

國立中興大學土木工程學系

博士學位論文

應用 LM 基因運算樹建構

瀝青鋪面橫向裂縫與高性能混凝土模型

Modeling Asphalt Pavement Overlay Transverse
Cracks and High Performance Concrete Using
Levenberg-Marquardt Genetic Operation Tree

National Chung Hsing University

指導教授：謝孟勳 (Machine Hsie)

研究生：何岳峰 (Yueh-Feng Ho)

中華民國 101 年 07 月



本著作內容除另有註明外，係採創用 CC 「姓名標示-相同方式分享 台灣 3.0 版」授權條款
釋出，詳細授權契約內容的法律條款請參見本文附錄 [5]。本檔(雙面列印)可在[博碩網](#)下載。

國立中興大學 

National Chung Hsing University

國立中興大學 

National Chung Hsing University

國立中興大學 

National Chung Hsing University

國立中興大學 

National Chung Hsing University


地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!

國立中興大學土木工程學系

博士學位論文

應用 LM 基因運算樹建構

瀝青鋪面橫向裂縫與高性能混凝土模型

國立中興大學 

National Chung Hsing University

指導教授：謝孟勳

研究生：何岳峰 <http://hoamon.info/>

中華民國 101 年 07 月

地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!



地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!

National Chung Hsing University
Department of Civil Engineering
Doctoral Dissertation

Modeling
Asphalt Pavement Overlay Transverse Cracks
and High Performance Concrete
Using Levenberg-Marquardt
Genetic Operation Tree

Advisor : Machine, Hsie

Student : Yueh-Feng, Ho <http://hoamon.info/>

July, 2012

地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!



國立中興大學土木工程學研究所

博士學位論文

題目：應用 LM 基因運算樹建構瀝青鋪面橫向裂縫與高性能混凝土模型

姓名：何岳峰

學號：8096062501

經 口 試 通 過 特 此 證 明

論文指導教授

謝孟勳

論文考試委員

黃榮堯

郭斯傑

吳文華

陳博宇

中華民國 101 年 7 月 5 日

國立中興大學 

National Chung Hsing University

誌謝

牛頓也是站在巨人肩膀上看世界的。一份研究的產出背後必定有著許多的支持：情感上的、經濟上的、學習上的及理論上的。

這本博士學位論文的誕生其實並不在我的人生計畫簿上，然人有旦夕禍福，在 2006 年時，母親的身體出了狀況，原本規劃一半的程式設計工作室就此停擺，當時我急需一份穩定的收入及寬鬆的工作時段，只有硬著頭皮回校問問教授有沒有辦法給我一份工作，老師爽快地答應，還指定我就是本組的技術總監，負責研究計畫中所有程式、資訊系統的設計及建置，這份恩情至感五內。恩師的悉心指導及厚愛讓我可以無憂地從事研究工作，在為老師工作的這幾年，可以看出老師對學生們的照顧是無人能及的。在母親病重危急之際，老師主動要我將工作分配給學弟妹們，讓我專心陪伴母親。老師不只是個好老師也是位好老闆，更是我人生中的大貴人。

回到學術環境工作後，母親對我的高度期許也促成了我繼續就讀博士班，無奈的是她沒機會等到我畢業。沒讓她抱到孫子以及看著我拿到博士學位是我的人生兩大憾事：媽，對不起，我讓妳失望了。

就讀期間修了過去夢寐以求的課程：葉教授仕國的期貨與選擇權及廖教授宜恩的資料挖掘；另有意外的收穫：沈教授肇基的軟體品質保證、林教授明德的環境系統分析及喬教授友慶的動態競爭策略。

也有幸與林博士志蒼共同修課，他認真的學習態度是我遠遠不及。本論文部份發表於 Expert Systems with Applications 期刊的內容也是與老師、學長共同研究而成，學長是我的半個老師，只是天妒英才，去年的登山健行帶走了他，實是令人心痛，本論文對未來研究者的幫助，其中一半功勞誠屬志蒼學長。

口試期間，本論文承蒙雲科大吳教授文華、聯合大學陳教授博亮、中央大學黃教授榮堯、臺灣大學郭教授斯傑及恩師孟勳教授細心、無私地指正，感謝口試委員們費心審閱並惠賜諸多建議潤飾本論文。

感謝涂博士啟仁學長在計畫執行過程的指點，也感謝諸位學弟妹的協助，尤其是濬彥、祺磊、俊逸、楊焄、子鵬能分擔程式設計及系統管理的工作，燕呢、昆恩、孟冀、新賀、丞曜、智威、群凱、祥德在行政作業上的鼎力相助讓我們加快完成計畫，祝福你們未來大展鴻圖、鵬程萬里。

感謝林大發博士、廖光陽博士候選人、青之及典育帶給我不同角度的思考方式及學習經驗。

雙親不在的日子，多謝姑姑翠枝、姑丈顯壁、阿姨桂香、桂專、桂詩、舅舅傳華、舅媽蓓莉、岳父貴森及岳母秋蘭的扶持，沒有您們，一個十九歲的孩子能成什麼事？

最後要感謝的是從碩士班時就陪伴在我身邊的至愛-麗敏，也是現在的何夫人。是妳陪伴在我身邊，給我精神與生活上的支持與安慰，也幫本論文作校稿工作。不過我們說好了，印出還是有錯字的話，責任是屬於妳的。謝謝妳。

地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!

最後謹以本文再次獻給在天上的志蒼學長、母親及父親，願你們安息

何岳峰 謹誌

2012 年 7 月於南投埔里



摘要

為實驗數據建立模型一般是使用類神經演算法與非線性迴歸，然而類神經演算法被批評是一種黑盒子，無法提供研究者了解變數之間明確的關係及物理意義。而非線性迴歸則是需要研究者預先決定正確的方程式結構方能調整係數以達 RMSE(Root of Mean Square Error) 誤差最小值，可惜的是，一組明確可定義的方程式不容易預先猜測。為解決這些難處，近期研究採用基因運算樹(Genetic Operation Tree; GOT) 自動擬定方程式結構，然其過低的係數搜尋效率致使在染色體迭代過程中，往往把『差係數值配好方程式結構』的可行解淘汰，並導向以更多運算子、運算元去磨合實驗數據，其成果是公式冗長且 RMSE 較大。本研究提出一創新技術，結合二種最佳化方法：Levenberg-Marquardt 演算法與 GOT，我們稱之 LMGOT。GOT 用基因演算法求解離散問題，以找尋較佳的運算樹結構。一株運算樹結構可代表一組方程式，同時再利用 LM 方法求解出方程式係數的最佳值，有了係數值後，實驗數據代入方程式所得到的預估值可與實驗真值相較，其 RMSE 誤差值就是 GOT 的適存值，結合 GOT 的迭代技巧，可逐代逼近最佳的運算樹結構。本研究將 LMGOT 方法應用在美國德州交通部收集十五年的路面服務性能實驗數據及兩種不同實驗室來源的高性能混凝土數據，實驗數據可在 <http://em.nchu-cm.com/> 下載。成果顯示 LMGOT 可產生具預測性的簡潔公式，且能有效率地建立低 RMSE 的瀝青鋪面橫向裂縫總長度及高性能混凝土抗壓強度的預測模型。

關鍵詞：Levenberg-Marquardt, 基因運算樹, 瀝青鋪面橫向裂縫, 混凝土配比

地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!



Abstract

The Artificial Neural Network (ANN) and the nonlinear regression method (NRM) are commonly used to build models from experimental data. However, the ANN has been criticized for incapable of providing clear relationships and physical meanings, and is usually regarded as a black box. The NRM needs predefined and correct formula structures to process parameter search in terms of the minimal sum of square errors. Unfortunately, the formula structures of these models are often unclear and cannot be defined in advance. To overcome these challenges, recent studies have applied genetic operation tree (GOT) to automatically set a formula structures. The shortcoming of GOT is so low efficiency on search coefficient. It usually eliminates a feasible solution with composition of wrong coefficient and good structure in the iteration process of chromosomes and directs to use more operators and operands to build model that has tedious expression and higher RMSE. This study proposes a novel approach, called “ LMGOT ”, that integrates two optimization techniques: the Levenberg - Marquardt (LM) Method and the genetic operation tree. The GOT borrows the concept from the genetic algorithm, a famous algorithm for solving discrete optimization problems, to generate operation trees (OTs), which represent the structures of the formulas. Meanwhile, the LM takes advantage of its merit for solving nonlinear continuous optimization problems, and determines the coefficients in the GOTs that best fit the experimental data. This paper uses the LMGOT to investigate the data sets of pavement cracks from a 15-year experiment conducted by the Texas Departments of Transportation. Results show a concise formula for predicting the length of asphalt pavement transverse cracks, and indicate that the LMGOT is an efficient approach to building an accurate crack model. In the other two HPC compress strength cases from difference sources, it also shows the same result.

Keyword: Levenberg-Marquardt, Genetic operation tree, Asphalt pavement overlay transverse cracks, concrete mix

地球資源有限，列印紙本前請先想想、請再想想、再想想!



目錄

1	前言	13
2	文獻回顧	19
2.1	實驗數據模型之應用方法	19
2.2	運算樹(Operation Tree)	22
2.3	基因運算樹(Genetic Operation Tree).....	24
2.3.1	浮動層級式運算樹結構.....	25
2.4	求解非線性函數係數值	27
2.4.1	陡降法(The Steepest Descent method).....	29
2.4.2	牛頓法(Newton method).....	30
2.4.3	高斯-牛頓法(Gauss-Newton method).....	30
2.4.4	Levenberg-Marquardt method.....	31
3	LMGOT 方法	33
3.1	LMGOT 流程說明	34
3.1.1	設定執行參數值	34

3.1.2	初始化運算樹	35
3.1.3	最佳化方程式係數值	37
3.1.4	評估運算樹的適存值	40
3.1.5	評估 GOT 是否收斂	40
3.1.6	依適存值選擇菁英	41
3.1.7	運算樹繁殖	41
3.1.8	產生子代並進行係數最佳化.....	47
3.1.9	運算樹最佳解輸出	48
3.2	LMGOT 方法小結	48
4	案例實作.....	49
4.1	案例 1: SPS-5 的 A502-509 鋪面資料.....	49
4.1.1	表面處理	53
4.1.2	加鋪厚度	53
4.1.3	再生材料	53
4.1.4	基因編碼說明	53
4.1.5	SPS-5 之橫向裂縫總累積長度模型.....	55

4.1.6 探討公式內變數關係	65
4.1.7 SPS-5 案例小結	67
4.2 案例 2: Lim Chul-Hyun(2004) 的高性能混凝土資料	69
4.2.1 LMGOT 之抗壓強度模型	71
4.2.2 Adil(2009) 之抗壓強度模型	76
4.2.3 Lim(2004) 數據之抗壓強度模型小結	77
4.2.4 Lim(2004) 實驗數據的坍度模型	80
4.3 案例 3: Yeh I-Cheng(2006) 的高性能混凝土數據	82
4.3.1 Yeh(2006) 實驗數據之抗壓強度模型	82
4.3.2 Yeh(2006) 案例小結	86
5 結論	89
6 未來方向與建議	93
7 參考文獻	95
8 附錄	101

表格目錄

表格 1 : 係數值嚴重影響模型公式的準確率.....	14
表格 2 : 橫向裂縫總累積長度模型之比較簡表.....	17
表格 3 : 運算子機率與運算樹節點數的關係表.....	37
表格 4 : LM 迭代過程的詳細數值.....	39
表格 5 : 德州 SPS-5 實驗的設計變數表.....	51
表格 6 : 運算子的基因編碼表.....	54
表格 7 : 運算元的基因編碼表(含係數及實驗值自變數).....	54
表格 8 : LMGOT 參數值表	55
表格 9 : 經 Levenberg-Marquardt 方法求解所得之係數值表	57
表格 10 : TCL 預估模型比較表.....	64
表格 11 : 橫向裂縫總累積長度模型比較表.....	69
表格 12 : Lim(2004) 提供之高性能混凝土實驗數據的六項變數表	71
表格 13 : Lim(2004) 案例的 LMGOT 參數表.....	71

表格 14 : Lim(2004) 實驗數據產生的抗壓強度預估公式係數值表	74
表格 15 : 與 Adil(2009) 比較之抗壓強度模型成果表	77
表格 16 : Lim(2004) 數據之抗壓強度模型比較表	79
表格 17 : Lim(2004) 數據之坍度預估模式成果比較表	81
表格 18 : Yeh(2006) 提供之高性能混凝土數據的輸入變數表	82
表格 19 : Yeh(2006) 實驗產生之方程式係數表	83
表格 20 : 與 Tsai(2011) 抗壓強度預估模型成果比較表	84
表格 21 : Yeh(2006) 數據之抗壓強度模式比較表	87



圖目錄

圖 1 : 二元運算樹結構	22
圖 2 : 運算子結構說明	24
圖 3 : 固定層級運算樹與浮動層級運算樹的比較	26
圖 4 : LMGOT 流程圖	33
圖 5 : Y' 方程式的運算樹結構	35
圖 6 : 經交換後的同等運算樹結構	36
圖 7 : Levenberg-Marquardt 迭代執行過程	38
圖 8 : 染色體對應運算樹結構示意圖	42
圖 9 : 斷尾的運算樹結構示意圖	43
圖 10 : 以樹狀結構為交配原則的示意圖	44
圖 11 : 未限定子樹節點數所產生極不相等的運算樹結構	45
圖 12 : 以染色體為交配原則的示意圖	46
圖 13 : 染色體結構突變示意圖	47
圖 14 : 舊有鋪面結構與實驗後新結構的比較圖	52

圖 15 : 7 層運算樹示意圖	55
圖 16 : 未經 Levenberg-Marquardt 求解係數前的運算樹結構...	56
圖 17 : 經 Levenberg-Marquardt 方法求解後的運算樹結構.....	58
圖 18 : 成果公式預估值與實驗值的比較.....	60
圖 19 : SPS-5 訓練組長度與預估值散佈情形.....	62
圖 20 : SPS-5 測試組長度與預估值散佈情形.....	63
圖 21 : 2 英寸加鋪厚度條件下的服務時間與裂縫總長度的關係 ..	65
圖 22 : 服務年限為 8 年, 加鋪厚度與裂縫總長度的關係.....	66
圖 23 : 加鋪厚度、年限及裂縫總長度 3D 圖.....	67
圖 24 : 未經 Levenberg-Marquardt 求解抗壓強度公式係數前的運算 樹結構	72
圖 25 : 經 Levenberg-Marquardt 求解抗壓強度公式係數後的運算樹 結構	73
圖 26 : 88 筆 Lim(2004) 訓練組數據之實驗值與預估值散佈情形.	75
圖 27 : 16 筆 Lim(2004) 測試組數據之實驗值與預估值散佈情形.	76
圖 28 : 83 筆 Yeh(2006) 訓練組數據之實驗值與預估值散佈情形.	85
圖 29 : 20 筆 Yeh(2006) 測試組數據之實驗值與預估值散佈情形.	86

方程式目錄

$$Y' = (X1 - X2) \times p1 + X4 \div X3 \quad \text{式 1} \dots\dots\dots 22$$

$$(X1 - X2) \times p1 + X4 \div X3 = Y1' \times Y3' \div Y4' = Y1' \times Y2' = Y' \quad \text{式 2} \dots\dots\dots 23$$

$$Y' = E(x1, x2, x3, x4, p1, p2, p3, p4) = p1 \times \ln x4 - p2 x1 p3 - x2 \times p4 \quad \text{式 3} \dots\dots\dots 27$$

$$F_{p1, p2, p3, p4} = i = 1 \dots m \quad \text{式 4} \dots\dots\dots 27$$

$$f_{p1, p2, p3, p4} = y_i - E(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{vi}, p1, p2, p3, p4), i \in 1, 2, 3, \dots, m \quad \text{式 5} \dots\dots\dots 27$$

$$F_{PK+1} = F_{PK} + h = F_{PK} + h^T \times F'(PK) + O(h^2) \quad \text{式 6} \dots\dots 28$$

$$h_{K+1} = PK + 1 - PK \quad \text{式 7} \dots\dots\dots 28$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{F_{PK} - F_{PK} + \alpha h}{\alpha} = -h^T F'(PK) = -h^T F'(PK) \quad \text{式 8} \dots 29$$

$$h_{sd} = -F'(PK) \quad \text{式 9} \dots\dots\dots 29$$

$$F'(PK) + h \approx F'(PK) + h^T F''(PK) \quad \text{式 10} \dots\dots\dots 30$$

$$0 = F'(PK) + h^T F''(PK) \quad \text{式 11} \dots\dots\dots 30$$

$$h_n = -F^{-1} PK F^{-1} PK \quad \text{式 12} \dots\dots\dots 30$$

$$h_{gn} = -f^{-1} PK T \times f PK f^{-1} PK T \times f^{-1} PK \quad \text{式 13} \dots\dots\dots 30$$

$$h_{lm} = -f^{-1} PK T \times f PK f^{-1} PK T \times f^{-1} PK + \mu I \quad \text{式 14} \dots\dots\dots 31$$

$$h_{lm} \cong -(1\mu) \times F^{-1} P \quad \text{式 15} \dots\dots\dots 31$$

$$Y^{-1} = aX_1 + bX_2 + c \quad \text{式 16} \dots\dots\dots 35$$

$$Y^{-1} = aX_1 b + c \quad \text{式 17} \dots\dots\dots 37$$

$$RMSE = \sum_{i=1}^m |y_i^{-1} - y_i| \quad \text{式 18} \dots\dots\dots 40$$

$$R^2 = 1 - \sum_{i=1}^m |y_i^{-1} - r_i| \quad \sum_{i=1}^m |y_i^{-1} - y_i| \quad \text{式 19} \dots\dots\dots 48$$

$$TCLL_{mgot} = p_1 \times \ln T - p_2 THb + THc p_3 - p_4 \times RAP \quad \text{式 20} \dots\dots\dots 56$$

$$TCLL_{mgot} = 69 \times \ln T - 1.9 THb + THc 1.68 - 0.8 \times RAP \quad \text{式 21} \dots\dots\dots 58$$

$$f_0 = T - 1.9 THb + THc 1.68, \text{ if } f_0 > 1 \text{ then } TCLL_{mgot} = 69 \times \ln f_0 \quad \text{式 22} \dots\dots\dots 59$$

$$f_1 = T - 1.9 THb + THc 0.88, \text{ if } f_1 > 1 \text{ then } TCLL_{mgot} = 69 \times \ln f_1 \quad \text{式 23} \dots\dots\dots 59$$

$$TCLnlm = 1161 + e5.32 + -0.965 - 0.115 \times ML + e - 0.447 \times RAP \times 0.133 \times THb + 0.21 \times THc \times T \quad \text{式 24} \dots\dots\dots 63$$

$$CSlmgot = p1W - sa + p2 \times AE + p3wb + p4 \times fa + p5 \quad \text{式 25} \dots\dots\dots 72$$

$$CSlmgot = 3990939W - sa - 19964 \times AE + 477wb - 0.086 \times fa + 22.11 \quad \text{式 26} \dots\dots\dots 74$$

$$CSgpe = 2SP + \log SP - AEfa + efa - AE - AE + \sin wb2 \times saW \times \log(saW) + \sin W - \sin 2wb - W + \sin \sin 1.1894W \times sa \quad \text{式 27} \dots\dots\dots 76$$

$$Slumplmgot = 1.46W - sa + 45.55AE - 1.05AE^2 + 16SP - 515 \quad \text{式 28} \dots\dots\dots 80$$

$$Slumpgep = SP + W - eAE \times \log W \sin(wb) + \log saSP + \cos \cos SP \times SP + AE + \log \log AE \times SP + wb + eAE \times SPfa + \sin eSP/wb - wb \times \sin(fa) + SPAE - \cos W + 0.999 \cos SP - \sin(SP) + AESP + AE + (saW) \cos \sin W - \sin(sa) \quad \text{式 29} \dots\dots\dots 80$$

$$CSlmgotyeh = p1 + p2 \times C + p3 \times S + p4 \times FA + p5 \times CA + p6 \times SAp7 \times W + p8 \times W + p9 \quad \text{式 30} \dots\dots\dots 82$$

$$CSlmgotyeh = 30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CAW + 0.66 \times W - 258 \quad \text{式 31} \dots\dots\dots 83$$

$$CSO6yeh = 7.17 \log 4.35 \log 24.9 \cos 8.72P4 - 0.08P3P1 \log 4.05 \sin(8.85P5) - 410P5 + 124P4P5P7 + 4.1 - 0.25 \log - 1.27P40.65P3P6 -$$

4.49P7P1 - 1.97cos - 257cos5.59P1 + 3100P2 +
79e2.18sin(5.59P6 式 32..... 84



符號表

符號	單位	說明
AE	Kg/m ³	1 立方混凝土中的輸氣劑總重量。
C	Kg/m ³	1 立方混凝土中的水泥總重量。
CA	Kg/m ³	1 立方混凝土中的粗骨材總重量。
CS	Mpa	28 天試體的抗體強度。
e	無	指數運算子。
h	無	係數最佳化過程中，迭代的步進值。
K	無	第幾次迭代。
f	無	公式預估值與實驗值的差值。
F	無	f 的平方和。
fa	%	每立方混凝土中飛灰佔總重量的比例。
FA	Kg/m ³	1 立方混凝土中的飛灰總重量。
ln	無	自然對數運算子。
ML	無	是否刨除舊鋪面。0 代表否；1 代表是。
RAP	無	是否採用再生材料。0 代表否；1 代表是。
S	Kg/m ³	1 立方混凝土中的爐石總重量。
sa	%	每立方混凝土中細骨材佔總重量的比例。
SA	Kg/m ³	1 立方混凝土中的細骨材總重量。
Slump	mm	坍度。
SP	Kg/m ³	1 立方混凝土中的強塑劑總重量。
T	年	鋪面服務時間。
TCL	公尺	橫向裂縫總累積長度。
TH _b	英寸	使用類型 B 材料的加鋪厚度。
TH _c	英寸	使用類型 C 材料的加鋪厚度。
W	Kg/m ³	1 立方混凝土中的水總重量。
wb	%	每立方混凝土中膠結料佔總重量的比例。

1 前言

從實驗數據中推導材料公式一直是研究者專注的領域。早期研究者先歸納前人經驗以擬定一材料公式的形式結構，再應用線性迴歸、非線性迴歸及各種統計方法去求解公式中的係數，並從 RMSE (Root of Mean Square Error) 值來判定成果公式的解釋效力。較近期的研究者則是試圖以運算樹(Operation Tree; OT) 方法自動擬定公式結構，再結合其他優秀的迭代搜尋法來探索較佳的公式結構，藉此發展一套演算法以應用於缺乏歷史歸納公式的實驗上 (Azamathulla, 2009; Adil, 2009; Cândida, 2001; Chang, 2008; Chen, 2003; Etemadi, 2009; Fonlupt, 2001; Potvina, 2004; Worzel, 2009; Yeh, 2009)。

運算樹可以表示任何形式的方程式，使用上可以是二元或是三元以上的，但應用在表現方程式時，多使用二元運算樹，因為高於三元的運算樹在含有除號運算子的節點上，須有部份子樹為空集合的限制，且使用二元運算樹即可對應所有的方程式結構。

然而以 OT 為基礎的演算法有一缺點：無法有效搜尋係數。找不到較佳的係數值致使公式預估值與實驗值之間的 RMSE 攀高，在迭代過程中為降低 RMSE 值，乃導向增加公式中運算子及運算元的個數以磨合實驗數據，使得成果公式的形式較為複雜或是得到 RMSE 值較高、 R^2 (coefficient of determination) 值較低並無法解釋公式的預估效力。

表格 1 顯示相同的方程式結構就算僅相差 1 種係數值，但失之毫厘，差之千里。0.34 的差別可造成 RMSE 暴增 35 倍，而 R^2 從可預估性的範圍落入 0.5 以下。一個錯誤的係數值可使得基因演算法淘汰優秀的方程式結構。

表格 1：係數值嚴重影響模型公式的準確率

Yeh(2006) 抗壓強度模型公式可行解	RMSE	R ²
$CS_{\text{imgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CA}{W} + 0.66 \times W - 258$	1.9162	0.9428
$CS_{\text{imgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CA}{W} + 1.00 \times W - 258$	67.8381	0.4092

本研究試圖補強以 OT 為基礎的演算法，使用 Levenberg-Marquardt 最佳化方程式係數，解決搜尋係數效率過低的問題。本研究的演算法共集合三種技術：

1. 二元運算樹：以樹狀結構方式表現方程式。
2. 基因演算法：以迭代方式持續淘汰適存值低的運算樹結構以演化較適方程式。
3. Levenberg-Marquardt 法：求解運算樹結構中的方程式係數值。

