大地测量与地球动力学

2014年2月

第34卷第1期

JOURNAL OF GEODESY AND GEODYNAMICS

Vol. 34 No. 1 Feb. 2014

文章编号:1671-5942(2014)01-0144-05

# 利用倒频谱辨别薄层的联合反演算法

# ₹ 楠<sup>1)</sup> 黄忠来<sup>2)</sup>

(1)贵州师范大学机械与电气工程学院,贵阳 550001 (2)厦门大学信息科学与技术学院,厦门 361005

**摘 要**为解决层状介质探地雷达信号频率域反演算法中存在薄层识别问题,提出一种利用倒频谱辨别薄层的 联合反演算法。为了可以在没有任何先验信息的前提下,对地下薄层进行识别,引入了新的实(虚)部倒频谱,这两 种倒频谱上的峰值对应地下各反射面。通过将反射系数序列频谱的虚部进行相位移动,并将结果与实部相加后, 计算两者之和的倒频谱。将两者之和倒频谱上的峰值与实(虚)部倒频谱峰值进行对比,可以判断该峰值位置是否 存在薄层,从而可为谱反演算法提供正确的反射面位置信息。

关键词 倒频谱;探地雷达;反演算法;薄层;反射面

中图分类号: P631.5<sup>+</sup>21 文献标识码: A

# A JOINT INVERSION ALGORITHM FOR THIN LAYER IDENTIFICATION USING CEPSTRUM

Wu Nan<sup>1)</sup> and Huang Zhonglai<sup>2)</sup>

School of Mechanical and Electrical Engineering , Guizhou Normal University , Guiyang 550001
 School of Information Science and Technology , Xiamen university Xiamen 361005

**Abstract** A joint inversion method using cepstrum was presented for solving thin layers recognition problem in the frequency-domain inversion algorithm of layered media. In the case of lack of any priori information, it is possible to use true-ficnitious cepstra method to recognizing thin layers, for the quefrency peaks indicate reflection interfaces. The opperating steps are as the followings: (1) moving the phase of the ficnitious part in the spectrum of the coefficient series. (2) adding the results to the real part of the spectrum and calculating the cepstrum of sum. (3) comparing the quefrency spikes on the cepstrum of the sum with that of true-ficnitious cepstrum. Thus, one can detemines if the spike represents a thin layer.

Key words: cepstrum; ground penetrating radar; inversion algorithm; thin layer; reflection interface

# 1 引言

层状介质是探地雷达实际应用中经常遇到的介 质分布类型,当地下目标层为相对厚层时,层的顶、 底反射波可以在时域被区分,因此这类目标层的厚 度、深度以及电性参数可利用反射面反射波的振幅 进行估算<sup>[12]</sup>。但是,当地下存在厚度小于调谐厚 度的薄层时,顶、底反射波会在时域混叠在一起。这 时利用时域反演方法得到的结果将不再准确。因 此,频率域反演方法被引入处理地下含有薄层的情

\* 收稿日期: 2013-05-20
 基金项目: 贵州省教育厅自然科学基金 (20090035)
 作者简介: 吴楠, 男, 1975 年生, 讲师,研究方向为网络技术与控制系统、微波与天线. E - mail: wu\_211@ sina. com

况。频率域反演方法需要建立地下介质模型,构造 目标函数,并利用线性或非线性反演方法进行迭代 计算<sup>[3,4]</sup>。当地下目标层的个数较多时,如果要同 时反演目标层的几何与电性参数,则需要反演的参 数数量众多,导致计算效率低下,且反演的结果容易 收敛在局部极小值。通过采用接近真实值的迭代初 值,或减少反演迭代的参数个数,都可以加快反演算 法的收敛速度,提高反演结果的准确度。在实际资 料处理过程中,先验信息的获取有时非常困难。虽 然文献[5-8]提出的多步骤的谱反演算法,可以提 高反演的效率和准确度。但是,算法中需要对地下 反射面的分布有初步的划分,而薄层识别则是难点。

