{dB} > 8$ dB olduğunda bit hata oranının sıfır olduğu Şekil 3.12 te gözükmemektedir.

a_k veri bitlerinin koşullu logaritmik olabilirlik oranları şu şekilde hesaplanabilir:

$$L(a_k|\mathbf{p}) = \ln \frac{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathcal{C}; a_k=0} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathcal{C}; a_k=1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)} \quad (3.9)$$

Burada $\mathbf{p} \triangleq [Pr(b_1|\mathbf{y}), Pr(b_2|\mathbf{y}), \dots, Pr(b_N|\mathbf{y})]^T$, kanal kod çözücüyeye olasılık girdi kümesidir. Orijinal veri bitlerinin tahmini \hat{a}_k ile gösterilir ve şöyle hesaplanır:

$$\hat{a}_k = \begin{cases} 0, & L(a_k|\mathbf{p}) = \ln \frac{Pr(a_k=0|\mathbf{p})}{Pr(a_k=1|\mathbf{p})} \geq 0 \\ 1, & L(a_k|\mathbf{p}) = \ln \frac{Pr(a_k=0|\mathbf{p})}{Pr(a_k=1|\mathbf{p})} < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

BÖLÜM 4. TURBO DENKLEŞTİRME

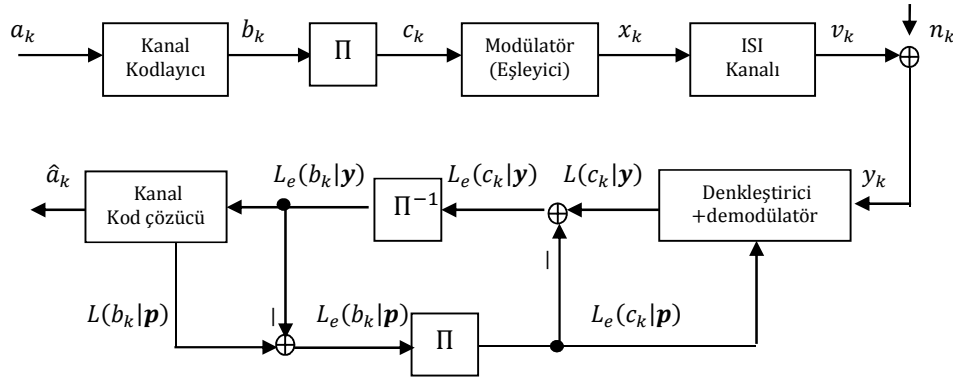
Yinelemeli denkleştirme ve kod çözme işlemlerinin birbirinden bağımsız yerine birlikte yapılması *Turbo denkleştirme* olarak adlandırılır. İlk kez turbo denkleştirme yumuşak-çıktı Viterbi (SOVA) algoritma kullanımı ile Douillard [2] tarafından yapıldı. Daha sonra turbo denkleştirme tekniğinin MAP denkleştirici kullanımı ile hücrel radyo kanallarında uygulanması araştırıldı [4]. MAP denkleştirici ve turbo kod çözücü kullanımının performansı Raphaeli ve Zarai [5] tarafından araştırıldı. Kafes temelli olmayan en küçük karesel ortalama hata (MMSE) denkleştiriciler kullanımı ile yapılan turbo denkleştirme performansları araştırıldı [6, 7].

Turbo denkleştirme de kanal denkleştirici ve kanal kod çözücü, iletilen semboller hakkında bildikleri önsel (yumuşak, olasılıksal) bilgileri, birbirleriyle paylaşarak yinelemeli bir döngü oluşturur. Önsel bilginin değış tokuşu esnasında, yinelemeli döngüde sadece harici bilginin olmasına dikkat edilmelidir. Kanal denkleştirici ile kanal kod çözücü arasındaki döngü sayısı arttıkça, BER azalmaktadır. Başka bir ifade ile harici bilginin yinelemeli olarak yumuşak-girdi yumuşak-çıktı denkleştirici ile yumuşak-girdi yumuşak-çıktı kanal kod çözücü arasında takas edilmesiyle, yakınsama gerçekleşinceye kadar haberleşme sisteminin performansı artmaktadır.

4.1 BPSK Sistemleri için Turbo Denkleştirme

Kanal Kodlayıcı:	a_k bilgi bitleri haberleşme kanalından iletimi esnasında bozunuma uğramasın diye ilave bitler eklenir.
Serpiştirici(Π):	Uzun hata patlamalarından korunmak için kod bitlerinin sırası değıştirilir, karıştirılır.
Modölator (Eşleyici):	c_k harmanlanmış ikili kod bitlerini (0,1), x_k kanal sembollerine eşleştirir.

- Denkleştirici: Haberleşme kanalında semboller arası girişimi engellemek için denkleştirici tarafından kanal denkleştirilir.
- Demodülatör: Kanal sembollerinin, kod bitlerine eşleştirilmesi
- Kanal Kod çözücü: Kodlanmış bilgi bitleri, alıcıda kod çözücü tarafından çözülür.



Şekil 4.1. Haberleşme sistemi (kanal biliniyor), alıcıda turbo denkleştirme yapılıyor

$K=512$ uzunluğunda ikili veri katarı (sıfır ve birler) $\mathbf{a} \triangleq [a_1, a_2, \dots, a_K]$, NRNSC kanal kodlayıcı ile kodlanır ve elde edilen kod bitleri $\mathbf{b} \triangleq [b_1, b_2, \dots, b_N]$ ile gösterilir, kod oranı ise $R = K/N$ ve $R=1/2$ olduğundan dolayı $N=1024$ olur. İletim filtresi, haberleşme kanalı, alıcı filtresi örnekleme anlarında ayrık-zamanlı FIR filtre olarak modellenebilir ve kanal çıktısı y_k , Denk. (3.2) kullanılarak elde edilir. BPSK modülatör çıktısı $x_k = (-1)^{c_k}$. Gürültü, AWGN olarak modellenmiştir ve gürültü örnekleri (n_k) , sıfır ortalamalı varyansı σ_n^2 olan bağımsız ve özdeş dağılımlı Gauss rastlantı değişkenleridir. BPSK/ISI kanalı ve ona karşılık gelen süper-kafes Şekil 3.10-11 de gösterilmektedir. Durum geçiş olasılıkları şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = e^{-c \cdot L(c_k)} \cdot e^{-\frac{(y_k - v_k)^2}{2\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0,1\} \quad (4.1)$$

Bu denklemde; logaritmik olabilirlik oranı (LLR) şu şekilde tanımlanmıştır, $L(c_k) \triangleq \ln(\Pr(c_k = 0)/\Pr(c_k = 1))$. Koşullu logaritmik olabilirlik oranı $L(c_k|y)$, Denk. (3.6) kullanılarak hesaplanır. Denkleştiriciden kod çözücüye giden harici

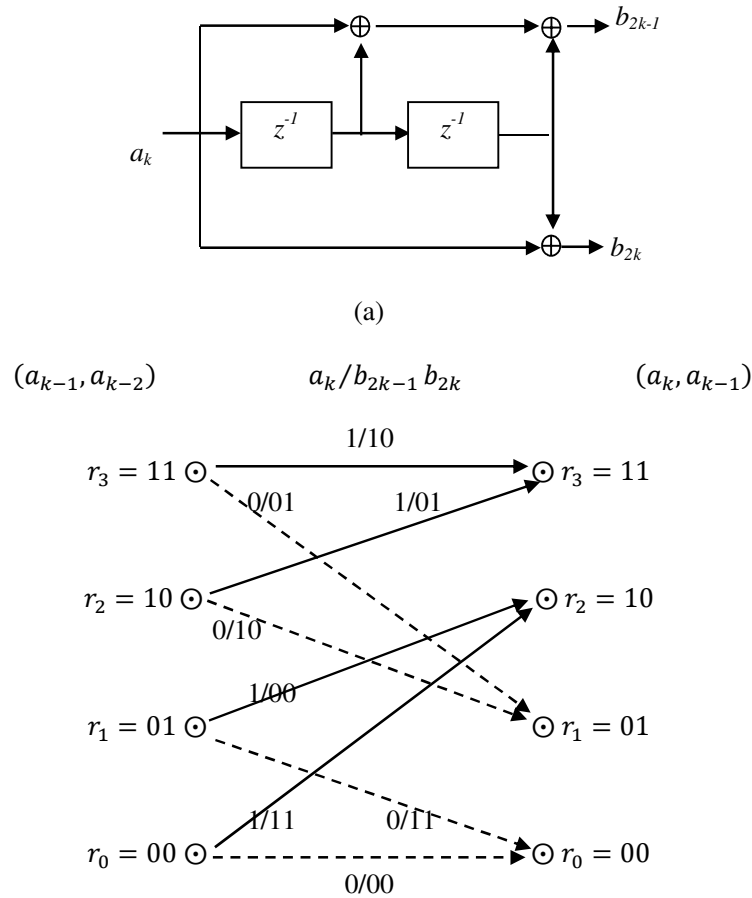
yumuşak bilgi $L_e(c_k|\mathbf{y})$, denkleştirici çıktısı olan sonsal bilgiden denkleştirici girdisi olan önsel bilginin çıkartılması ile elde edilir:

$$L_e(c_k|\mathbf{y}) = L(c_k|\mathbf{y}) - L_e(c_k|\mathbf{p}) \quad (4.2)$$

kod çözücüye gelen önsel yumuşak bilgi $L_e(c_k|\mathbf{y})$, dekletiriciden gelen bilginin ters serpiştiriciden geçirilmesi ile bulunur:

$$L_e(b_k|\mathbf{y}) = \Pi^{-1}(L_e(c_k|\mathbf{y})) \quad (4.3)$$

NRNSC kanal kodlayıcı (kısıt uzunluğu=3, üreteç polinomu [7 5] ve dört durumlu) ve ona karşılık gelen kafes yapısı Şekil 4.2 de gösterilmektedir



Şekil 4.2. (a) 1/2 oranlı 4 durumlu NRNSC(7,5) katlamalı kodlayıcı (b) bu kodlayıcının kafes diyagramı. Girdi/çıkışı ise $a_k/b_{2k-1}b_{2k}$ şeklinde gösterilir.

Kanal denkleştirme ve kod çözme MAP algoritma ile yapılmıştır. Kanal olarak, Proakis B kanalı $[0.407 \ 0.815 \ 0.407]^T$ kullanılmıştır. Şekil 4.2 kafes yapısında geçerli dal sayısı sekiz ve şu şekilde gösterebiliriz; $\mathfrak{C} = \{(r_0, r_0), (r_0, r_2), (r_1, r_0), (r_1, r_2), (r_2, r_1), (r_2, r_3), (r_3, r_1), (r_3, r_3)\}$. Durum geçiş olasılıkları şu şekilde hesaplanır:

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = \frac{1}{2} \cdot Pr(b_{2k-1}|\mathbf{y}) \cdot Pr(b_{2k}|\mathbf{y}) \quad (4.4)$$

burada $Pr(b_{2k-1}|\mathbf{y})$ ve $Pr(b_{2k}|\mathbf{y})$ ifadeleri Denk. (3.8) kullanılarak hesaplanır.

Yumuşak-girdi yumuşak-çıkı kod çözücünün çıktısı:

$$L(b_{2k-1}|\mathbf{p}) = \ln \frac{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{C}; b_{2k-1}=0} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{C}; b_{2k-1}=1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)} \quad (4.5)$$

$$L(b_{2k}|\mathbf{p}) = n \frac{\sum_{\forall (s'', s') \in \mathfrak{C}; b_{2k}=0} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall (s'', s') \in \mathfrak{C}; b_{2k}=1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)} \quad (4.6)$$

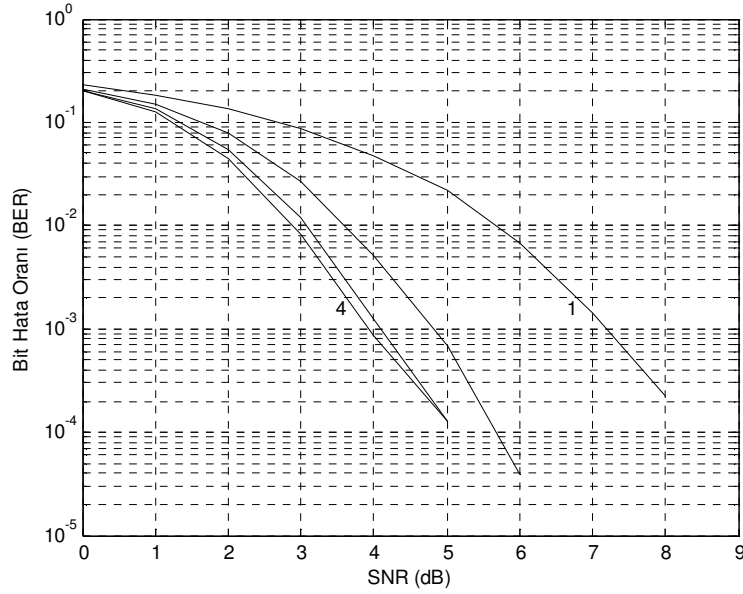
Kod çözücünden denkleştiriciye giden harici yumuşak bilgi $L_e(b_k|\mathbf{p})$, kod çözücü çıktısı olan sonsal bilgiden kod çözücü girdisi olan önsel bilginin çıkartılması ile elde edilir:

$$L_e(b_k|\mathbf{p}) = L(b_k|\mathbf{p}) - L_e(b_k|\mathbf{y}) \quad (4.7)$$

denkleştiriciye gelen önsel yumuşak bilgi $L_e(c_k|\mathbf{p})$, Serpiştiriciye gelen harici yumuşak bilginin serpiştiriciden geçirilmesi ile bulunur:

$$L_e(c_k|\mathbf{p}) = \Pi(L_e(b_k|\mathbf{p})) \quad (4.8)$$

MAP algoritmanın pratik uygulanmasında, nümerik hesaplama imkânı olması için ileri ve geri terimler her k anında normalleştirilmişlerdir. MAP denkleştirici ile MAP decoder arasındaki döngü sayısı arttıkça BER-SNR grafiği iyileşmektedir (bit hata oranı azalmaktadır). En iyi BER-SNR değerleri 4.döngü sonucunda elde edilmiştir. 4. döngü sonucunda (SNR(dB)>5 olduğuda BER=0 oluyor).



Şekil 4.3. BPSK demodülasyonlu turbo denkleştirme MAP algoritma kullanımı ile Proakis B kanalı üzerinde.

Tablo 4.1. Alıcıda yapılan turbo denkleştirme işleminin algoritması (denkleştiricide ve kod çözücünde MAP algoritma kullanılıyor)

for i = 1 to son döngü sayısı

İleri yönlü yinelemeli işlem:

for k = 1 to N

$$\alpha_k(s_k) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathcal{B}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \alpha_{k-1}(s_{k-1})$$

$$\alpha_0(r_0) = \alpha_0(r_1) = \alpha_0(r_2) = \alpha_0(r_3) = 1$$

end

Durum geçiş olasılıklarının hesaplanması:

for k = 1 to N

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = e^{-c \cdot L(c_k)} \cdot e^{-\frac{(y_k - v_k)^2}{2\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0, 1\}$$

$$L(c_k) = L_e(c_k | \mathbf{p})$$

end

Geri yönlü yinelemeli işlem:

for k = N to 2

$$\beta_{k-1}(s_{k-1}) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathcal{B}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)$$

$$\beta_N(r_0) = \beta_N(r_1) = \beta_N(r_2) = \beta_N(r_3) = 1$$

end

Denkleştirici yumuşak bilgi çıktısı:

for $k = 1$ to N

$$L(c_k|\mathbf{y}) = \ln \frac{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}; c_k=0} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}; c_k=1} \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)}$$

end

Harici bilgi:

$$L_e(c_k|\mathbf{y}) = L(c_k|\mathbf{y}) - L_e(c_k|\mathbf{p})$$

Kod Çözme

Durum geçiş olasılıklarının hesaplanması:

for $k = 1$ to K

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = Pr(a_k = a) \cdot Pr(b_{2k-1}|\mathbf{y}) \cdot Pr(b_{2k}|\mathbf{y})$$

$$Pr(a_k = a) = 0.5$$

end

İleri yönlü yinelemeli işlem:

for $k = 1$ to K

$$\alpha_k(s_k) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{C}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \alpha_{k-1}(s_{k-1})$$

$$\alpha_0(r_0) = 1, \alpha_0(r_1) = 0, \alpha_0(r_2) = 0, \alpha_0(r_3) = 0$$

end

Geri yönlü yinelemeli işlem:

for $k = K$ to 2

$$\beta_{k-1}(s_{k-1}) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{C}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \beta_k(s_k)$$

$$\beta_K(r_0) = \beta_K(r_1) = \beta_K(r_2) = \beta_K(r_3) = 1$$

end

Harici Bilgi:

$$L_e(b_k|\mathbf{p}) = L(b_k|\mathbf{p}) - L_e(b_k|\mathbf{y})$$

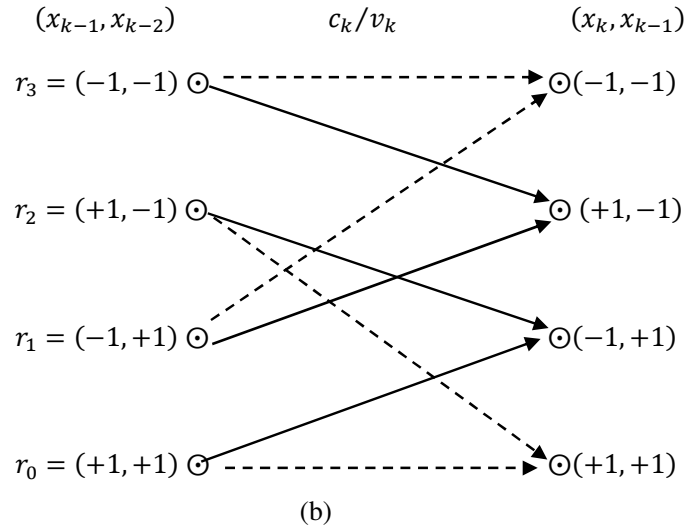
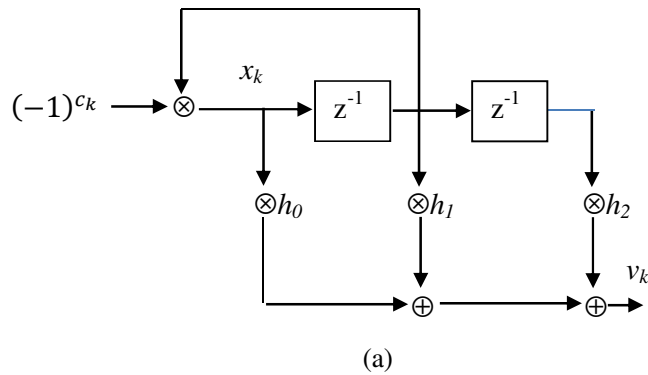
end