結合這三種技術以發展一個通用性演算法去挖掘隱含於實驗數據中的明確關係式。為驗證本演算法的效率，本研究使用兩種不同類型的實驗數據：瀝青鋪面服務性能實驗及高性能混凝土抗壓強度、坍度實驗，以說明 LMGOT (Levenberg-Marquardt Genetic Operation Tree) 是提供材料研究者另一項快速推導公式的有效工具。

在建立實驗數據模型上，除了線性迴歸、非線性迴歸及其他統計方法外，在類神經網路 (Artificial Neural Network; ANN) 問世後也被大量應用在建立複雜、非線性的應用模型上，其能夠快速的建立一個具有高精準度的模型，也取代部份線性迴歸、非線性迴歸的地位。可其低透明性的黑盒子運作方式，所產生的數學矩陣式非常複雜且冗長，通常不具理解性，這個無法外顯、常人不可理解的材料行為公式，難以就此公式進行物理性的分析或合理性的評估。

ANN 可以建立精確的模型，卻不能產生一個明確的公式 (連立川, 2006)。近年來，也有其他研究試圖提升類神經網路的預測準確性，如 Genetic Algorithm-based Evolutionary Support Vector Machine (GA-ESIM)，其效果卓越，較 ANN 約有 10% 準確率的提升 (Prayogo, 2012)。

ANN、GA-ESIM 能產生高準確率的模型，卻不能制定一個明確的公式。為解決無法提供預設關係式且須有明確關係式之問題，晚期研究提出以 Genetic Expression Programming (GEP) 或 Genetic Operation Tree (GOT) 方法，透過運算樹架構，採隨機方式自動產生自我組織的關係式，配合基因演算法利用實驗或觀測數據求得最佳化運算樹組合之關係式 (Cândida, 2001; Yeh, 2009)，可以有效解決非線性迴歸技術及 ANN 方法之缺失。此方法廣泛被應用在工程、醫學、財務金融、影像辨別等領域 (Azamathulla, 2009; Adil, 2009; Cândida, 2001; Chang, 2008; Chen, 2003; Etemadi, 2009; Fonlupt, 2001; Potvina, 2004; Worzel, 2009; Yeh, 2009)。

本研究應用 LMGOT 方法試圖滿足建立實驗模型的二個目標：

1. 準確率高。結果以 RMSE ， R^2 為檢驗標準。
2. 制定明確可辨識的公式。

為此，LMGOT 建立了二種不同性質的實驗模型：瀝青鋪面工程、高性能混凝土(High Performance Concrete; HPC)，三種輸出變數：橫向裂縫總累積長度、高性能混凝土坍度、抗壓強度。共有四套實驗數據，最後再與前人結論相較以說明 LMGOT 的效能。相關數據可至 <http://em.nchu-cm.com/> 下載。

路面以瀝青混凝土加鋪方式施作已被廣泛用於延長現有路面之使用壽命或恢復其路面結構與功能(Loria, 2008)。路面加鋪後經長時間的使用仍會產生裂縫並隨時間增長而增加其數量及長度，其中以橫向裂縫最常發生。道路路面加鋪設計者，一般先決定裂縫允許長度後，再依據鋪面材料種類、表面處理方式及服務時間等條件限定後決定加鋪路面的厚度，以達到預算最佳化(Hong, 2009)。

現今高性能混凝土的配比材料較傳統的混凝土更具多樣性，除了一般水泥與粗細骨材外，還會有如飛灰、爐石、矽灰等膠結料，以及輸氣劑、強塑劑、緩凝劑等化學摻料，用以提升混凝土的強度與工作性。這些額外的添加物除了讓配比的變數增加，材料間的化學交互作用也讓配比結果難以預料。

表格 2 簡略列出本研究之 LMGOT 在橫向裂縫總累積長度模型中與前人成果比較，以本研究公式較為簡潔。其中 TCL 為橫向裂縫總累積長度、ML 為是否刨除、RAP 為是否使用再生材料、TH_b 為類型 B 材料的加鋪厚度、TH_c 為類型 C 材料的加鋪厚度、T 為服務時間，各項變數的詳細定義請參閱目錄後的符號表。

表格 2：橫向裂縫總累積長度模型之比較簡表

說明	公式
Non Linear Modeling 產生之橫向裂縫總累積長度模型 (Hong, 2009)	$TCL_{nlm} = \frac{116}{1 + e^{[5.32 + (-0.965 - 0.115 \times ML + e^{(-0.447 \times RAP)} \times (0.133 \times TH_b + 0.21 \times TH_c)) \times T]}}$
本研究產生之橫向裂縫總累積長度模型	$TCL_{lmgot} = 69 \times \ln \left(\frac{T - 1.9}{(TH_b + TH_c)^{(1.68 - 0.8 \times RAP)}} \right)$

LMGOT 之優點可歸納如下：

1. LMGOT 可應用於方程式結構未知時：

以線性、非線性迴歸及統計技術為基礎的研究中，需先假設公式的大致結構，方可求解係數並定出完整公式。如 Hong 在 2009 年的論文假設橫向裂縫總累積長度乃與時間呈 Sigmoid 型的關係。使用 LMGOT 不需假定任何結構，仍可得到一個 S 型的模式，且誤差值更小。

這種優點對於部份新創實驗非常有用，尤其該研究領域若無變數關係之定論或是使用了某些創新材料，或可能研究者混合了不同材料，而它們這些材料的交互行為是過去沒發現過的。

2. 對不具影響力之變數， LMGOT 能自動排除：

前人研究中多利用統計軟體，如 SPSS，來歸納自變數對應變數之影響，藉此削減處理的自變數數量。此種篩選方式，無法考慮多次方及自變數彼此交互影響的關係。利用 LMGOT 不需預先刪減自變數，仍可由基因運算樹的演化過程中，自動排除不具影響力之變數。避免使用者過度使用資料前處理。

3. 將 Levenberg-Marquardt 方法納入 GOT 可大幅提升建模能力：

與其他 GEP、GOT、WOS(Weighted Operation Structures) 方法相比，係數使用數量較少、RMSE 較小。從成果公式的 RMSE、 R^2 比較中，LMGOT 的誤差都是最小、預估值與實驗值的相關性都是最高。



2 文獻回顧

本研究嘗試從鋪面服務性能實驗及高性能混凝土抗壓強度、坍度實驗中找尋材料模型，驗證 Levenberg-Marquardt Genetic Operation Tree(LMGOT)方法的正確性及可行性。

2.1 實驗數據模型之應用方法

柔性路面以瀝青混凝土加鋪施作已被大量應用於延長現有路面之使用壽命或是恢復其路面結構與功能上。路面加鋪後經長時間的使用仍會產生裂縫 (Cracking) 並隨時間增長而增加其數量及長度，裂縫會讓水分滲透至路基層加速路面惡化，造成坑洞或路基損壞，威脅行車品質與安全。”裂縫型態包含疲勞裂縫(Fatigue Cracking)、塊狀裂縫(Block Cracking)、邊緣開裂(Edge Cracking)、縱向裂縫(Longitudinal Cracking)、接縫處反射裂縫(Reflection Cracking at Joins)及橫向裂縫(Transverse Cracking)”(SHRP, 1993)，其中以橫向裂縫最常發生。

道路使用時間、使用原生或再生材料、表面處理(surface preparation)及加鋪厚度為橫向裂縫發展最主要之影響因素 (Hong, 2009)，亦為影響未來修護成本重要因素。道路路面加鋪設計者，通常先決定允許裂縫總累積長度後，再依據將使用鋪面材料種類、表面處理方式及使用時間決定加鋪路面厚度，用以決定修復所需成本，將預算做最有效運用。因此，了解橫向裂縫總累積長度與使用時間、表面處理、鋪面材料及加鋪厚度之間的關係變得相當重要。

有關橫向裂縫惡化關係式之建構，一般是利用實驗或觀測數據在預設關係式結構下以線性或非線性迴歸分析的方式處理，例如 2009 年 Hong 與 Chen 以 SPS-5 在 1991-2007 年的觀測數據配合 Mechanistic-Empirical design of

new and rehabilitated pavement structures 設計手冊中，假設 Sigmoid 函式為預設關係式結構來進行非線性迴歸(Hong, 2009; NCHRP, 2004)，並得到一橫向裂縫惡化關係式，即以橫向裂縫長度為應變數 Y ，使用時間、表面處理、使用材料及加鋪厚度為自變數 X_i ，於預設關係式結構下，以最小平方誤差方式迴歸各自變數 X_i 係數得到惡化關係式。此法雖可建構相當準確之模式，但如遇新材料實驗或無參考手冊時，無法提供預設關係式結構之情形下，推導將會變得困難複雜(Chang, 2006; Hong, 2009; Chen, 2010)。

另也有部份研究直接假定關係式為線性、非線性或多次方模式，再以多元迴歸模型(Multiple Regression Modeling)求解關係式係數(Lim, 2004; Adil, 2009)。

而對於無法提供預設關係式結構之實驗或觀測數據，亦有研究以 Artificial Neural Network(ANN) 方法建構，此法雖被廣泛應用(李澄興, 1997; 陳堉照, 2000; 連立川, 2006; 彭鈞哲, 1999; 彭建華, 2009; Adil, 2009; Ahmet, 2006; Chang, 2006; Hsie, 2012; Kim, 2004; Lou, 2001; Yeh, 2006; Yeh, 2009)，也有模式預估準確性高及計算快速等優點，但無法提供一個確定之關係式及說明其物理意義，其預估過程往往被視為黑盒子。

土木營建工程廣泛使用混凝土，一般混凝土使用水泥、水、粗骨材和細骨材為材料，為提升國內混凝土品質，有研究單位乃採用以本地材料為主所製造之高性能混凝土(林炳炎, 1993; 黃兆龍, 1999)。高強度/性能混凝土的特性與個別成分的性質有高度相關，使用強塑劑可減少含水量、提高工作性，飛灰、爐石、矽灰能增加強度，也會受現場溫度影響 (林炳炎, 1996)。

鋪面及高性能混凝土的材料特性是難以進行物理分析、且又屬於非線性的關係模式。一個取代傳統線性迴歸(Linear Regression Analysis; LRA)的方法是 非線性迴歸分析(Nonlinear Regression Analysis; NLRA)。由於 NLRA 的預測模型是非線性的，因此比 LRA 更適用於 HPC 這種材料行為與組成成份間為非線性關係、且成份間可能存在交互作用的情況。但它仍有二個缺點(彭建華,

2009) :

1. 預測的準確度不足，也就是 RMSE 值較大。
2. 事先須假設一個含有許多係數的非線性公式，而此假設得依賴過去專家學者的經驗。

2009 年，Adil 在 HPC 實驗數據上利用 GEP 方法建構混凝土抗壓強度、坍度及成本模型，其為水膠比、含水量、飛灰及強塑劑等因素有關之關係式，該研究並與 ANN、多元線性迴歸分析等方法進行比較，研究結果顯示 GEP 所求解公式除能建構準確關係式外，並具有一相當明確之數學公式。GEP 及 GOT 為 GA 最佳化技術之延伸應用，每一世代隨機產生之運算樹代表問題之可行解及明確之關係式，樹內公式係數乃以隨機方式產生(連立川, 2006; 彭建華, 2009; Adil, 2009; Çanakcı, 2009; Cândida, 2001; Tsai, 2011; Yeh, 2009)，某些關係式結構優良但配置不當係數之運算樹，在 GA 演化過程中可能因其適存值太小並無法存活而遭淘汰，造成優化過程關係式的搜尋變得複雜或減少得到較佳關係式結構之機率。Tsai 在 2011 年所提出的 WOS 方法試圖融合 ANN 概念以解決係數不易求解的問題，然所得到的方程式模型一樣有複雜結構及 RMSE 較高的問題。

Levenberg-Marquardt Genetic Operation Tree (LMGOT) GOT 觀念為基礎，利用 Levenberg-Marquardt Optimization 對每一世代隨機產生之運算樹進行係數最佳化，改善 GEP 及 GOT 法中，因係數配置不當造成優良關係式結構於演化過程因其適存值太小而遭淘汰之缺失。

本研究應用 LMGOT 來建構加鋪路面橫向裂縫惡化關係式，並以德州交通部實驗路段長期觀測資料為研究案例，測試本研究所提出之新模型。另外也應用於 Lim 在 2004 年、Yeh 於 2006 年操作的 HPC 實驗數據。相關數據可至 <http://em.nchu-cm.com/> 下載。

2.2 運算樹(Operation Tree)

OT 主要的概念如圖 1 所示。

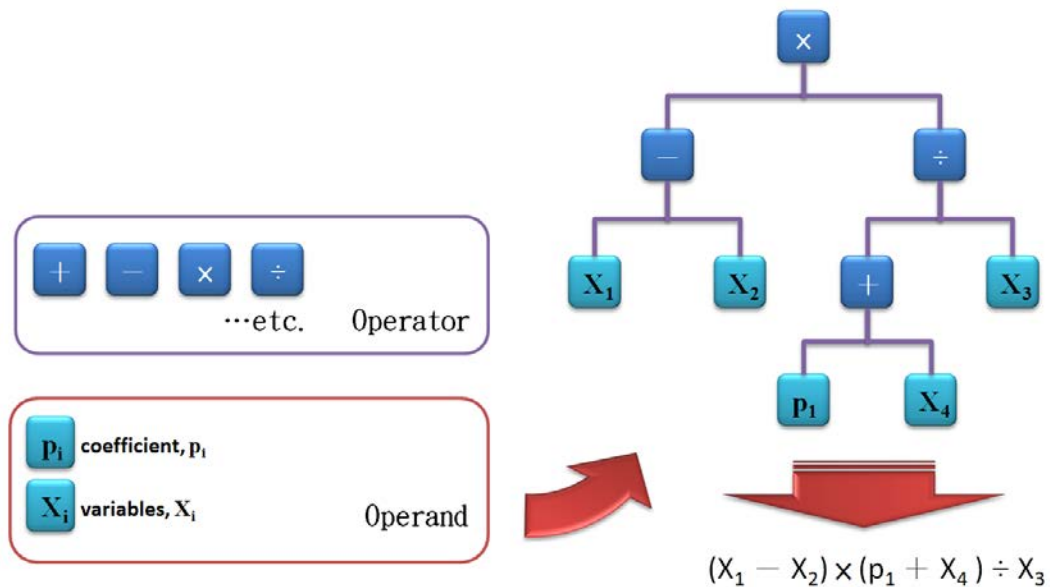


圖 1：二元運算樹結構

將運算子(Operator)與運算元(Operand)置入節點中，可得到的一運算樹結構(Cândida, 2001)，其對應如式 1 的計算式。其中的運算元可以是係數(coefficients)或是自變數(variables)。

$$Y' = (X_1 - X_2) \times (p_1 + X_4) \div X_3 \quad \text{式 1}$$

Y' 是應變數也是公式預估值，其為 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 的函式，而 p_1 則是 X_1 、 X_2 的係數。

每條方程式皆是由運算子與運算元組合而成，只要其所內含的單一運算子(+, -, ×, ÷, x^y , ln, sin, cos...)能以二元運算樹結構表示之，則任何形

式的數學方程式皆可使用二元運算樹表示。因為帶有運算子的基本結構在配置於其他運算子的子節點上，已轉變為其他運算子的運算元。

如式 2 中 Y'_1 可以表示 $X_1 - X_2$ ，則 Y'_1 就轉變為 \times 運算子的運算元， $Y'_1 \times Y'_2$ 而即是 \times 運算子的結構形式。

$$(X_1 - X_2) \times (p_1 + X_4) \div X_3 = Y'_1 \times Y'_3 \div Y'_4 = Y'_1 \times Y'_2 = Y' \quad \text{式 2}$$

所以當一個複雜的方程式能先轉換成單一運算子與運算元的形式，像 $Y' = Y'_1 \times Y'_2$ 就是先把 Y' 轉換成 \times 運算子及其兩個運算元 Y'_1, Y'_2 ，重複作這樣的分解動作，那麼原方程式最後就能拆解成一個以單一運算子結構所組合成的運算樹。



本研究中所使用的運算子： $+$ ， $-$ ， \times ， \div ， x^y ， \ln ， \sin ， \cos ， e^x 。詳細運算子結構圖如圖 2：

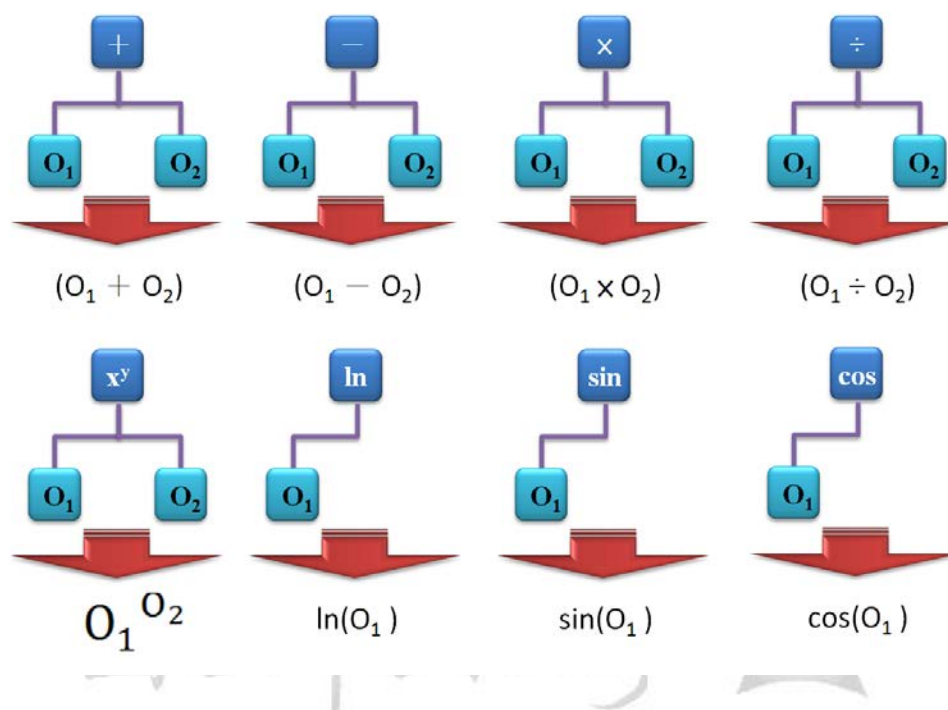


圖 2：運算子結構說明

2.3 基因運算樹(Genetic Operation Tree)

Cândida Ferreira 於 2001 年提出的基因表達式(Gene Expression Programming; GEP)，此結合 GA 及 OT 的演算法在後來研究上，也有以 GOT 或 GAOT 命之(連立川, 2006; 彭建華, 2009; Hsie, 2012; Yeh, 2009)，本研究針對此種演算法偏好以 GOT 說明。

以基因演算法為基礎，利用運算子(Operator)與運算元(Operand)作為基因(Genes)，並將其大量組合產生染色體(Chromosome)，再以其對應至運算樹架構產生計算式(Cândida, 2001)。基因運算樹乃結合基因演算法及二元

運算樹，其運算流程如下(Cândida, 2001; Davis, 1999; Goldberg, 1989; Koza, 1992; Sette, 2001; 林祺磊, 2011)：

1. 產生初始染色體：從包含運算子、運算元的基因庫中隨機挑選基因以生成染色體。
2. 組織運算樹：把染色體中的基因串列，依次序排列至運算樹結構中。
3. 建立計算式：將運算樹結構轉化成數學公式。
4. 計算適存值：以適存值判斷染色體優劣。一般是以 RMSE 為準。
5. 判定收斂：與一般基因演算法相同，可設定達目標值、迭代次數或目標值下降速度後，即停止迭代。
6. 選取菁英：從現有的基因池中選擇要進行繁殖下一世代的染色體。常用的選取方式有輪盤法(Roulette Wheel)、菁英法(Elitism)、競賽法(Tournament)等方式。
7. 繁殖染色體：如同一般的基因演算法，有交配(Crossover)、突變(Mutation)、複製(Replication)、重組(Recombination)、交換(Transposition)等方法，視條件選用以產生下一代染色體。
8. 回到步驟 3。直到滿足收斂條件。

2.3.1 浮動層級式運算樹結構

傳統的基因表達式(GEP)或稱基因運算樹(Genetic Operation Tree; GOT)在生成運算樹時，要先設定樹狀結構的深度，依照層級去建立一個空的樹狀結構，再以運算子及運算元填補。而本研究所使用的運算樹建立方式則是浮動式的，不

須限制樹狀結構的深度及節點數，而是在發展樹狀結構時從節點所得的基因去判斷是否該生成子樹，直到葉節點全部為運算元為止。這種方式不必局限於樹狀結構的深淺，保有發展彈性也能同時避免產生多餘結構。

圖 3 左側圖表示固定層級運算樹的結構，其節點數必為 2^n-1 個， n 為層級數。而右側圖表示浮動層級運算樹的結構，其節點數不固定。

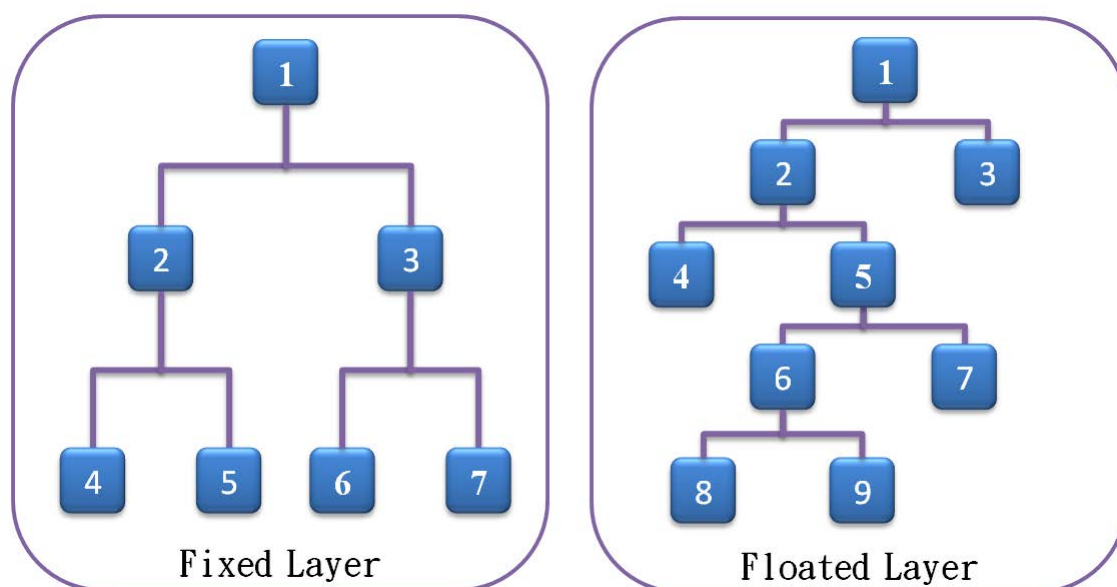


圖 3：固定層級運算樹與浮動層級運算樹的比較

固定層級樹對應至染色體基因上是可以直接對應的，其染色體上第 7 個基因值所表示的必定位於運算樹第 3 層的最右方節點。而浮動運算樹則視染色體中基因排列類型有別，如圖 3 中的浮動層級樹，其基因排列組合應為運算子、運算子、運算元、運算元、運算子、運算子、運算元、運算元、運算元。如果該染色體經交配後，第 2 個基因變為運算元，則不管第 4 個基因以後所配置的是什麼，該運算樹有效的結構只剩下節點 1、節點 2 及節點 3 的組合，第 3 層以下的節點可忽略。

2.4 求解非線性函數係數值

若一個運算樹結構中，其節點有置入係數運算元，則我們須找出最適值以滿足實驗值與公式預估值的 RMSE 最小。Levenberg-Marquardt 方法乃是利用最小平方和(Least Square method)為目標函數來求解非線性函數係數的最佳化問題(Madsen, 2004)。補足基因演算法只能達關係式結構最佳化，無法對於關係式係數進行最佳化之缺失。有關最小平方和搜尋運算樹中非線性方程式係數值方法說明如下：

假設一含有 p_1, p_2, p_3, p_4 等四個未知係數的非線性函數 $E(x_1, x_2, \dots, x_v, p_1, p_2, p_3, p_4)$ ，如式 3。

$$Y' = E(x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3, p_4) = p_1 \times \ln \left[\frac{(x_4 - p_2)}{x_1 (p_3 - x_2) \times p_4} \right] \quad \text{式 3}$$

在 m 組實驗值 $((y_1, x_{11}, x_{21}, \dots, x_{v1}), (y_2, x_{12}, x_{22}, \dots, x_{v2}), \dots, (y_m, x_{1m}, x_{2m}, \dots, x_{vm}))$ 下，欲求出這四個係數的值，期使 $E(x_1, x_2, \dots, x_v, p_1, p_2, p_3, p_4)$ 與實驗值 Y 的 RMSE 最小。