为解决这一问题 本文结合谱反演算法 提出了 一种利用倒频谱技术的频率域联合反演算法。

## 2 算法原理

## 2.1 模型及目标函数

对于图 1 中所示的水平层状模型,设地下第 *i* 个反射面的反射系数为 *r<sub>i</sub>*,若不考虑各反射面之间的多次波,则该反射面反射波的幅度 *A<sub>i</sub>* 可以表示为<sup>[7]</sup>

$$A_{i} = A_{\rm inc} \tilde{r}_{i} \prod_{k=0}^{i-l} (1 - r_{k}^{2}) \prod_{k=0}^{i} e^{-2\alpha_{k}d_{k}}$$
(1)

其中  $A_{ine}$ 是探地雷达入射波幅度  $\tilde{r}_i$  为反射面的广义 反射系数  $\alpha_k$  是电磁波在地下第 k 层介质中传播时 的衰减常数  $d_k$  是电磁波在第 k 层介质中的单向传 播距离。地表接收到的雷达回波 s(t) 可以表示成 雷达子波和反射系数序列的褶积,

$$s(t) = w(t) r(t) + n(t)$$
 (2)

其中 w(t)为雷达发射波 r(t)为地下介质反射系数 序列 n(t)为加性噪声。若地下有 N 个反射面,将 反射系数序列中每相邻两个反射系数组成一个反射 系数对,并对其做奇偶分解,如图 2 所示。因此反演 算法的目标函数可以写为<sup>[7]</sup>:

$$O(re_{1-N/2} rO_{1-N/2} t_{1-N/2} T_{1-N/2}) = \int_{f=f_L}^{f_H} \{ [\operatorname{Re}(s(f) / w(f)) - \sum_{i=1}^{N/2} (2re_i) \cos(\pi fT_i) ] \cos(\pi f(2t_i + T_i)) + (2rO_i) \sin(\pi fT_i) \} \sin(\pi f(2t_i + T_i)) + (2rO_i) \sin(\pi fT_i) \cos(\pi fT_i) \sin(\pi f(2t_i + T_i)) + (2rO_i) \sin(\pi fT_i) ) \cos(\pi f(2t_i + T_i)) + (2rO_i) \sin(\pi fT_i) ] \cos(\pi f(2t_i + T_i)) + (2rO_i) \sin(\pi fT_i) ]$$
(3)

由于反射面上的广义反射系数是电性参数的函数,所以在反演时反射系数的奇偶分量可以用含有 电性参数的表达式替换,这样不仅可以反演出目标 层的物理属性,还可以反演出所含介质的电性参数。



#### 图 1 地下包含 N 个反射面的层状介质模型

Fig. 1 A layered media model containing N underground layers



图 2 反射系数序列的奇偶分解

Fig. 2 Odd-even decomposition of reflection coefficient sequence

#### 2.2 基于倒频谱的薄层识别

本文定义的倒频谱为实部倒频谱 s<sub>Re</sub>(*ĉ*) 和虚部 倒频谱 s<sub>Im</sub>(*ĉ*) ,为信号 s(t) 频谱的实部和虚部的傅 立叶变换 ,即

$$s_{\rm Re}(\tilde{c}) = FT\{\operatorname{Re}[s(f)]\}$$
(4)

$$s_{\rm Im}(\tilde{c}) = FT\{\operatorname{Im}[s(f)]\}$$
(5)

考虑地下只含有两个反射系数,且目标层为薄 层情况。设上反射面的广义反射系数为  $\tilde{r}_1$ ,下反射 面的为  $\tilde{r}_2$ ;上反射面距离地表的时间距离为  $t_1$ ,下反 射面的为  $t_2$ 。由于发射波的能量有限,且有噪声存 在,所以需要用窗口限制分析的带宽。带限的反射 系数序列频谱可以表示为:

$$\dot{r}_{p}(f) = [r_{p}(f) + n(f) / w(f) ]win(f) = \{ [r_{Re}(f) + nw_{Re}(f) ] + j [r_{Im}(f) + nw_{Im}(f) ] \}win(f)$$
(6)