4.2 DPSK Sistemler için Turbo Denkleştirme

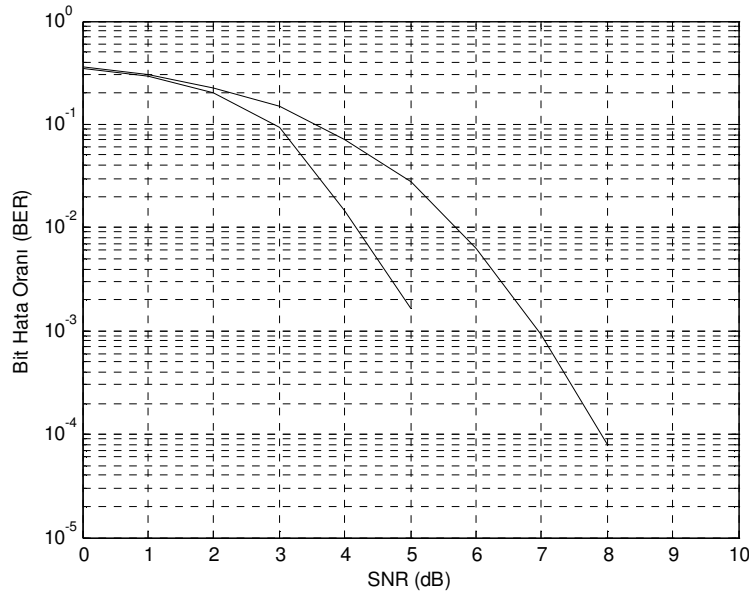
Kullanılan veri uzunluğu, kanal kodlayıcı, serpiştirici, haberleşme kanalı ve kod çözücü Bölüm 4.1 de kullanılanlarla aynıdır. DPSK modülatör çıktısı sonucu elde edilen kanal girdi sembolleri şu şekilde bulunur:

$$x_k = x_{k-1} \cdot c'_k, \quad 1 \leq k \leq N \text{ ve } x_0 = 1 \quad (4.9)$$

burada c'_k , M-li PSK sembollerini belirtir. Bu çalışmada, M=2 ve $c'_k = (-1)^{c_k}$ dir.



Şekil 4.4. (a) DPSK/ISI kanal modeli (b) bu kanal modeline karşılık gelen süper-kafes ve L=2. Süper-kafes yapısında kesikli çizgi $c_k = 0$ olduğunu, sürekli çizgi ise $c_k = 1$ olduğunu belirtir.



Şekil 4.5. DPSK sistemler için turbo denkleştirme MAP algoritma kullanımı ile Proakis B kanalı üzerinde.

En iyi BER-SNR değerleri 2.döngü sonucunda elde edilmiştir. İkinci döngü sonucunda (SNR(dB)>5 olduğuda BER=0 oluyor). En iyi BER-SNR değerleri BPSK modülasyon kullanımında 4.döngü de elde edilirken; DPSK modülasyon kullanılması durumunda 2.döngüde en iyi bit hata oranları elde edilmektedir.

4.3 MSK Sistemler için Turbo Denkleştirme

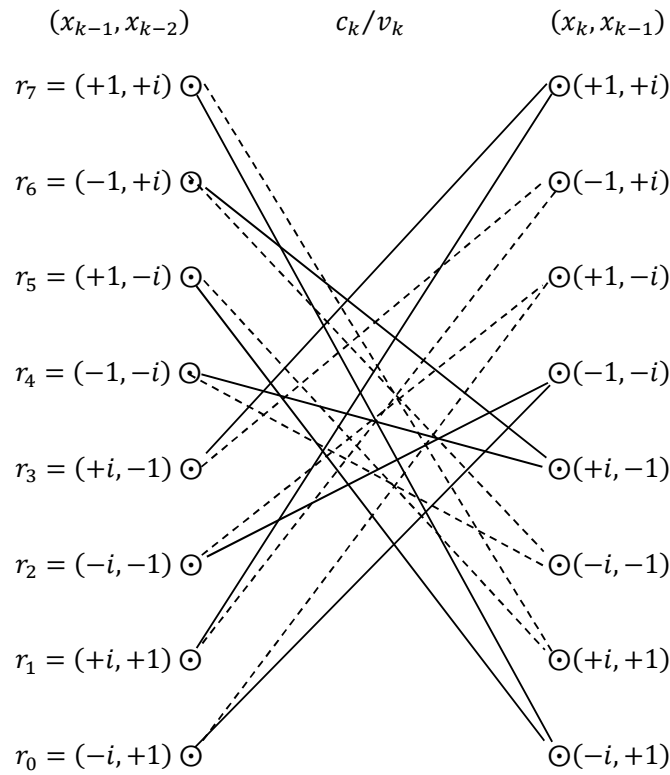
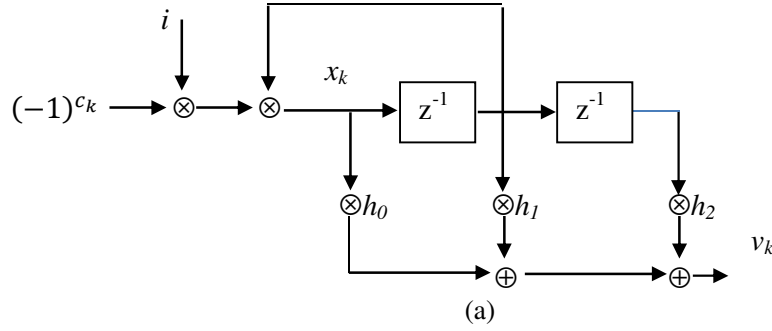
Kullanılan veri uzunluğu, kanal kodlayıcı, serpiştirici, haberleşme kanalı ve kod çözücü Bölüm 4.1 de verilmiştir. MSK modülatör çıktısı sonucu elde edilen kanal girdi sembolleri:

$$x_k = x_{k-1} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}(c'_k)}, \quad 1 \leq k \leq N \text{ ve } x_0 = 1 \quad (4.10)$$

Denklem (4.10) da $c'_k = (-1)^{c_k}$. Denklem (4.10) yeniden yazılabilir:

$$x_k = i(-1)^{c_k} \cdot x_{k-1}, \quad 1 \leq k \leq N \text{ ve } x_0 = 1 \quad (4.11)$$

MSK/ISI kanal modeli ve ona karşılık gelen süper-kafes yapısı Şekil 4.6 da gösterilmektedir. Super-kafes teki geçerli dal sayısı 16 dır ve kanal 8 farklı durumdan birinde $s_k \in \{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7\}$ olabilir.



Şekil 4.6. (a) MSK/ISI kanal modeli (b) bu modele karşılık gelen süper-kafes yapısı, $L=2$. Süper-kafes yapısında kesikli çizgi $c_k = 0$ olduğunu, sürekli çizgi ise $c_k = 1$ olduğunu belirtir.

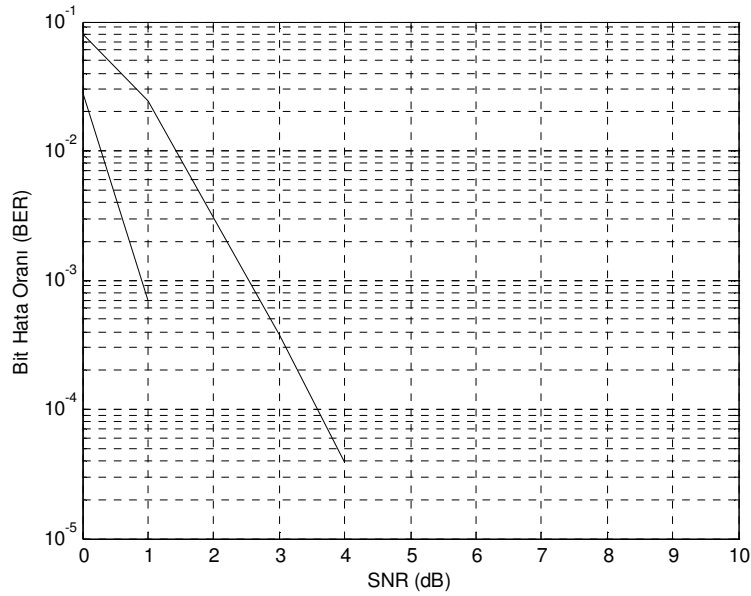
Gürültü, karmaşık değerli AWGN olarak modellenmiştir, gürültü örnekleri n_k birbirlerinden bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptirler ve olasılık yoğunluk

fonksiyonları sıfır ortalamaya, her iki yöne $\sigma_n^2/2$ varyansa sahiptir. Karmaşık değerli AWGN örneklerinin pdf' i şu şekilde hesaplanabilir [6]:

$$p(n_k) \triangleq \frac{1}{\pi\sigma_n^2} \cdot e^{-|n_k|^2/\sigma_n^2} \quad (4.12)$$

Sabitleri dikkate almadan durum geçiş olasılıkları şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = e^{-c \cdot L(c_k)} \cdot e^{-\frac{|y_k - v_k|^2}{\sigma_n^2}}, \quad (4.13)$$



Şekil 4.7. MSK sistemler için turbo denkleştirme MAP algoritma kullanımı ile Proakis B kanalı üzerinde

BÖLÜM 5. GÖZÜ KAPALI TURBO DENKLEŞTİRME

Sayısal haberleşme sistemlerinde iletilen sinyal, kanalın frekans yanıtının mükemmel olmamasından dolayı bozunuma uğrar. Bu bozunuma semboller arası girişim (ISI) denir. Kanal denkleştirme, ISI'nın zararlı etkisini azaltmak için bir yöntemdir. Klasik denkleştirme teknikleri, kanalı bilmeye veya eğitilmiş (pilot) dizi kullanımı ile veri iletiminden önce kanalı bilmeye ihtiyaç duyarlar. Gözü kapalı olarak yapılan denkleştirmede ise, kanal hakkında önceden bir bilgi olmadığı gibi bir eğitilmiş dizide kanalı tahmin etmek için kullanılmaz [22].

Gözü kapalı denkleştirme teknikleri, üç farklı grup algoritma ile sınıflandırılabilir. Birinci grup algoritmalar, hızlı iniş temellidir. İkinci grup algoritmalar, alınan sinyalin ikinci ve daha yüksek dereceli istatistiklerinin (SOS-HOS) kullanılması temellidir. Üçüncü grup algoritmalar, en yüksek olasılırlık (ML) kriteri kullanımı temellidir [13]. Gözü kapalı denkleştirme teknikleri üzerine çalışmalar Şato'nun [14] çalışmasından beri devam etmektedir. Şato'nun çalışmasında [14], bir gözü kapalı denkleştirme algoritması, tek boyutlu modülasyonda kullanılmıştır. Daha sonra, Godard gözü kapalı denkleştirme algoritması, iki boyutlu modülasyonlar için icat edilmiştir [15]. SOS ve HOS temelli gözü kapalı denkleştirme teknikleri bu çalışmalarda [16-19] önerilmiştir. ML kriteri, kanalı ve veriyi birlikte tahmin etmek için Şato [20] ve Seshadri [21] tarafından kullanılmıştır.

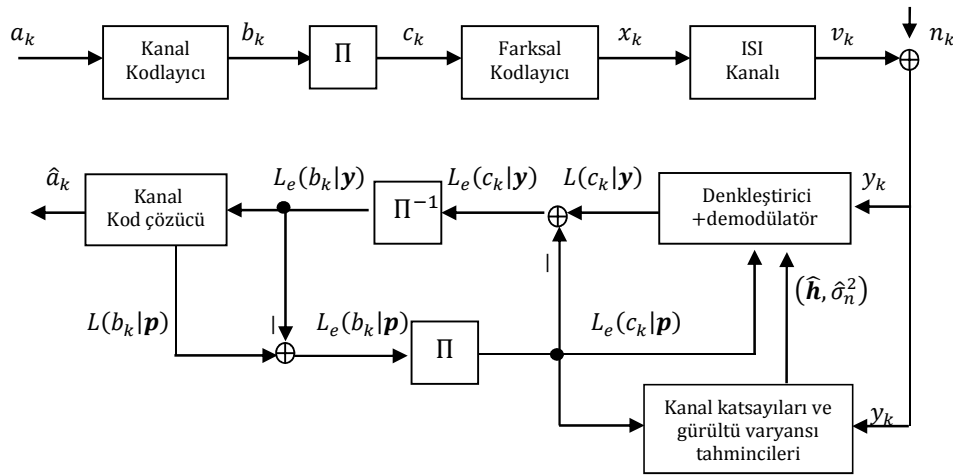
Gözü kapalı kanal tahmini ve turbo denkleştirmenin birlikte yapılmasına *gözü kapalı turbo denkleştirme* denir. Kanal tahmini, yumuşak-girdi yumuşak-çıkış kod çözücülerden gelen semboller hakkında önsel (yumuşak, olasılıksal) bilginin kullanılıp kullanılmamasına göre adlandırılır; kullanıldığı zaman yumuşak kanal tahmini (soft channel estimation) olarak kullanılmadığı zaman ise sert kanal tahmini (hard channel estimation) adlandırılır.

Beklenti en çoklama (expectation-maximization, EM) algoritma veya modifiye edilmiş EM algoritma kullanılarak yapılan yumuşak kanal tahminli gözü kapalı turbo denkleştirme faz-kaydırmalı anahtarlama (PSK) sistemler için bu çalışmalarda araştırılmıştır [22, 23-26]. En küçük karesel ortalama (least-mean square, LMS) algoritma kullanılarak yapılan sıfır-bir kanal tahminli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları farksal PSK sistemler için bu makalelerde yapılmıştır [27, 28].

5.1 DPSK Sistemler için Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

5.1.1 DPSK Sistemler için EM Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

DPSK modülasyonu kullanan haberleşme sistemlerinde, bir gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmasının modeli Şekil 5.1 de gösterilmektedir.



Şekil 5.1. DPSK sistemler için gözü kapalı turbo denkleştirme.

Kullanılan veri uzunluğu, kanal kodlayıcı, serpiştirici, haberleşme kanalı ve kod çözücü Bölüm 4.1 de verilmiştir. Farksal kodlayıcı (Farksal BPSK modülasyon) çıktısı şu ifade ile bulunur:

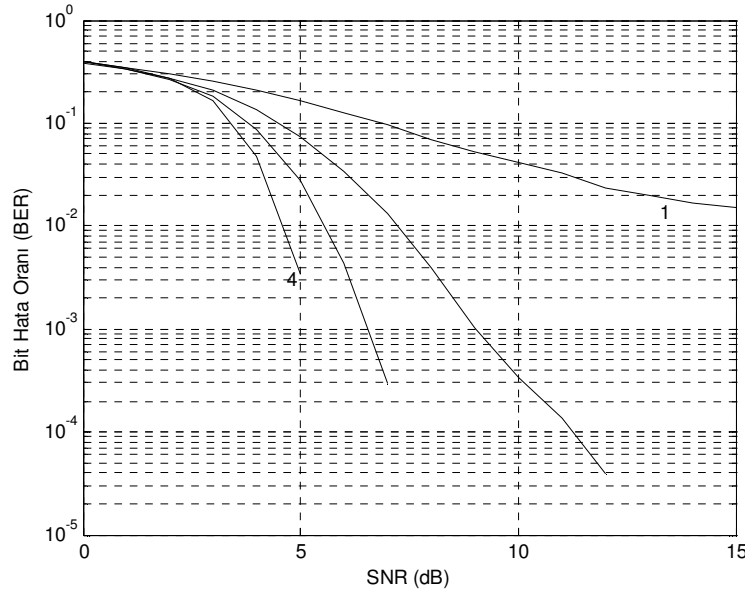
$$x_k = x_{k-1} \cdot (-1)^{c_k}, \quad 1 \leq k \leq N \text{ ve } x_0 = 1 \quad (5.1)$$

DPSK/ISI kanal modeli ve ona karşılık gelen kafes yapısı Şekil 4.4 te gösterilmektedir. Şekil 4.4 teki kafes yapısında; durum geçiş olasılıkları Denk. (4.1) kullanılarak, ileri ve geri terimler ise Denk. (3.4 - 3.5) kullanılarak hesaplanır. Kanal katsayıları ve gürültü varyansı kestirimleri EM algoritma kullanılarak yapılır [61]:

$$\hat{\mathbf{h}}^{(i+1)} = \left(\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)}) \mathbf{x}_n^* \mathbf{x}_n^T \right)^{-1} \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)}) y_k \mathbf{x}_n^*, \quad (5.2)$$

$$\hat{\sigma}_n^{2(i+1)} = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)}) |y_k - \hat{\mathbf{h}}^{(i+1)T} \mathbf{x}_n|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)})}, \quad (5.3)$$

burada, \mathcal{T} kafesteki geçerli olan toplam dal sayısıdır ve $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)} = [\hat{\mathbf{h}}^{(i)}, \hat{\sigma}_n^{2(i)}]$ ise i . iterasyon sonunda elde edilen kestirilmiş kanal parametre vektörüdür. L kanal hafıza uzunluğunu, $\mathbf{h} \triangleq [h_0, h_1, \dots, h_L]^T$ ise kanal katsayı vektörü olduğunu ve $\mathbf{x}_n \triangleq [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}]^T$ ise n . kafes segmentindeki k anındaki durum geçişlerini belirtir. Durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıkları $Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)})$ ile belirtilmiştir. Durum geçiş olasılıkları ve ileri terimler, ileri yönlü işlem de hesaplandıktan sonra geri terimler, geri yönlü yineleme ile hesaplanır. İleri terimlerin, durum geçiş olasılıkların ve geri terimlerin çarpımları, durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıklarını verir. Kanal hafıza uzunluğunun alıcı tarafından bilindiği varsayılmıştır. Başlangıç için gürültü varyansı ise bir olarak, kanal katsayıları ise $[1/\sqrt{L+1} \ 1/\sqrt{L+1} \ 1/\sqrt{L+1}]_{1 \times (L+1)}^T$ olarak alınmıştır. Denkleştirme ve kod çözme MAP algoritma kullanılarak yapılır. Alıcıda yapılan turbo denkleştirmede, yumuşak bilgiler Denk (3.6, 3.9, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8) kullanılarak hesaplanır. Kod çözücüdeki durum geçiş olasılıkları ise Denk. (4.4)'e göre hesaplanır. Şekil 5.2 den görüldüğü üzere, en iyi BER değerleri 4. döngüde elde edilmiştir. Döngüden kasıt, denkleştirici ile kod çözücü arasında harici yumuşak bilginin gidip gelmesidir. EM algoritma hem kanal katsayılarını hem de gürültü varyansını kestirerek bu değerleri denkleştiriciye kullanması için verir. En iyi BER eğriden görüldüğü üzere, SNR > 5 dB olduğunda bit hata oranı BER = 0 olmaktadır.