誤差值的目標函數 F 定義如式 4。

$$F(p_1, p_2, p_3, p_4) = \sum_{i=1}^m (f_i(p_1, p_2, p_3, p_4))^2, m \geq \text{未知係數的個數} \quad \text{式 4}$$

F 為 f_i 的平方和。 f_i 其定義如式 5， f_i 乃第 i 組實驗值與公式預估值之差值。

$$f_i(p_1, p_2, p_3, p_4) = y_i - E(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{vi}, p_1, p_2, p_3, p_4), i \in 1, 2, 3, \dots, m \quad \text{式 5}$$

在特定向量 $\overline{P^*} = (p_1^*, p_2^*, p_3^*, p_4^*)$ 下，若 F 函式的值為區域最小值，則 $\overline{P^*}$ 為

區域最佳解係數值。

在非線性函數中，搜尋向量 $\bar{P}^* = (p_1^*, p_2^*, p_3^*, p_4^*)$ 係數之最佳化方法，一般皆採迭代(iteration)方式進行，並自向量 $\bar{P}_0 = (0, 0, 0, 0)$ 開始搜尋，進而 \bar{P}_1 、 $\bar{P}_2 \dots$ 至收斂到 \bar{P}^* 為止(Madsen, 2004)。

目標函數中的輸入值 P 向量，於每次迭代中所前進的步幅，以 h 向量表示。h 向量的求解方式，首先將目標函數 F (式 4)以泰勒展開式(Taylor expansion)改寫成式 6。

$$F(P_{K+1}) = F(P_K + h) = F(P_K) + h^T \times F'(P_K) + O\|h\|^2 \quad \text{式 6}$$

式中 K 代表的是第幾次迭代，h 向量為每次迭代中前進幅度，其定義如式 7。 $O\|h\|^2$ 為 Taylor expansion 後項，因為太小一般可忽略不計。

$$h_{K+1} = P_{K+1} - P_K \quad \text{式 7}$$

目前常見計算 h 的逼近法有陡降法(The Steepest Descent method)、牛頓法(Newton method)、高斯-牛頓法(Gauss-Newton method)、The Levenberg-Marquardt method(Madsen, 2004)，本研究採用 The Levenberg-Marquardt method 。四種逼近法分別說明如下。

2.4.1 陡降法(The Steepest Descent method)

將式 6 改寫式 8。

$$\begin{aligned}\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{F(P_K) - F(P_K + \alpha h)}{\alpha \|h\|} &= -\frac{1}{\|h\|} h^T F'(P_K) = -\frac{h^T \|F'(P_K)\| F'(P_K)}{\|h\| \|F'(P_K)\|} \\ &= -\cos \theta \|F'(P_K)\| \quad \text{式 8}\end{aligned}$$

因為要讓式 8 的值是最大的，所以 $\cos \theta$ 要等於 1，這代表 h^T 必須與 $F'(P_K)$ 的夾角為 90 度，所以我們得到式 9。

$$h_{sd} = -F'(P_K) \quad \text{式 9}$$

陡降法中的 h 是以斜率負值為移動方向。而 α 的值，我們需用 line search 來求得，但效率通常會是個問題，所以也可以使用 binary search 方式來求得，其概念是先隨機取得一個 α_{\min} 讓 $F(P) - F(P + \alpha h)$ 大於 0，再隨機取得一個 α_{\max} 讓 $F(P) - F(P + \alpha h)$ 小於 0，接下來以 $\frac{1}{2}(\alpha_{\min} + \alpha_{\max})$ 為新的 α_{middle} ，去計算 $F(P) - F(P + \alpha h)$ 是大於 0 或是小於 0。若小於 0，則新的 α 值為 $\frac{1}{2}(\alpha_{\min} + \alpha_{\text{middle}})$ ；若大於 0，則新的 α 值為 $\frac{1}{2}(\alpha_{\max} + \alpha_{\text{middle}})$ 。如此迭代計算後，當滿足預設條件或達迭代次數即可決定 α (Madsen, 2004)。

2.4.2 牛頓法(Newton method)

牛頓法則考慮以 F 函式的二階 Hessian 矩陣來計算 h 。它將式 6 取其一次微分得到式 10。

$$F'(P_K + h) \simeq F'(P_K) + h^T F''(P_K) \quad \text{式 10}$$

因極值在一次微分為 0 的地方出現，所以 $F'(P_K + h)$ 必須要等於 0，如此可以得到式 11，並歸納出式 12。

$$0 = F'(P_K) + h^T F''(P_K) \quad \text{式 11}$$

$$h_n = \frac{-F'(P_K)}{F''(P_K)} \quad \text{式 12}$$

2.4.3 高斯-牛頓法(Gauss-Newton method)

高斯-牛頓法則是以 f 函式為主，使用二階 Hessian 矩陣為底來計算 h ，如式 13。在計算上可少作一次 f 自乘的動作。在搜尋效率上，高斯-牛頓法為二元收斂較陡降法的線性收斂快。但在實務上，因 Hessian 矩陣在計算上不一定為正限定(positive definite)(Bazaraa, 2006)，所以往往須混合陡降法來實作。

$$h_{gn} = \frac{-f'(P_K)^T \times f(P_K)}{f'(P_K)^T \times f'(P_K)} \quad \text{式 13}$$

2.4.4 Levenberg-Marquardt method

為改善陡降法及高斯-牛頓法的缺點，本研究所用之 Levenberg-Marquardt 法加入一阻尼(damping)參數 μ (林芸, 2006; Madsen, 2004)，如式 14。

$$h_{lm} = \frac{-f'(P_K)^T \times f(P_K)}{f'(P_K)^T \times f'(P_K) + \mu I} \quad \text{式 14}$$

該式中的 I 為一單位矩陣。加入係數 μ 之目的在於當 $\mu > 0$ 時係數矩陣會是正限定，確保 h 為下降方向，並藉由調整係數 μ 使得 h 更容易收斂。當 μ 很大時如式 15，接近式 9，當 μ 很小時，接近式 13 (吳雯惠, 2006; 許瑞文, 2003; Madsen, 2004)。

$$h_{lm} \cong -\left(\frac{1}{\mu}\right) \times F'(P) \quad \text{式 15}$$

對於 μ_0 的選擇，主要有兩種方法，方法一是看 $A_0 = f'(P_0)^T \times f'(P_0)$ 中，對角線元素中最大值再乘以 γ ，一般而言 γ 的值介於 $10^{-6} \sim 1$ 之間。方法二是用 $S = F(P_{K+1}) - F(P_K)$ 的值來判斷，當 $S \geq 0$ 時， μ 增加 10 倍，當 $S \leq 0$ 時， μ 減少 10 倍， μ 的初始值通常設為 0.001。



3 LMGOT 方法

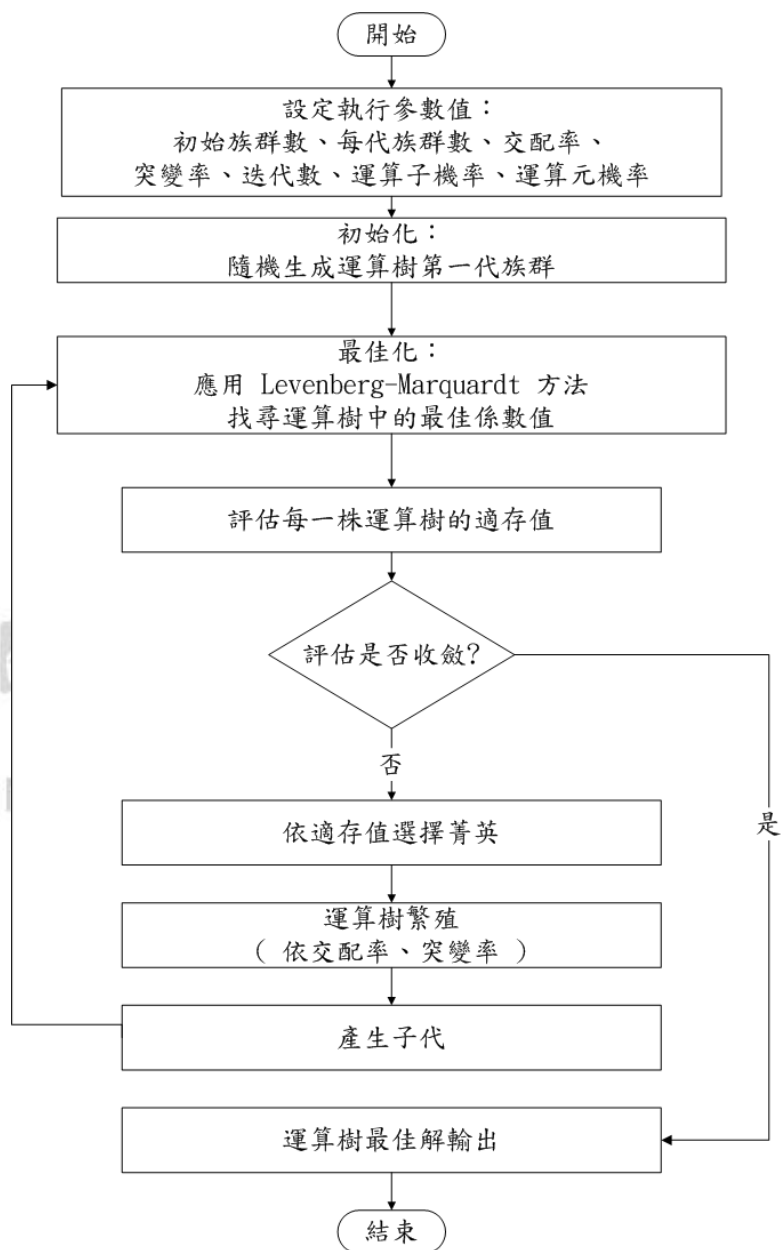


圖 4：LMGOT 流程圖

LMGOT 為三種演算法混合的求解技術。運算樹(Operation Tree; OT)代表

一組包含係數、自變數的方程式，基因演算法(Genetic Algorithm; GA)協助
運算樹迭代演化(Adil, 2009; Sette, 2001; Tsai, 2011; Yeh, 2009)，最後
再以 Levenberg-Marquardt 方法求解運算樹中的係數最佳值。

3.1 LMGOT 流程說明

上圖 4 為執行 LMGOT 的流程圖，詳細步驟說明如下。

3.1.1 設定執行參數值

基因演算法在執行時，某些行為需要設計者自行決定數值大小，依不同案例
可有不同數值，本研究須自行決定的參數值有初始族群數、每代族群數、交配率、
突變率、迭代數、運算子出現機率及運算元出現機率。



3.1.2 初始化運算樹

$$Y' = aX_1 + bX_2 + c$$

式 16

以二元運算樹結構表示一方程式。如式 16 中的 Y' 方程式可以圖 5 表示之。

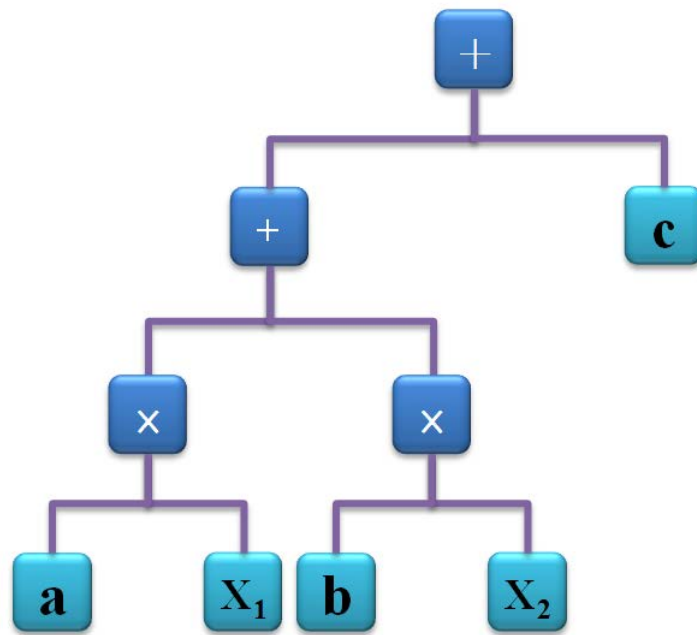
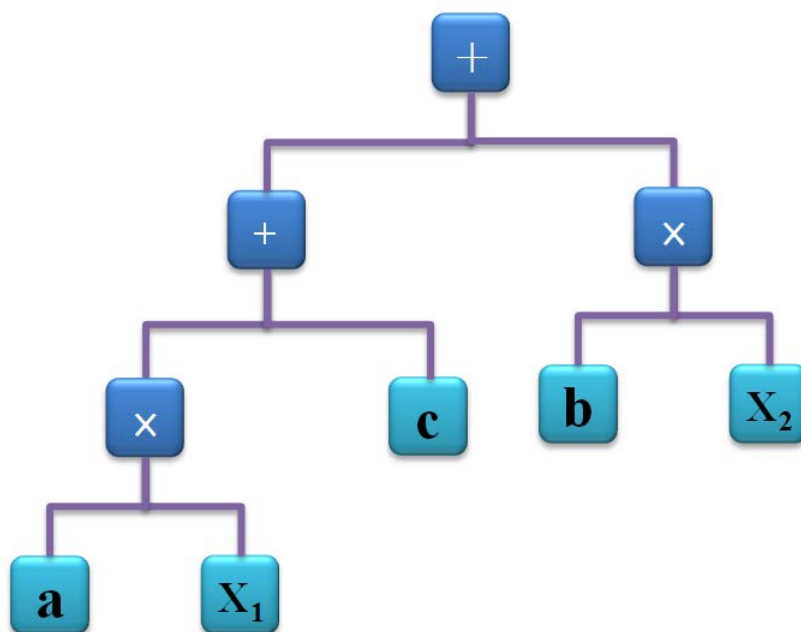


圖 5 : Y' 方程式的運算樹結構

在符合交換律的定理下，也能以圖 6 表示之，兩者結構大不相同，但方程式意義是相同的，這兩種運算樹經 Levenberg-Marquardt 方法求解係數時，係數最佳值也會相同。



National Chung Hsing University

圖 6：經交換後的同等運算樹結構

上式 16 中的 X_1 、 X_2 是實驗數據中的輸入變數，可能是加鋪厚度、水泥量、含水量、飛灰量、輸氣劑量等， Y' 則是實驗數據的輸出變數，可能是橫向裂縫總累積長度、抗壓強度、坍度等。

一株運算樹結構代表輸入變數與輸出變數的對應關係，在進行 LMGOT 運算之前，研究者可以不需要知道輸入變數與輸出變數的明確對應關係，全交由 LMGOT 自動搜尋。在初始化階段中，LMGOT 先以隨機方式生成運算樹。

本研究以浮動層級方式生成運算樹，其結構及節點個數並未限制，每發展出一個節點，就以機率值決定該節點要置入何種運算子、運算元。如果節點是置入

運算子，則視它的運算邏輯，在其下發展左子節點、右子節點或是只有左子節點，像是 ln 運算子，它只能發展左子節點，而 + 運算子則可同時擁有兩種子節點。在節點為運算元時，其下則無須配置任何子節點。

運算子、運算元在不同的機率下，發展的運算樹結構大小是不同的，當運算元出現機率較高時，運算樹的結構較矮、節點數較少。表格 3 是使用蒙地卡羅電腦模擬一萬次所計算出運算子機率與運算樹節點數的關係表：

表格 3：運算子機率與運算樹節點數的關係表

運算子機率	0.5	0.45	0.4	0.35
平均節點數	50.32	25.88	18.03	14.44

本研究中的運算子出現機率皆是使用 0.45。

3.1.3 最佳化方程式係數值

生成一株運算樹後，可將其結構對應成方程式，如式 17。

$$Y' = aX_1^b + c \quad \text{式 17}$$

再將此公式代入實驗值與預估值誤差 f 函式(式 5)中，並隨機選取一係數值開始進行迭代計算，直到下一步的誤差值無法低於前一步的誤差值才終止 Levenberg-Marquardt 法。如圖 7 中，第一個點是隨機選取的，將其值代入 LM 公式中即可得到一 h_{lm} 移動向量，也就是圖中黃色箭頭，迭代多次後可得一區域最佳值。

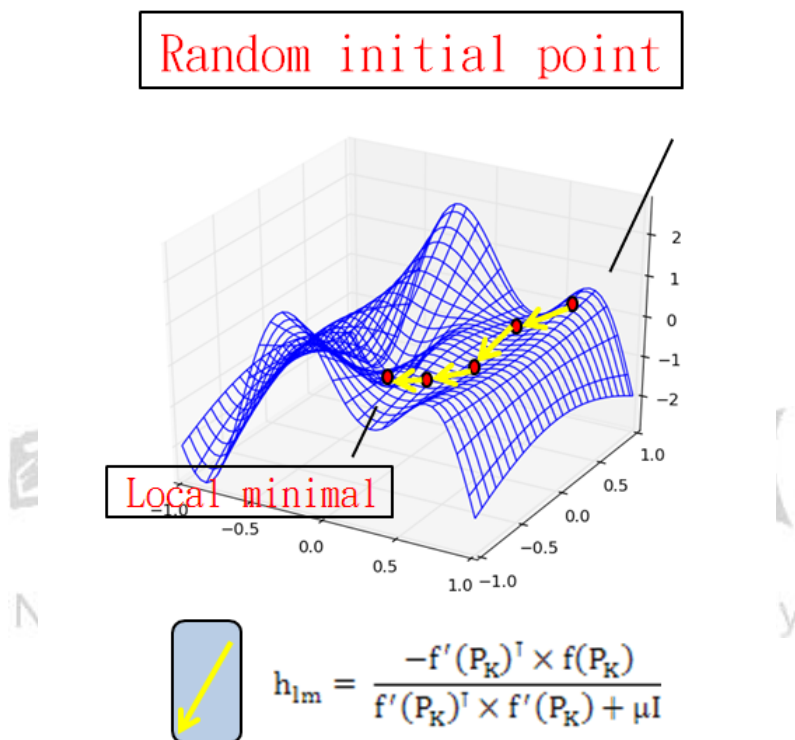


圖 7：Levenberg-Marquardt 迭代執行過程

在計算機應用上，LM 公式中的 f' 在計算時是以數值微分方法求得。以式 17 為例，在三組實驗值：(6, -1), (54, 5), (102, 7) 下，求得 a, b, c 係數。

首先先隨機選取 P_0 值，我們定為 (4, 2, 2)，代入 f 公式(式 5)後可得 $f_0 = (0, -48, -96)$ ，而 f' 的求法則是分別就 p_1, p_2, p_3 作數值偏微分，如：

$\frac{\partial f}{\partial p_1} = \frac{f(4+\Delta p_1, 2, 2) - f(4, 2, 2)}{\Delta p_1}$ ，其中我們可設 $\Delta p_1 = \Delta p_2 = \Delta p_3 = 0.01$ ，這

樣 $f'_0 = \left(\frac{f(4+\Delta p_1, 2, 2) - f(4, 2, 2)}{\Delta p_1}, \frac{f(4, 2+\Delta p_2, 2) - f(4, 2, 2)}{\Delta p_2}, \frac{f(4, 2, 2+\Delta p_3) - f(4, 2, 2)}{\Delta p_3} \right)$ 。將 f_0, f'_0

代入 LM 公式後可得到 h_1 ，而 $P_1 = P_0 + h_1$ ，如此迭代計算後，當 RMSE 在可接受範圍內即求得到區域最佳解 P^* 。表格 4 列出本範例迭代過程中的數值，其中在第 7 次迭代時即求得實際真值：(2, 2, 4)。

表格 4：LM 迭代過程的詳細數值

迭代序號 (i)	RMSE	P_i	f_i	μ_i
0	61.9677	(4, 2, 2)	(0, -48, -96)	1e-3
1	3.0365	(2.24, 1.97, 2.28)	(1.48, -1.99, -4.64)	1e-2
2	0.2976	(1.99, 1.99, 3.99)	(0.005, 0.21, 0.47)	1e-3
3	0.0019	(2.00, 1.99, 4.00)	(-7e-5, 1e-3, 3e-3)	1e-4
4	3.32e-05	(2.00, 1.99, 3.99)	(-4e-8, 2e-5, 5e-5)	1e-5
5	6.15e-07	(2.00, 1.99, 3.99)	(-8e-11, 4e-7, 1e-6)	1e-6
6	1.15e-08	(2.00, 1.99, 3.99)	(-1e-13, 6e-9, 2e-8)	1e-7
7	2.14e-10	(2, 2, 4)	(0, 1e-10, 3e-10)	1e-8

因為 Levenberg-Marquardt 法的求解效率十分快速，而運算樹的生成效率較慢，所以本研究充分利用此一特性，在此階段時，是選取 100 個初始係數值分別去作 Levenberg-Marquardt 最佳化。最後再從這 100 個區域最佳值中挑出最佳值來作為該運算樹的係數值。

3.1.4 評估運算樹的適存值

適存值函式我們選擇用 RMSE 公式(Root of Mean Square Error)。如式 18。 y'_i 為公式的預估值， y_i 為實驗數據的輸出值， m 為實驗數據紀錄筆數。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (y'_i - y_i)^2}{m}} \quad \text{式 18}$$

上式 18 屬於絕對誤差值，一般而言該誤差值受 Y 實驗值大者的影響較重，也有研究採用相對的 RMSE 公式作計算，其公式乃將 $y'_i - y_i$ 改以 $(y'_i - y_i)/y_i$ 代替。本研究則是採用式 18 作為 RMSE 計算公式。

3.1.5 評估 GOT 是否收斂

評定是否收斂，有幾種方式：

1. RMSE 下降速度。
2. RMSE 小於一定值。
3. 達到迭代數。
4. 菁英染色體改變程度。

本研究採用第 1 種及第 3 種混合方式，達到迭代數或 RMSE 經過幾個世代後都沒有再下降，則終止整個 LMGOT 運算。

3.1.6 依適存值選擇菁英

運算樹依照它的適存值升冪排序，保留排位前面的運算樹結構，留作交配、突變之用，其餘運算樹則直接刪除。

3.1.7 運算樹繁殖

基因運算樹的繁殖方式有二類：交配(Crossover)、突變(Mutation)等。每條染色體因為基因碼與順位些許差別，致使還原回運算樹時，其結構會發生大幅改變。一般而言，交配對運算樹的結構改變最大，突變只有細部修改，但在方程式意義上，則不限結構改變大小，有時一個運算子的差異就能對方程式物理意義造成相反的結果。

本研究的運算樹結構是以浮動式運算樹建構，讓運算樹結構在發展上沒有數量及層級的限制。所以我們只要搭配適當的交配率、突變率使染色體大量變異，讓方程式結構可以達到多樣性，就有機會在其中找到較好的區域最佳解。

National Chung Hsing University

3.1.7.1 染色體結構

運算樹結構乃抽象化的方程式，在基因演算法中，不容易拿來操作，所以我們需要將運算樹結構對應至一個串列 (List) 結構中。圖 8 中染色體基因依序排列至運算樹結構中，節點依上至下，左至右排序，依序將基因上的的運算子或運算元排於運算樹的節點中，其中只有運算子節點下方才須生成子節點，待所有葉節點皆為運算元後，即停止從染色體拿取基因。

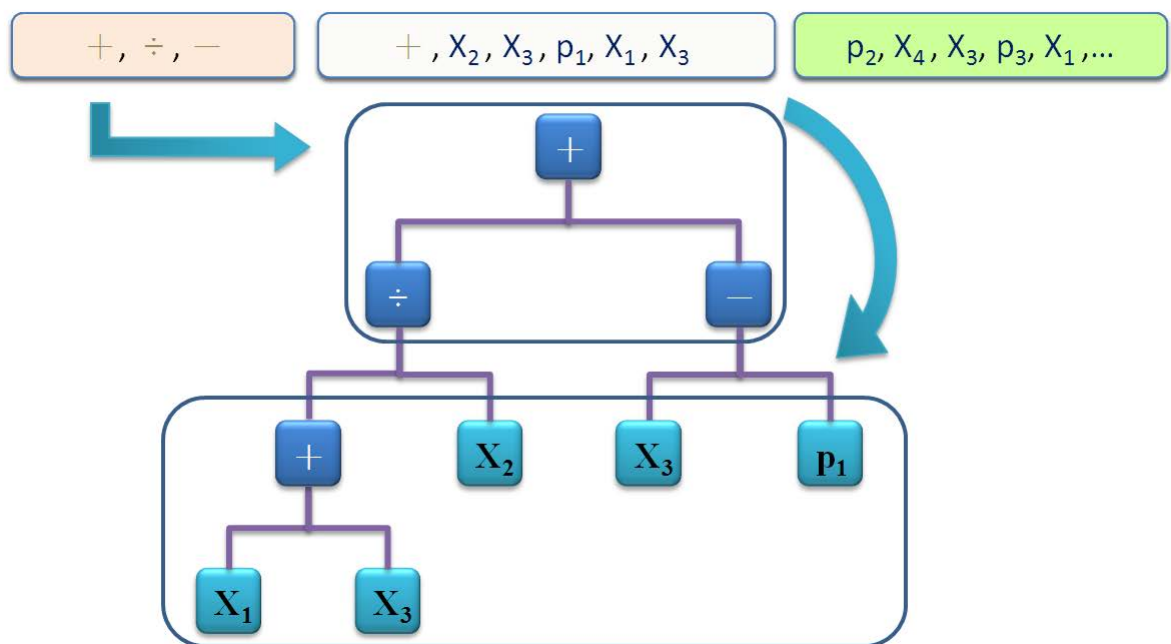


圖 8：染色體對應運算樹結構示意圖

圖 9 中 \div 運算子節點乃經交配行為後的結果，但因染色體沒有多餘的運算元可供配置即發生斷尾現象，此時整株運算樹便無法使用。為減少斷尾情形，在發生斷尾的節點上，再以隨機方式置換運算元。