其中  $r_p(f)$  为反射系数序列频谱  $r_{\text{Re}}(f)$  和  $r_{\text{Im}}(f)$  分 别是  $r_p(f)$  的实部和虚部。注意到实部和虚部的相 位相差  $\pi/2$ ,且倒频率相同项的符号相反,幅值相 同。win(f) 为窗函数, $nw_{\text{Re}}(f)$  和  $nw_{\text{Im}}(f)$  分别是 n(f) /w(f) 项的实部和虚部。将  $r_p(f)$  的实部和虚部 分别表示为  $r_{\text{Re}}$ 和  $r_{\text{Im}}(f)$  即

$$\vec{r}_{\text{Re}}(f) = [\tilde{r}_{1}\cos(2\pi t_{1}f) + \tilde{r}_{2}\cos(2\pi t_{2}f) + nw_{\text{Re}}(f) ]win(f) (7) \vec{r}_{\text{Im}}(f) = [-\tilde{r}_{1}\sin(2\pi t_{1}f) - \tilde{r}_{2}\sin(2\pi t_{2}f) + nw_{\text{Im}}(f) ]win(f)$$
(8)

所以反射系数序列的实部倒频谱 *r*<sub>Re</sub>(*č*) 和虚部倒频 谱 *r*<sub>Im</sub>(*č*) 分别为:

$$\dot{r}_{\rm Re}(\tilde{c}) = FT[\dot{r}_{\rm Re}(f)] \qquad (9)$$

$$\vec{r}_{\rm Im}(\tilde{c}) = FT[\vec{r}_{\rm Im}(f)] \qquad (10)$$

序列频谱的实部和虚部都是频率域函数 ,它们 包含相同的倒频率成分 此时倒频率即是反射系数 的时间位置参数 t1 和 t2 因此 在实部和虚部倒频谱 的 t<sub>1</sub> 和 t<sub>2</sub> 位置处会出现两个钟形尖峰。对于薄层 来说,两个钟形尖峰会重合在一起,尖峰所对应的倒 频率值  $t_n$  满足  $t_1 \leq t_n \leq t_2$ 。由于反射系数频谱实部 和频谱虚部对应倒频率成份的符号相反,相位相差 π/2 因此如果移动虚部(实部)的某一倒频率成分 的相位 使之和实部(虚部)的相应倒频率成分相位 一致,那么两者相加后,这一倒频率能量必然会消 失。如果原先的频谱实(虚)部中只存在一种倒频 率成分 那么两者之和的频谱中必然没有能量峰值; 如果原先频谱实(虚)部中存在两种倒频率成分 那 么两者之和的频谱中会有能量残留。因此,根据能 量是否残留 就可以判断倒频率成分的数量 即反射 面的个数。

在改变频谱实(虚)部中某一倒频谱成分的相 位时,还需要考虑分析频带带宽的影响。例如,我们 的目的是改变反射系数频谱虚部包含倒频率 $t_1$ 项 的相位,即将虚部中的 $\sin(2\pi t_1 f)$ 项转化为实部中 的 $\cos(2\pi t_1 f)$ 项。所以将反射系数序列频谱虚部的 频谱乘以 $\exp\left[\frac{j\omega(4n+1)}{4t_1}\right]$ ,再将结果进行逆傅立叶 变换,这里相位因子 $\tau = (4n+1)/4t_1$ 。为了避免 在分析频谱中引入较大噪声,我们在限制分析频带 后再进行相位移动。分别利用窗口函数win(f)和 $win_{\tau}(f) = win(f - \tau)$ 对反射系数序列频谱进行截 取。利用 $win_{\tau}(f)$ 进行分析频带限制的反射系数序 列频谱记为 $\dot{r}_{\tau}(f)$ ,

 $\dot{r}_{\tau}(f) = \{ [r_{\rm Re}(f) + nw_{\rm Re}(f)] + j [r_{\rm Im}(f) + nw_{\rm Im}(f)] \} win_{\tau}(f)$ (11)

将  $\dot{r}_{\tau}(f)$  的虚部记为  $\dot{r}_{\tau Im}(f)$  ,并对  $\dot{r}_{\tau Im}(f)$  进行相 位移动 将结果与  $\dot{r}(f)$  的实部  $\dot{r}_{Re}(f)$  相加 相加后的 结果记为  $sum_{IR}(f,\tau)$  即