Şekil 5.2. EM algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme DPSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.

5.1.2 DPSK Sistemler için LMS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

Gözü kapalı LMS kestirimci, yumuşak-girdi yumuşak-çıkıtkı MAP denkleştirici için Nissila ve Pasupathy [62] tarafından bulundu. Kanal katsayıları şu şekilde kestiriliyor [62]:

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)} = \hat{\mathbf{h}}_{k-1}^{(i)} + \Delta \sum_{n=1}^J \left(y_k - \hat{\mathbf{h}}_{k-1}^{(i)T} \mathbf{x}_n \right) \mathbf{x}_n^* Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)}), \quad (5.4)$$

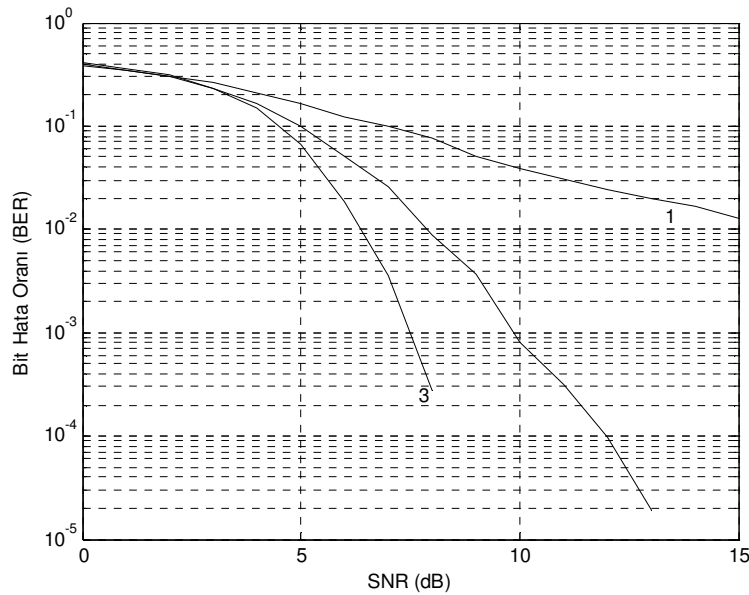
Denk. (5.4) te Δ , LMS artım aralığını belirtir. Kafes kollarının sonsal olasılıkları (APPs) ileri yönlü yinelemeli işlem ile bulunur ve bu işlem, hem ileri terimlerin hem de durum geçiş olasılıklarının hesaplanmalarını ihtiva eder. k anındaki kanal katsayıları; alıcıya gelen gözlem örneklerinin, kafes kollarının APP lerinin ve bir önceki $k-1$ anında kestirilmiş değer kanal katsayılarının kullanılmaları ile kestirilir. i . döngüde N . anında kestirilmiş olan kanal katsayıları, $(i+1)$. döngüde başlangıç değerleri için kullanılır, yani, $\hat{\mathbf{h}}_0^{(i+1)} = \hat{\mathbf{h}}_N^{(i)}$.

Gürültü varyansını kestirmek için Denk.(5.3) ten faydalanabiliriz:

$$\hat{\sigma}_n^{2(i+1)} = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)}) |y_k - \hat{\mathbf{h}}_k^{(i)T} \mathbf{x}_n|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)})}, \quad (5.5)$$

burada $Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)})$ durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıkları: ileri terimlerin, durum geçiş olasılıklarının ve geri terimlerin çarpımları ile hesaplanır. Durum geçiş olasılıkları ve ileri terimler, ileri yönlü yinelemeli işlem de hesaplandıktan sonra geri terimler, geri yönlü yinelemeli işlem de hesaplanırlar.

Kanal hafıza uzunluğunun alıcı tarafından bilindiği varsayılmıştır. Başlangıç için gürültü varyansı bir olarak, kanal katsayıları ise $[1/\sqrt{L+1} \ 1/\sqrt{L+1} \ 1/\sqrt{L+1}]^T_{1 \times (L+1)}$ olarak alınmıştır.



Şekil 5.3. LMS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme DPSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Şekil 5.3 ten görüldüğü üzere, en iyi BER değerleri 3. döngüde elde edilmiştir. LMS algoritma kanal katsayılarını kestirmek için ML kriteri ise gürültü varyansını kestirmek için kullanılıyor ve kestirmiş olduğu değerleri denkleştiriciye kullanması

için verir. En iyi BER eğrisinden görüldüğü üzere, SNR > 8 dB olduğunda bit hata oranı BER = 0 olmaktadır.

5.1.3 DPSK Sistemler için RLS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

Gözü kapalı RLS kestirimci, yumuşak-girdi yumuşak-çıkı MAP denkleştirici için Nissila ve Pasupathy [62] tarafından bulundu. Kanal katsayıları Tablo 5.1 kullanılarak kestiriliyor [62]:

Tablo 5.1. Yinelemeli gözü kapalı RLS algoritma yumuşak-girdi yumuşak-çıkı MAP denkleştirici için

for $k = 1$ *to* N

$$\gamma_k(s_{k-1}, s_k) = e^{-c \cdot L(c_k)} \cdot e^{-\frac{(y_k - v_k)^2}{2\sigma_n^2}}$$

$$L(c_k) = L_e(c_k | \mathbf{p})$$

$$\alpha_k(s_k) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathcal{B}} \gamma_k(s_{k-1}, s_k) \alpha_{k-1}(s_{k-1})$$

$$Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \alpha_{k-1}(s_{k-1}) \gamma_k(s_{k-1}, s_k)$$

$$P_k(0) = \lambda^{-1} P_{k-1}(\mathcal{T})$$

$$\hat{\mathbf{h}}_k(0) = \hat{\mathbf{h}}_{k-1}$$

for $n = 1$ *to* \mathcal{T}

$$\mathbf{g}_k = \frac{P_k(n-1) \mathbf{x}_n^* Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}})}{1 + \mathbf{x}_n^T P_k(n-1) \mathbf{x}_n^* Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}})}$$

$$\hat{\mathbf{h}}_k(n) = \hat{\mathbf{h}}_k(n-1) + \mathbf{g}_k (y_k - \hat{\mathbf{h}}_k^T(n-1) \mathbf{x}_n)$$

$$P_k(n) = P_k(n-1) - \mathbf{g}_k \mathbf{x}_n^T P_k(n-1)$$

end

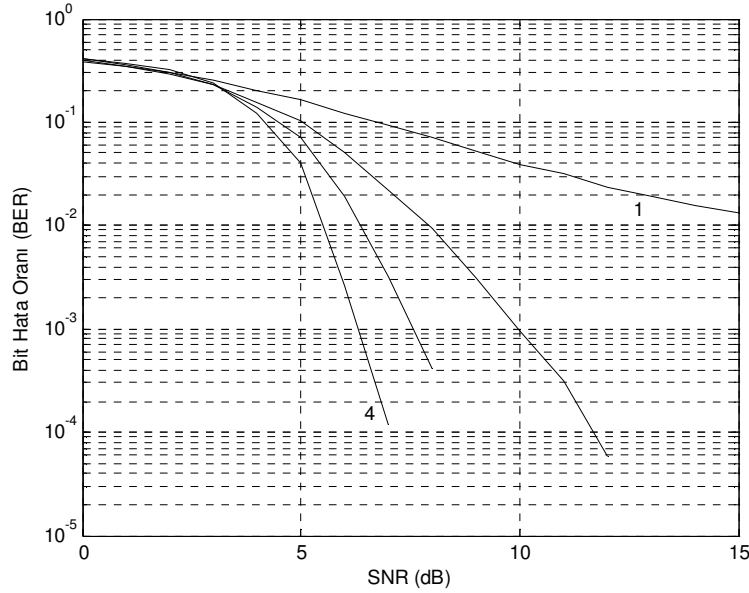
$$\hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{h}}_k(\mathcal{T})$$

end

burada, P ters korelasyon matrisi, λ unutma faktörü, \mathcal{T} kafesteki geçerli olan toplam dal sayısı ve \mathbf{g} kazanç vektörü olduğunu belirtir. Kafes kollarının sonsal olasılıkları

(APPs) ileri yönlü yinelemeli işlem ile bulunur ve bu işlem, hem ileri terimlerin hem de durum geçiş olasılıklarının hesaplanmalarını ihtiva eder. i . döngünün N . anında kestirilmiş olan kanal katsayıları, $(i+1)$. döngüde başlangıç değerleri için kullanılır, yani, $\hat{\mathbf{h}}_0^{(i+1)} = \hat{\mathbf{h}}_N^{(i)}$.

Gürültü varyansını kestirmek için Denk. (5.5) kullanılır. Bu denklemdeki, $Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)})$ durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıklarının hesaplanması: ileri terimlerin, durum geçiş olasılıkların ve geri terimlerin çarpımları ile yapılır. Durum geçiş olasılıkları ve ileri terimler, ileri yönlü yinelemeli işlem de hesaplandıktan sonra geri terimler, geri yönlü yinelemeli işlem de hesaplanırlar.

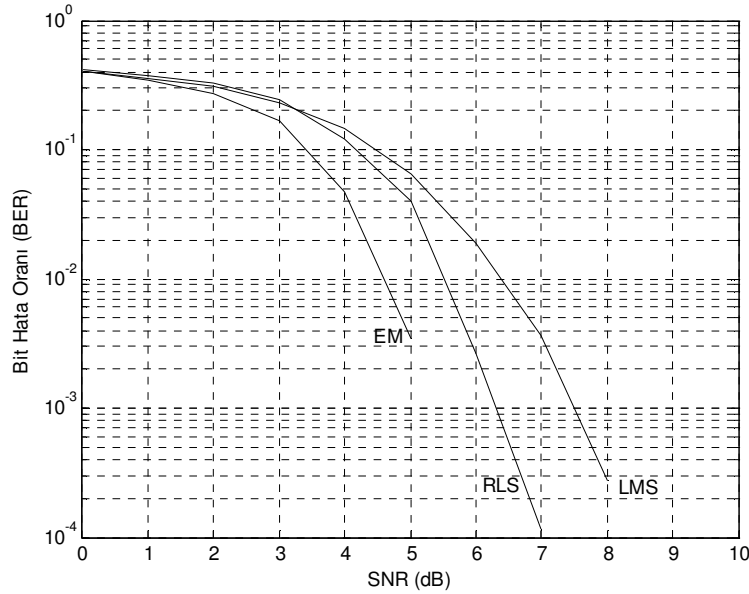


Şekil 5.4. RLS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme DPSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Şekil 5.4 ten görüldüğü üzere en iyi BER değerleri 4.döngüde elde edilmektedir. En iyi BER eğrisinden görüldüğü üzere, $SNR > 7$ dB olduğunda bit hata oranı BER = 0 olmaktadır.

Şekil 5.5 ten görüldüğü üzere, en iyi BER değerleri EM temelli gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilmektedir. En kötü BER değerleri ise LMS temelli

turbo denkleştirici tarafından üretilmektedir. $SNR > 9$ dB olduğunda ise her üç yöntemde sıfır bit hata oranına ulaşılmaktadır.



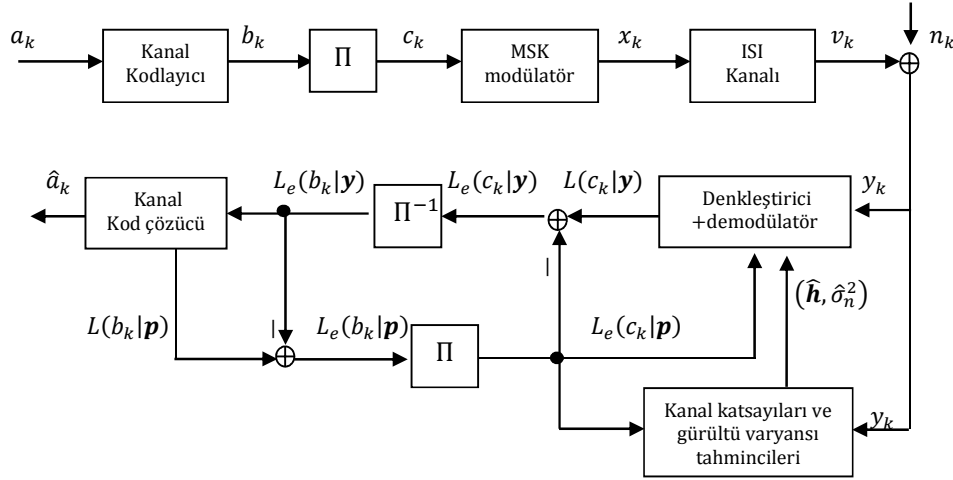
Şekil 5.5. DPSK sistemler için EM, RLS ve LMS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme alıcıda yapılmaması sonucunda elde edilen en iyi BER eğrileri.

5.2 MSK Sistemler için Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

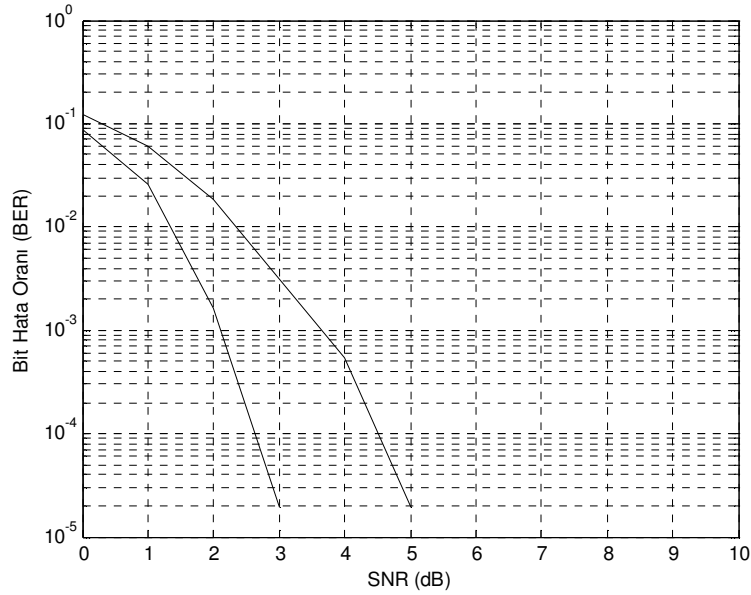
5.2.1 MSK Sistemler için EM Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

MSK modülasyon kullanılan haberleşme sistemi Şekil 5.6 de gösterilmektedir ve alıcıda gözü kapalı turbo denkleştirme yapılmaktadır. Şekil 5.6 da kullanılan kanal kodlayıcı Şekil 4.2 de gösterilmektedir. 16 durumlu rasgele serpiştirici kullanılmıştır. MSK/ISI kanal modeli ve ona karşılık gelen kafes yapısı ise Şekil 4.6 da gösterilmektedir. Haberleşme kanalı olarak Proakis B kanalı kullanılmıştır. MSK modülatör çıktısı x_k , Denk. (4.11) kullanılarak elde edilir. Denkleştiricide; durum geçişleri Denk. (4.13) kullanılarak, ileri ve geri terimler ise Denk. (3.4, 3.5) kullanılarak hesaplanır. Kod çözücünde ise, durum geçişleri Denk. (4.4) kullanılarak hesaplanır. Alıcıda yapılan turbo denkleştirmede, yumuşak bilgiler Denk (3.6, 3.9,

4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8) kullanılarak hesaplanır. EM algoritma kullanılarak kanal parametrelerinin kestirimleri Bölüm 5.1.1 de DPSK sistemler için yapılan ile aynıdır.



Şekil 5.6. MSK sistemler için gözü kapalı turbo denkleştirme.