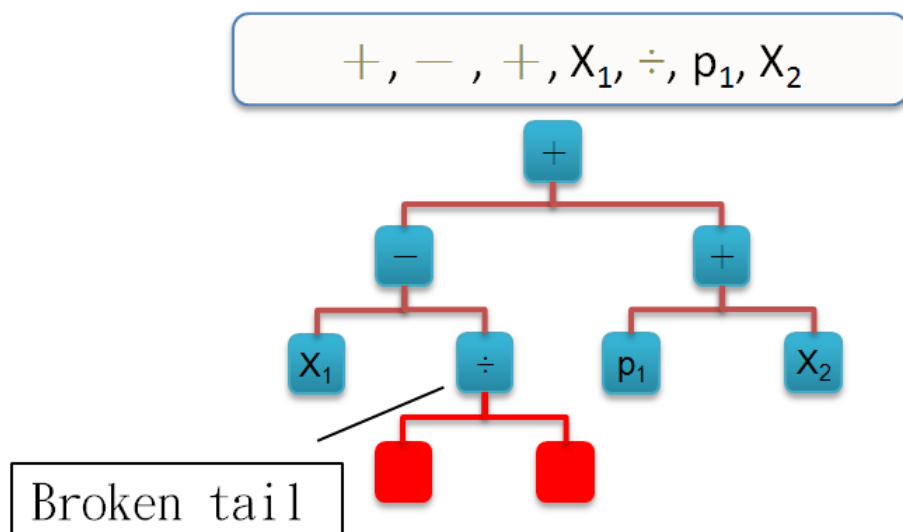


圖 9：斷尾的運算樹結構示意圖

National Chung Hsing University

3.1.7.2 交配(Crossover)

選擇兩個染色體來作交配，有兩種方式：一是在樹狀結構中，任選一個節點，把該節點下的子樹移植至另一運算樹，而另一運算樹轉移來的子樹則填回原本被移走節點的位置；二是在染色體結構中，將兩段染色體切斷於一隨機選取的段位，並重新組合。過去研究皆是以染色體結構作交配居多。

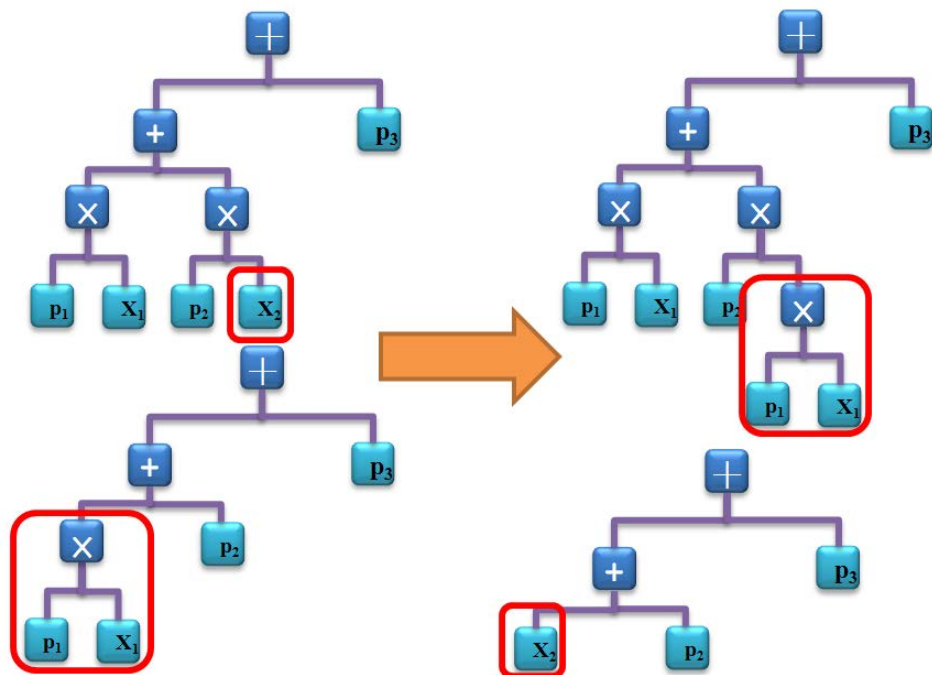


圖 10：以樹狀結構為交配原則的示意圖

上圖 10 中的左上運算樹提出 X_2 節點與左下運算樹 $p_1 \times X_1$ 子樹作交配，可產生另兩個新的運算樹結構。此種以樹狀結構的交配方式不會有斷尾情形產生，但必須限定被交配的子樹其節點數最多 3 個，否則易產生適存的運算樹結構其節點數過多的情形。

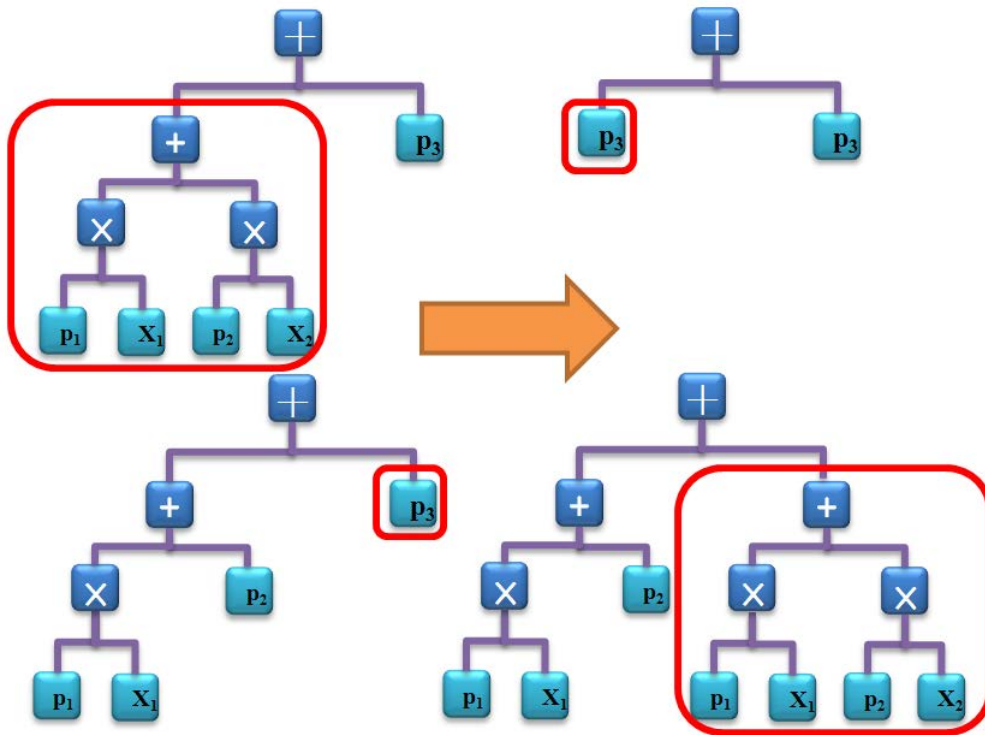


圖 11：未限定子樹節點數所產生極不相等的運算樹結構

如上圖 11，左上運算樹所提出的子樹很大，但左下運算樹提出的子樹只有一個節點，在交配後會產生一株極大的運算樹及一株極小的運算樹，而極小運算樹對實驗值的 RMSE 值通常較大，就像 ANN 的神經元個數對誤差的關係，一般是愈多神經元則訓練誤差愈小。於是在這種的交配模式下，大運算樹容易淘汰小運算樹，因為它的訓練誤差較小，但大運算樹常有過適化現象發生，所以不表示它的預測誤差會比較小。

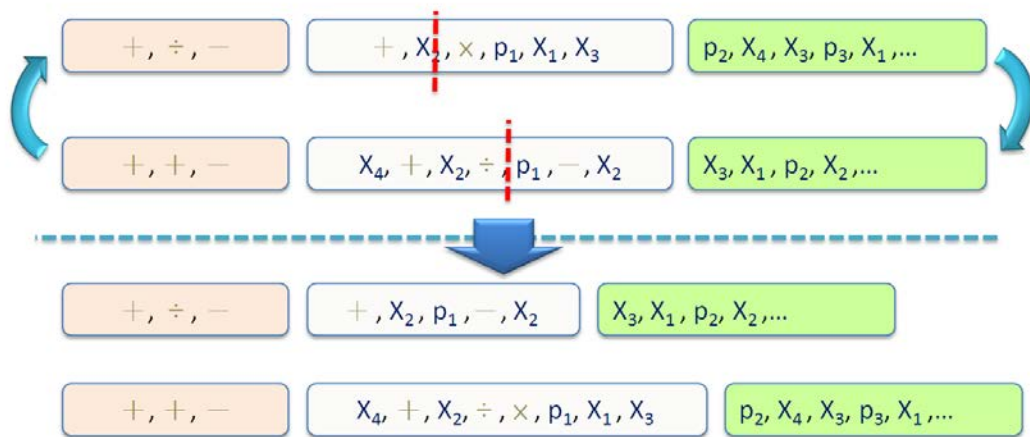
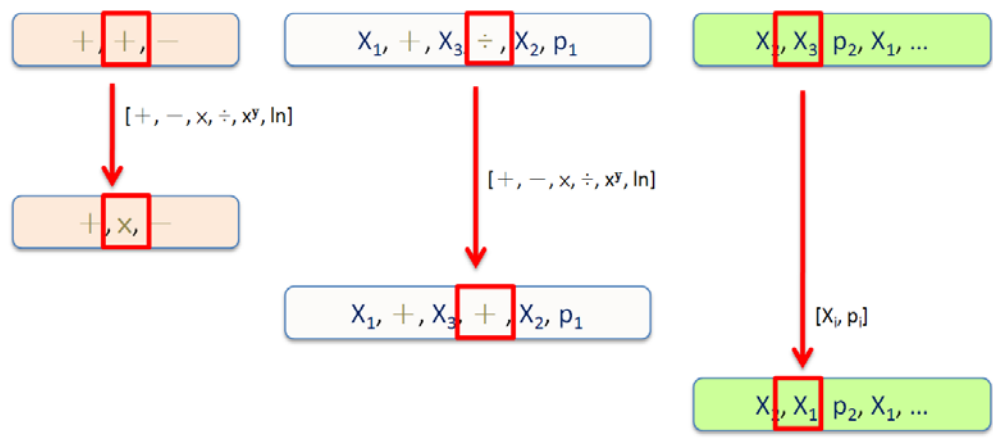


圖 12：以染色體為交配原則的示意圖

染色體結構交配方式則如上圖 12 中各自隨機選取染色體分段位置後作交配。

3.1.7.3 突變(Mutation)

突變方式是隨機選取染色體中的基因，若為運算子則隨機選取其他運算子置換，若為運算元則隨機選取其他運算元置換。圖 13 是突變的示意圖。



3.1.8 產生子代並進行係數最佳化

有了新的子代運算樹後，再利用 Levenberg-Marquardt 法求得係數值。如此迭代操作直到滿足收斂條件。

3.1.9 運算樹最佳解輸出

決定最佳的方程式預估模型後，本階段進入後處理程序。將測試組數據代入方程式得到預估值 y' ，再代入上式 18 求出其 RMSE 值、代入下式 19 求得到 R^2 值。 r'_i 為所有 (y, y') 的線性迴歸公式預估值， y_i 為實驗數值， \bar{y} 為實驗數值的平均值。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - r'_i)^2}{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2} \quad \text{式 19}$$

3.2 LMGOT 方法小結

LMGOT 使用 Levenberg-Marquardt 方法來求解係數值，其利用斜率原理、Hessian 矩陣計算及快速迭代技術輔助找尋具連續性的係數值，相較於一般 GOT 演算法用離散數值搜尋來說速度較快。也因為本研究方法在搜尋係數值上，花費資源較小，所以可將大部份的運算資源配置在基因運算樹上，找尋更多、更具變異性的運算樹，如此找到較佳方程式解的機會就比較高。

4 案例實作

本研究以 LMGT(Levenberg-Marquardt Genetic Operation Tree) 模式驗證三個實際案例的方程式搜尋成效：

1. 從美國德州交通部(Texas Department of Transportation, USA)於 1992 年起執行的 SPS-5 道路鋪面裂縫長度實驗，擷取 A502-509 路段中的 87 筆實驗數據，最長服務時間為 15 年。其操作變數為『是否刨除』、『是否採用再生材料』、『加鋪厚度』及『服務時間』，而應變數為『橫向裂縫總累積長度』(Hong, 2009)。
2. 取材自 Lim Chul-Hyun 於 2004 年發表論文，Lim(2004) 實驗得到 104 筆高性能混凝土的抗壓強度及坍度數據，其抗壓強度約在 40 ~ 80 Mpa 之間，而坍度約在 95 ~ 260 mm 之間。Lim(2004) 使用 Multiple Regression Modeling (MRM) 為抗壓強度及坍度建立模型。這 104 筆數據亦為 Adil(2009) 發表論文所引用，Adil(2009) 分別使用 ANN、Regression Analysis、GEP 方法為該實驗數據建模。
3. Yeh I-Cheng 提供之高性能混凝土實驗數據，取其 28 天抗壓強度數據共有 103 筆，所使用混合材料有水泥、爐石、飛灰、水、強塑劑、粗骨材、細骨材。此數據亦應用在 Tsai Hsing-Chih 於 2011 年發表的論文，Tsai(2011) 使用 Weighted operation structures(WOS) 為實驗數據建立模型。

4.1 案例 1: SPS-5 的 A502-509 鋪面資料

本案例資料乃經由美國德州交通部長期實驗而來。為了解路面長時間使用性

能(the Long-Term Pavement Performance; LTPP)的影響變化，美國政府於 1987 年時通過一項策略性公路研究計畫(Strategic Highway Research Program; SHRP)，經過約 20 年的數據收集，建立一個用以評估長期路面使用性能的數據庫(SHRP, 1993)。

LTPP 研究類型分為兩種：

1. 一般路面研究(General Pavement Study; GPS)。
2. 特定路面研究(Specific Pavement Study; SPS)。

GPS 研究包含九種實驗方式：GPS-1 ~ GPS-9，並已發展出全國性的路面使用性能數據庫；而 SPS 則是聚焦在路面特別的結構、材料或鋪面使用性能，一樣有九種實驗方式：SPS-1 ~ SPS-9。本案例是以 SPS-5 為主要分析數據，其案例標題為 AC 路面修復(Hong, 2009)。

AC 加鋪路面橫向裂縫惡化關係式實驗數據係採用美國德州 SPS-5 A502-509 實驗路段觀測斷面資料。觀測資料共計 88 筆，經判讀後其中一筆為離群值，所以採計 87 筆。以隨機的方式取樣 70 筆實驗數據為訓練組，餘下 17 筆為測試組。德州 SPS-5 實驗涵蓋了 US 175 部分公路，這些測試路面承受實際交通流量以反映真實世界的條件，並於實驗路段加鋪瀝青混凝土長期觀察其裂縫情形。

SPS-5 實驗開始於 1992 年，並分為八段，每段為特定的瀝青加鋪層 500 英尺(152.4 米)長，12 英尺(4 米)寬，段與段之間間距 100 英尺(30.3 米)的過渡區。因此可以合理地假設這些路段相互獨立的。三個主要因素：表面處理(Mill)、加鋪材料及加鋪厚度，為實驗設計中刻意加入之變數(Hong, 2009)，相關變數資料整理如表格 5。表面處理分為刨除(Mill)與未刨除(No Mill)兩種情況，在資料輸入上，以 0 代表未刨除舊鋪面(ML=0)，以 1 代表刨除舊鋪面(ML=1)(Hong, 2009)。刨除表示原實驗路面先經刨除後才加鋪，

而未刨除表示直接於原有路面上加鋪。加鋪厚度上，則區分成兩個部份，一為類型 B 的加鋪厚度；一為類型 C 的加鋪厚度，類型 B 的粗骨材粒徑較大且瀝青成份較低。加鋪材料則分為純瀝青混凝土原生材料及 35% 的再生瀝青混凝土材料(Reclaimed Asphalt Pavement; RAP)兩類。RAP 為二元變數，0 表示採用原生材料(RAP=0)，而 1 表示採用 35% 再生材料(RAP=1)。

表格 5：德州 SPS-5 實驗的設計變數表

路段編號	ML (表面處理)	T (觀測時間)	加鋪厚度(英寸)		RAP (AC 材料)
			THb (類型 B)	THc (類型 C)	
A502	0	0 ~ 15 年	0.0	2.2	1
A503	0	0 ~ 15 年	3.0	2.1	1
A504	0	0 ~ 15 年	3.0	2.2	0
A505	0	0 ~ 15 年	0.0	2.0	0
A506	1	0 ~ 15 年	0.0	4.3	0
A507	1	0 ~ 15 年	5.0	2.0	0
A508	1	0 ~ 15 年	5.0	2.1	1
A509	1	0 ~ 15 年	2.0	2.2	1

在圖 14 中，顯示原實驗路段的橫剖面圖以及實驗後的橫剖面情形：

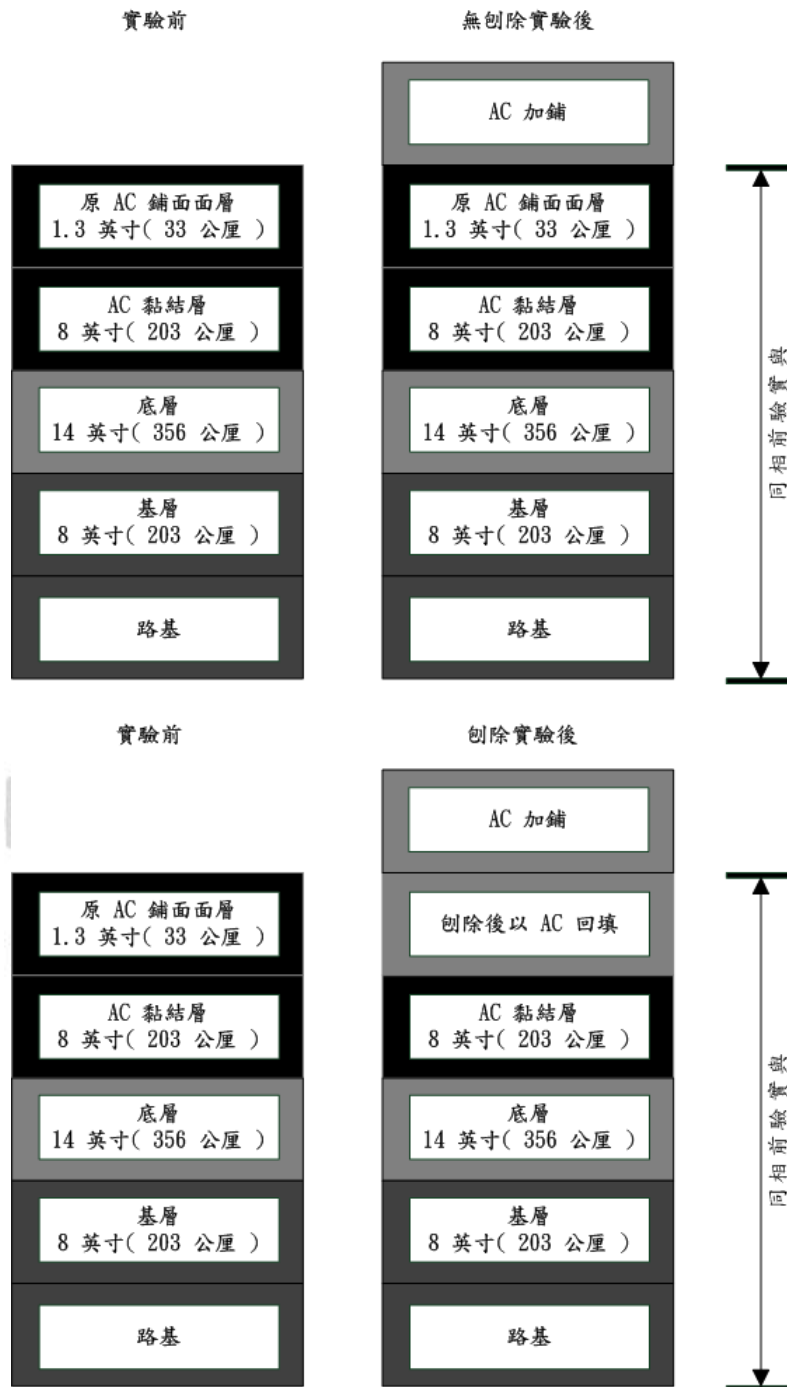


圖 14：舊有鋪面結構與實驗後新結構的比較圖
 區塊厚度與實際比例不同，此為方便說明用。

實驗中主要分析的三個自變數：表面處理、加鋪厚度及再生材料。說明如下：

4.1.1 表面處理

一些研究者認定路面使用性能與表面處理有關，像是移除現有毀壞鋪面對提升路面使用性能有貢獻(Hong, 2009)。本案例中，表面處理意謂在鋪設新瀝青鋪面前將舊路面刨除。為比較刨除是否對路面使用性能有幫助，在 SPS-5 實驗中的八個路段，一半採用無刨除工法，一半採用刨除工法，其刨除深度皆為 2 英寸。上圖 14 中說明了在刨除路段上，加鋪設計厚度並未包含 AC 回填層，而未刨除路段上，瀝青混凝土是直接加鋪在原有路面上。

4.1.2 加鋪厚度

上表格 5 中列出 SHRP SPS-5 實驗中在不同路段使用不同的加鋪厚度，區間從 2.0 英寸至 7.1 英寸，材料可分類型 B 及類型 C 兩種。

4.1.3 再生材料

從環境生態及成本考量上，再生瀝青混凝土(RAP)相較原生瀝青混凝土具有一些優勢。美國在進行 SHRP 時，已預知再生材料趨勢，所以將再生瀝青混凝土融入 SPS-5 實驗當中。實務上，工程師在應用 RAP 材料時，會將全新瀝青材料及再回收材料以一定比例混合，基於現有工程環境條件，SPS-5 實驗以 35% 的再回收材料與 65% 的全新材料混合來作為該實驗的應用材料。

4.1.4 基因編碼說明

運算樹的節點包含運算子、運算元，而運算元又可區分為方程式係數及實驗

值自變數。

數學式中的運算子一般包含 + , - , × , ÷ , x^y (次方; power) , 自然對數 ln , cos , sin 。運算子的使用編碼如表格 6 , 本研究所有案例使用的運算子集合是相同的。

在這些運算子中, 有兩個必須加上其他條件限制, ÷ 若遇到分母為 0 時, 則計算結果視為 ∞ ; ln 運算子若遇到輸入值小於 0 時, 輸出值設為 0 。

表格 6 : 運算子的基因編碼表

編碼	1	2	3	4	5	6	7	8	9
運算子	+	-	×	÷	x^y	ln	cos	sin	e^x

本案例評估的運算元包含時間(T)、是否刨除(ML)、採用再生材料(RAP)、加鋪厚度(TH)及方程式係數(p)。運算元的使用編碼如表格 7。

表格 7 : 運算元的基因編碼表(含係數及實驗值自變數)

編碼	10	11	12	13	14	15
運算元	T	ML	RAP	TH _b	TH _c	p
單位	年	0 或 1	0 或 1	英寸	英寸	無

在是否刨除變數上, 以 ML = 0 表示未刨除; ML = 1 表示刨除。而在採用再生材料變數上, 以 RAP = 0 表示使用原生材料; RAP = 1 表示 35% 的再生瀝青混凝土。