 $sium_{\rm IR}(f,\tau) = \dot{r}_{\rm Re}(f) + \dot{r}_{\tau \rm Im}(f+\tau)$  (12)

$$sim_{\rm IR}(\tilde{c} \ \pi) = FT[sim_{\rm IR}(f \ \pi)] \quad (13)$$

考察  $sum_{IR}(\tilde{c}, \pi)$  中倒频率  $t_1$  处残留能量的大 小 就可以判断此处是否存在薄层。例如我们设置  $\tilde{r}_1 = 0.2$   $\tilde{r}_2 = 0$  ,即只有一个单反射面存在。反射面 的位置设为  $t_1 = 15$  ns ,并加入 10 dB 的噪声。这时 反射系数序列频谱的实部和虚部如图 3(a) ,其中实 线为实部 ,虚线为虚部。实部倒频谱如图 3(b) 中虚 线所示 ,可以看到 ,薄层的实部倒频谱上只出现一个 峰值 ,它所对应的倒频率  $t_p = t_1 = 15$  ns。此时  $sum_{IR}$ ( $\tilde{c}, \pi$ ) 如图 3(b) 中实线所示  $t_1$  附近能量基本被消 除。

另一方面,对于存在薄层的情况,我们令 $\tilde{r}_1$  = 0.2  $\tilde{r}_2$  = -0.3。反射面的位置设为  $t_1$  = 15 ns  $t_2$  = 16 ns 并加入 10 dB 的噪声。这时反射系数序列频 谱的实部和虚部如图 4(a) 所示,其中实线为实部, 虚线为虚部。实部倒频谱如图 4(b) 中虚线所示,可 以看到 和单反射面的情况相似,薄层的实部倒频谱 上也只出现一个峰值,但是峰值所对应的倒频率  $t_p$ = 15.5 ns。此时  $sum_{IR}(\tilde{c}, \tau)$  如图 4(b) 中实线所 示。这时两处反射系数的能量都被保留在了  $sum_{IR}$ ( $f, \tau$ ) 中。对于图4中所示的情况,我们将相位因子



#### 图 3 目标为单反射面时的 *sum*<sub>IR</sub>(*č*, *τ*) 结果



 $\tau = (4n + 1) / 4t_p$  中的 *n* 取 3 ,这时  $sium_{IR}(\tilde{c}, \pi)$  如图 4 (b) 中实线所示 ,可以看到 ,在 $t_p$ 附近的能量得到了 保留。

# 3 实际资料处理

实际 GPR 数据来自公路检测资料,公路表面为 沥青,且沥青面层分为3层,厚度分别是0.04 m, 0.06 m和0.1 m。在沥青面层之下还铺了一层防水 层。如图5(a) 所示,在8 ns 处的即为防水层。天线 发射频率为2 GHz,每道采集1024 个数据,采集10 ns。我们以第15 道数据为例,来检验算法的处理效 果,数据的时域波形如图5(b)所示。其实部倒频谱 如图5(c) 中虚线所示,可以看到,实部倒频谱中出 现了4 个峰值,其中第一个代表地表;第二个代表沥 青面上层和中间层的分界面反射波,峰值倒频率为 $t_p1$ ;第三个代表中间层和下面层分界面的反射波, 峰值倒频率为 $t_p2(图5(d))$ ;而最后一个峰值则代 表防水层,峰值倒频率为 $t_p3(图5(e))$ 。



图 5 探地雷达资料剖面图及波形图

Fig. 5 GPR data profile and waveform of the data

三个峰值倒频率可以得到三个不同的相位因 子  $r_1$ 、 $\tau_2$  和  $\tau_3$  根据这三个因子对反射系数频谱虚 部进行相位移动 ,分别得到  $\dot{r}_{\tau Im}(f + \tau_1)$ 、 $\dot{r}_{\tau Im}(f + \tau_2)$ 和  $\dot{r}_{\tau Im}(f + \tau_3)$ 。计算它们的频谱  $sium_{IR}(\tilde{c} \pi_1)$ 、 $sium_{IR}(\tilde{c} \pi_2)$ 、 $sium_{IR}(\tilde{c} \pi_3)$  结果如图 5(b)、(c)、(d) 中的 实线所示。从图 5(b)和(c)可以看到 ,由于这两个 峰值所指示的都是单一反射面 ,所以  $t_p1$  和  $t_p2$  处的 能量在进行相加后都消失了。而  $t_p3$  处是一个薄 层 ,所以在和的频谱中有明显能量残留。根据倒频 谱结果 ,我们用三个窗口划分数据 ,并对每个窗口数 据进行反演 ,反演采用随机爬山算法。第一个窗口 包含了地表回波和第一个反射面的回波。第二个窗 口只包含第二个反射面的回波,第三个窗口包含薄 层。图 6(a)和(b)分别是数据的时域剖面图和反 射面的反演结果。薄层的平均反演厚度为 0.01m, 大约为波长的 1/5。从上倒下各层的介电常数分别 为 3.7、5.4、12、9.3 和 13.2。电导率分别是 0.013、 0.02、0.018 和 0.01。