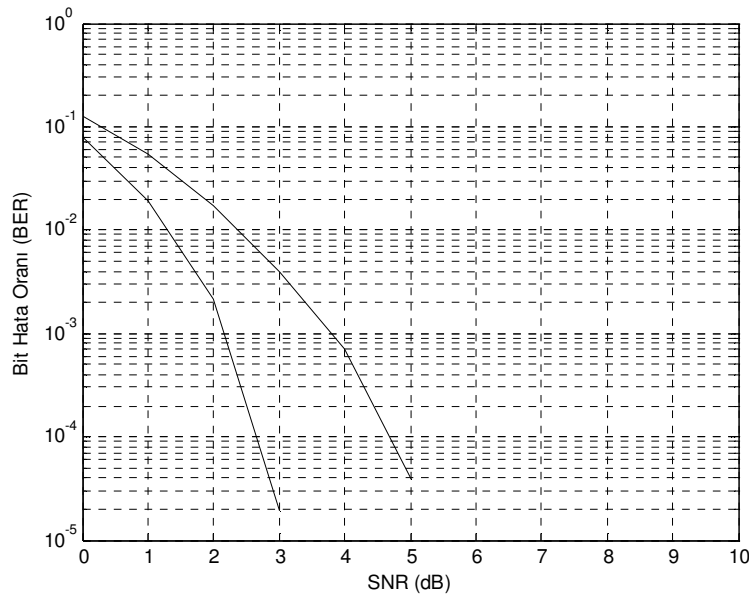


Şekil 5.7. EM algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme MSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Şekil 5.7 den görüldüğü üzere, 2. döngüde en iyi BER değerleri elde edilir. SNR > 3 dB olduğunda BER = 0 olmaktadır.

5.2.2 MSK Sistemler için LMS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

MSK sistemler için haberleşme sistem modeli Şekil 5.6 da gösterilmektedir. Kullanılan kanal kodlayıcı Şekil 4.2 de gösterilmiştir. 16 durumlu rasgele serpiştirici kullanılmıştır. MSK/ISI kanal modeli ve ona karşılık gelen kafes yapısı ise Şekil 4.6 da gösterilmektedir. Haberleşme kanalı olarak Proakis B kanalı kullanılmıştır. MSK modülör çıktısı x_k , Denk. (4.11) kullanılarak elde edilir. Denkleştiricide; durum geçişleri Denk. (4.13) kullanılarak, ileri ve geri terimler ise Denk. (3.4, 3.5) kullanılarak hesaplanır. Kod çözücüde ise, durum geçişleri Denk. (4.4) kullanılarak hesaplanır.

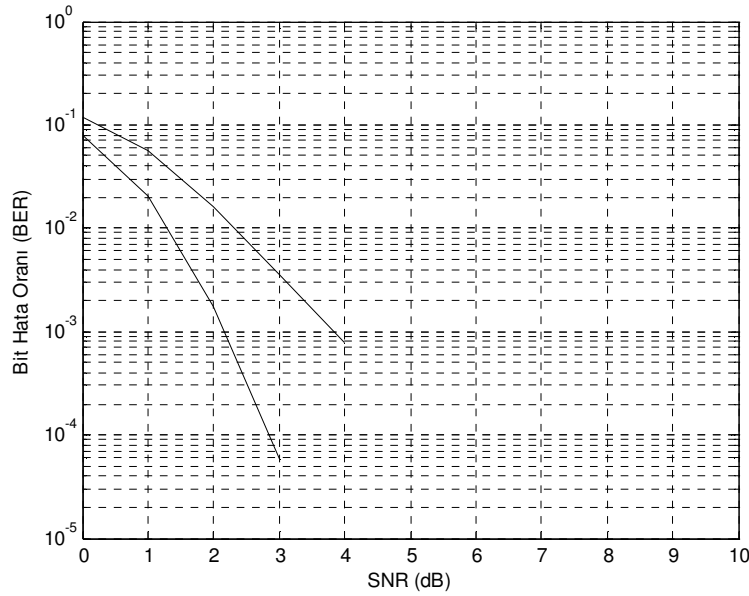


Şekil 5.8. LMS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme MSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Alıcıda yapılan turbo denkleştirmede, yumuşak bilgiler Denk (3.6, 3.9, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8) kullanılarak hesaplanır. Kanal parametrelerinin kestirimleri Bölüm 5.1.2 de DPSK sistemler için yapılan ile aynıdır. Şekil 5.8 den görüldüğü üzere, en iyi yakınsama (en iyi BER değerleri) 2.döngüde elde edilmiştir.

5.2.3 MSK Sistemler için RLS Algoritma Temelli Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

MSK sistemler için haberleşme sistem modeli Şekil 5.6 da gösterilmektedir. Kullanılan kanal kodlayıcı Şekil 4.2 de gösterilmiştir. 16 durumlu rasgele serpiştirici kullanılmıştır. MSK/ISI kanal modeli ve ona karşılık gelen kafes yapısı ise Şekil 4.6 da gösterilmektedir. Haberleşme kanalı olarak Proakis B kanalı kullanılmıştır. MSK modülör çıktısı x_k , Denk. (4.11) kullanılarak elde edilir. Denkleştiricide; durum geçişleri Denk. (4.13) kullanılarak, ileri ve geri terimler ise Denk. (3.4, 3.5) kullanılarak hesaplanır.

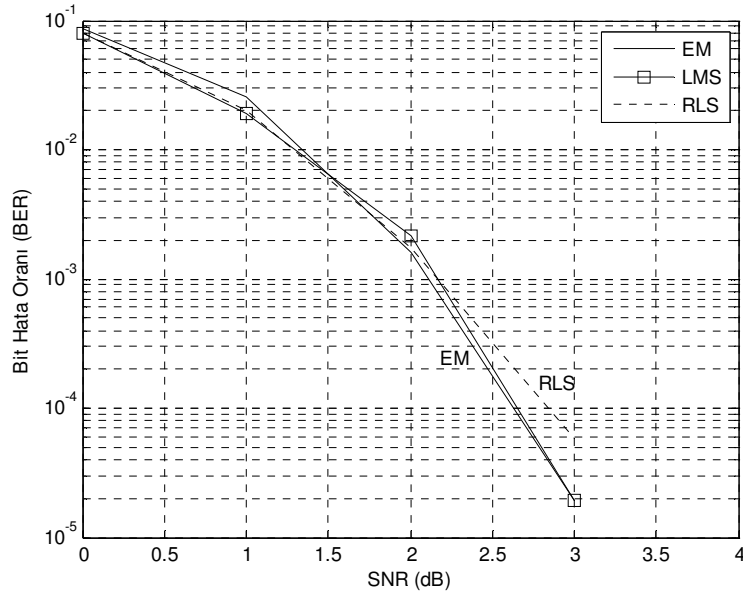


Şekil 5.9. RLS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme MSK sistemler için alıcıda yapılması sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Kod çözücünde ise, durum geçişleri Denk. (4.4) kullanılarak hesaplanır. Alıcıda yapılan turbo denkleştirmede, yumuşak bilgiler Denk (3.6, 3.9, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8) kullanılarak hesaplanır. Kanal parametrelerinin kestirimleri Bölüm 5.1.3 te DPSK sistemler için yapılan ile aynıdır. Şekil 5.9 dan görüldüğü üzere en iyi BER eğrisi 2.döngüde elde edilmektedir. En iyi BER eğride, $SNR > 3$ dB olduğunda bit hata oranı sıfır olmaktadır. MSK sistemler için LMS, RLS ve EM algoritma temelli

gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen en iyi BER eğrileri Şekil 5.10 da gösterilmektedir.

Şekil 5.10 dan görüldüğü üzere, her üç yöntem sonucunda elde edilen en iyi BER eğrileri arasında pek bir fark olmadığı, birbirlerine çok yakın oldukları gözükmektedir.

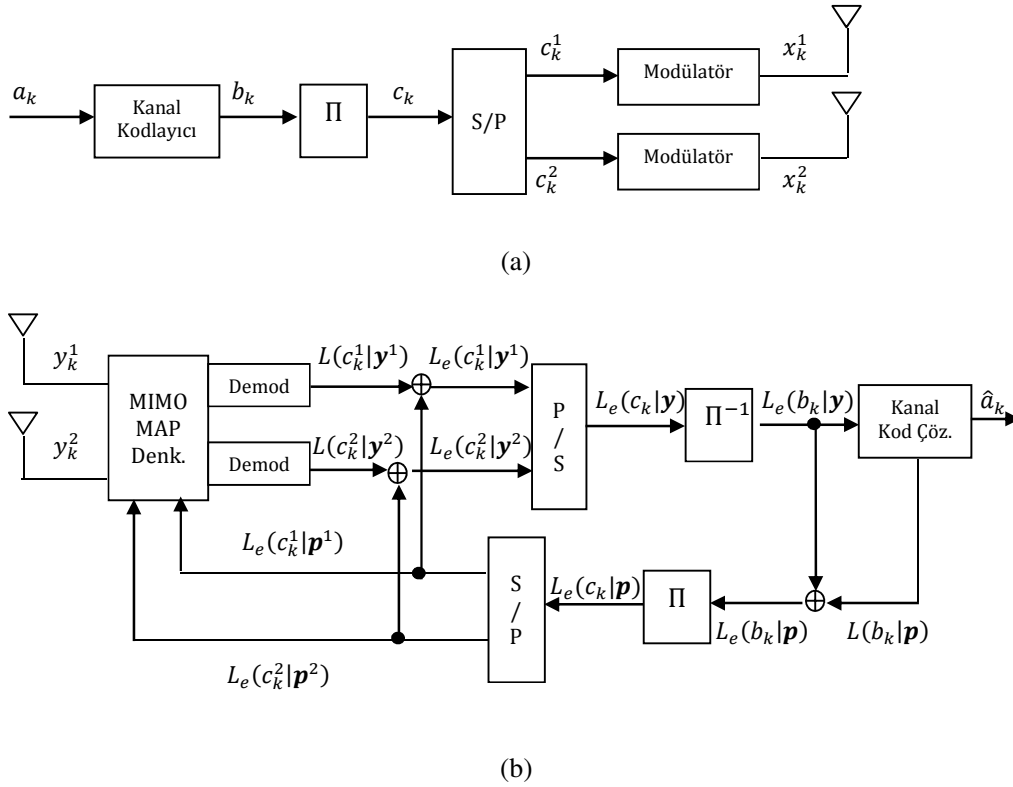


Şekil 5.10. MSK sistemler için LMS, RLS ve EM temelli gözü kapalı turbo denkleştirme en iyi BER eğrileri.

BÖLÜM 6. ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI (MIMO) HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE TURBO DENKLEŞTİRME

Çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) dan kasıt, vericinin ve alıcının birden fazla anten kullandığı anlamına gelir. MIMO kanallar olarak genelde frekans seçici kanallar ve frekans (düz) seçici olmayan kanallar kullanılır. MIMO haberleşme sistemleri için MAP algoritma kullanılarak yapılan başlıca turbo denkleştirme çalışmaları şunlardır [8- 12].

6.1 Frekans Seçici Olmayan MIMO Kanallı Haberleşme Sistemlerinde Turbo Denkleştirme



Şekil 6.1. (a) MIMO (2x2) verici (b) MIMO (2x2) alıcı, alıcıda turbo denkleştirme yapılıyor.

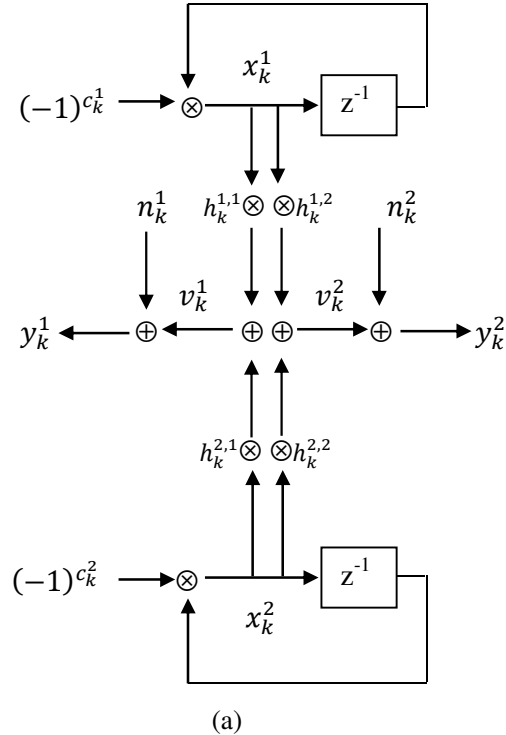
MIMO (2x2), iki anten vericili iki anten alıcılı haberleşme sistemlerinde turbo denkleştirme Şekil 6.1 de gösterilmektedir.

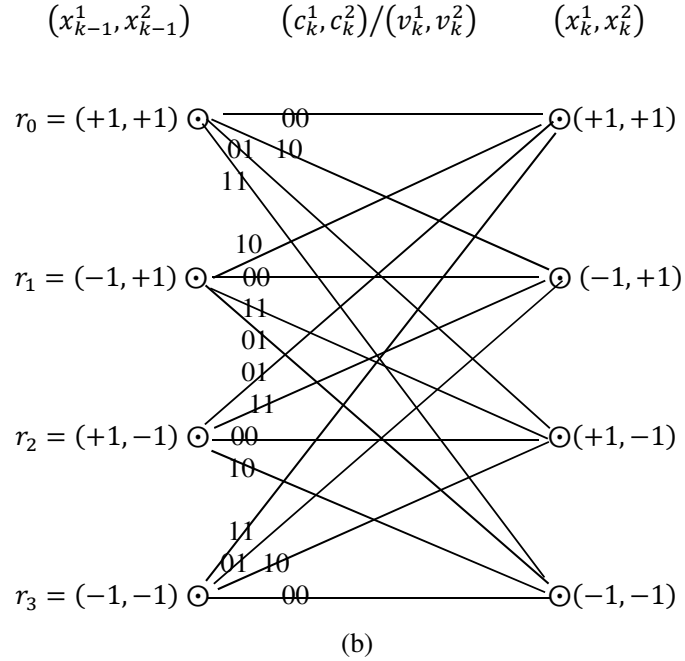
A. Verici

$K=512$ bit uzunluğundaki veri çerçevesi Şekil 4.2 de gösterilen katlamalı kodlayıcı tarafından kodlandıktan sonra bir rasgele serpiştirici ile kod bitlerinin yerleri değiştirilir (harmanlanır). Daha sonra, seri-paralel dönüştürücü tarafından serpiştirilmiş c_k bitlerinin, tekil sayı olanları c_k^1 olarak çift sayı olanları ise c_k^2 olarak ayrılır. Bir sonraki aşamada ise, c_k^1 ve c_k^2 bitleri modülatörden geçirildikten sonra 1. antenden ve 2. antenden haberleşme kanalına bırakılırlar.

B. Haberleşme Kanalı

DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olmayan kanal modeli ve ona karşılık gelen kafes diyagramı Şekil 6.2 de gösterilmektedir. İletim filtresi, fiziksel kanal, alıcı filtresi örnekleme anlarında bir bütün olarak, kanal katsayıları olarak modellenenir.





Şekil 6.2. (a) DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olmayan kanal modeli (b) bu kanal modeline karşılık gelen süper-kafes. Çizgiler üzerindeki sıfır bir rakamları $c_k^1 c_k^2$ bitlerine karşılık gelir.

MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olmayan sönümlmeli kanal kullanılmıştır. Bu kanalda katsayılar, karmaşık Gauss değişkenleridir ve sıfır ortalamaya ve her iki yöne (gerçek, sanal) σ^2 varyansa sahiptirler, yani, $\sim N(0, \sigma^2) + j N(0, \sigma^2)$. Alıcının birinci ve ikinci anteninde k anında gözlemlenen değerler:

$$y_k^1 = h_k^{1,1} \cdot x_k^1 + h_k^{2,1} \cdot x_k^2 + n_k^1 = h_k^{1,1} \cdot x_{k-1}^1 \cdot (-1)^{c_k^1} + h_k^{2,1} \cdot x_{k-1}^2 \cdot (-1)^{c_k^2} + n_k^1 \quad (6.1.1)$$

$$y_k^1 = v_k^1 + n_k^1 \quad (6.1.2)$$

$$y_k^2 = h_k^{1,2} \cdot x_k^1 + h_k^{2,2} \cdot x_k^2 + n_k^2 = h_k^{1,2} \cdot x_{k-1}^1 \cdot (-1)^{c_k^1} + h_k^{2,2} \cdot x_{k-1}^2 \cdot (-1)^{c_k^2} + n_k^2 \quad (6.2.1)$$

$$y_k^2 = v_k^2 + n_k^2 \quad (6.2.2)$$

Denk. (6.1- 6.2) de kullanılan notasyonlar:

- y_k^1 : alıcının birinci anteninde k anında gözlemlenen değer
 y_k^2 : alıcının ikinci anteninde k anında gözlemlenen değer
 $h_k^{1,1}$: birinci iletim anteni ile birinci alıcı anteni arasındaki k anındaki karmaşık değerli kanal katsayısı
 $h_k^{1,2}$: birinci iletim anteni ile ikinci alıcı anteni arasındaki k anında karmaşık değerli kanal katsayısı
 $h_k^{2,1}$: ikinci iletim anteni ile birinci alıcı anteni arasındaki k anında karmaşık değerli kanal katsayısı
 $h_k^{2,2}$: ikinci iletim anteni ile ikinci alıcı anteni arasındaki k anında karmaşık değerli kanal katsayısı
 n_k^1 : birinci alıcı anteninde k anında oluşan AWGN
 n_k^2 : ikinci alıcı anteninde k anında oluşan AWGN

$K=512$ bit uzunluğundaki veri bloğu boyunca kanal katsayılarının değişmediği varsayılırsa, yarı-durağan kanal (quasi-static channel) elde edilmiş olur. Her bir farklı veri bloğunda ise kanal katsayıları farklı olmaktadır.