運算樹結構以 7 層為例, 如圖 15 的結構最高可有 127 個節點。

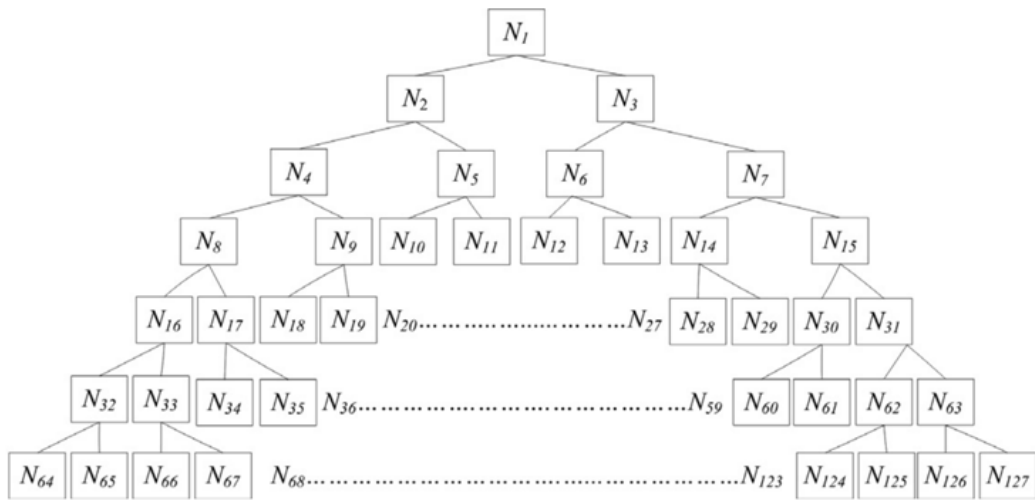


圖 15：7 層運算樹示意圖

4.1.5 SPS-5 之橫向裂縫總累積長度模型

LMGOT 代入參數值需由人工判斷，或是經多次試驗後決定，本案例參數值如表格 8 所列。

National Chung Hsing University

表格 8：LMGOT 參數值表

參數名稱	初始族群數	每代族群數	交配率	突變率	迭代數
代入值	100	100	0.9	0.1	1000

LMGOT 使用 RMSE(Root of Mean Squared Error; RMSE)為目標適存值來迭代搜尋最佳的運算樹。在 LMGOT 生成一株運算樹結構後，例如圖 16 所示：

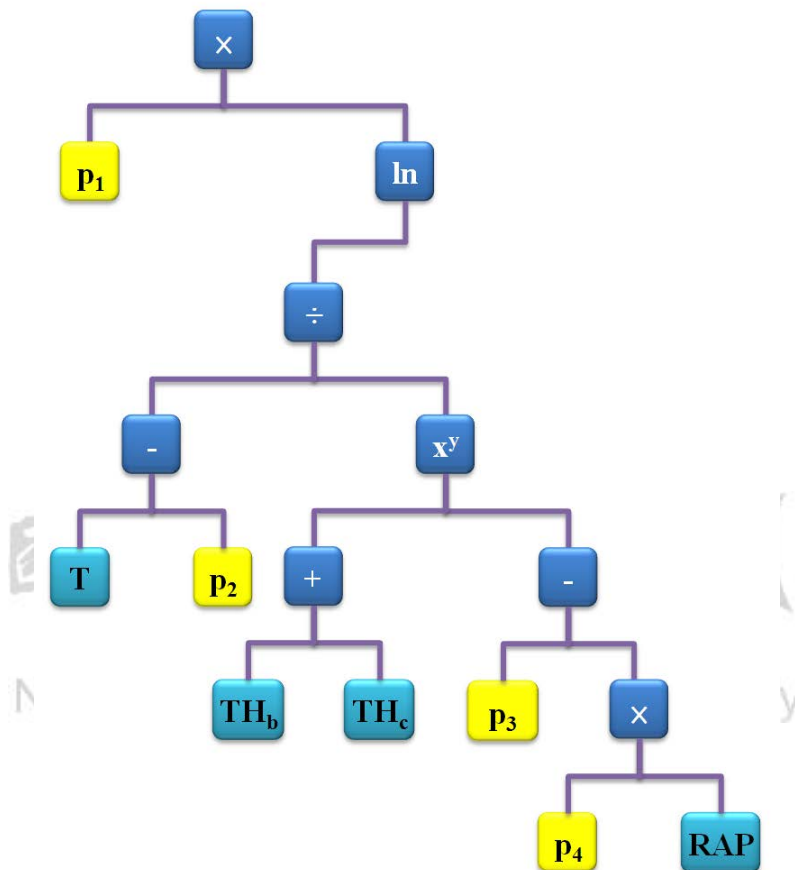


圖 16：未經 Levenberg-Marquardt 求解係數前的運算樹結構

該結構可轉換為一數學方程式，如式 20。 TCL_{lmgot} 為累積橫向裂縫總長度(單位為公尺)，其受 T (時間)、 TH_b (類型 B 加鋪厚度)、 TH_c (類型 C 加鋪厚度)、 RAP (是否使用再生材料)影響，式中的 $p_1 \sim p_4$ 則仍為未知數值。

$$TCL_{lmgot} = p_1 \times \ln \left(\frac{T - p_2}{(TH_b + TH_c)^{(p_3 - p_4 \times RAP)}} \right) \quad \text{式 20}$$

該方程式再以 Levenberg-Marquardt 方法去求解最佳的係數值，可得到如表格 9 的數值。

表格 9：經 Levenberg-Marquardt 方法求解所得之係數值表

係數名稱	p_1	p_2	p_3	p_4
值	69	1.9	1.68	0.8



代入係數值至運算樹後，可以得到如圖 17 的結構。

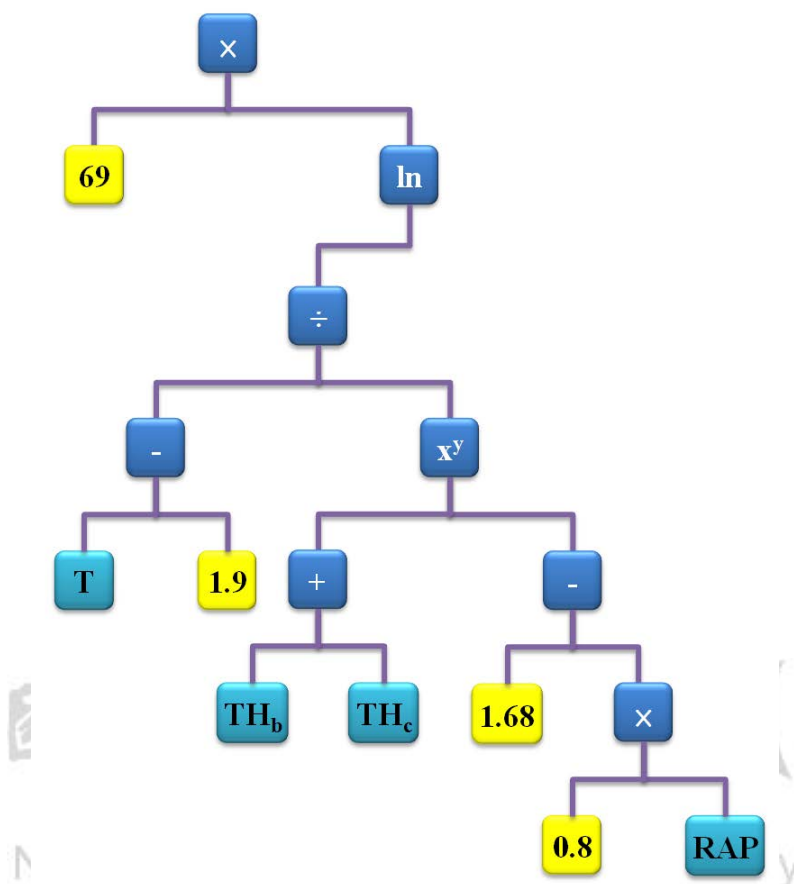


圖 17：經 Levenberg-Marquardt 方法求解後的運算樹結構

上式 20 代入係數值後得到式 21，此式亦為本案例之區域最佳解。

$$TCL_{lmgot} = 69 \times \ln \left(\frac{T-1.9}{(TH_b + TH_c)^{(1.68-0.8 \times RAP)}} \right) \quad \text{式 21}$$

因橫向裂縫的總累積長度不可能為負值，所以本案例成果須加上一條件式。

令 $f = \frac{T-1.9}{(TH_b + TH_c)^{(0.8 \times RAP)}}$ ，若 $f > 1$ ，則 $TCL_{lmgot} = 69 \times \ln(f)$ ，若 $f \leq 1$ ，

則 $TCL_{lmgot} = 0$ 。實際環境上，路面在加鋪一定厚度的瀝青混凝土後， T 時間必須大於一定值， TCL_{lmgot} 才會大於 0，也就是發生橫向裂縫。此條件式的確合理反應實際環境。

RAP = 1 代表加鋪材料為 35% 再生瀝青混凝土，所以上式 21 可直接代換為式 22。

$$f_0 = \frac{T-1.9}{(TH_b+TH_c)^{1.68}}, \text{ if } f_0 > 1 \text{ then } TCL_{lmgot} = 69 \times \ln(f_0) \quad \text{式 22}$$

RAP = 0 則代表加鋪材料為原生瀝青混凝土，而上式 21 可代換式 23。

$$f_1 = \frac{T-1.9}{(TH_b+TH_c)^{0.88}}, \text{ if } f_1 > 1 \text{ then } TCL_{lmgot} = 69 \times \ln(f_1) \quad \text{式 23}$$



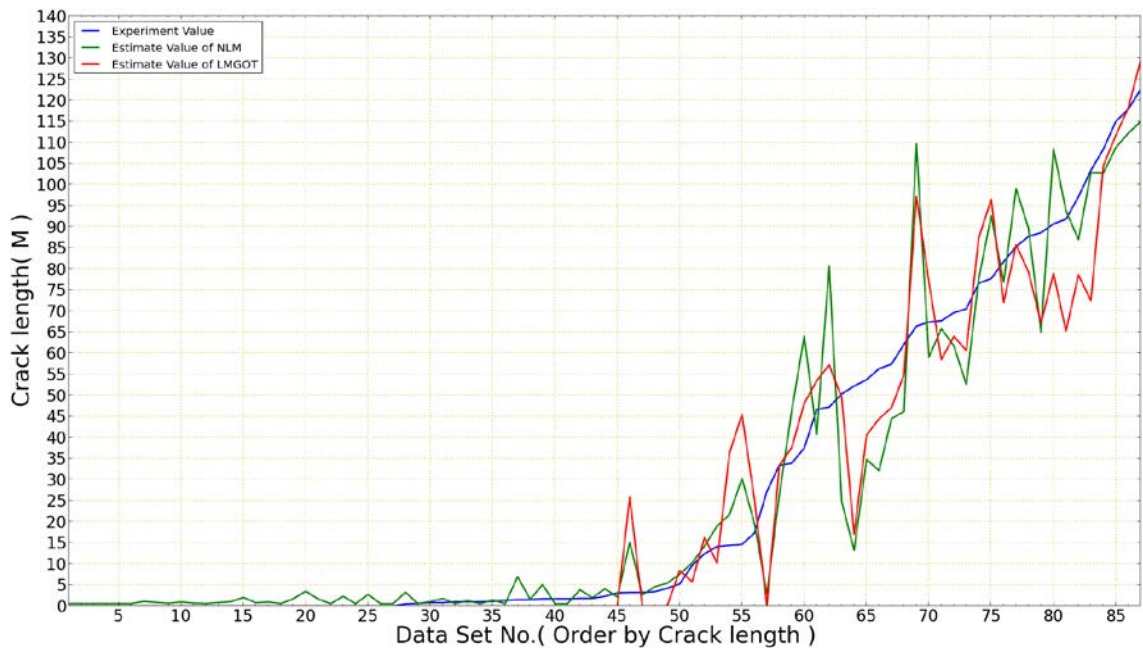


圖 18：成果公式預估值與實驗值的比較

在 87 組資料中，有 49 組的 f_0 或 f_1 值是小於 1，所以 TCL_{imgot} 被強迫設為 0，其中有 27 組實驗值本身即為 0。圖 18 中藍線為實驗數據、紅線為本研究的預估值，在前 27 組數據中，兩者皆為 0，在第 28 ~ 45 組時，實驗數據已產生裂縫，但 LMGOT 仍預測為 0，這部份有 18 組，後來在第 47 ~ 49 及 57 組也面臨相同情形，也就是共有 22 組是實驗數據不為 0 但公式卻強迫設定為 0，此部份的實驗數據差值都很小以致於這部份的 RMSE 佔總體誤差權重不大。因為本案例主要是預估瀝青鋪面在長時間服務下的總裂縫長度，所以焦點是在裂縫總長度較大或服務時間較長的實驗數據組上，所以使用絕對的 RMSE 公式會較相對的 RMSE 公式為佳。

本研究以 LMGOT 求解的公式，自動略去 ML 變數，說明了橫向裂縫與是否作過表面處理無關，也與 Hong(2009) 結論相同。以下是我們得到的一些結論：

1. 橫向裂縫累積總長度與服務時間成 \ln 正比，與加鋪厚度成 \ln 反比。

2. 使用原生材料時，橫向裂縫與 $(TH_b + TH_c)^{1.68}$ 成 \ln 反比；使用再生材料時，橫向裂縫與 $(TH_b + TH_c)^{0.88}$ 成 \ln 反比，此表示原生材料對橫向裂縫長度的負向影響小於再生材料。在其他條件相同下，使用再生材料所發生的橫向裂縫將大於使用原生材料。



圖 19 是訓練組長度與預估值的散佈圖，其 R^2 為 0.94(請見表格 10)，顯示所求解出的模型具有高準確性。

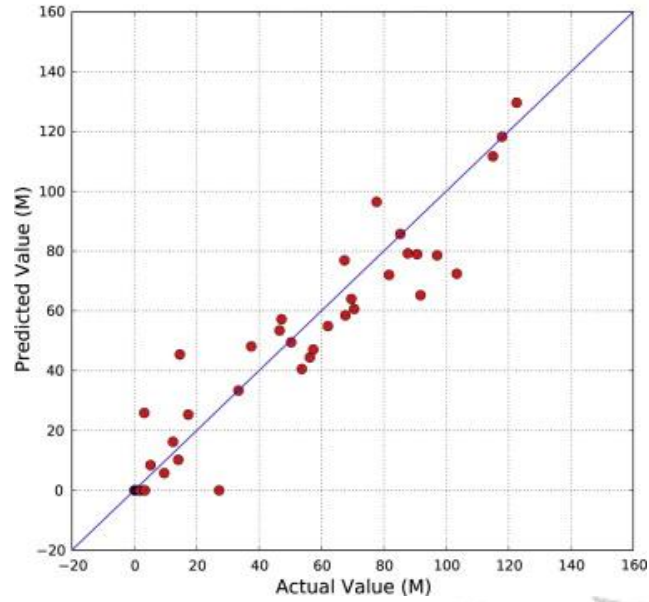


圖 19：SPS-5 訓練組長度與預估值散佈情形

National Chung Hsing University

圖 20 則是測試組長度與模型預估值之散佈圖，其 R^2 也有 0.86(請見表格 10)，表示該模型具有普遍性。

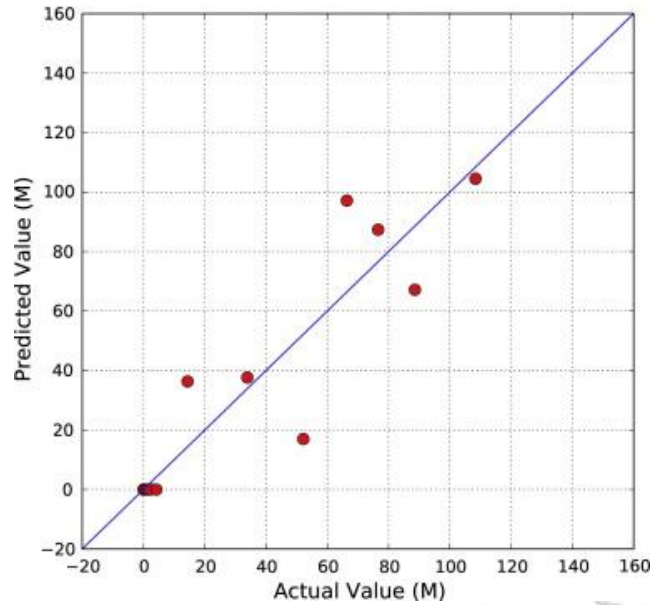


圖 20：SPS-5 測試組長度與預估值散佈情形

Hong(2009) 以前人經驗歸納一個 S 型(Sigmoid)的非線性模型 (nonlinear model)，再利用最小平方差(Least Square method)去求出模型中的係數，得到式 24：

$$TCL_{nlm} = \frac{116}{1+e^{[5.32+(-0.965-0.115 \times ML + e^{(-0.447 \times RAP)}) \times (0.133 \times THb + 0.21 \times THc)] \times T}} \quad \text{式 24}$$

表格 10 則列出兩種方法所產生之模型其 RMSE 、 R^2 的優劣， LMGOT 的誤差都是最小的。

表格 10：TCL 預估模型比較表

	RMSE(公尺)	R^2
LMGOT 產生橫向裂縫總長度模型(70 筆訓練組)	9.36	0.94
LMGOT 應用結果(17 筆測試組)	13.93	0.86
LMGOT 應用結果(87 筆)	10.41	0.92
Hong(2009) NLM 成果(70 筆訓練組) *	9.62	0.93
Hong(2009) NLM 成果(17 筆測試組) *	15.75	0.82
Hong(2009) NLM 成果(87 筆) *	11.08	0.91

* 所使用的實驗組與 LMGOT 的資料相同。



4.1.6 探討公式內變數關係

4.1.6.1 不同加鋪材料的影響

根據鋪面工程設計規範，其服務性能須達 8 年。利用上式 21 可了解加鋪材料是項重要因子。如圖 21 所示，在 $RAP = 0$ 與 $RAP = 1$ 時，若要求服務年限為 8 年，則裂縫總累積長度分別是 44.4 公尺及 82.7 公尺，使用原生材料的效果幾乎是再生材料的 2 倍。因為瀝青黏結材料通常會因老化而黏結力下降，對於使用再生材料的鋪面其抵抗裂縫產生的能力當然是愈差。

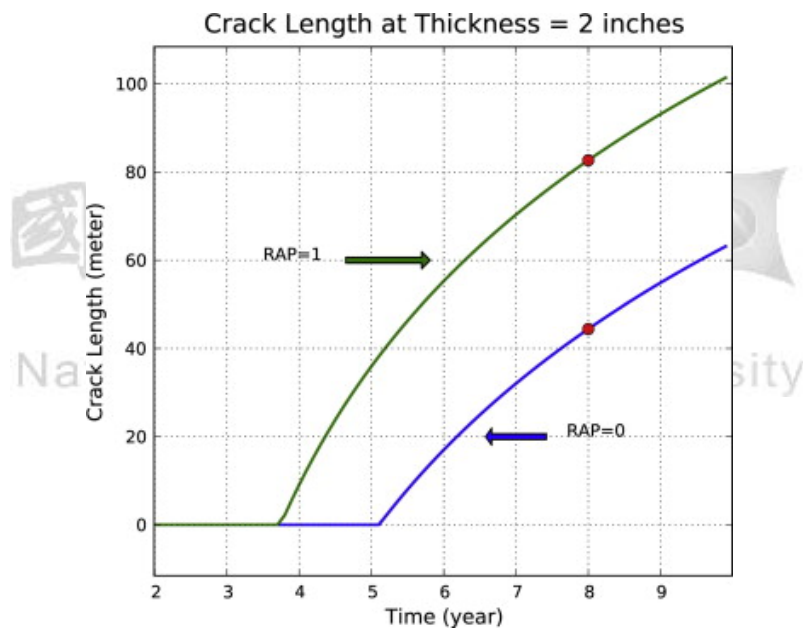


圖 21：2 英寸加鋪厚度條件下的服務時間與裂縫總長度的關係

4.1.6.2 不同加鋪厚度的影響

如圖 22，服務年限為 8 年時，若要確保鋪面不發生裂縫，則使用原生材料與再生材料的加鋪厚度分別要是 2.9 英寸及 7.9 英寸。

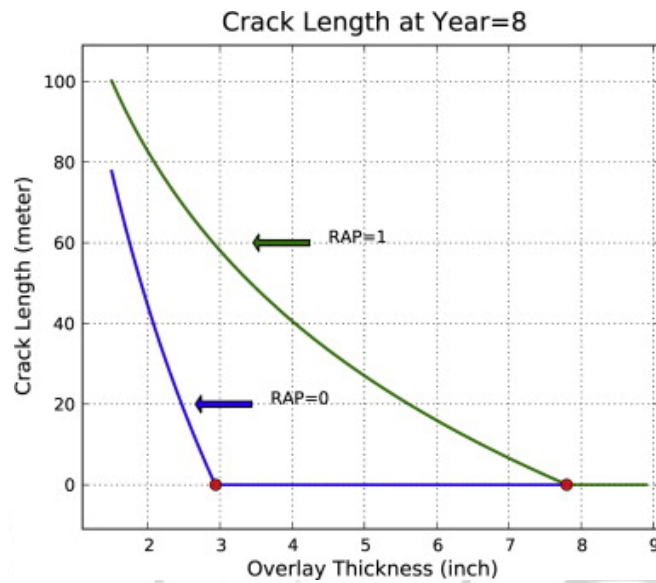


圖 22：服務年限為 8 年，加鋪厚度與裂縫總長度的關係

圖 23 顯示加鋪厚度、年限及裂縫總長度的關係，較低的彩色曲面反映使用原生材料的裂縫產生情形，而較高的中空紅色曲面則代表加鋪材料為再生材料的結果。這兩個曲面反應出使用原生材料，其對控制橫向裂縫的總累積長度有較佳的效果。

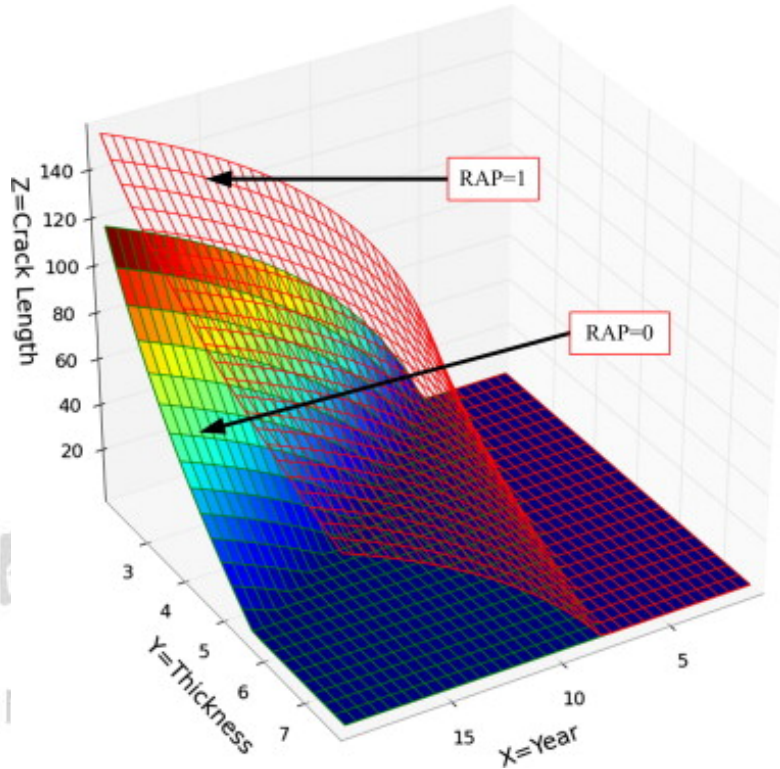


圖 23：加鋪厚度、年限及裂縫總長度 3D 圖

4.1.7 SPS-5 案例小結

許多研究者已探討過鋪面表面處理技術對路面使用性能的影響。本模型直接排除 2 英寸刨除工法對橫向裂縫的影響，此結果與新研究成果吻合，新研究成果認為裂縫不僅發生在瀝青混凝土層(表層)，也會發生在底層、基層及路基。本實驗中，所施行的表面處理只移除了面層的裂縫，並未完全去除面層以下的橫向裂縫，以致下層橫向裂縫可向上發展(Hong, 2009)。

裂縫長度公式是一個自然對數函式說明長度與時間的對數值成正比，並與加鋪厚度的對數值成反比，能明確顯示出變數之間的物理意義。

在 2 英寸加鋪的路段上，使用 8 年時，加鋪原生材料與再生材料的裂縫長度預估值分別是 44.4 公尺與 82.7 公尺。或是在要求 8 年使用年限，在不產生裂縫的條件下，使用原生材料及再生材料所需的加鋪厚度分別是 2.9 英寸及 7.8 英寸。這些數據能提供決策者在成本、效益取捨上有更適當的評估。