### 4 结语

由于倒频谱上的峰值指示了地下反射面的位 置,因此,利用两者对薄层进行辨识,以解决谱反演 算法中的层面识别问题。首先,将反射系数序列频 谱的虚部进行相位移动,将结果与未进行相位移动 的频谱实部进行相加,随后计算两者之和的倒频谱, 通过观察倒频谱上峰值能量的变化,可以判断峰值 指示的是单反射面还是薄层。若和的倒频谱在峰值 处能量消失,则该处为单反射面;若峰值处能量有较 大残留,则该处为薄层。该方法可以为谱反演方法 提供层面位置和数量的先验信息,从而提高反演算 法的计算效率和结果准确度。

#### 参考文献

- AL-Qadi I L and Lahouar S. Measuring layer thicknesses with GPR-theory to practice [J]. Construction and Building Materials , 2005 , 19: 763 – 772.
- 2 Kao Chienping , et al. Measurement of layer thickness and permittivity using a new multilayer model from GPR data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing , 2007 , 45(8) : 2 463 - 2 470.
- 3 Qin Yao, et al. Research on thin-layer recognition technique based on the spectrum inversion method of ground penetrating radar [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2010, 32(11): 2760-2763. (下转第152页)

法[J]. 测绘信息与工程 2009 34(5):1-3.(Cai Shixiang et al. A modified method for cycle slip detection based on polynomial fitting [J]. Journal of Geomatics ,2009 ,34 (5):1-3)

6 罗峰 姚宜斌,宋伟伟. 综合利用多项式拟合和载波相位 变化率探测单频 GPS 周跳 [J]. 全球定位系统,2007, (05):9-13. (Luo Feng,Yao Yi bin and Song Weiwei. Detecting cycle slip using polynomial fitting and carrier phase rate method [J]. GNSS Word of CHina 2007 (5):9-13)

(上接第147页)

- 4 Julien M et al. A generalized frequency domain reflectometry modeling technique for soil electrical properties determination [J]. Vadose Zone Journal, 2010, 9(4): 1 063 – 1 072.
- 5 Puryear C I and Castagna J P. Layer-thickness determination and stratigraphic interpretation using spectral inversion: Theory and application [J]. Geophysics , 2008 , 73(2): 37 – 48.
- 6 黄忠来,张建中.探地雷达薄层信号的谱反演算法[J]. 大地测量与地球动力学,2011 (4):154-159.(Huang Zhonglai and Zhang Jianzhong. A spectral inversion algorithm

- 7 杨剑 等. GPS 接收机钟跳研究 [J]. 大地测量与地球动力 学 2007 (3):123 – 127. (Yang Jian et al. On clock jumps of GPS receiver [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics , 2007 (3):123 – 127)
- 8 熊永良 等. 虚拟参考站技术中对流层误差建模方法研究 [J]. 测绘学报 2006 (2):118 - 121 ,132. (Xiong Yongliang ,et al. Study on modeling tropospheric delay in virtual reference station [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica 2006 (2):118 - 121 ,132)

for GPR signals of thin layers [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics , 2011 (4): 154 - 159)

- 7 黄忠来,张建中.利用探地雷达频谱反演层状介质几何 与电性参数[J].地球物理学报,2013,56(4):1381-1391.(Huang Zhonglai and Zhang Jianzhong. An inversion method for inverting geometric and electric parameters of layered media using spectrum of GPR signal [J]. Chinese Journal of Geophysics,2013,56(4):1381-1391.
- 8 Giannopoulos A. Modeling ground penetrating radar by GprMax [J]. Construction and Building Materials, 2005, 19: 755-762.