C. MIMO MAP Denkleştirici

DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olmayan kanal ve ona karşılık gelen süper-kafes Şekil 6.2 te gösterilmektedir. Süper-kafesteki geçerli dal sayısı 16 dır. Haberleşme kanalı dört farklı durumda olabiliyor şöyle ki $s_k \in \{r_0, r_1, r_2, r_3\}$. Durum geçiş olasılıkları şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_k^1(s_{k-1}, s_k) = e^{-c \cdot L(c_k^1)} \cdot e^{-\frac{|y_k^1 - v_k^1|^2}{\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0,1\} \quad (6.3.1)$$

$$\gamma_k^2(s_{k-1}, s_k) = e^{-c \cdot L(c_k^2)} \cdot e^{-\frac{|y_k^2 - v_k^2|^2}{\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0,1\} \quad (6.3.2)$$

İleri terim $\alpha_k(s)$ ve geri terim $\beta_k(s)$ yinelemeli hesaplanabilir:

$$\alpha_k^1(s_k) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}} \gamma_k^1(s_{k-1}, s_k) \alpha_{k-1}^1(s_{k-1}) \quad (6.4.1)$$

$$\alpha_k^2(s_k) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}} \gamma_k^2(s_{k-1}, s_k) \alpha_{k-1}^2(s_{k-1}) \quad (6.4.2)$$

$$\beta_{k-1}^1(s_{k-1}) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}} \gamma_k^1(s_{k-1}, s_k) \beta_k^1(s_k) \quad (6.4.3)$$

$$\beta_{k-1}^2(s_{k-1}) = \sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}} \gamma_k^2(s_{k-1}, s_k) \beta_k^2(s_k) \quad (6.4.4)$$

c_k kod bitlerinin koşullu logaritmik olabilirlik oranları $L(c_k|\mathbf{y})$ şöyle yazılabilir:

$$L(c_k^1|\mathbf{y}^1) = \ln \frac{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}, c_k^1=0} \alpha_{k-1}^1(s_{k-1}) \gamma_k^1(s_{k-1}, s_k) \beta_k^1(s_k)}{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}, c_k^1=1} \alpha_{k-1}^1(s_{k-1}) \gamma_k^1(s_{k-1}, s_k) \beta_k^1(s_k)} \quad (6.5.1)$$

$$L(c_k^2|\mathbf{y}^2) = \ln \frac{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}, c_k^2=0} \alpha_{k-1}^2(s_{k-1}) \gamma_k^2(s_{k-1}, s_k) \beta_k^2(s_k)}{\sum_{\forall (s_{k-1}, s_k) \in \mathfrak{B}, c_k^2=1} \alpha_{k-1}^2(s_{k-1}) \gamma_k^2(s_{k-1}, s_k) \beta_k^2(s_k)} \quad (6.5.2)$$

D. MAP Kod Çözücü

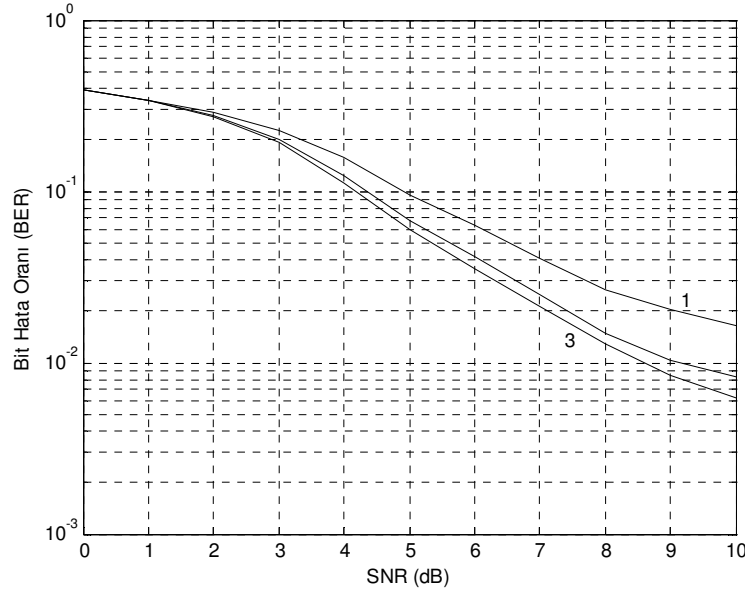
MAP kod çözücü girdisi yumuşak önsel bilgi:

$$L_e(b_k|\mathbf{y}) = \Pi^{-1}(L_e(c_k|\mathbf{y})) \quad (6.6)$$

kanal kodlayıcı ve onun kafes yapısı Şekil 4.2 de gösterilmektedir. Bu kafes yapısında durum geçiş olasılıkları Denk. (4.4) kullanılarak hesaplanır. Kod çözücü çıktısı $L(b_{2k-1}|\mathbf{p})$, $L(b_{2k}|\mathbf{p})$ Denk. (4.5- 4.6) kullanılarak hesaplanır. Orijinal veri bitlerinin tahmini \hat{a}_k ile gösterilir ve Denk. (3.10) ile bulunur. Kod çözücünden

denkleştiriciye giden harici yumuşak bilgi $L_e(b_k|\mathbf{p})$, Denk. (4.7) ile bulunur. Serpiştirici çıktısı ise, Denk. (4.8) ile bulunur.

E. Simülasyon Sonuçları



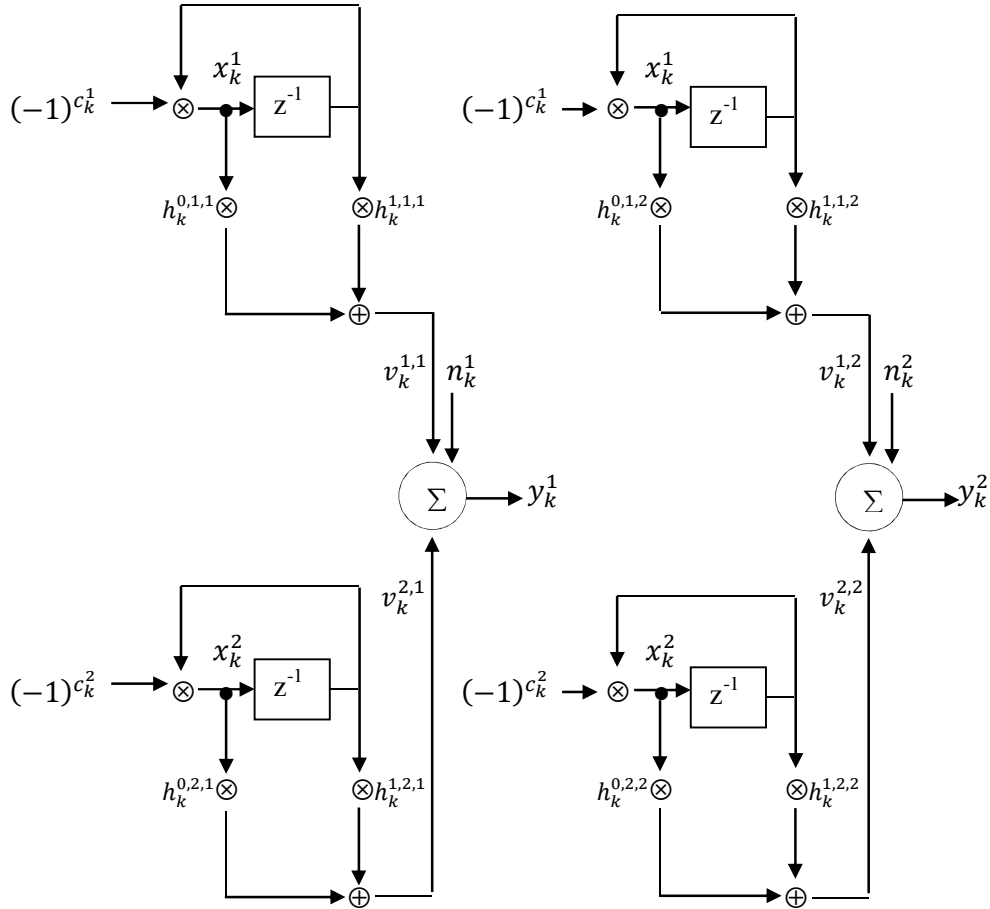
Şekil 6.3. MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olmayan kanal kullanılarak yapılan turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Şekil 6.3 ten görüldüğü üzere en iyi BER değerleri 3. döngü sonucunda elde edilmektedir. Kanal katsayılarının $h_k^{1,1}, h_k^{1,2}, h_k^{2,1}, h_k^{2,2}$ gerçek ve sanal kısımları birbirinden bağımsız Gauss rastlantı değişkenleridir ve ortalamaları sıfır, varyansları ise 0.5 tir. $|h_k^{1,1}|^2 = |h_k^{1,2}|^2 = |h_k^{2,1}|^2 = |h_k^{2,2}|^2 = 1$ dir. $SNR = \text{sinyal gücü/gürültü gücü} = (|h_k^{1,1}|^2 + |h_k^{1,2}|^2) / \sigma_n^2 = 2 / \sigma_n^2$ olduğundan karmaşık AWGN gürültü varyansı $\sigma_n^2 = SNR/2$ olarak alınmıştır ve her yöne $\sigma_n^2/2$ varyansa sahiptir. Bir veri çerçevesi boyunca kanal katsayılarının değişmediği varsayımı yapılmıştır.

6.2 Frekans Seçici MIMO Kanallı Haberleşme Sistemlerinde Turbo Denkleştirme

Alicıda turbo denkleştirme yapılan MIMO (2x2) haberleşme sistemi Şekil 6.1 de gösterilmektedir. DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olan kanal (her bir alt kanal

hafıza uzunluğu $L=1$ dir) Şekil 6.4 te gösterilmektedir.



Şekil 6.4. DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici kanal

Şekil 6.4 te gösterilen kanalın kafes diyagramı Şekil 6.5 te gösterilmektedir. MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan sönmülemeli kanal kullanılmıştır. Her bir alt kanal hafıza uzunluğu $L=1$ alınmıştır. Alıcının antenlerinde k anında gözlemlenen değerler:

$$y_k^i = \sum_{j=1}^{N_t} \left(\sum_{l=0}^L h_k^{l,j,i} x_{k-l}^j \right) + n_k^i \quad (6.7)$$

Denk. (6.7) de kullanılan semboller:

y_k^i : i . antende k anında gözlemlenen değer

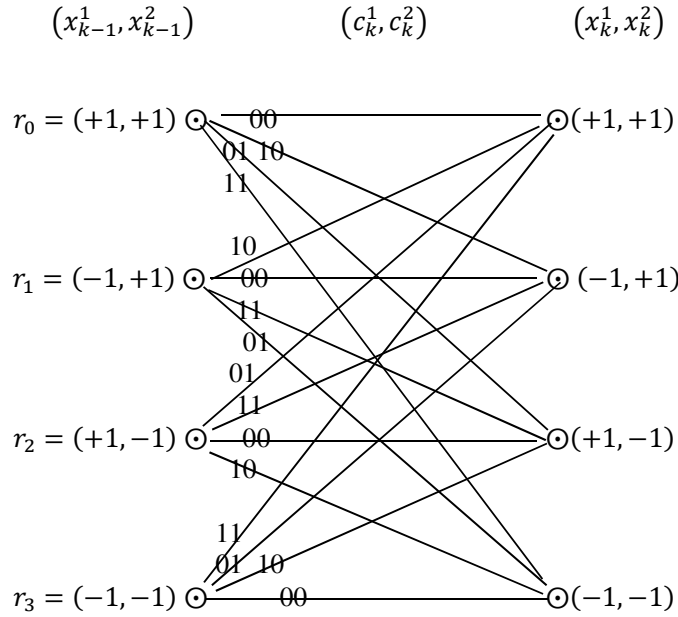
N_t : t . verici anteni

$h_k^{l,j,i}$: j. iletim anten ile i. alıcı anteni arasındaki l . tap daki sönümlenme katsayısı.

Her bir alt kanaldaki kanal katsayıları birbirlerinde bağımsız olarak Rayleigh dağılıma sahiptirler ve her bir alt kanaldaki kanal katsayıları eşit güce sahip ve güçlerinin toplamı 1 olacak şekilde normleştirilmişlerdir, yani, $E\{|h_k^{l,j,i}|^2\} = 1/(L+1)$ ve $\sum_{l=0}^L E\{|h_k^{l,j,i}|^2\} = 1$.

x_{k-l}^j : $(k-l)$ anında j. iletim anteninden kanala bırakılan kanal sembolü

n_k^i : i. alıcı anteninde gözlemlenen değerin içinde mevcut olan AWGN kanal gürültüsü



Şekil 6.5. DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olan kanal modeline karşılık gelen süper-kafes. Çizgiler üzerindeki sıfır bir rakamları $c_k^1 c_k^2$ bitlerine karşılık gelir.

Denk. (6.7) kullanılarak alıcının birinci ve ikinci anteninde gözlemlenen değerler:

$$y_k^1 = h_k^{0,1,1} \cdot x_k^1 + h_k^{1,1,1} \cdot x_{k-1}^1 + h_k^{0,2,1} \cdot x_k^2 + h_k^{1,2,1} \cdot x_{k-1}^2 + n_k^1 = v_k^{1,1} + v_k^{2,1} + n_k^1 \quad (6.8)$$

$$y_k^2 = h_k^{0,1,2} x_{k-1}^1 (-1)^{c_k^1} + h_k^{1,1,2} x_{k-1}^1 (-1)^{c_k^1} + h_k^{0,2,2} x_{k-1}^2 (-1)^{c_k^2} + h_k^{1,2,2} x_{k-1}^2 (-1)^{c_k^2} + n_k^2$$

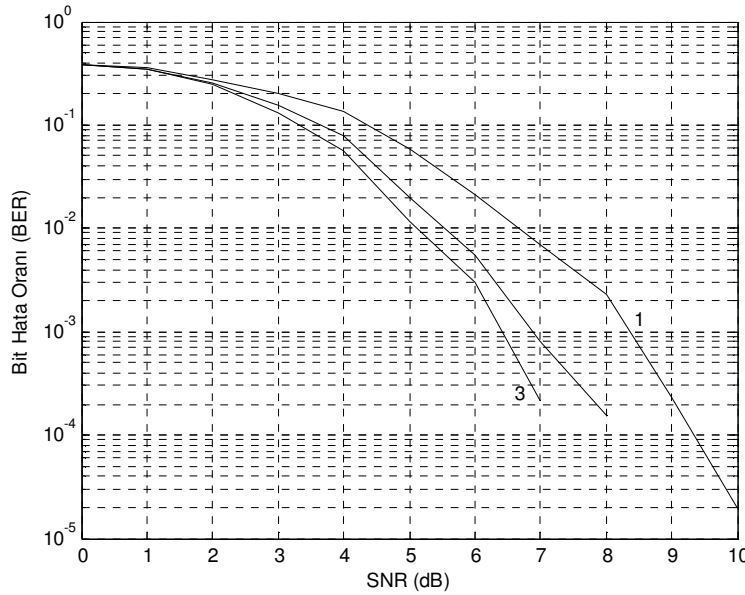
$$y_k^2 = h_k^{0,1,2} \cdot x_k^1 + h_k^{1,1,2} \cdot x_{k-1}^1 + h_k^{0,2,2} \cdot x_k^2 + h_k^{1,2,2} \cdot x_{k-1}^2 + n_k^2 = v_k^{1,2} + v_k^{2,2} + n_k^2 \quad (6.9)$$

$$y_k^2 = h_k^{0,1,2} x_{k-1}^1 (-1)^{c_k^1} + h_k^{1,1,2} x_{k-1}^1 (-1)^{c_k^1} + h_k^{0,2,2} x_{k-1}^2 (-1)^{c_k^2} + h_k^{1,2,2} x_{k-1}^2 (-1)^{c_k^2} + n_k^2$$

DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici kanalın durum geçiş olasılıkları şu şekilde yazılabilir:

$$\gamma_k^1(s_{k-1}, s_k) = e^{-c} \cdot L(c_k^1) \cdot e^{-\frac{|y_k^1 - v_k^{1,1} - v_k^{2,1}|^2}{\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0,1\} \quad (6.10.1)$$

$$\gamma_k^2(s_{k-1}, s_k) = e^{-c} \cdot L(c_k^2) \cdot e^{-\frac{|y_k^2 - v_k^{1,2} - v_k^{2,2}|^2}{\sigma_n^2}}, \quad c \in \{0,1\} \quad (6.10.2)$$



Şekil 6.6. MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olmayan kanal kullanılarak yapılan turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.

Şekil 6.5 te gösterilen kafes diyagramındaki ileri ve geri terimler Denk. (6.4) kullanılarak hesaplanır. Demodülasyon dahil edilmiş MIMO MAP denkleştirici çıktısı yumuşak bilgiler $L(c_k^1 | \mathbf{y}^1)$, $L(c_k^2 | \mathbf{y}^2)$ Denk. (6.5) kullanılarak hesaplanır.

MAP kod çözücü girdisi yumuşak önsel bilgi, Denk. (6.6) kullanılarak bulunur. Kanal kodlayıcı ve onun kafes yapısı Şekil 4.2 de gösterilmektedir. Bu kafes yapısında durum geçiş olasılıkları Denk. (4.4) kullanılarak hesaplanır. Kod çözücü çıktısı $L(b_{2k-1}|\mathbf{p})$, $L(b_{2k}|\mathbf{p})$ Denk. (4.5- 4.6) kullanılarak hesaplanır. Orijinal veri bitlerinin tahmini \hat{a}_k ile gösterilir ve Denk. (3.10) ile bulunur. Kod çözücünden denkleştiriciye giden harici yumuşak bilgi $L_e(b_k|\mathbf{p})$, Denk. (4.7) ile bulunur. Serpiştirici çıktısı ise Denk. (4.8) ile bulunur.

Şekil 6.6 dan görüldüğü üzere en iyi BER değerleri 3. döngü sonucunda elde edilmektedir. Her bir alt kanaldaki kanal katsayıları birbirlerinde bağımsız olarak Rayleigh dağılıma sahiptirler ve her bir alt kanaldaki kanal katsayıları eşit güce sahip ve güçlerinin toplamı 1 olacak şekilde normleştirilmişlerdir, yani, $E\{|h_k^{l,j,i}|^2\} = 1/(L+1)$ ve $\sum_{l=0}^L E\{|h_k^{l,j,i}|^2\} = 1$. Kanal katsayılarının gerçekte ve sanal kısımları birbirinden bağımsız Gauss rastlantı değişkenleridir; gerçekte ve sanal kısmın her birinin ortalaması sıfır, varyansları ise 0.25 tir. $(|h_k^{0,1,1}|^2 + |h_k^{1,1,1}|^2 + |h_k^{0,2,1}|^2 + |h_k^{1,2,1}|^2) = (|h_k^{0,1,2}|^2 + |h_k^{1,1,2}|^2 + |h_k^{0,2,2}|^2 + |h_k^{1,2,2}|^2) = 2$. Buradan şunu çıkartabiliriz: $SNR = \text{sinyal gücü/gürültü gücü} = 2/\sigma_n^2$. Karmaşık değerli AWGN gürültü örneklerinin varyansı σ_n^2 olarak gösterilebilir ve her yöne $\sigma_n^2/2$ varyansa sahiptir. Bir veri çerçevesi boyunca kanal katsayılarının değişmediği varsayımı yapılmıştır.