表格 11 列出前人研究與本研究的橫向裂縫總累積長度模型比較，本研究成果的模型較為簡潔，實驗數據的誤差也較小。

表格 11：橫向裂縫總累積長度模型比較表

模型公式	RMSE (公尺)	R ²
<p>本研究產生之 TCL 模型</p> $TCL_{lmgot} = 69 \times \ln \left(\frac{T - 1.9}{(TH_b + TH_c)(1.68 - 0.8 \times RAP)} \right)$	10.41 (87)	0.92 (87)
<p>Hong(2009) NLM 產生之 TCL 模型</p> $TCL_{nlm} = \frac{116}{1 + e^{[5.32 + (-0.965 - 0.115 \times ML + e^{(-0.447 \times RAP)} \times (0.133 \times TH_b + 0.21 \times TH_c)) \times T]}}$	11.08 (87)	0.91 (87)

括弧內數字代表輸入數據組數。

4.2 案例 2: Lim Chul-Hyun(2004) 的高性能混凝土資料

本案例所使用之高性能混凝土抗壓強度及坍度數據引用自 2004 年 Lim Chul-Hyun 所發表之論文，取其 28 天抗壓強度在 40 ~ 80 MPa 之間的數據共有 104 筆。實驗中所使用的高性能混凝土混合材料計有(Lim, 2004)：

1. 水(water; W)
2. 水泥(cement; C)

所有試體皆使用美國材料試驗協會(ASTM) 1 型波特蘭水泥。

3. 細骨材(fine aggregate; sa)

細骨材則為密度 2.61 、細度模數為 2.94 的石英砂。

4. 粗骨材(coarse aggregate; ca)

粗骨材採用密度(Specific Gravity) 2.7 且細度模數(Fineness Modulus)為 7.2 的花岡岩碎石，其孔隙率約在 32 ~ 36% 之間。

5. 飛灰(fly ash; fa)

使用 F 等級飛灰及挪威 Elkem 公司生產之矽灰(silica fume)。

6. 輸氣劑(air-entraining agent; AE)

7. 強塑劑(superplasticizer; SP)

使用強塑劑讓水膠比處於相當低的區間，並作成 100 乘 200 mm 的抗壓圓柱試體在 20 ± 3 °C 環境中養護以符合 ASTM C 684-95 規範，而坍度實驗採用 ASTM C 143-90a 操作程序(Lim, 2004)。

在高性能混凝土配比設計中，可考慮六個變數來預估混凝土抗壓強度、坍度（Adil, 2009）。六個變數說明如表格 12：

表格 12：Lim(2004) 提供之高性能混凝土實驗數據的六項變數表

變數名稱	水膠比 wb	含水量 W	細骨材比 sa	飛灰比 fa	輸氣劑量 AE	強塑劑量 SP
單位	%	Kg/m ³	%	%	Kg/m ³	Kg/m ³
基因編碼	10	11	12	13	14	15
最小值	30	160	37	0	0.036	1.89
最大值	45	180	53	20	0.078	8.5

本案例的係數值 p 基因編碼為 16。104 筆數據中，以隨機方式抽取 88 組為訓練組，餘下 16 組為測試組。

4.2.1 LMGOT 之抗壓強度模型

本案例的各項參數值請見表格 13。

表格 13：Lim(2004) 案例的 LMGOT 參數表

參數名稱	初始族群數	每代族群數	交配率	突變率	迭代數
代入值	3000	50	0.8	0.2	100

在搜尋最佳運算樹時，LMGOT 一樣是先生成運算樹結構，如圖 24，其中 p_1 ~ p_5 仍為未知數值。

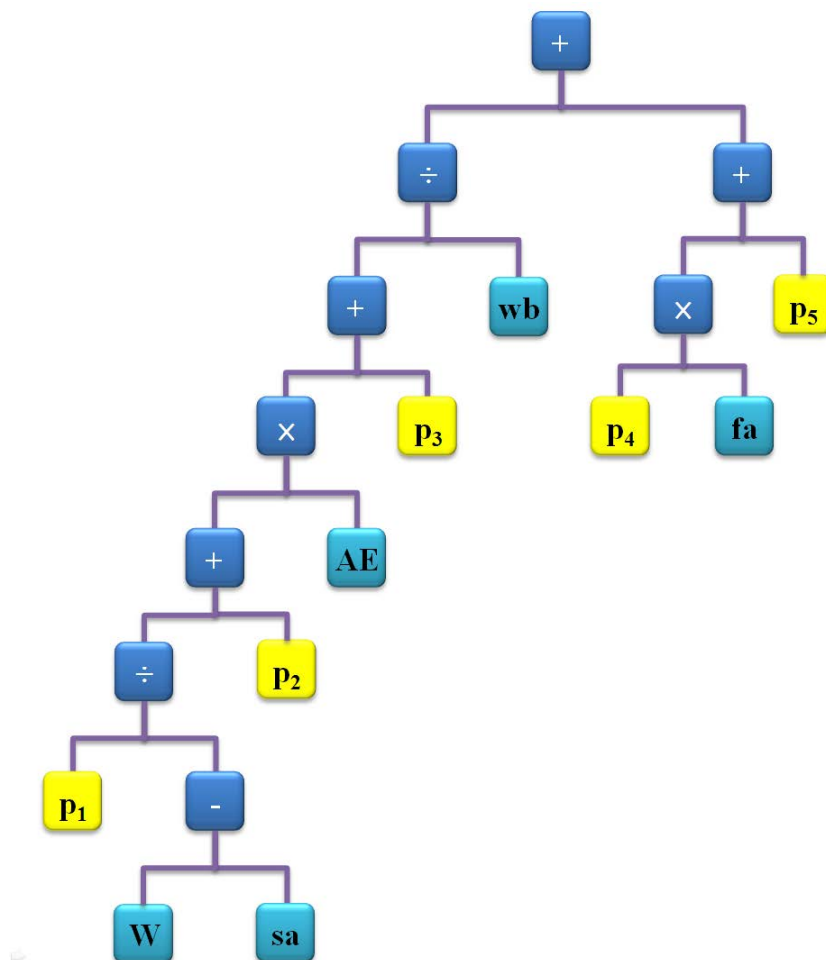


圖 24：未經 Levenberg-Marquardt 求解抗壓強度公式係數前的運算樹結構

式 25 為上圖 24 之方程式。

$$CS_{\text{imgot}} = \frac{\left[\frac{p_1}{W - sa} + p_2 \right] \times AE + p_3}{wb} + p_4 \times fa + p_5 \quad \text{式 25}$$

該運算樹再使用 Levenberg-Marquardt 方法求解最佳係數值後，可得到圖 25。

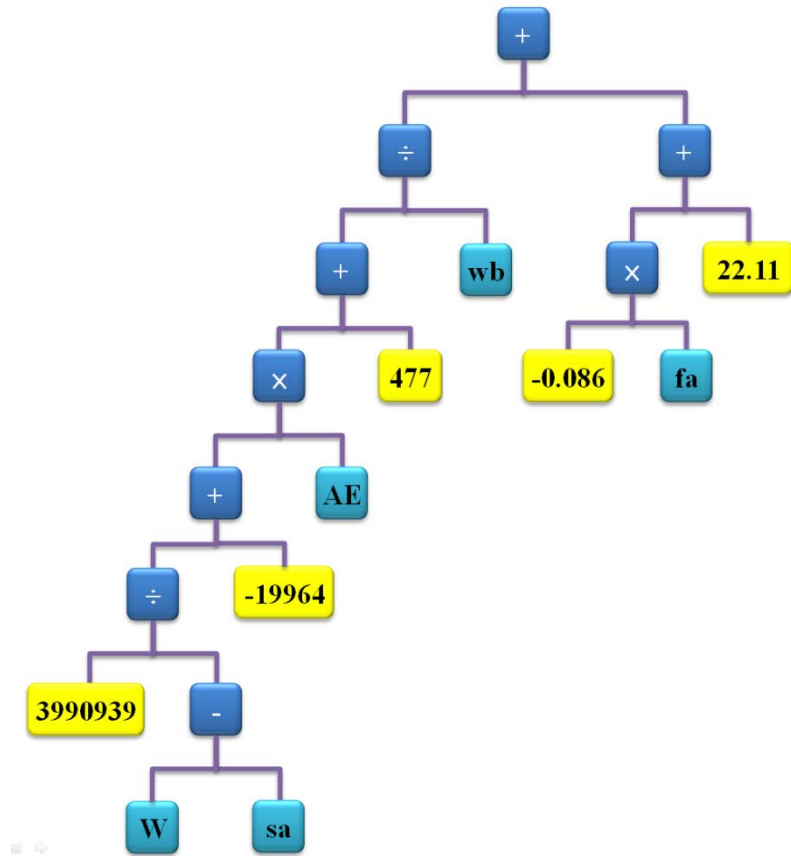


圖 25：經 Levenberg-Marquardt 求解抗壓強度公式係數後的運算樹結構

上圖 25 代入表格 14 的係數值後可得到式 26。

表格 14：Lim(2004) 實驗數據產生的抗壓強度預估公式係數值表

係數名稱	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
值	3990939	-19964	477	-0.086	22.11

$$CS_{\text{imgot}} = \frac{\left[\frac{3990939}{W-sa} - 19964 \right] \times AE + 477}{wb} - 0.086 \times fa + 22.11 \quad \text{式 26}$$

CS_{imgot} 模型在使用上，必須注意其輸入變數的值不可超過案例實驗數據的上下限，此項限制應該也是所有實驗數據模型研究的基本限制。

圖 26 為訓練組中每筆實驗數據透過 LMGOT 模型所產生的預估值與實際數據的比較。

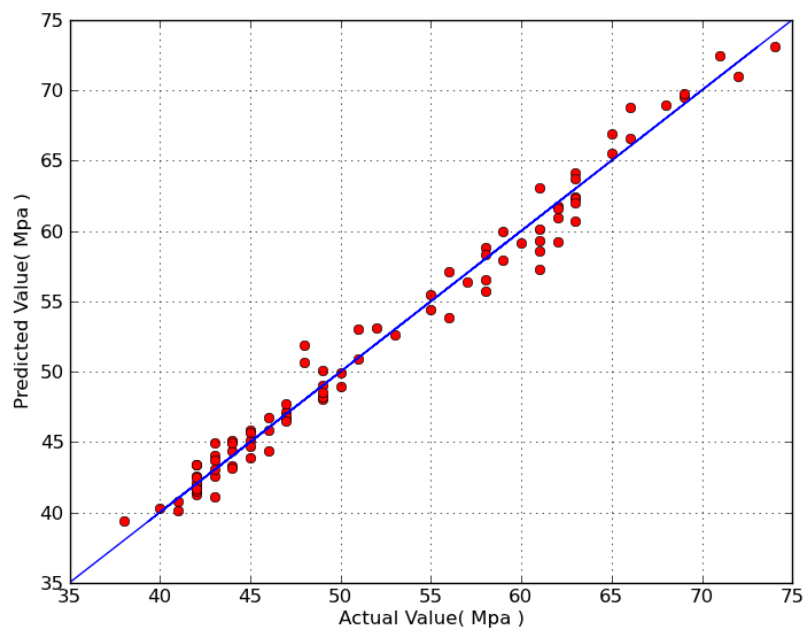


圖 26 : 88 筆 Lim(2004) 訓練組數據之實驗值與預估值散佈情形

圖 27 為測試組中每筆實驗數據透過 LMGOT 模型產生的預估值與實際數據的比較。

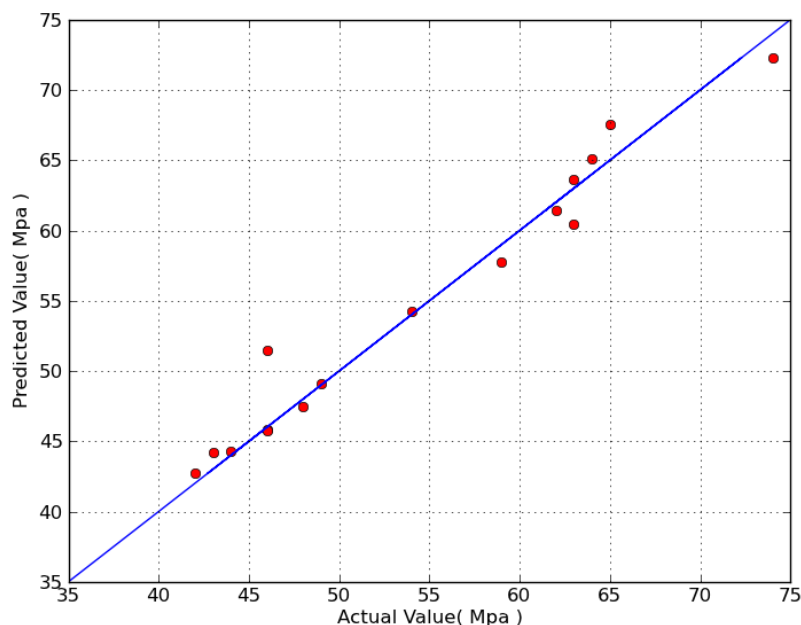


圖 27：16 筆 Lim(2004) 測試組數據之實驗值與預估值散佈情形

4.2.2 Adil(2009) 之抗壓強度模型

式 27 乃 Adil 於 2009 年應用 GEP 方法在 Lim(2004) 實驗數據上所產生的抗壓強度模型，其結構、變數數量皆比 LMGOT 產生的式 26 來得複雜。

$$CS_{gep} = 2SP + \log[(SP - AE)^{fa} + e^{fa-AE} - AE] + \sin\left(\frac{wb^2 \times sa}{W \times \log\left(\frac{sa}{W}\right)} + \sin(W - \sin(2wb - W))\right) + \sin\left(\sin(1.189^4 \sqrt{W \times sa})\right) \quad \text{式 27}$$

兩者的 RMSE (Root of Mean Square Error) 誤差值則列於表格 15，使用 GEP 的技術其 RMSE 誤差值比本研究多了 48%，可看出 LMGOT 較 Adil(2009) 方法更具有建模能力。

表格 15：與 Adil(2009) 比較之抗壓強度模型成果表

	RMSE(Mpa)
LMGOT 產生抗壓強度模型(88 筆訓練組)	1.3470
LMGOT 應用結果(16 筆測試組)	1.3852
LMGOT 抗壓強度模型(104 筆)	1.3532
Adil(2009) 的 GEP 抗壓強度模型(104 筆)	2.0000

4.2.3 Lim(2004) 數據之抗壓強度模型小結

LMGOT 所產生的公式簡潔且預估準確性高。一般而言，使用強塑劑主要是提升混凝土工作性，對抗壓強度的助益並不大，所以在式 26 中，直接忽略強塑劑變數。

$$CS_{\text{lmgot}} = \frac{\left[\frac{3990939}{W-sa} - 19964 \right] \times AE + 477}{wb} - 0.086 \times fa + 22.11 \quad \text{式 26}$$

本模型中與飛灰有 0.086 的負向關係，與飛灰對早期強度或有損害但能提升晚期強度的歷史經驗相背。然而在 Lim 於 2004 年所歸納的公式 $CS_{\text{mrm}} = 122.14 - 0.84 wb - 0.42 W + 0.34 sa - 0.09 fa + 363.77 AE$ 也可以看到抗壓強度與飛灰有 -0.09 的關係存在，這可能是 Lim(2004) 所提供的是使用飛灰佔總重比率，若比率提升則細骨材或粗骨材比率也會下降，整體而言反而對抗壓強度有少許負作用，這部份應屬單一實驗特性所造成的。

學理上含水量、水膠比愈大，損失的抗壓強度就愈大，從本研究所得到的模型(式 26)上，我們亦能觀察到這個規則。

增加抗壓強度的摻劑包含了輸氣劑，而上式 26 中輸氣劑使用量的確與抗壓強度成正比。細骨材使用量也與抗壓強度成正向關係。前述種種正負向關係說明了此公式的確符合當前研究者所認定的多項物理意義。

材料模型確立後，即可調整各項自變數的數值以推導應變數乃有助實驗者對實驗數據的再利用，像是從細骨材、粗骨材的替換關係與細骨材/粗骨材、飛灰等替換關係，是可以幫助設計工程師有效配比以降低成本。



表格 16 為本案例所產生之所有抗壓強度模型比較表。

表格 16 : Lim(2004) 數據之抗壓強度模型比較表

	RMSE (Mpa)	R ²
本研究之抗壓強度模型	1.3470 (88)	0.9797 (88)
$CS_{\text{imgot}} = \frac{\left[\frac{3990939}{W - sa} - 19964 \right] \times AE + 477}{wb} - 0.086$ $\times fa + 22.11$	1.3852 (16)	0.9767 (16)
	1.3532 (104)	0.9792 (104)
Adil(2009) 之 GEP 抗壓強度模型		
$CS_{\text{gep}} = 2SP + \log[(SP - AE)^{fa} + e^{sa-AE} - AE]$ $+ \sin\left(\frac{wb^2 \times sa}{W \times \log\left(\frac{sa}{W}\right)} + \sin(W - \sin(2wb - W))\right)$ $+ \sin(\sin(1.189^4 \sqrt{W \times sa}))$	2.0000 (104)	未提供 *

括弧內數字代表輸入數據組數。

* 因為 Adil 提供的公式括號不對稱，所以無法幫其驗算。

從決定係數(Coefficient of Determination; R²)來看， LMGOT 所產生的公式解釋性相當高。

4.2.4 Lim(2004) 實驗數據的坍塌模型

坍塌實驗的輸入變數數據同上表格 12。一樣在 104 筆資料中，選取 88 筆為訓練組，餘下 16 筆為測試組。LMGOT 各項參數值同上表格 13。

LMGOT 的最佳成果如式 28。

$$\text{Slump}_{\text{imgot}} = 1.46(W - \text{sa}) + \frac{45.55}{\text{AE}} - \frac{1.05}{\text{AE}^2} + 16\text{SP} - 515 \quad \text{式 28}$$

與 Adil(2009) 的模型成果式 29 相比，結構仍較簡潔。

$$\begin{aligned} \text{Slump}_{\text{gep}} = & \text{SP} + W - e^{\text{AE}} \times \log(W^{\sin(\text{wb})}) + \log(\text{sa}^{\text{SP} + \cos(\cos(\text{SP} \times (\text{SP} + \text{AE})))}) + \\ & \log\left(\log\left(\text{AE} \times \left((\text{SP} + \text{wb}) + e^{\text{AE} \times \text{SP}}\right)^{\text{fa}}\right)\right) + \sin(e^{\text{SP}/\text{wb}} - \text{wb} \times \sin(\text{fa})) + \\ & \frac{\text{SP}^{\text{AE} - \cos(W) + 0.999}}{\cos(\text{SP}) - \sin(\text{SP})} + \frac{\left(\frac{\text{AE}}{\text{SP}}\right) + \text{AE} + \left(\frac{\text{sa}}{W}\right)}{\cos(\sin(W)) - \sin(\text{sa})} \quad \text{式 29} \end{aligned}$$

National Chung Hsing University

表格 17 列出本案例所有模型之比較。本案例的 RMSE 雖然是 GEP 方法表現較佳，但從 R^2 數據顯示這些公式的預估能力並不夠好。而 LMGOT 及其他方法皆無法跑出一個較具預估能力的模型，其理由應該是坍塌度實驗的不確定性因子較多。

表格 17：Lim(2004) 數據之坍塌度預估模式成果比較表

	RMSE(mm)	R^2
LMGOT 產生坍塌度模型(88 筆訓練組)	22.4790	0.4890
LMGOT 應用結果(16 筆測試組)	22.8062	0.4538
LMGOT 坍塌度模型(104 筆)	22.5296	0.4809
Adil(2009) 的 GEP 坍塌度模型(104 筆)	20.6746	未提供 *

* 因為 Adil 提供的公式括號不對稱，所以無法幫其驗算。



4.3 案例 3: Yeh I-Cheng(2006) 的高性能混凝土數據

資料取得來自 Yeh 於 2006 年所發表論文的實驗成果。取其 28 天抗壓強度數據共有 103 筆。所使用混合材料有水泥、爐石、飛灰、水、強塑劑、粗骨材、細骨材，各項變數資料詳如表格 18(Yeh, 2006)。LMGOT 各項參數值同上表格 13。

表格 18 : Yeh(2006) 提供之高性能混凝土數據的輸入變數表

變數名稱	單位	下限	上限	基因編碼
水泥量(C)	Kg/m ³	137	347	10
爐石量(S)	Kg/m ³	0	198	11
飛灰量(FA)	Kg/m ³	0	260	12
含水量(W)	Kg/m ³	160	240	13
強塑劑量(SP)	Kg/m ³	4.4	19	14
粗骨材量(CA)	Kg/m ³	708	1049.9	15
細骨材量(SA)	Kg/m ³	604.6	902	16

本案例係數 p 的基因編碼為 17。103 筆資料，隨機選取 83 組為訓練組，20 組為測試組。

4.3.1 Yeh(2006) 實驗數據之抗壓強度模型

本研究使用 LMGOT 所產生的方程式結構為式 30。

$$CS_{\text{lmgot}}^{\text{yeh}} = \frac{p_1 + p_2 \times C + p_3 \times S + p_4 \times FA + p_5 \times CA + p_6 \times SA}{p_7 \times W} + p_8 \times W + p_9 \quad \text{式 30}$$

代入表格 19 的係數值後，可得到式 31。

表格 19：Yeh(2006) 實驗產生之方程式係數表

係數名稱	值
p₁	30365
p₂	17
p₃	2
p₄	14
p₅	-5
p₆	0
p₇	1
p₈	0.66
p₉	-258

$$CS_{\text{imgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CA}{W} + 0.66 \times W - 258 \quad \text{式 31}$$

本案例的係數值結果與林祺磊 2011 年論文中使用 Powell 方法求解的係數值一模一樣，可見該解為相當優秀之區域最佳解。

表格 20 是本研究 LMGOT 與 Tsai(2011) 的權重運算結構法(Weighted Operation Structures)的 RMSE 成果比較。LMGOT 的誤差值在訓練組中低於 WOS 37%，而測試組則低於 38%。

表格 20：與 Tsai(2011) 抗壓強度預估模型成果比較表

	RMSE(Mpa)
LMGOT 產生抗壓強度預估模型(83 筆訓練組)	1.8444
LMGOT 應用結果(20 筆測試組)	2.1890
Tsai(2011) 抗壓強度 σ_6 預估模型(83 筆訓練組最佳值)	2.53
Tsai(2011) 抗壓強度 σ_6 預估模型(20 筆測試組最佳值)	3.02

式 32 則是 WOS 生成的六層結構公式(Tsai, 2011)，與 LMGOT 生成公式相較，本研究成果的模型可讀性較高、結構也較為簡潔。

$$CS_{\sigma_6}^{yeh} = 7.17 \log \left| 4.35 \log \left| \frac{24.9 \cos(8.72P_4) - 0.08P_3P_1}{\log |4.05 \sin(8.85P_5)|} \right| - \frac{410P_5 + 124P_4}{P_5P_7} + 4.1 \right| - 0.25 \log | - 1.27P_4 \left| 0.65 \frac{P_3}{P_6} \right|^{-4.49 \frac{P_7}{P_1}} - 1.97 \cos(-257 \cos(5.59P_1 + 3100P_2) + 79e^{(2.18(\sin(5.59P_6)))}) \quad \text{式 32}$$

圖 28 為訓練組中每筆實驗數據透過 LMGOT 模型所產生的預估值與實際數據的比較。

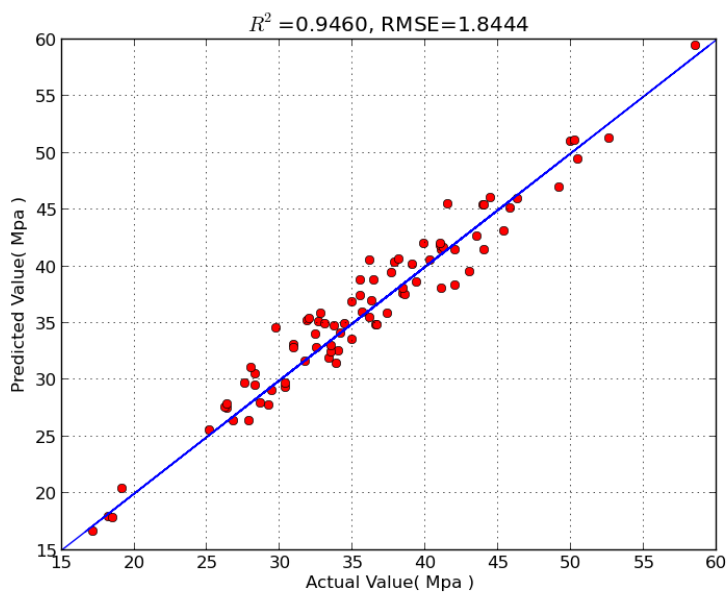


圖 28 : 83 筆 Yeh(2006) 訓練組數據之實驗值與預估值散佈情形

圖 29 為測試組中每筆實驗數據透過 LMGOT 模型產生的預估值與實際數據的比較。而 R^2 係數皆高於 0.9，也代表本研究所產生公式具有較好的預估能力。

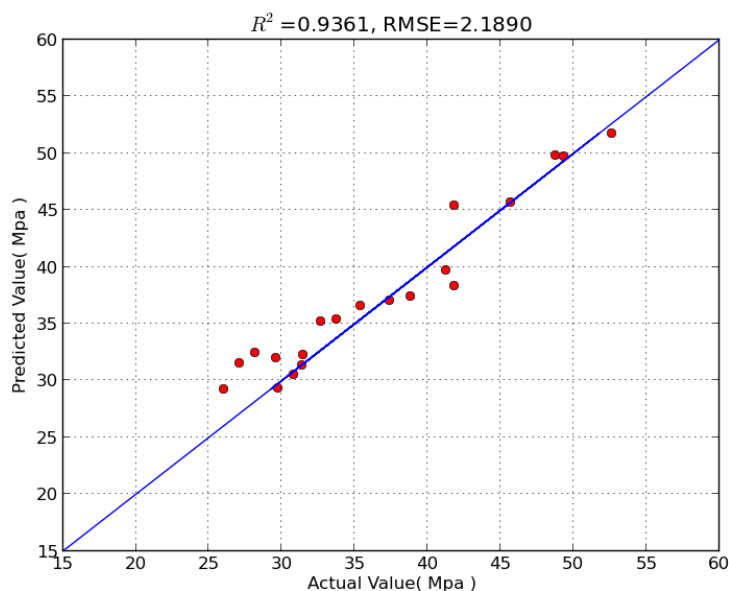


圖 29：20 筆 Yeh(2006) 測試組數據之實驗值與預估值散佈情形

4.3.2 Yeh(2006) 案例小結

本案例中 LMGOT 所產生的模型再一次忽略強塑劑 SP，原因仍是強塑劑用來減少混凝土含水量以提升工作性，對抗壓強度的助益並不大。

$$CS_{\text{imgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CA}{W} + 0.66 \times W - 258 \quad \text{式 31}$$

上式 31 中，與抗壓強度成正比的變數有 C、S、FA 等，也符合高性能混凝土的材料特性。而令人較感到意外的是 SA 並未出現在公式內，反而是 CA 以反比關係對應抗壓強度。但從固結料的角度來觀看這個現象，或許是因為 CA

與 C、S、FA、SA 具有替換關係，當 CA 增加時，其他四者必定有所減少，當 CA 減少時，其他四者必定有所增加，所以 SA 的特性就隱含在 CA 用量中。

表格 21 整理出 Yeh(2006) 數據所產生的各種抗壓強度模式比較表，可以了解本研究之 LMGOT 的公式結構較簡潔、效果也較好。

表格 21：Yeh(2006) 數據之抗壓強度模式比較表

	RMSE (Mpa)	R ²
本研究之抗壓強度模型	1.8444 (83)	0.9460 (83)
$CS_{\text{lmgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CA}{W} + 0.66$ $\times W - 258$	2.1890 (20)	0.9361 (20)
	1.9162 (103)	0.9428 (103)
Tsai(2011) 之 σ_6 抗壓強度模型		
$CS_{\sigma_6}^{\text{yeh}} = 7.17 \log \left[4.35 \log \left \frac{24.9 \cos(8.72P_4) - 0.08P_3P_1}{\log 4.05 \sin(8.85P_5) } \right \right] - \frac{410P_5 + 124P_4}{P_5P_7}$ $+ 4.1 -0.25 \log - 1.27P_4 \left 0.65 \frac{P_3}{P_6} \right ^{-4.49 \frac{P_7}{P_1}}$ $- 1.97 \cos(-257 \cos(5.59P_1 + 3100P_2))$ $+ 79e^{(2.18(\sin(5.59P_6)))}$	2.53 (83)	未提供
	3.02 (20)	*

括弧內數字代表輸入數據組數。

* 未提供 P 值，無法為其驗算。



5 結論

本研究提出一有效技術：LMGOT，乃整合運算樹、基因演算法及 Levenberg-Marquardt 方法。利用 LMGOT 應用在德州交通部 SPS-5 實驗數據上可以尋找鋪面工程的橫向裂縫總累積長度模型，也能應用在高性能混凝土實驗數據上以找尋不同配比下的抗壓強度變化情形。

LMGOT 能產生一簡潔且具解釋性的方程式，下表格 11、表格 16、表格 21 整理出各種模式的結構、係數、RMSE 及 R^2 ，皆顯示 LMGOT 在結構簡潔、係數簡化、誤差較小的優勢。

表格 11：橫向裂縫總累積長度模型比較表

模型公式	RMSE (公尺)	R^2
<p>本研究產生之 TCL 模型</p> $TCL_{lmgot} = 69 \times \ln \left(\frac{T - 1.9}{(TH_b + TH_c)(1.68 - 0.8 \times RAP)} \right)$	10.41 (87)	0.92 (87)
<p>Hong(2009) NLM 產生之 TCL 模型</p> $TCL_{nlm} = \frac{116}{1 + e^{[5.32 + (-0.965 - 0.115 \times ML + e^{(-0.447 \times RAP)} \times (0.133 \times TH_b + 0.21 \times TH_c)) \times T]}}$	11.08 (87)	0.91 (87)

括弧內數字代表輸入數據組數。

表格 16 : Lim(2004) 數據之抗壓強度模型比較表

	RMSE (Mpa)	R ²
本研究之抗壓強度模型	1.3470 (88)	0.9797 (88)
$CS_{\text{imgot}} = \frac{\left[\frac{3990939}{W - sa} - 1996 \right] \times AE + 477}{wb} - 0.086$ $\times fa + 22.11$	1.3852 (16)	0.9767 (16)
	1.3532 (104)	0.9792 (104)
Adil(2009) 之 GEP 抗壓強度模型		
$CS_{\text{gep}} = 2SP + \log[(SP - AE)^{fa} + e^{sa-AE} - AE]$ $+ \sin\left(\frac{wb^2 \times sa}{W \times \log\left(\frac{sa}{W}\right)} + \sin(W - \sin(2wb - W))\right)$ $+ \sin(\sin(1.189^4 \sqrt{W \times sa}))$	2.0000 (104)	未提供 *

括弧內數字代表輸入數據組數。

* 因為 Adil 提供的公式括號不對稱，所以無法幫其驗算。

表格 21 : Yeh(2006) 數據之抗壓強度模式比較表

	RMSE (Mpa)	R ²
本研究之抗壓強度模型	1.8444 (83)	0.9460 (83)
$CS_{\text{imgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times FA - 5 \times CA}{W} + 0.66$ $\times W - 258$	2.1890 (20)	0.9361 (20)
	1.9162 (103)	0.9428 (103)
Tsai(2011) 之 σ_6 抗壓強度模型		
$CS_{\sigma_6}^{\text{yeh}} = 7.17 \log \left 4.35 \log \left \frac{24.9 \cos(8.72P_4) - 0.08P_3P_1}{\log 4.05 \sin(8.85P_5) } \right - \frac{410P_5 + 124P_4}{P_5P_7} \right $ $+ 4.1 -0.25 \log - 1.27P_4 \left 0.65 \frac{P_3}{P_6} \right ^{-4.49 \frac{P_7}{P_1}}$ $- 1.97 \cos(-257 \cos(5.59P_1 + 3100P_2))$ $+ 79e^{(2.18(\sin(5.59P_6)))}$	2.53 (83)	未提供
	3.02 (20)	*

括弧內數字代表輸入數據組數。

* 未提供 P 值，無法為其驗算。

使用 LMGOT 之優點可歸納如下：

1. LMGOT 可應用於方程式結構未知時：

以線性、非線性迴歸及統計技術為基礎的研究中，需先假設公式的大致結構，方可求解係數並定出完整公式。如 Hong 在 2009 年的論文假設橫向裂縫總累積長度乃與時間呈 Sigmoid 型的關係。使用 LMGOT 不需

假定任何結構，仍可得到一個 S 型的模式，且誤差值更小。

這種優點對於部份新創實驗非常有用，尤其該研究領域若無變數關係之定論或是使用了某些創新材料，或可能研究者混合了不同材料，而它們這些材料的交互行為是過去沒發現過的。

2. 對不具影響力之變數， LMGOT 能自動排除：

前人研究中多利用統計軟體，如 SPSS，來歸納自變數對應變數之影響，藉此削減處理的自變數數量。此種篩選方式，無法考慮多次方及自變數彼此交互影響的關係。利用 LMGOT 不需預先刪減自變數，仍可由基因運算樹的演化過程中，自動排除不具影響力之變數。避免使用者過度使用資料前處理。

3. 將 Levenberg-Marquardt 方法納入 GOT 可大幅提升建模能力：

與其他 GEP、GOT、WOS(Weighted Operation Structures) 方法相比，係數使用數量較少、RMSE 較小。從成果公式的 RMSE、 R^2 比較中，LMGOT 的誤差都是最小、預估值與實驗值的相關性都是最高。

6 未來方向與建議

本研究方法可應用於找尋實驗隱含的變數關係模式。實驗設計者在操作輸入變數時，多以原始數值輸入最佳，不應使用變數與變數計算後的數值，以防隱含資訊遺失。

LMGOT 完成最佳方程式的搜尋後，令求解結果的方程式為一限制式，如抗壓強度須大於某一定值，再結合另一目標式，如最小化成本函數後，可轉換成有限制式之非線性最佳化問題。若能發展一『有限制式之非線性最佳化模式』，即能廣泛延伸應用。

以基因演算法找尋較佳結構的運算樹效率不高，此乃本研究求解瓶頸。將來可嘗試融合關聯法則、動態規劃等演算法加快運算樹搜尋速度。





7 參考文獻

中文圖書

1. 林炳炎，飛灰·矽灰·高爐爐石用在混凝土，三民書局，台北，1993。
2. 黃兆龍，混凝土性質與行為，詹氏書局，台北，1999。

中文期刊論文

3. 林祺磊，『運用包威爾基因運算樹建立高性能混凝土模型』，中興大學土木工程學系研究所，碩士論文，2011。
4. 林芸，『非線性加權式演算法應用於 FDG-PET 動態參數評估』，國立清華大學醫工程與環境科學系，碩士論文，2006。
5. 林炳炎，如何作 12,000 psi 飛灰混凝土的配比設計，現代營建，198 期、200 期、201 期，1996。
6. 吳雯惠，『土石流發生潛勢與流出土方量推估之研究』，朝陽科技大學營建工程系，碩士論文，2006。
7. 李澄興，『應用類神經網路於混凝土強度及彈性模數之預測』，台灣大學土木工程研究所，碩士論文，1997。
8. 許瑞文，『地理資訊系統—類神經網路土石流潛勢判定方法』，國立交通大學土木工程系，碩士論文，2003。
9. 連立川、葉怡成、鄭明淵，『以遺傳演算法及運算樹作高性能混凝土強度建模』，技術學刊，21 卷 1 期，p. 41-45，2006。
10. 陳堉照，『非監督式模糊類神經網路推理模式在高性能混凝土抗壓強度預測之應用』，交通大學土木工程系，碩士論文，2000。
11. 彭釗哲，『以類神經網路在高性能混凝土抗壓強度之應用』，中華大學土木工程學系，碩士論文，1999。
12. 彭建華，『以演化運算樹建構混凝土強度模型』，中華大學土木工程學系，博士論文，2009。

English Books

13. Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear programming: Theory and algorithms*. New Jersey: John Wiley and Sons Inc..
14. Davis, L. (1991). *Handbook of genetic algorithms*. New York: Van Nostrand Reinhold.
15. Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search optimization and machine learning*. MA: Addison-Wesley Publishing Company.
16. Koza, J. R. (1992). *Genetic programming: On the programming of computers by means of natural selection*. Cambridge, MA: MIT Press.
17. NCHRP. (2004). *Mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures*. National Cooperative Highway Research Program Design Guide 1 - 37A, National Cooperative Highway Research Program (NCHRP), Transportation Research Board, Washington, D. C.
18. SHRP (1993). *Distress identification manual for the long-term pavement performance project*. Strategic Highway Research Program, Project 338, Washington, DC National Research Council.

English Journal Articles

19. Ahmet , Öztaş. , Murat Pala, Erdogvan Özbay, Erdogvan Kanca, Naci Çagvar and M. Asghar Bhatti. (2006). Predicting the compressive strength and slump of high strength concrete using neural network. *Construction and Building Materials* 20 (9) (Nov): 769 - 775.
doi:10.1016/j.conbuildmat.2005.01.054.
20. Azamathulla, H. M., Ghani, A. A., Zakaria, N. A., & Guven, A. (2009). Genetic programming to predict bridge pier scour. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(3), 165 - 169.
21. Adil, B., Oztas, A., & Ozbay, E. (2009). Prediction and multi-objective optimization of high-strength concrete parameters via soft computing approaches. *Expert Systems with Applications*,

36(3), 6145 – 6155.

22. Cândida Ferreira. (2001) Gene expression programming: A new adaptive algorithm for solving problems., *Complex Systems*, Vol. 13, issue 2, pp. 87–129.
23. Çanakcı, Hanifi, Adil Baykasoğlu & Hamza Güllü. (2009). Prediction of compressive and tensile strength of Gaziantep basalts via neural networks and gene expression programming. *Neural Computing & Applications* 18 (8): 1031 – 1041. doi:10.1007/s00521-008-0208-0.
24. Chang, J. R., Chen, S. H., Chen, D. H., & Liu, Y. B. (2008). Rutting prediction model developed by genetic programming method through full scale accelerated pavement testing. In *ICNC' 08, Fourth International Conference on Natural Computation*, Jinan, China (Vol. 6, pp. 326 – 330).
25. Chang, J. R., Hung, C. T., & Chen, D. H. (2006). Application of an artificial neural network on depth to bedrock prediction. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2(1), 33 – 39.
26. Chen, L. (2003). Study of applying macroevolutionary genetic programming to concrete strength estimation. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 17(4), 290 – 294.
27. Chen, D. H., & Hong, F. (2010). Lessons learned from rap sections with 17 years of service. *Journal of Testing and Evaluation*, 38(4), 482 – 493.
28. Etemadi, H., Rostamy, A. A. A., & Dehkordi, H. F. (2009). A genetic programming model for bankruptcy prediction: Empirical evidence from Iran. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 3199 – 3207.
29. Fonlupt, C. (2001). Solving the ocean color problem using a genetic programming approach. *Applied Soft Computing*, 1(1), 63 – 72.
30. Hong, F., & Chen, D. H. (2009). Effects of surface preparation, thickness, and material on asphalt pavement overlay transverse crack

- propagation. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 36(9), 1411 - 1420.
31. Hsie, M., Ho, Y.-F., Lin, C.-T., Yeh, I.-C., (2012). Modeling asphalt pavement overlay transverse cracks using the genetic operation tree and Levenberg - Marquardt Method. *Expert Systems with Applications* 39, 4874 - 4881.
 32. Kim, Jong-In, Doo Kie Kim, Maria Q. Feng, Frank Yazdani., (2004). Application of neural networks for estimation of concrete strength. *Journal of materials in civil engineering* 16 (3): 257 - 264.
 33. Lim, C.-H., Yoon, Y.-S., Kim, J.-H., (2004). Genetic algorithm in mix proportioning of high-performance concrete. *Cement and Concrete Research* 34, 409 - 420.
 34. Loria, L., Sebaaly, P. E., and Hajj, E. Y. (2008). Long-term performance of reflective cracking mitigation techniques in Nevada. *Transportation Research Record*, 2044, Transportation Research Board, Washington, D. C., Pp. 86 - 95.
 35. Lou, Z., Gunaratne, M., Lu, J. J., & Dietrich, B. (2001). Application of neural network model to forecast short-term pavement crack condition: Florida case study. *Journal of Infrastructure Systems*, 7(4), 166 - 171.
 36. Madsen, K., Nielsen, H. B., & Tingleff, O. (2004). Methods for non-linear least squares problems. Tech. Report, Informatics and Mathematical Modeling, Technical University of Denmark.
 37. Potvina, J. Y., Sorianoa, P., & Vallee, M. (2004). Generating trading rules on the stock markets with genetic programming. *Computers and Operations Research*, 31(7), 1033 - 1047.
 38. Prayogo, D., Cheng, M.-Y., (2012). Optimizing High-Performance Concrete Mixture Composition Using Genetic Algorithm-Based Evolutionary Support Vector Machine, 2012(16th) Conference on Construction engineering and Management, Taichung.

39. Sette, S., & Boullart, L. (2001). Genetic programming: Principles and applications. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 14(6), 727 - 736.
40. Tsai, Hsing-Chih. (2011). Weighted operation structures to program strengths of concrete-typed specimens using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications* 38 (1) (Jan): 161 - 168.
doi:10.1016/j.eswa.2010.06.034.
41. Worzel, W. P., Yu, J., Almal, A. A., & Chinnaiyan, A. M. (2009). Applications of genetic programming in cancer research. *The International Journal of Biochemistry and Cell Biology*, 41(2), 405 - 413.
42. Yeh, I.-Cheng., (2006). Analysis of Strength of Concrete Using Design of Experiments and Neural Networks. *Journal of Materials in Civil Engineering* 18, Vol. 4 (Aug): 597 - 604.
43. Yeh, I.-C., Lien, L.-C. (2009). Knowledge discovery of concrete material using genetic operation trees. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5807 - 5.

National Chung Hsing University



8 附錄

附錄 [1] 德州交通部 SPS-5 的實驗數據

#	地段代號	TCL (公尺)	ML (0:未; 1:剷除)	RAP (0:原生; 1:再生)	T (年)	TH (英寸)
1	48	0	0	1	0	2.2
2	48	0	0	1	1	2.2
3	48	0	0	1	1	5.1
4	48	0	0	1	3	5.1
5	48	0	0	0	0	5.2
6	48	0	0	0	1	5.2

7	48	0	0	0	3	5.2
8	48	0	0	0	0	2
9	48	0	0	0	1	2
10	48	0	1	0	0	4.3
11	48	0	1	0	1	4.3
12	48	0	1	0	3	4.3
13	48	0	1	0	6	4.3
14	48	0	1	0	8	4.3
15	48	0	1	0	9	4.3
16	48	0	1	0	0	7
17	48	0	1	0	1	7

18	48	0	1	0	3	7
19	48	0	1	0	6	7
20	48	0	1	0	8	7
21	48	0	1	0	9	7
22	48	0	1	0	10	7
23	48	0	1	1	0	7.1
24	48	0	1	1	1	7.1
25	48	0	1	1	3	7.1
26	48	0	1	1	1	4.2
27	48	0	1	1	3	4.2
28	48	0.5	1	0	10	4.3

29	48	0.6	0	1	0	5.1
30	48	0.8	0	0	6	5.2
31	48	0.8	0	0	11	5.2
32	48	1	0	0	8	5.2
33	48	1	1	0	12	7
34	48	1	1	1	0	4.2
35	48	1.1	0	0	9	5.2
36	48	1.3	1	0	11	7
37	48	1.5	0	1	6	5.1
38	48	1.5	0	0	10	5.2
39	48	1.7	1	0	13	7

40	48	1.7	1	0	15	7
41	48	1.7	1	1	6	7.1
42	48	1.8	0	0	12	5.2
43	48	1.8	1	0	11	4.3
44	48	2.3	0	1	3	2.2
45	48	3.1	0	0	13	5.2
46	48	3.2	0	1	8	5.1
47	48	3.2	0	0	15	5.2
48	48	3.4	1	0	12	4.3
49	48	4.2	1	0	13	4.3
50	48	5.2	1	0	15	4.3

51	48	9.6	1	1	8	7.1
52	48	12.4	1	1	9	7.1
53	48	14.1	1	1	6	4.2
54	48	14.4	0	1	9	5.1
55	48	14.6	0	1	10	5.1
56	48	17.3	1	1	10	7.1
57	48	27.2	0	0	3	2
58	48	33.4	1	1	11	7.1
59	48	33.9	1	1	8	4.2
60	48	37.5	1	1	9	4.2
61	48	46.6	0	1	11	5.1

62	48	47.2	1	1	10	4.2
63	48	50.3	0	1	6	2.2
64	48	52.2	0	0	6	2
65	48	53.7	1	1	12	7.1
66	48	56.3	0	0	8	2
67	48	57.4	1	1	13	7.1
68	48	62.1	0	0	9	2
69	48	66.4	0	0	15	2
70	48	67.4	0	1	8	2.2
71	48	67.7	1	1	15	7.1
72	48	69.6	0	0	10	2

73	48	70.5	0	1	12	5.1
74	48	76.6	0	1	9	2.2
75	48	77.7	0	1	10	2.2
76	48	81.7	0	0	11	2
77	48	85.3	0	0	13	2
78	48	87.7	0	0	12	2
79	48	88.6	0	1	13	5.1
80	48	90.7	1	1	13	4.2
81	48	91.8	1	1	11	4.2
82	48	97.1	0	1	15	5.1
83	48	103.4	1	1	12	4.2

84	48	108.4	0	1	11	2.2
85	48	115	0	1	12	2.2
86	48	117.9	0	1	13	2.2
87	48	122.6	0	1	15	2.2



附錄 [2] Lim Chul-Hyun 的實驗數據
 (28 天強度在 40 ~ 80 Mpa 部份)

#	P1	P2	P3	P4	P5	P6	Y1	Y2
field	wb	W	sa	fa	AE	SP	C. S.	Slump
unit	%	kg/m ³	%	%	kg/m ³	kg/m ³	Mpa	mm
1	30	160	48	10	0.069	8	74	215
2	30	160	48	20	0.069	8	74	245
3	30	160	46	0	0.069	8	71	200
4	30	160	45	10	0.069	8	72	210
5	30	160	44	20	0.069	8	69	205
6	30	160	42	0	0.069	8	69	240

7	30	160	42	10	0.069	8	68	210
8	30	160	41	20	0.069	8	65	225
9	30	170	47	0	0.074	8.5	66	210
10	30	170	46	20	0.074	8.5	66	260
11	30	170	44	0	0.074	8.5	65	225
12	30	170	43	10	0.074	8.5	65	205
13	30	170	42	20	0.074	8.5	63	200
14	30	170	41	0	0.074	8.5	64	245
15	30	170	40	10	0.074	8.5	63	225
16	30	170	39	20	0.074	8.5	63	260
17	30	180	45	0	0.078	7.5	61	220

18	30	180	44	10	0.078	7.5	62	195
19	30	180	44	20	0.078	7.5	62	250
20	30	180	42	0	0.078	7.5	62	210
21	30	180	41	10	0.078	7.5	61	210
22	30	180	40	20	0.078	7.5	58	200
23	30	180	38	0	0.078	7.5	61	225
24	30	180	38	10	0.078	7.5	61	210
25	30	180	37	20	0.078	7.5	61	240
26	35	160	51	0	0.059	5.71	63	145
27	35	160	50	10	0.059	5.71	63	250
28	35	160	50	20	0.059	5.71	62	240

29	35	160	48	0	0.059	5.71	63	175
30	35	160	47	10	0.059	5.71	63	195
31	35	160	47	20	0.059	5.71	59	245
32	35	160	45	0	0.059	5.71	63	185
33	35	160	44	10	0.059	5.71	62	230
34	35	160	43	20	0.063	5.71	59	240
35	35	170	49	0	0.063	4.86	60	195
36	35	170	49	10	0.063	4.86	58	225
37	35	170	48	20	0.063	4.86	56	200
38	35	170	46	0	0.063	4.86	59	195
39	35	170	45	10	0.063	4.86	58	240

40	35	170	45	20	0.063	4.86	58	225
41	35	170	43	0	0.063	4.86	57	220
42	35	170	42	20	0.063	4.86	55	225
43	35	180	48	0	0.067	3.86	55	195
44	35	180	47	10	0.067	3.86	54	195
45	35	180	46	20	0.067	3.86	52	200
46	35	180	44	0	0.067	3.86	56	150
47	35	180	44	10	0.067	3.86	51	190
48	35	180	43	20	0.067	3.86	48	170
49	35	180	41	0	0.067	3.86	53	190
50	35	180	40	10	0.067	5.14	46	220

51	35	180	40	20	0.067	5.14	48	210
52	40	160	52	0	0.04	4	51	170
53	40	160	52	10	0.04	2.57	49	95
54	40	160	51	20	0.04	4	49	220
55	40	160	49	0	0.04	4	50	210
56	40	160	49	10	0.04	4	49	205
57	40	160	48	20	0.04	4	49	220
58	40	160	46	0	0.04	4	50	230
59	40	160	46	10	0.04	4	49	195
60	40	160	45	20	0.04	4	47	210
61	40	170	51	0	0.043	2.13	49	205