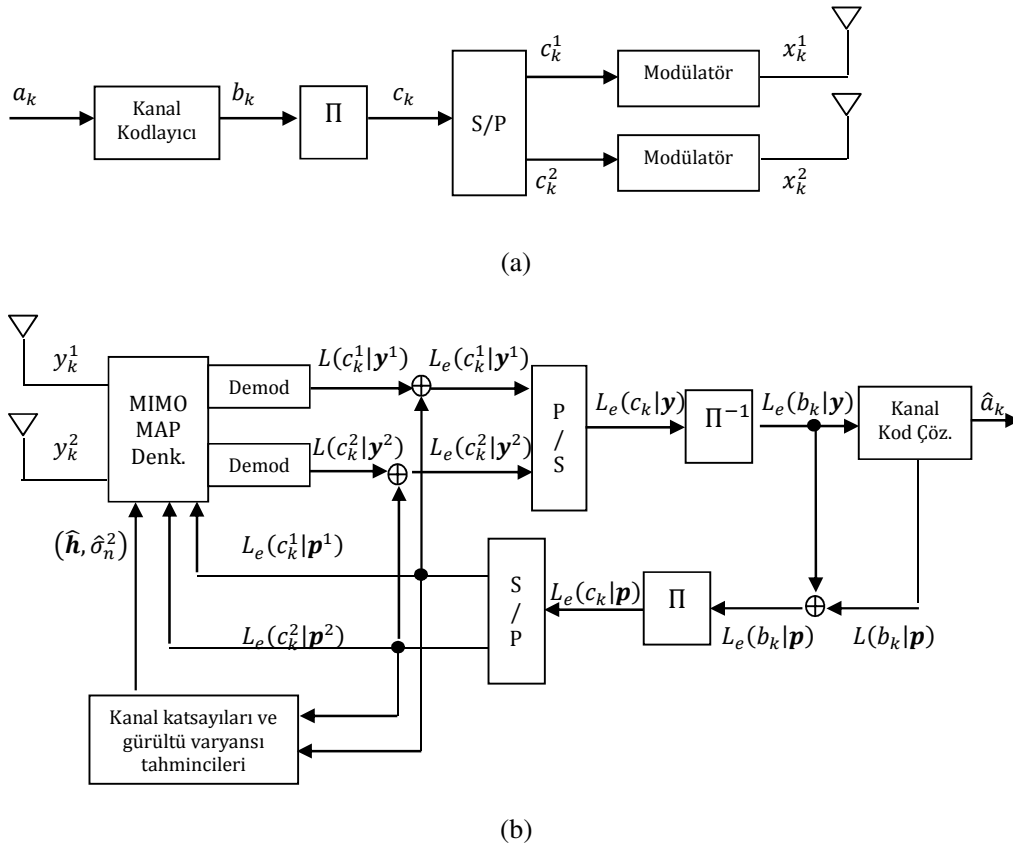
BÖLÜM 7. ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI (MIMO) HABERLEŞME SİSTEMLERİNDE YARI GÖZÜ KAPALI TURBO DENKLEŞTİRME

EM veya modifiye edilmiş EM algoritma temelli yarı gözü kapalı MIMO turbo denkleştirme çalışmaları literatürde mevcuttur [63, 64], bu çalışmalarda MIMO Rayleigh frekans seçici olmayan (düz) kanallar kullanılmıştır. Bu tezde ise daha zor olan frekans seçici MIMO Rayleigh sönümlemeli kanallar kullanılmıştır. Bu bölümde yapılan MIMO kanallar için LMS algoritma temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme çalışması literatürde bir ilktir. SISO haberleşme sistemlerinde EM, LMS ve RLS algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları Bölüm 5 te anlatılmıştır. Pratikte sık kullanılan MIMO kanallar; Rayleigh sönümlemeli kanallardır. Bu kanallarda birden fazla alt kanal bulunmaktadır, her bir alt kanalın her kanal katsayısı karmaşık değerlidir ve her katsayının hem gerçek hem de sanal kısmının pdf'i sıfır ortalamalı normal dağılıma sahiptir. Her alt kanalda bulunan tüm kanal katsayılarının mutlak değerlerinin toplamı bir yapılarak normalleştirilmiştir. Veri bloğu süresince haberleşme kanalının katsayılarının sabit olduğu varsayımı tüm bilimsel çalışmalarda yapılmaktadır. Ama her bir yeni blok için kanal katsayıları yeniden rasgele üretilir. Kanal katsayıları her bir veri bloğundan diğerine değişmekte olmasına ilaveten karmaşık değerli AWGN gürültü örnekleri kanal gürültüsü olarak eklenmektedir. Bu sebeplerden dolayı her bir veri bloğu için farklı kanal katsayılarına sahip olan MIMO haberleşme kanalının kanal katsayılarının ve karmaşık değerli AWGN gürültünün varyansının tahmin edilmeleri için veri bloğunun içine az sayıda bit ihtiva eden bir eğitilmiş dizi gömmek gerekmektedir. Haberleşme kanalını tahmin etmek için hem bilinen bitleri (bir eğitilmiş dizi) hem de bilinmeyen bitleri (veri bloğu uzunluğu-eğitilmiş dizi) kullanılarak yapılan denkleştirmeye, yarı gözü kapalı denkleştirme denir. Bu bölümde sırasıyla MIMO haberleşme sistemlerinde, EM algoritma temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme

ve LMS algoritma temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları yapılmıştır.

7.1 MIMO Haberleşme Sistemlerinde EM Algoritma Temelli Yarı Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

MIMO (2x2), iki anten vericili iki anten alıcılı haberleşme sistemlerinde yarı gözü kapalı turbo denkleştirme Şekil 7.1 de gösterilmektedir. Bu bölümde DPSK modülatör ve DPSK demodülatör kullanılmıştır.



Şekil 7.1. (a) MIMO (2x2) verici (b) MIMO (2x2) alıcı, alıcıda yarı gözü kapalı turbo denkleştirme yapılıyor.

A. Verici

K=244 bit uzunluğundaki veri çerçevesi Şekil 4.2 de gösterilen katlamalı kodlayıcı tarafından kodlandıktan sonra bir rasgele serpiştirici ile kod bitlerinin yerleri

değiştirilir (harmanlanır). Daha sonra, seri-paralel dönüştürücü tarafından serpiştirilmiş c_k bitlerinin, tekil sayı olanları c_k^1 olarak çift sayı olanları ise c_k^2 olarak ayrılır. Bir sonraki aşamada ise, c_k^1 ve c_k^2 bitleri modülatörden geçirildikten sonra her iki veri bloğunun başına iç çarpımlarının (dot product) toplamları sıfır olan iki adet 12 bit eğitimli dizi eklenir (gömülür). Eğitimli dizilerin birbirlerine karşı dikgenlik özelliklerinin olmasına dikkate edilmelidir [65]. Haberleşme kanalına bırakılan veri blok uzunluğu $N=256$ bit tir. Bir sonraki aşamada ise her iki veri bloğu 1. antenden ve 2. antenden haberleşme kanalına bırakılırlar.

B. Haberleşme Kanalı

DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olan kanal (her bir alt kanal hafıza uzunluğu $L=1$) kullanılmıştır ve Şekil 6.4 te gösterilmektedir. İletim filtresi, fiziksel kanal, alıcı filtresi örnekleme anlarında bir bütün olarak, kanal katsayıları olarak modellenebilir. Her bir alt kanaldaki kanal katsayıları birbirlerinde bağımsız olarak Rayleigh dağılıma sahiptirler ve her bir alt kanaldaki kanal katsayıları eşit güce sahip ve güçlerinin toplamı 1 olacak şekilde normalleştirilmişlerdir, yani, $E \left\{ |h_k^{l,j,i}|^2 \right\} = 1/(L + 1)$ ve $\sum_{l=0}^L E \left\{ |h_k^{l,j,i}|^2 \right\} = 1$. Kanal katsayılarının gerçek ve sanal kısımları birbirinden bağımsız Gauss rastlantı değişkenleridir; gerçek ve sanal kısımların her birinin ortalaması sıfır, varyansları ise 0.25 tir. Karmaşık değerli AWGN gürültü örneklerinin varyansı σ_n^2 olarak gösterilebilir ve her yöne $\sigma_n^2/2$ varyansa sahiptir. Bir veri çerçevesi boyunca kanal katsayılarının değişmediği varsayımı yapılmıştır. Alıcının birinci ve ikinci anteninde k anında gözlemlenen değerler Denk. (6.7) kullanılarak bulunur. $N=256$ bit uzunluğundaki veri bloğu boyunca kanal katsayılarının değişmediği varsayılırsa, yarı-durağan kanal (quasi-static channel) elde edilmiş olur. Her bir farklı veri bloğunda ise kanal katsayıları farklı olmaktadır.

C. Kanal Parametrelerinin Tahmin Edilmesi

Kanal katsayılarını ve karmaşık değerli AWGN gürültünün varyansını EM algoritma kullanarak Denk. (7.1 ve 7.2) den hesaplanmıştır. Bu iki denklemde, \mathcal{T} kafesteki geçerli olan toplam dal sayısıdır, $\hat{\mathbf{h}}^1 \triangleq [\hat{h}^{0,1,1}, \hat{h}^{1,1,1}, \hat{h}^{0,2,1}, \hat{h}^{1,2,1}]^T$ ve $\hat{\mathbf{h}}^2 \triangleq$

$[\hat{h}^{0,1,2}, \hat{h}^{1,1,2}, \hat{h}^{0,2,2}, \hat{h}^{1,2,2}]^T$ karmaşık değerli kestirilmiş kanal katsayılarını belirtir, $h_k^{l,j,i}$: j. iletim anteni ile i. alıcı anteni arasındaki l. tap daki sönümlenme katsayısıdır. $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)} = [\hat{\mathbf{h}}^{1(i)}, \hat{\sigma}_{n1}^{2(i)}]$ ve $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)} = [\hat{\mathbf{h}}^{2(i)}, \hat{\sigma}_{n2}^{2(i)}]$ ise sırasıyla birinci ve ikinci alıcı anteninde gözlemlenen değerlerin kullanılarak i. döngü sonunda kestirilmiş kanal parametre vektörleridir.

$$\hat{\mathbf{h}}^{1(i+1)} = \left(\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)}) \mathbf{x}_n^* \mathbf{x}_n^T \right)^{-1} \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)}) y_k^1 \mathbf{x}_n^* \quad (7.1)$$

$$\hat{\mathbf{h}}^{2(i+1)} = \left(\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)}) \mathbf{x}_n^* \mathbf{x}_n^T \right)^{-1} \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)}) y_k^2 \mathbf{x}_n^*$$

$$\hat{\sigma}_{n1}^{2(i+1)} = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)}) |y_k^1 - \hat{\mathbf{h}}^{1(i+1)T} \mathbf{x}_n|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)})} \quad (7.2)$$

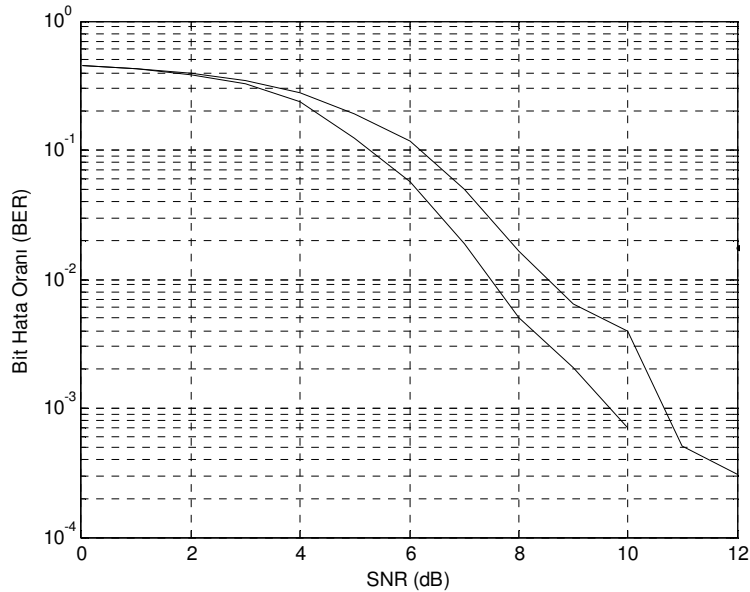
$$\hat{\sigma}_{n2}^{2(i+1)} = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)}) |y_k^2 - \hat{\mathbf{h}}^{2(i+1)T} \mathbf{x}_n|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^{\mathcal{J}} Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)})}$$

$\mathbf{x}_n \triangleq [x_k^1, x_{k-1}^1, x_k^2, x_{k-1}^2]^T$ ise n. kafes dalında k anındaki durum geçişlerini belirtir. Durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıkları $Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)})$, $Pr(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)})$ ile belirtilir. Durum geçiş olasılıkları ve ileri terimler, ileri yönlü işlem de hesaplandıktan sonra geri terimler, geri yönlü yinelemeli işlem de hesaplanır. İleri terimlerin, durum geçiş olasılıklarının ve geri terimlerin çarpımları, durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıklarını verir. Kanal hafıza uzunluğunun alıcı tarafından bilindiği varsayılmıştır. Denkleştirme ve kod çözme MAP algoritma kullanılarak yapılır.

D. MIMO MAP Denkleştirici ve Kod Çözücü

DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici olmayan kanal ve ona karşılık gelen süper-kafes Şekil (6.4, 6.5) te gösterilmektedir. Süper-kafesteki geçerli dal sayısı 16 dır. Haberleşme kanalı dört farklı durumda olabiliyor şöyle ki $s_k \in \{r_0, r_1, r_2, r_3\}$. İleri $\alpha_k^1(s_k)$, $\alpha_k^2(s_k)$ ve geri terimler $\beta_k^1(s_k)$, $\beta_k^2(s_k)$ Denk. (6.4) kullanılarak hesaplanabilir. Durum geçiş olasılıkları Denk. (6.10) kullanılarak bulunur. MIMO MAP denkleştiriciden üretilen kanal sembolleri hakkındaki yumuşak bilgiler Denk. (6.5) kullanılarak bulunur. Kanal kodlayıcı ve onun kafes yapısı Şekil 4.2 de gösterilmektedir. Bu kafes yapısında MAP algoritmanın nasıl çalıştığı, orijinal veri bit tahminlerinin nasıl yapıldığı ve sonsal yumuşak bilgilerin nasıl üretildiği Bölüm 4 te ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

E. Simülasyon Sonuçları



Şekil 7.2. MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan kanal kullanılarak yapılan EM algoritma temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri

Şekil 7.2 den görüldüğü üzere en iyi BER değerleri 2. döngüde elde edilmiştir. SNR > 10 dB olduğunda bit hata oranı sıfır olmaktadır. EM algoritma bu çok zor kanal tipinde de, oniki bitlik bir eğitilmiş dizi kullanarak iyi bir performans sergilemektedir. Eğitilmiş dizinin veri bloğu içindeki oranı, 12 bit/ 256 bit veri bloğu = % 4.7. Günümüzde haberleşme sistemlerinde %10'a kadar eğitilmiş dizi kullanmak makul karşılanmaktadır.

7.2 MIMO Haberleşme Sistemlerinde LMS Algoritma Temelli Yarı Gözü Kapalı Turbo Denkleştirme

MIMO (2x2), iki anten vericili iki anten alıcılı haberleşme sistemlerinde yarı gözü kapalı turbo denkleştirme Şekil 7.1 de gösterilmektedir. LMS algoritma temelli MIMO turbo denkleştirme çalışmasında, Şekil 6.4 te gösterilen DPSK/ISI MIMO (2x2) frekans seçici kanal (her bir alt kanal hafıza uzunluğu L=1 dir) kullanılmıştır. MIMO (2x2) frekans seçici kanalın katsayılarını kestirmek için LMS algoritma kullanılmıştır.

Yumuşak-girdi yumuşak-çıkı MAP denkleştirici için Nissila ve Pasupathy [62] tarafından bulunan gözü kapalı LMS kestirimci, MIMO haberleşme sistemlerine bu Bölüm de uyarlanmıştır. Kanal katsayıları şu şekilde kestirilir:

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{1(i)} = \hat{\mathbf{h}}_{k-1}^{1(i)} + \Delta \sum_{n=1}^J \left(y_k^1 - \hat{\mathbf{h}}_{k-1}^{1(i)T} \mathbf{x}_n \right) \mathbf{x}_n * Pr \left(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)} \right) \quad (7.3.1)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{2(i)} = \hat{\mathbf{h}}_{k-1}^{2(i)} + \Delta \sum_{n=1}^J \left(y_k^2 - \hat{\mathbf{h}}_{k-1}^{2(i)T} \mathbf{x}_n \right) \mathbf{x}_n * Pr \left(\mathbf{x}_n | \mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)} \right) \quad (7.3.2)$$

Δ : LMS algoritmanın artım aralığını belirtir.

$\hat{\mathbf{h}}_k^1$: Birinci antende k anında gözlemlenen değerlere etki eden kanal katsayılarının kestirilmiş değerleri $[\hat{h}_k^{0,1,1}, \hat{h}_k^{1,1,1}, \hat{h}_k^{0,2,1}, \hat{h}_k^{1,2,1}]^T$.

$\hat{\mathbf{h}}_k^2$: İkinci antende k anında gözlemlenen değerlere etki eden kanal katsayılarının kestirilmiş değerleri $[\hat{h}_k^{0,1,2}, \hat{h}_k^{1,1,2}, \hat{h}_k^{0,2,2}, \hat{h}_k^{1,2,2}]^T$.

\mathbf{y}^1 : Birinci antende gözlemlenen değerleri ihtiva eden gözlem vektörü.

\mathbf{y}^2 : İkinci antende gözlemlenen değerleri ihtiva eden gözlem vektörü.

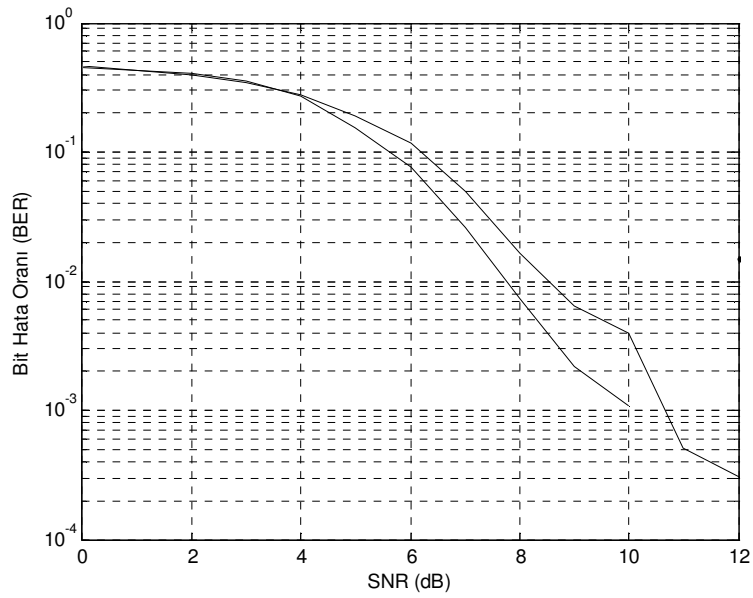
Kafes kollarının sonsal olasılıkları (APPs) $Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)})$, $Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)})$ ileri yönlü yinelemeli işlem ile bulunur ve bu işlem, hem ileri terimlerin hem de durum geçiş olasılıklarının hesaplanmalarını ihtiva eder. i. döngüde N. anında kestirilmiş olan kanal katsayıları, (i+1). döngüde başlangıç değerleri için kullanılır, yani, $\hat{\mathbf{h}}_0^{1(i+1)} = \hat{\mathbf{h}}_N^{1(i)}$, $\hat{\mathbf{h}}_0^{2(i+1)} = \hat{\mathbf{h}}_N^{2(i)}$. Gürültü varyansları şu şekilde kestirilirler:

$$\hat{\sigma}_{n1}^{2(i+1)} = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)}) \left| y_k^1 - \hat{\mathbf{h}}_k^{1(i)T} \mathbf{x}_n \right|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}^1, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{1(i)})} \quad (7.4.1)$$

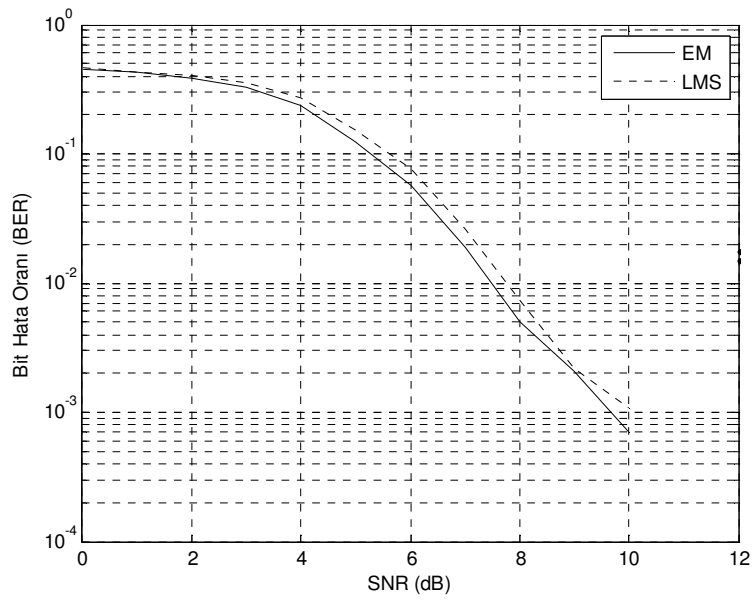
$$\hat{\sigma}_{n2}^{2(i+1)} = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)}) \left| y_k^2 - \hat{\mathbf{h}}_k^{2(i)T} \mathbf{x}_n \right|^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^T Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{2(i)})} \quad (7.4.2)$$

burada $Pr(\mathbf{x}_n|\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(i)})$ durum geçişlerinin koşullu sonsal olasılıkları; üç parçanın (ileri terimler, durum geçiş olasılıkları ve geri terimler) çarpımları ile hesaplanırlar. Haberleşme kanal katsayı vektörleri; $\hat{\mathbf{h}}_k^1 \triangleq [\hat{h}_k^{0,1,1}, \hat{h}_k^{1,1,1}, \hat{h}_k^{0,2,1}, \hat{h}_k^{1,2,1}]^T$, $\hat{\mathbf{h}}_k^2 \triangleq [\hat{h}_k^{0,1,2}, \hat{h}_k^{1,1,2}, \hat{h}_k^{0,2,2}, \hat{h}_k^{1,2,2}]^T$. Kanal hafıza uzunluğunun alıcı tarafından bilindiği varsayılmıştır.

Şekil 7.3 den görüldüğü üzere en iyi BER değerleri 2. döngüde elde edilmiştir. SNR > 10 dB olduğunda bit hata oranı sıfır olmaktadır. Bölüm 7.1 ve 7.2 de anlatılan frekans seçici kanal ihtiva eden MIMO haberleşme sistemleri için yarı gözü kapalı turbo denkleştirme yöntemlerinin BER performansların karşılaştırılması Şekil 7.4 te gösterilmektedir. Şekil 7.4 ten görüldüğü üzere, her iki yarı gözü kapalı alıcının bit hata oranlarının performansları birbirlerine çok yakındır ve hatta aynı oldukları söylenebilir. Hatırlanacağı üzere, SISO haberleşme sistemlerinde de LMS ve EM algoritma temelli gözü kapalı turbo denkleştirme bit hata oranı performansları birbirlerine çok yakın çıkmıştır. Bölüm 5 te BER eğrileri karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur.



Şekil 7.3. MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan kanal kullanılarak yapılan LMS temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen BER eğrileri.



Şekil 7.4. MIMO (2x2) Rayleigh frekans seçici olan kanal kullanılarak yapılan EM ve LMS temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme sonucunda elde edilen en iyi BER eğrilerinin karşılaştırılması.

BÖLÜM 8. SONUÇLAR VE YAPILABİLECEK ÇALIŞMALAR

Bu tezde, tek-giriş tek-çıkış ve çok-giriş çok-çıkış haberleşme sistemlerinde gözü kapalı turbo denkleştirme problemi ele alınmıştır. Yumuşak bilgiyi EM veya modifiye edilmiş EM algoritmanın kullanarak gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları literatürde mevcuttur [23-26]. Bu çalışmalarda, haberleşme kanalı olarak doğrusal zamanla değişmeyen (LTI) kanallar kullanılmış ve hepsinde de kullanılan modülasyon tipi BPSK dır. Farklı modülasyonlar kullanılması durumunda, her biri EM temelli yeni bir gözü kapalı turbo denkleştirme çalışması olacağı kuşkusuzdur. Bu tezde, yumuşak bilgi kullanılarak yapılan EM temelli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları hem DPSK hem de MSK haberleşme sistemleri için yapılmıştır.

Bu tezde, yumuşak bilgi kullanılarak yapılan LMS ve RLS temelli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları DPSK ve MSK modülasyon kullanan haberleşme sistemleri için yapılmıştır. BPSK, QAM veya herhangi bir modülasyon tipide kullanılsa; yeni bir LMS veya RLS temelli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışması elde edilmiş olur.

Yumuşak bilgi kullanımlı EM temelli yarı gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları MIMO haberleşme sistemleri için literatürde mevcuttur [63, 64]. Bu çalışmalarda başlangıç için küçük bir eğitimli dizi katarı kullanılmıştır. Kanal katsayıları karmaşık değerlidir ve her bir veri çerçevesinde Rayleigh dağılımına göre farklı kanal katsayıları üretilmektedir. Bu sebeplerden dolayı başlangıç için çok kısa bir eğitimli dizinin kullanılması kaçınılmazdır. 64 ve 65 referans numaralı olan çalışmalarda frekans seçici olmayan (düz) Rayleigh sönümlmeli MIMO kanal kullanılmıştır. Bu tezde ise frekans seçici Rayleigh sönümlmeli MIMO kanal kullanılmıştır ve bu kanal daha da zor bir kanaldır.

Bölüm 5 te SISO haberleşme sistemleri için geliştirilen EM/LMS temelli gözü kapalı turbo denkleştirme algoritmaları, Bölüm 7 de frekans seçici Rayleigh sönümlmeli MIMO kanallara uyarlanmıştır.

Yumuşak bilgiden faydalanılarak yapılan EM, RLS ve LMS temelli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları sonucunda elde edilen bit hat oranları birbirlerine oldukça yakın çıkmaktadır. MSK haberleşme sistemleri için geliştirilen üç gözü kapalı turbo alıcının BER performansları üst üste adeta çakışık çıkmıştır. DPSK haberleşme sistemlerinde kanal sembolleri gerçek değerler olduğu için gerçek-değerli AWGN gürültü eklenmiştir; bu durumda en iyi BER değerleri sırasıyla EM, RLS ve LMS algoritma kullanan gözü kapalı alıcılar tarafından elde edilmiştir. MIMO haberleşme sistemleri için ise, geliştirilen her iki alıcının da aynı BER değerlerini ürettikleri söylenebilir.

Bu tezde, yumuşak-girdi yumuşak-çıkı denkleştirici/kodçözücü de MAP algoritma kullanmıştır. MAP algoritma yerine SOVA algoritma kullanmak ve yumuşak bilgiden faydalanarak LMS ve RLS temelli gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmaları gelecek zamanda yapmak, özgün çalışmalar olacaktır. Bu tezde MIMO haberleşme sistemleri için yapılan gözü kapalı turbo denkleştirme çalışmalarında DPSK modülasyon/demodülasyon kullanılmıştır. Farklı bir tip modülasyon kullanılması, yeni bir çalışmanın üretilmesine sebep olacaktır.

Bölüm 5 ve Bölüm 7 yapılan çalışmalarda $\frac{1}{2}$ kod oranlı NRNSC (7, 5) kullanılmıştır. Bu kodlayıcı yerine LDPC kodlayıcı kullanmak yeni çalışmaların üretilmesine neden olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] HAYKIN, S., MOHER, M., Introduction to analog & digital communications 2nd ed. John Wiley & Sons: New Jersey, 2007.
- [2] DOUILLARD, C., et al. Iterative correction of intersymbol interference: Turbo-equalization. European Transactions on Telecommunication, (1995); 6(5), 507-511.
- [3] KOETTER, R., SINGER, A.C., TUCHLER, M., Turbo equalization. IEEE Signal Processing Magazine, 2004; 21(1), 67-80.
- [4] BAUCH, G., FRANZ, V., Iterative Equalization and Decoding for the GSM- System. In IEEE Vehicular Technology Conference (VTC), Ottawa, Canada, May 1998, vol. 3, pp. 2262-2266.
- [5] RAPHAELI, D., ZARAI, Y., Combined turbo equalization and turbo decoding. IEEE Commun. Letters, vol. 2, pp. 107-109, 1998.
- [6] TUCHLER, M., SINGER, A.C., KOETTER, R., Minimum mean squared error equalization using a priori information. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002; 50(3), 673-682
- [7] TUCHLER, M., KOETTER, R., SINGER, A.C., Turbo equalization: principles and new results. IEEE Transactions on Communication, 2002; 50(5), 754-767.
- [8] BAUCH, G., NAGUIB, A.F., MAP equalization of space-time coded signals over frequency selective channels. . In Proceedings of the IEEE International Conference on Wireless Communications and Networking (WCNC'99), 1999, 1, 261-265.
- [9] TONELLO, A.M., Space-time bit-interleaved coded modulation over frequency selective fading channels with iterative decoding. In Proceedings of Vehicular Technology Conference (WTC'00), 2000, 473-478.
- [10] PROAKIS, G.P., BJERKE, B.A., Equalization and decoding for multiple-input multiple-output wireless channels. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2002; 3, 249-266.
- [11] BAUCH, G., AL-DHAHIR, N., Reduced-complexity space-time turbo-

- equalization for frequency-selective MIMO channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2002; 1(4), 819-828.
- [12] TONELLO, A.M., MIMO MAP equalization and turbo decoding in interleaved space-time coded systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2003; 51(2), 155-160.
- [13] PROAKIS, J.G., SALEHI, M., *Digital Communications*, 5th ed. McGraw-Hill: New York, 2008.
- [14] SATO, Y., A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems. *IEEE Transactions on Communication*, 1975; 23(6), 679-682.
- [15] GODARD, D., Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communication*, 1980; 28(11), 1867-1875.
- [16] SHALVI, O., WEINSTEIN, E., New criteria for blind deconvolution of non-minimum phase systems (channels). *IEEE Transactions on Information Theory*, 1980; 36(2), 312-321..
- [17] UENG, F.B., SU, Y.T., Adaptive blind equalization using second and higher-order statistics. *IEEE Journal on Selected Areas in Communication*, 1995; 13(1), 132-140.
- [18] HATZINAKOS, D., NIKIAS, C.L., Blind equalization based on second and fourth order statistics. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'90)*, 1990; 4, 1512-1516.
- [19] TONG, L., XU, G., KAILATH, T., Blind identification and equalization based on second-order statistics: a time domain approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1994; 40(2), 340-350.
- [20] SATO, Y., Blind equalization and blind sequence estimation. *IEICE Transactions on Communication*, 1994; E77-B(5), 545-556.
- [21] SESHADRI, N., Joint data and channel estimation using blind trellis search techniques. *IEEE Transactions on Communication*, 1994; 42(34), 1000-1011.
- [22] YAKUT, S., VURAL, C., Blind turbo equalization with EM algorithm for DPSK systems. In *Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM'10)*, 2010, pp. 245-249.
- [23] HA,P., HONARY, B., Improved blind turbo detector. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Vehicular Technology (VTC'00)*, 2000; 2, 1196-1199.

- [24] LOPES, R.R., BARY, J.R., Exploiting error-control coding in blind channel estimation. In *Proceedings of the IEEE Global Telecommunication Conference (GLOBECOM'01), 2001*; 2, 1317-1321.
- [25] GARCIA-FRIAS, J., VILLASENOR, J.D., Combined turbo detection and decoding for unknown ISI channels. *IEEE Transactions on Communication*, 2003; 51(1), 79-85.
- [26] GUNTHER, J.H., KELLER, D., MOON, T., A generalized LDPC decoder for blind turbo equalization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005; 53(10), 3847-3856.
- [27] CHEN, X.-M., HOEHER, P.A., Trellis-based iterative adaptive blind sequence estimation for uncoded/coded systems with differential precoding. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005; 2005(6), 828-843.
- [28] CHEN, X.-M., HOEHER, P.A., Blind turbo equalization for wireless DPSK systems. In *Proceedings of the 4th International. ITG Conference on Source and Channel Coding (SCC'02), 2002*, 371–378.
- [29] SHANNON, C.E., A Mathematical theory of communication. *BSTJ*, 1948; 27:379-423, 623-657.
- [30] SKLAR, B., *Digital communications: fundamentals and applications*, 2nd ed. Prentice Hall: New Jersey, 2001.
- [81] SHANNON, C.E., Communication in the presence of noise. In *Proc. IRE*. 1949; 37(1):10-21.
- [32] ERTÜRK, S., *Sayısal haberleşme*. Birsen Yayınevi: İstanbul, 2005.
- [33] ELLIAS, P., Coding for noisy channels. *IRE Nat. Conv. Record*. 1955; 3(4):37-46.
- [34] CHATZIGEORGIOU, I., Performance analysis and design of punctured turbo codes. Phd thesis. Cambridge University, 2006.
- [35] BAHL, L., COCKE, J., JELINEK, F., RAVIV, J., Optimum decoding of linear codes for minimizing symbol error rate. *IEEE Transactions Information on Theory*, 1974; 20(2):284-287.
- [36] BERROU, C., GLAVIEUX, A., THITIMAJSHIMA, P., Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo codes. In *Proc. IEEE Int. Conf. Commun., Geneva*, 1993; pp. 1064-1070.
- [37] BERROU, C., GLAVIEUX, A., Near optimum error-correcting coding and decoding: turbo codes. *IEEE Transactions on Communications*, 1996;

44:1261-1271

- [38] FORNEY, G.D., Concatenated codes. MIT Press, Cambridge, MA, 1966.
- [39] HEEGARD, C., WICKER, S., Turbo coding. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- [40] JOHANNESSEN, R., ZIGANGROW, K.S., Fundamentals of convolutional coding. IEEE Press, New York, 1999.
- [41] SCHLEGEL, C., Trellis coding. IEEE Press, New York, 1997.
- [42] RYAN, W.E., A Turbo Code Tutorial. In Proc. IEEE Globecom'98, 1998.
- [43] UÇAN, O.N., OSMAN, O., Haberleşme teorisi ve mühendislik uygulamaları. Nobel Yayınevi: İstanbul, 2006.
- [44] GALLAGER, R.G., Low-density parity-check codes . Phd thesis. M.I.T., Cambridge, MA, 1960.
- [45] GALLAGER, R.G., Low-density parity-check codes. The M.I.T. Press, Cambridge, MA, 1963.
- [46] MACKAY, D.J.C., NEAL, R.M., Near Shannon limit performance of low density parity check codes. Electronics Letters, 1996; 32:1645-1646.
- [47] SHOKROLLAHI, A., LDPC codes: An introduction. Digital Fountain Inc. <http://www.eecs.harvard.edu/~michaelm/CS222/ldpc.pdf>.
- [48] ASGHAR, R., Flexible interleaving sub-systems for fec in baseband processors. Phd thesis, Linköping University, 2010.
- [49] TOOD, K.M., Error correction coding: mathematical methods and algorithms John Wiley & Sons: New Jersey, 2005.
- [50] DONINAR, S., DİVSALAR, D., Weight distributions for turbo codes using random and nonrandom permutations. Telecommunications and Data Acquisition Progress Report 42-122, Jet Propulsion Laboratory, California, pp. 56-65, 1995.
- [51] TAKESHITA, O.Y., COSTELLO, D.J., New deterministic interleaver designs for turbo codes. IEEE Transaction for Information Theory, 2000; 46(6):1988-2006, 2000.
- [52] BERROU, C., SAOUTER, Y., DOUILLARD, C., KEROUEDAN, S., JEZEQUEL, M., Designing good permutations for turbo codes: towards a single model. IEEE International Conference on Communications, 2004; 1:341-345.