62	40	170	50	10	0.043	2.13	48	195
63	40	170	50	20	0.043	2.13	46	175
64	40	170	48	0	0.043	2.13	47	190
65	40	170	47	10	0.043	2.13	47	195
66	40	170	47	20	0.043	2.13	46	195
67	40	170	45	0	0.043	2.13	47	170
68	40	170	44	10	0.043	2.13	46	200
69	40	170	44	20	0.043	2.13	44	180
70	40	180	49	0	0.045	2.25	45	210
71	40	180	49	10	0.045	2.25	44	205
72	40	180	48	20	0.045	2.25	43	205

73	40	180	46	0	0.045	2.25	45	210
74	40	180	46	10	0.045	2.25	44	200
75	40	180	45	20	0.045	2.25	44	210
76	40	180	43	0	0.045	2.25	44	220
77	40	180	42	10	0.045	2.25	42	195
78	40	180	42	20	0.045	2.25	43	220
79	45	160	53	0	0.036	3.56	47	180
80	45	160	53	10	0.036	3.56	46	140
81	45	160	52	20	0.036	3.56	45	130
82	45	160	50	0	0.036	3.56	45	160
83	45	160	50	10	0.036	3.56	43	160

84	45	160	49	20	0.036	3.56	45	170
85	45	160	47	0	0.036	3.56	44	120
86	45	160	47	10	0.036	3.56	43	160
87	45	160	46	20	0.038	3.56	44	200
88	45	170	52	0	0.038	1.89	46	175
89	45	170	51	10	0.038	1.89	42	130
90	45	170	51	20	0.038	1.89	42	100
91	45	170	49	0	0.038	1.89	43	190
92	45	170	48	10	0.038	1.89	42	165
93	45	170	48	20	0.038	1.89	42	190
94	45	170	46	0	0.038	1.89	43	200

95	45	170	45	10	0.038	1.89	42	185
96	45	170	45	20	0.04	2	42	180
97	45	180	51	0	0.04	2	42	230
98	45	180	50	10	0.04	2	42	210
99	45	180	50	20	0.04	2	41	175
100	45	180	47	0	0.04	2	42	170
101	45	180	47	20	0.04	2	41	185
102	45	180	44	0	0.04	2	43	175
103	45	180	44	10	0.04	2	40	220
104	45	180	43	20	0.04	2	38	170

附錄 [3] Yeh I-Cheng 的實驗數據

#	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	Y1
field	C	S	FA	W	SP	CA	SA	Comp. S.
unit	kg/m ³	kg/m ³	kg/m ³	kg/m ³	kg/m ³	kg/m ³	kg/m ³	Mpa
1	273	82	105	210	9	904	680	34.99
2	163	149	191	180	12	843	746	41.14
3	162	148	191	179	16	840	743	41.81
4	162	148	190	179	19	838	741	42.08
5	154	112	144	220	10	923	658	26.82
6	147	89	115	202	9	860	829	25.21
7	152	139	178	168	18	944	695	38.86

8	145	0	227	240	6	750	853	36.59
9	152	0	237	204	6	785	892	32.71
10	304	0	140	214	6	895	722	38.46
11	145	106	136	208	10	751	883	26.02
12	148	109	139	193	7	768	902	28.03
13	142	130	167	215	6	735	836	31.37
14	354	0	0	234	6	959	691	33.91
15	374	0	0	190	7	1013	730	32.44
16	159	116	149	175	15	953	720	34.05
17	153	0	239	200	6	1002	684	28.29
18	295	106	136	206	11	750	766	41.01

19	310	0	143	168	10	914	804	49.3
20	296	97	0	219	9	932	685	29.23
21	305	100	0	196	10	959	705	29.77
22	310	0	143	218	10	787	804	36.19
23	148	180	0	183	11	972	757	18.52
24	146	178	0	192	11	961	749	17.19
25	142	130	167	174	11	883	785	36.72
26	140	128	164	183	12	871	775	33.38
27	308	111	142	217	10	783	686	42.08
28	295	106	136	208	6	871	650	39.4
29	298	107	137	201	6	878	655	41.27

30	314	0	161	207	6	851	757	41.14
31	321	0	164	190	5	870	774	45.82
32	349	0	178	230	6	785	721	43.95
33	366	0	187	191	7	824	757	52.65
34	274	89	115	202	9	759	827	35.52
35	137	167	214	226	6	708	757	34.45
36	275	99	127	184	13	810	790	43.54
37	252	76	97	194	8	835	821	33.11
38	165	150	0	182	12	1023	729	18.26
39	158	0	246	174	7	1035	706	34.99
40	156	0	243	180	11	1022	698	33.78

41	145	177	227	209	11	752	715	35.66
42	154	141	181	234	11	797	683	33.51
43	160	146	188	203	11	829	710	33.51
44	291	105	0	205	6	859	797	27.62
45	298	107	0	186	6	879	815	30.97
46	318	126	0	210	6	861	737	31.77
47	280	92	118	207	9	883	679	37.39
48	287	94	121	188	9	904	696	43.01
49	332	0	170	160	6	900	806	58.53
50	326	0	167	174	6	884	792	52.65
51	320	0	163	188	9	866	776	45.69

52	342	136	0	225	11	770	747	32.04
53	356	142	0	193	11	801	778	36.46
54	309	0	142	218	10	912	680	38.59
55	322	0	149	186	8	951	709	45.42
56	159	193	0	208	12	821	818	19.19
57	307	110	0	189	10	904	765	31.5
58	313	124	0	205	11	846	758	29.63
59	143	131	168	217	6	891	672	26.42
60	140	128	164	237	6	869	656	29.5
61	278	0	117	205	9	875	799	32.71
62	288	0	121	177	7	908	829	39.93

63	299	107	0	210	10	881	745	28.29
64	291	104	0	231	9	857	725	30.43
65	265	86	111	195	6	833	790	37.39
66	159	0	248	175	12	1041	683	35.39
67	160	0	250	168	12	1049	688	37.66
68	166	0	260	183	13	859	827	40.34
69	320	127	164	211	6	721	723	46.36
70	336	134	0	222	6	756	787	31.9
71	276	90	116	180	9	870	768	44.08
72	313	112	0	220	10	794	789	28.16
73	322	116	0	196	10	818	813	29.77

74	294	106	136	207	6	747	778	41.27
75	146	106	137	209	6	875	765	27.89
76	149	109	139	193	6	892	780	28.7
77	159	0	187	176	11	990	789	32.57
78	261	78	100	201	9	864	761	34.18
79	140	1.4	198.1	174.9	4.4	1049.9	780.5	30.83
80	141.1	0.6	209.5	188.8	4.6	996.1	789.2	30.43
81	140.1	4.2	215.9	193.9	4.7	1049.5	710.1	26.42
82	140.1	11.8	226.1	207.8	4.9	1020.9	683.8	26.28
83	160.2	0.3	240	233.5	9.2	781	841.1	36.19
84	140.2	30.5	239	169.4	5.3	1028.4	742.7	36.32

85	140.2	44.8	234.9	171.3	5.5	1047.6	704	33.78
86	140.5	61.1	238.9	182.5	5.7	1017.7	681.4	30.97
87	143.3	91.8	239.8	200.8	6.2	964.8	647.1	27.09
88	194.3	0.3	240	234.2	8.9	780.6	811.3	38.46
89	150.4	110.9	239.7	168.1	6.5	1000.2	667.2	37.92
90	150.3	111.4	238.8	167.3	6.5	999.5	670.5	38.19
91	155.4	122.1	240	179.9	6.7	966.8	652.5	35.52
92	165.3	143.2	238.3	200.4	7.1	883.2	652.6	32.84
93	303.8	0.2	239.8	236.4	8.3	780.1	715.3	44.48
94	172	162.1	238.5	166	7.4	953.3	641.4	41.54
95	172.8	158.3	239.5	166.4	7.4	952.6	644.1	41.81

96	184.3	153.4	239.2	179	7.5	920.2	640.9	41.01
97	215.6	112.9	239	198.7	7.4	884	649.1	39.13
98	295.3	0	239.9	236.2	8.3	780.3	722.9	44.08
99	248.3	101	239.1	168.9	7.7	954.2	640.6	49.97
100	248	101	239.9	169.1	7.7	949.9	644.1	50.23
101	258.8	88	239.6	175.3	7.6	938.9	646	50.5
102	297.1	40.9	239.9	194	7.5	908.9	651.8	49.17
103	348.7	0.1	223.1	208.5	9.6	786.2	758.1	48.77

附錄 [4] 模型成果比較表

表格 11：橫向裂縫總累積長度模型比較表

模型公式	RMSE (公尺)	R ²
<p>本研究產生之 TCL 模型</p> $\mathbf{TCL}_{\text{lmgot}} = \mathbf{69} \times \ln \left(\frac{\mathbf{T} - \mathbf{1.9}}{(\mathbf{TH}_b + \mathbf{TH}_c)(\mathbf{1.68} - \mathbf{0.8} \times \mathbf{RAP})} \right)$	<p>10.41 (87)</p>	<p>0.92 (87)</p>
<p>Hong(2009) NLM 產生之 TCL 模型</p> $\mathbf{TCL}_{\text{nlnm}} = \frac{\mathbf{116}}{\mathbf{1} + e^{[5.32 + (-0.965 - 0.115 \times \mathbf{ML} + e^{(-0.447 \times \mathbf{RAP})} \times (0.133 \times \mathbf{TH}_b + 0.21 \times \mathbf{TH}_c)) \times \mathbf{T}]}}$	<p>11.08 (87)</p>	<p>0.91 (87)</p>

括弧內數字代表輸入數據組數。

表格 16 : Lim(2004) 數據之抗壓強度模型比較表

	RMSE (Mpa)	R ²
本研究之抗壓強度模型	1.3470 (88)	0.9797 (88)
$CS_{\text{imgot}} = \frac{\left[\frac{3990939}{W - sa} - 1996 \right] \times AE + 477}{wb} - 0.086$ $\times fa + 22.11$	1.3852 (16)	0.9767 (16)
	1.3532 (104)	0.9792 (104)
Adil(2009) 之 GEP 抗壓強度模型		
$CS_{\text{gep}} = 2SP + \log[(SP - AE)^{fa} + e^{sa-AE} - AE]$ $+ \sin\left(\frac{wb^2 \times sa}{W \times \log\left(\frac{sa}{W}\right)} + \sin(W - \sin(2wb - W))\right)$ $+ \sin(\sin(1.189^4 \sqrt{W \times sa}))$	2.0000 (104)	未提供 *

括弧內數字代表輸入數據組數。

* 因為 Adil 提供的公式括號不對稱，所以無法幫其驗算。

表格 21 : Yeh(2006) 數據之抗壓強度模式比較表

	RMSE (Mpa)	R ²
本研究之抗壓強度模型	1.8444 (83)	0.9460 (83)
$CS_{\text{Imgot}}^{\text{yeh}} = \frac{30365 + 17 \times C + 2 \times S + 14 \times \text{FA} - 5 \times \text{CA}}{W} + 0.66$ $\times W - 258$	2.1890 (20)	0.9361 (20)
	1.9162 (103)	0.9428 (103)
Tsai(2011) 之 σ_6 抗壓強度模型		
$CS_{\sigma_6}^{\text{yeh}} = 7.17 \log \left 4.35 \log \left \frac{24.9 \cos(8.72P_4) - 0.08P_3P_1}{\log 4.05 \sin(8.85P_5) } \right \right - \frac{410P_5 + 124P_4}{P_5P_7}$ $+ 4.1 -0.25 \log - 1.27P_4 \left 0.65 \frac{P_3}{P_6} \right ^{-4.49 \frac{P_7}{P_1}}$ $- 1.97 \cos(-257 \cos(5.59P_1 + 3100P_2))$ $+ 79e^{(2.18(\sin(5.59P_6)))}$	2.53 (83)	未提供
	3.02 (20)	*

括弧內數字代表輸入數據組數。

* 未提供 P 值，無法為其驗算。

附錄 [5] 創用 CC 姓名標示—相同方式分享

3.0 台灣授權法律條款

本著作（定義如下）係依據本「創用 CC 公眾授權條款」（Creative Commons Public License, 簡稱 CCPL 或「授權條款」）提供。本著作受到著作權法以及（或）其他相關法律的保護。禁止任何未經本條款授權或著作權法許可對本著作的使用。

當行使本授權條款就本著作所提供之任何權利時，您承諾並同意受本授權條款之拘束。如本授權條款被認為是契約時，您對這些條款及條件的承諾，是授權人授與您此處所定權利的前提。

1. 定義

- a. 「**改用作品**」指基於本著作，或基於本著作與其他先前存在之創作而來的著作，例如翻譯、修改、衍生著作、編曲或其他文學或藝術創作的變更、或錄音物或表演及視聽的修改，或以任何其他形式對本著作的角色變更、變形、修改，包含任何可辨認為源自原作的修改形式；但該著作如構成彙編時，則不屬於本授權條款目的之改用作品。為避免疑義，為本授權條款之目的，當本著作是音樂著作、表演或錄音物時，將本著作依時間序列關係附著於動態影像之創作，視為改用作品。
- b. 「**彙編**」指文學或藝術創作的合集，例如百科全書及詩文選集，表演、錄音物或廣播，或除列舉於後述第1條第(h)項所列之著作以外的其他著作或保護標的。由於其內容之選擇與編排具有智慧創作性，且本著作於其中是以未經修改的完整形式，與一個或更多的作品，彼此間成為分離且獨立之著作，而共同彙集成的完整合集。為本授權條款之目的，構成彙編的著作，不會被視為改用作品（定義如上）。
- c. 「**Creative Commons 相容授權條款**」指 <http://creativecommons.org/compatiblelicenses> 所列經 Creative Commons 認可、實質上與本授權條款相當的授權條款，此乃因為該授權條款至少：(i) 包含和本授權條款之授權要素具有相同之目的、意義及效力之條款；及(ii) 明示其所提供之衍生著作，依據本授權條款或與本授權條款具有相同授權要素的尚未本地化(unported)或其他司法管轄領域之創用CC授權條款，可再為授權。
- d. 「**散布**」指在適當情況下，藉銷售或其他移轉所有權的方法，向公眾提供本著作或改用作品之原件及重製物。

- e. 「**授權要素**」指下列由授權人所選擇並標示在本授權條款標題的高層次授權屬性：姓名標示、相同方式分享。
- f. 「**授權人**」指依據本授權條款提供本著作之個人或單位。
- g. 「**原始著作人**」指就文學或藝術創作而言，創作本著作之個人或單位；若無法辨識創作本著作之個人或單位，則指發行人；此外，(i)就表演而言，指演員、歌唱家、音樂家、舞蹈家以及表演、唱歌、演說、朗誦、演奏、表現、或以其他方式表演文學或藝術創作或民俗創作作品的其他人員；(ii)就錄音物而言，指製作人，即首次將表演的聲音或其他聲音固著於錄音物之自然人或法人。
- h. 「**本著作**」指依據本授權條款提供的文學及（或）藝術創作，包含但不限於以任何方式或形式（包含以數位形式）表達之文學、科學及藝術範圍之製作物，例如：書籍、小手冊及其他撰著；演講、演說、佈道及其他類似同性質之著作；戲劇著作或歌劇著作；舞蹈著作或默劇；含歌詞或不含歌詞之音樂作曲；電影著作及其他藉由與電影攝影技術類似之程序表達之同類著作；素描、繪畫、建築、雕塑、雕刻或版畫之著作；攝影著作及其他藉由與攝影技術類似之程序表達之同類著作；應用藝術著作；插圖、地圖、設計圖、草圖及地理、地形、建築或科學相關立體著作；表演；廣播；錄音物；和可受著作權保護的資料編輯；或不屬於文學或藝術創作的各式表演人或馬戲團表演人所表演的創作。
- i. 「**您**」指先前並未就本著作違反本授權條款，或曾違反本授權條款但已獲得授權人明示之許可得依據本授權條款行使權利，而依據本授權條款行使權利之個人或單位。
- j. 「**公開演播**」指公開口述本著作，及以任何方法或程序，包含以有線電、無線電或公開數位演播之方式，向公眾傳達上述公開口述內容；或以使公眾得從其各自選定之地點接收本著作之方式，向公眾提供本著作；或以任何方法或程序，包含公開數位演播之方式，對公眾演播本著作，及向公眾傳達上述演播內；或藉任何包含符號、聲音或影像之方式公開播送及再公開播送本著作。上述定義，包含但不限於我國著作權法所定義之「公開展示」、「公開演出」、「公開上映」、「公開播送」、「公開傳輸」及「公開口述」等。
- k. 「**重製**」指以印刷、複印、錄音、錄影、攝影、筆錄或其他方法直接、間接、永久或暫時之重複製作。於劇本、音樂著作或其他類似著作演出或播送時予以錄音或錄影；或依建築設計或建築模型建造建築物者，亦屬之。

2. **合理使用權**。本授權條款無意減少、限制或約束任何和著作權無關的使用或依據著作權法或其他相關法律，得主張著作權保護限制或例外之權利。

3. 授權。根據本授權條款之條款及條件，授權人授與您全球、免權利金、非專屬、永久的（在著作權存續期間內）許可，就本著作行使如下述之權利：

- a. 重製本著作、將本著作收錄於一個或多個彙編之中、以及當收錄於彙編時重製本著作；
- b. 創作及重製改用作品，惟任何這類改用作品，包含任何媒介中的譯本，需採取合理方式清楚標示、區分或以其他方式指明本著作之原始版本已被變更。例如，翻譯時可標記「原著作已由英文翻譯成西班牙文」，或修改的地方可以標示「原著作已被修改」；
- c. 散布及公開演播本著作（包含收錄於彙編中之本著作）；及
- d. 散布及公開演播改用作品。
- e. 為避免疑義：

授權人拋棄由個人，或當授權人是著作權集體管理團體（或稱為「著作權仲介團體」）的會員的情況下，透過該集體管理團體，向您收取權利金的權利。但是，在前述授權人是著作權集體管理團體的會員的情況下，授權人能否拋棄上述權利，須視授權人與該集體管理團體所訂立的管理契約而定。

上述權利可以在所有不論已知或將來被發明出來之媒體以及格式上行使。上述權利包含為了在其他媒體以及格式上行使權利而作技術上必要修改的權利。所有未經授權人明示授與的權利，於此加以保留。

4. 限制。第 3 條所授與之權利，需受到下述條款明確的限制及拘束：

- a. 唯有在遵守本授權條款的情況下，您方得散布或公開演播本著作。您必須在您散布或公開演播的每份重製物上，附上本授權條款複本或「統一資源識別符」(Uniform Resource Identifier)。您不得就本著作提出或加入任何條款，而限制本授權條款、或限制本著作的接受者行使依本授權條款所授與他的權利。您不得對本著作再授權。您必須在您散布或公開演播的每份本著作的重製物上，保留所有與本授權條款有關的注意事項以及免除保證責任聲明。當您散布或公開演播本著作，您不得使用任何有效的科技措施於本著作，而限制從您取得本著作的接受者，行使依本授權條款所授與他的權利。本項（第 4 條第(a)項）適用於被收錄在彙編的本著作，但並不要求彙編在本著作以外的部分也適用本授權條款。若您創作彙編，則應在收到任一授權人通知時，於實際可行的範圍內，依其要求移除彙編中，如第 4 條第(c)項所定對於原始著作人及／或其指定第三人的表彰。若您創作改用作品，則應在收到任一授權人通知時，於實際可行的

範圍內，依其要求移除改用作品中，如第 4 條第(c)項所定對於原始著作人及／或其指定第三人的表彰。

- b. 您唯有遵守以下各款，方得散布或公開演播改用作品：(i) 本授權條款；(ii) 與本授權條款具有相同授權要素的後續版本；(iii) 與本授權條款具有相同授權要素（的此版本或後續版本）之尚未本地化(unported)或任一司法管轄領域之創用 CC 公眾授權條款（例如「姓名標示—相同方式分享 3.0 美國」版）；您必須在您散布或公開演播的每份改用作品的重製物上，附上「可適用的授權條款」複本或統一資源識別符 (Uniform Resource Identifier)。您不得就改用作品提出或加入任何條款，而限制「可適用的授權條款」、或限制改用作品的接受者行使依「可適用的授權條款」所授與他的權利。您必須在您散布或公開演播的包含於改用作品中的每份本著作的重製物上，保留所有與「可適用的授權條款」有關的注意事項以及免除保證責任聲明。當您散布或公開演播改用作品，您不得使用任何有效的科技措施於改用作品，而限制從您取得改用作品的接受者，行使依「可適用的授權條款」所授與他的權利。本項（第 4 條第(b)項）適用於被收錄在彙編的改用作品，但並不要求彙編在改用作品以外的部分也適用「可適用的授權條款」。
- c. 若您散布或公開演播本著作、改用作品或彙編，除非有依據第 4 條第(a)項之要求，否則您必須保留本著作所有的著作權聲明，且依您所使用的媒介或工具適當地提供下列資訊：(i) 若有提供原始著作人姓名（或筆名），則您應提供之，且（或）若原始著作人及（或）授權人，在授權人的著作權聲明、使用條款或藉由其他合理方式指定第三人（例如，贊助機構、出版者、期刊）為姓名標示的對象（「姓名標示對象」），則您應提供該第三人的姓名；(ii) 本著作名稱；(iii) 在合理實際可行的範圍內，授權人所指定與本著作相關之統一資源識別符，除非該統一資源識別符並非連結至本著作的著作權聲明或與關於本著作之授權資訊；及(iv) 若為改用作品，則比照第 3 條第(b)項，必須註明在改用作品中使用了本著作（例如「原始著作人之本著作的法文譯本」、「依據原始著作人之原著作而改編的電影劇本」等）。本項（第 4 條第(c)項）所要求的表彰方式，可以任何合理的方法為之；但是在改用作品或彙編之情況，對改用作品或彙編全部有貢獻之作者若使用單一的表彰時，則本項所要求的表彰，最低程度應作為前述表彰之一部分，並至少與其他具有貢獻之作者的表彰方式同等明顯。當您依據本授權條款行使權利時，為避免疑義，除非另取得原始著作人、授權人及（或）姓名標示對象事前的書面同意，不然您僅得依本條上述所定之散布的目的來使用表彰，您不得默示或明示地主張或暗示，您本人或您對本著作之使用，與原始著作人、授權人及（或）姓名標示對象間有任何關聯、贊助或背書關係。

d. 「著作人格權」在相關法律認可的範圍內不受影響且係不可拋棄的。

5. 保證條款與免除責任聲明

除非由本授權條款之當事人相互以書面表示同意，且在準據法所允許之最大範圍內，否則授權人是以現狀之基礎提供本著作，授權人未聲明或提供關於本著作之任何保證，無論明示或默示，無論是否為法律所規定，包含但不限於任何有關本著作權利之擔保、可商業性、是否符合某特定之目的、未侵害他人權利、不具有潛在或其他之缺陷、正確性、或不論能否被發現之錯誤。有些司法管轄領域並不允許排除前述隱含保證，在此情況之下，前述之排除可能不適用於您。

6. 責任限制條款

除在相關法律所要求的範圍內，任何因本授權條款或本著作之使用所生之特殊的、附隨的、連帶的、懲罰性的、警告性的損害，授權人在法理上對您不負任何責任。縱授權人已經被告知發生此類損害的可能性時，亦同。

7. 終止條款

- a. 若您違反本授權條款，本授權條款及其所授與之權利將自動終止。但依據本授權條款，而向您取得改用作品或彙編之個人或單位，若仍完全遵守該授權條款，則其取得之授權不會隨之終止。本授權條款第 1、2、5、6、7 及 8 條，不因本授權條款之終止而失效。
- b. 除前述條款及條件另有規定外，在本著作著作權存續期間內，此處之授權係屬永久。但授權人保留依不同授權條款釋出本著作或隨時停止散布本著作之權利，惟授權人的這類選擇，不得撤銷本授權條款（或任何其他依據本授權條款已授與或必須授與之授權），且本授權條款將會全部繼續有效，除非本授權條款依據上述規定而終止。

8. 其他事項

- a. 當您散布或公開演播本著作或彙編時，授權人以相同於本授權條款所授與您的條款及條件，授權予接受者對本著作的權利。
- b. 當您散布或公開演播本著作之改用作品時，授權人以相同於本授權條款所授與您的條款及條件，授權予接受者對本著作的權利。

- c. 若本授權條款之任何條文依相關法律係屬無效或無法執行，其餘條款之有效性或可執行性不受影響，此類條文應在使其有效及可執行最小必要範圍內自動修改，不需當事人採取其他作為。
- d. 除非系爭當事人書面同意並簽名，本授權條款之任何條款或條文，皆不得被視為拋棄，及被視為是不違反的協議。
- e. 本授權條款構成當事人關於授權本著作之全部協議。除此之外，並不存在任何有關本著作之認知、協議或表示。授權人不受任何出現在與您通訊間的附加條文所拘束。本授權條款未經授權人及您相互的書面同意，不得修改。