- [53] TAKESHITA, O.Y., Permutation Polynomial Interleavers: An Algebraic-Geometric Perspective. *IEEE Transaction for Information Theory*, 2007; 53(6):2116–2132.
- [54] RAMSEY, J.L., Realization of Optimum Interleavers. *IEEE Transaction on Information Theory*, 1970; IT-16(3):338–345.
- [55] FORNEY, G.D., Burst-Correcting Codes for the Classic Bursty Channel. *IEEE Transaction on Communication Technology*, 1971; COM-19(5):772–781.
- [56] CLARK, G.C., CAIN, J.B., Error correction coding for digital communications, Plenum Press: New York, 1981.
- [57] HANNA, S.A., Convolutional interleaving for digital radio communications, Second IEEE International Conference on Personal Communications: Gateway to the 21st Century, 1993; 1:443-447.
- [58] MARAL, G., BOUSQUET, K., Satellite communications systems: systems, techniques and Technologies, 5th ed. John Wiley & Sons: Chichester, West Sussex, United Kingdom, 2009.
- [59] PROAKIS, J.G., SALEHI, M., BAUCH, G., Contemporary communication systems, 2nd ed. Thomson-Brooks/Cole, Canada, 2004.
- [60] HAGENAUER, J., HOEHER, P., A Viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications. In *Proc. Globecom*, Dallas, 1989, pp. 1680–1686.
- [61] KALEH, G.K., VALLET, R., Joint parameter estimation and symbol detection for linear or nonlinear unknown channels. *IEEE Transactions on Communication*, 1994; 42(7), 2406-2413.
- [62] NISSILA, M., PASUPATHY, S., Adaptive Baum-Welch algorithms for frequency-selective fading channels. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Communication (ICC'02)*, 2002, 1, 79-83.
- [63] KHALIGNI, A.A., BOUTROS, J.J., Semi-blind channel estimation using the EM algorithm in iterative MIMO APP detectors. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2006; 5(11), 3165-3173.
- [64] WAUTELET, X., HERZET, C., DEJONGE, A., LOUVEAUX, J., VANDENDORPE, L., Comparison of EM-based algorithms for MIMO channel estimation. *IEEE Transactions on Communications*, 2007; 55(1), 216-226.
- [65] YANG, S.-A., WU, J., Optimal binary training sequence design for multiple-antenna systems over dispersive fading channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2002; 51(5), 1271-1276.

- [66] Normal distribution. http://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution.
- [67] STARK, H., WOODS, J.W., Probability and Random Processes with Applications to Signal Processing 3rd ed. Prentice-Hall: New Jersey, 2002.

EKLER

EK A. Dağılımlar

A.1. Dağılım Fonksiyonları

Olasılık kütle fonksiyonu (PMF) ile olasılık dağılım fonksiyonu çok yakın ilişkilidir. Dağılım fonksiyonu, $F_X(x)$. X rastlantı değişkeninin, x 'e eşit yada daha küçük değerler alma olasılığı [1]:

$$F_X(x) = Pr[X \leq x] \quad (A1)$$

Dağılım fonksiyonu iki temel özelliğe sahiptir:

- i. $0 \leq F_X(x) \leq 1$
- ii. $F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$, eğer $x_1 \leq x_2$; azalmayan fonksiyondur $F_X(x)$

Eğer X sürekli değere sahip rastlantı değişkeni ise $F_X(x)$, x 'e göre türevi alınabilir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilir (pdf), $f_X(x) = \frac{\partial}{\partial x} F_X(x)$. Bir olasılık yoğunluk fonksiyonunun üç özelliği vardır [1]:

- i. $0 \leq f_X(x)$
- ii. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(s) ds$
- iii. $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$

A.2. Birkaç Rastlantı Değişkeni

Deney sonuçlarında sık sık birkaç farklı rastlantı değişkenine rastlarız. İki rastlantı değişkeni X ve Y olsun. Ortak dağılım fonksiyonu, $F_{X,Y}(x, y)$.

$F_{X,Y}(x, y) = Pr[X \leq x, Y \leq y]$: X rastlantı değişkeninin x değerinden küçük veya eşit olması ve Y rastlantı değişkeninin y değerinden küçük veya eşit olma olasılığı.

Eğer ortak dağılım fonksiyonu sürekli ise, kısmi türev $f_{X,Y}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{X,Y}(x, y)}{\partial x \partial y}$ vardır ve süreklidir. $f_{X,Y}(x, y)$, X ve Y rastlantı değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonudur [1].

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^x f_{X,Y}(u, v) du dv$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, v) dv \quad (A2)$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(u, y) du$$

$f_X(x)$, $f_Y(y)$: marjinal yoğunluklar

Eğer X ve Y rastlantı değişkenlerinin sonuçları birbirlerini etkilemiyorlarsa, X ve Y rastlantı değişkenleri istatistiksel olarak bağımsızdır. O takdirde;

$$F_{X,Y}(x, y) = F_X(x)F_Y(y), \quad f_{X,Y}(x, y) = f_X(x)f_Y(y), \quad Pr[X, Y] = Pr[X]Pr[Y] \text{ olur.}$$

A.3. Beklenti

Olasılık dağılım fonksiyonu, rastlantı değişkenini tam tanımlamamızı sağlamasına ek olarak bazı ek bilgiler verir. Rastlantı değişkenini tanımlamak için ortalama ve varyans kullanılabilir [1].

■ Ortalama

$E[g(X)]$: X rastlantı değişkenine bağlı fonksiyonun beklenen değeri = ortalama

μ_X : X rastlantı değişkeninin beklenen değeri = ortalama değer. Bir ayrık rastlantı değişkeni X'in ortalaması ve bir sürekli rastlantı değişkeni X'in ortalaması sırasıyla:

$$\mu_X = E[X] = \sum_x x Pr[X = x] \quad (A3)$$

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

X rastlantı değişkeninin N gözleminden elde edilen ortalama değer $\hat{\mu}_X = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$.

Eğer X'i bir rastgele sinyalin voltaj gözlemini temsil eden rastlantı değişkeni olarak düşünersek, X'in ortalama değeri sinyalin dc değeridir.

■ Varyans

Bir rastlantı değişkeninin varyansı, olasılık dağılım fonksiyonunun ortalama civarına dağılım tahminidir. Ayrık ve sürekli rastlantı değişkenleri için varyans sırasıyla:

$$\sigma_X^2 = Var(X) = E[(X - \mu_X)^2] = \sum_x (X - \mu_X)^2 Pr[X = x] \quad (A4)$$

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx$$

N bağımsız gözlemden bir rastlantı değişkeninin varyans kestirimi:

$$\hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \hat{\mu}_X)^2 \quad (A5)$$

Nisbi frekansın kullanılması ile Z rastlantı değişkeninin varyans kestirimi:

$$\hat{\sigma}_Z^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n_i=1}^M (i - \hat{\mu}_Z)^2 \frac{n_i}{N} \quad (A6)$$

Eğer X'i bir rastgele sinyalin voltaj gözlemini temsil eden rastlantı değişkeni olarak düşünersek, varyans sinyalin ac güç değerini gösterir.

■ Kovaryans

İki rastlantı değişkeni X ve Y'nin kovaryansı:

$$Cov(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = E[XY] - \mu_X \mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{X,Y}(x, y) dx dy - \mu_X \mu_Y \quad (A7)$$

Eğer X ve Y bağımsız rastlantı değişkenleri ise:

$$Cov(X, Y) = E[X]E[Y] - \mu_X \mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_X(x) f_Y(y) dx dy - \mu_X \mu_Y \quad (A8)$$

A.4. Normal Dağılım

Normal (Gauss) dağılımı bir sürekli olasılık dağılımıdır. Bu dağılım, gerçek değerlere sahip rastlantı değişkenlerini tanımlamak için sık sık kullanılır. Normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf), Gauss fonksiyonu veya çan eğrisi olarak bilinir ve şöyle gösterilir [66, 67]:

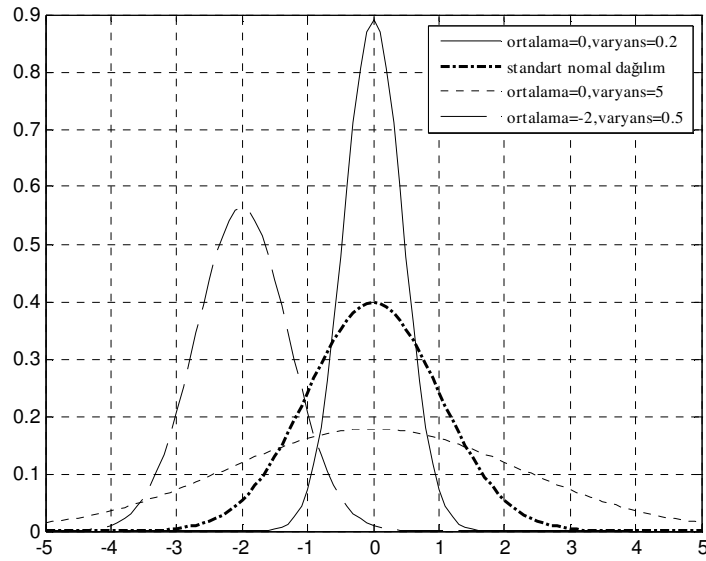
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (A9)$$

burada, μ ortalama değer (zirve değer lokasyonu), σ^2 varyans, σ ise standart sapmadır (yoğunluk fonksiyonun genişliği). $\mu = 0$ ve $\sigma^2 = 1$ olduğunda standart normal dağılım olarak adlandırılır. Normal dağılım, istatistikte en ünlü olasılık dağılımıdır. Böyle olmasının birkaç sebebi vardır:

1. Normal dağılım analitik olarak izlenebilir.

2. Sonlu ortalamalı ve varyanslı her hangi bir dağılıma sahip çok sayıda rastlantı değişkeninin toplamlarının dağılımı yaklaşık olarak normal dağılımdır.
3. Normal dağılımın çan eğrisi şeklinde olması, pratikte karşılaşılan pek çok farklı rastlantı değişkenini modellemek için kullanılmasını çok uygun bir seçenek yapar.

Normal dağılım $N(\mu, \sigma^2)$ olarak gösterilir. Bir rastlantı değişkeni X , ortalaması μ ve varyansı σ^2 olacak biçimde dağılıma sahip olduğunu varsayarsak; notasyonunu şu şekilde gösterebiliriz: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Normal dağılıma sahip olan dört farklı rastlantı değişkeninin pdf leri Şekil A.1 de gösterilmektedir. Şekil A.1 den görüldüğü üzere, varyans arttıkça fonksiyonların zirve değerleri azalmaktadır.



Şekil A.1. Ortalamaları ve varyansları verilmiş olan normal dağılımlı dört farklı rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonları.

Normal dağılımın bazı özellikleri (rastlantı değişkenlerinin bağımsız olduğu durumlarda):

1. Eğer $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ise $aX + b \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$ olur. Burada, a ve b gerçek sayıdır.

2. Eğer $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ve $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ise, $aX_1 + bX_2 \sim N(a\mu_1 + b\mu_2, a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2)$ olur.
3. Ortalamaları μ/n ve varyansları σ^2/n olan normal dağılımlı n adet bağımsız rastlantı değişkeninin toplamlarının pdf'i: $X_1 + X_2 + \dots + X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ olur.
4. Eğer $X_i \sim N(0,1)$ ise, $X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 \sim \chi_n^2$, n serbestlik dereceli ki-kare dağılımı.
5. Eğer $X_1 \sim N(0, \sigma)$ ve $X_2 \sim N(0, \sigma)$ ise, $\sqrt{X_1^2 + X_2^2} \sim$ Rayleigh dağılımı.
6. Eğer $X \sim N(0, \sigma^2)$ ve $Y \sim N(0, \sigma^2)$ ise, $Z = X + iY \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}}$.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{|z|^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{|z|^2}{\sigma^2}}$$
7. Normal dağılımın Fisher bilgi matrisi köşegendir: $I = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sigma^4} \end{bmatrix}$
8. İki normal olasılık dağılımı arasındaki doğal uzaklık metriği (Kullback-Leibler divergence): $D_{KL}(X_1 \parallel X_2) = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1 - \ln \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right)$.

■ Merkezi Limit Teoremi

Gauss dağılımı ile merkezi limit teoremi çok yakın ilişkilidir. $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ aşağıdaki özellikleri sağlayan rastlantı değişkenleri kümesi olsun:

- i. X_1, X_2, \dots, X_n rastlantı değişkenleri bağımsız
- ii. Tüm X lerin pdf'i aynı
- iii. Her bir X 'in hem ortalaması hem de varyansı mevcuttur.

Y yeni bir rastlantı değişkeni ve $Y = \sum_{k=1}^n X_k$ olsun. Merkezi limit teoremine göre rastlantı değişkenlerinin sayısı sınırsız artarken; normalleşmiş rastlantı değişkeni, $Z = \frac{Y - E[Y]}{\sigma_Y}$ sıfır ortalamalı birim varyanslı Gauss rastlantı değişkenine yaklaşır. n

büyük olduğu zaman, Z dağılımı sıfır ortalamalı birim varyanslı Gauss rastlantı değişkenine yaklaşır. $F_Z(z) \rightarrow \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} ds$

Merkezi limit teoreminin matematiksel tanımı: Rastlantı değişkenlerinin sayısı artarken bağımsız özdeş dağılımlı rastlantı değişkenlerinin normallenmiş dağılımlarının toplamı, Gauss dağılımına yaklaşır.

A.5. Rayleigh Dağılım

Rayleigh dağılımı bir sürekli olasılık dağılımıdır. Rayleigh olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf) şu şekilde yazılabilir [67]:

$$f(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}, \quad z \geq 0 \quad (A10)$$

İspat: Ek A.1. kısımda normal dağılımın 5. maddesinden görüldüğü üzere Rayleigh dağılımı; $X \sim N(0, \sigma)$ ve $Y \sim N(0, \sigma)$ ise, $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

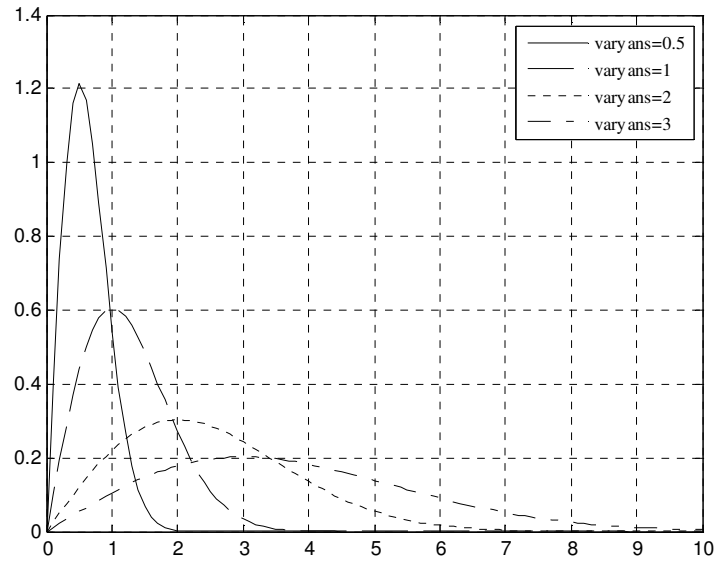
$$F_Z(z) = \iint f_{XY}(x, y) dx dy = \iint \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} dx dy, \quad x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta,$$

$$dx dy \rightarrow r dr d\theta, \quad x^2 + y^2 = r^2, \quad r \leq \sqrt{z}.$$

$$F_Z(z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^z r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr = \left(1 - e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}\right) u(z), \quad f_Z(z) = \frac{dF_Z(z)}{dz}$$

$$f_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-z^2/2\sigma^2} u(z).$$

Rayleigh dağılıma sahip olan dört farklı rastlantı değişkeninin pdf leri Şekil A.2 de gösterilmektedir. Şekil A.2 den görüldüğü üzere, varyans arttıkça dağılımın zirve değeri azalmaktadır.



Şekil A.2. Varyansları verilmiş olan Rayleigh dağılımlı dört farklı rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonları.

ÖZGEÇMİŞ

Serkan Yakut, 21.06.1974 te Balıkesir' de doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Balıkesir'de tamamladı. 1991 yılında Balıkesir Lisesinden mezun oldu, aynı yıl ODTÜ Elektrik-Elektronik Müh. Bölümünü kazandı. Bir yıl İngilizce hazırlık sınıfı ilaveli olarak ODTÜ'den 1997 yılında mezun oldu. 1997-2002 yılları arasında Yedek Subay olarak askerliği ve İstanbul'da özel sektörde network mühendisi olarak çalışması mevcuttur. Cisco network mühendisliği sertifikalarına sahiptir. 2004-2006 yılları arasında Anadolu Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümünde yüksek lisansını yapmıştır. 2007 yılında Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında doktora eğitimine başlamıştır. Sayısal haberleşme, sayısal işaret işleme ve özellikle de telsiz haberleşmeye karşı ilgisi vardır.