

一种快速高效的二维超声 CT 成像的正演算法研究

周剑扬, 王峰

(厦门大学信息科学与技术学院电子工程系 福建 厦门 361005)

【摘要】超声 CT 成像是采用散射场数据来重建物体内部结构的一种量化的超声技术。本课题采用快速傅里叶变换(FFT)加速扩展波恩近似(EBA),进而基于 EBA 来预处理共轭梯度-快速傅里叶变换(CG-FFT)的方法来实现正演成像的过程。该算法是在传统超声成像领域和商业超声软件中没有使用过的;同时,在保持同等计算精度的条件下,该算法对比传统超声成像正演算法具有速度更快等优点。

【关键词】超声;CT 成像;扩展波恩近似(EBA);共轭梯度-快速傅里叶变换法(CG-FFT);正演问题

1、引言

目前,超声成像技术无论是在医学成像还是工业探伤检测等诸多领域中均扮演了举足轻重的角色。特别在医学领域中,当下二维超声成像具有图像显示直观,声波穿透性强,相对核磁共振成像和 X-射线成像等更安全等优点。但是当前商业化的二维超声系统都是使用简化近似方法来描述超声场的,这直接导致分辨率远低于理论可达水平。其主要原因是:

(I)超声成像绝大多数算法是基于回波技术的,即基于检测目标体的反射波实现图像重建;

(II)算法的限制导致所成图像是定性的,即重建的图像大多仅仅反映出检测目标体的空间位置(或者边缘轮廓)。

相对这些问题和不足,超声 CT 的成像过程是基于检测目标体外围的散射场数据,这些数据携含了更为全面的物体内部空间结构等方面的信息,因而超声 CT 成像的图像完全可以定量地真实地还原出包括在物体内的声速传播以及衰减系数等声学特性^[1-3]。正是这种优势导致超声 CT 成像称为声学界一个研究的热点问题,这也正是本文研究的原因,通过本文下述的理论推导和探究,最终提出一个切实可行的快速高效的正演成像算法。

2、超声 CT 成像的积分方程

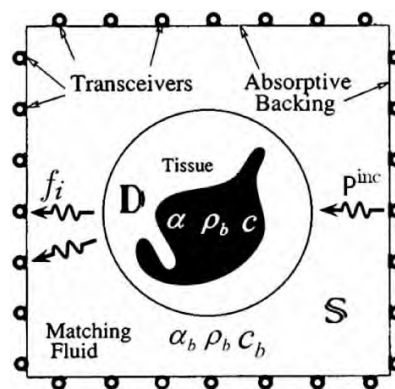
在构造算法的过程中,我们基于声波在传播过程中的波动方程作为研究的出发点。基于波动方程的推导和演变,我们可以根据研究的需要展开深层次的研究。基于参考文献[4]等的论述,我们可知,在二维空

间下,声波(包括超声波,电磁波等)在穿越非均匀媒介时,均会产生相应的“压力场”。该压力场又可以分解为两部分之和的形式。即为:

$$P(r) = P^{inc}(r) + P^{sca}(r) \quad (1)$$

上式(1)中 $P(r)$ 表示总场(Total field); $P^{inc}(r)$ 表示入射场(Incident field); $P^{sca}(r)$ 表示散射场(Scattered field)。

在本次研究中,我们关注讨论的是二维超声成像的问题。正如在图片 1 中描述的情形,具有无反射边界的匹配材料通常被用于消除存在空气/组织的交界面的反射波。在这种条件下,背景媒介是相匹配的液体,该液体的参数特性是和正常组织是相似的。组织的声学特性主要由它的密度 ρ ,声速 c ,衰减常数 α 决定。因此,当组织是各向异性时,这些参数变量是关于组织的空间变量分布的函数。



图片 1 超声 CT 成像中针对正演问题的典型的几何示意图。发射和接受探头被安放在一个充满液体区域的外围,该液体区域周围是吸收边界。

上图图片 1 描述了超声领域研究问题的普遍情形,即一个非均匀体(它的参数是由质量密度和衰减常数决定)被浸泡在一个背景媒介中(该媒介本身具有一致性的参数)。从该图片中,我们可以发现假如这个包含各向异性的组织的区域被定义为区域 D ,那么由收发探头所围绕的整个完整区域被定义为区域 S 。因此,在二维超声成像的情形下,所有关于场和源的变量因子就是关于的 $r=(x,y)$ 函数。这个声波场振幅被假设是以频率 w 的条件下,随着时间 t 变化出现震荡,相应的时间因子是 $\exp(-iwt)$ 。声波的速度被定义为 c 。在区域 D 内部的声场的解可以被表示为一个积分方程的形式,即:

$$P(r) = P^{inc}(r) + k_b^2 \int_D dr' g(r-r') \chi(r') P(r') \quad (2)$$

其中 r 表示声波源的具体空间位置,同时

$g(r-r') = (1/4i)H_0^{(2)}(k_b |r-r'|)$ 是有固定密度 ρ_b 的背景媒介中的空间标量格林函数。此外,各向异性区域中的复波数是 k ,背景媒介中复波数是 k_b 。

$\chi = (k^2/k_b^2 - 1)$ 是对比度函数。

在方程(2)中,入射场强 $P^{inc}(r)$ 是来自于位于空间 r 处的发射源产生的场(这是前提组织是各向同性的)。因此 $P^{inc}(r)$ 可以很容易被获得。在组织特性是多样性情形下,这个各向异性的特性会产生一个感应的场强,这个场就是散射场(即在方程(2)第二部分)。然而,这个散射场是无法知道的,因为它基于分布在区域 D 中的未知的场强 $P(r)$ 。所以,方程(2)确切上是一个积分方程定义了区域 D 中的未知的场强 P 。这个正演问题的任务就是去求解区域 D 中未知场强 $P(r)$ 。一旦区域 D 中的场强 P 被求解,区域 D 之外的其他区域的场强就可以通过格林函数很容易被得到了。诚然,在正演问题中,背景媒介和各向异性区域的参数特性均是前提已知的。考虑到散射的强度可以被假设是有一定范围有限的,所以,这个散射的分布也就通常可以被定义包围在一个大型的圆区域 D 中。

3、正演成像的算法构造

在求解正演成像的方法中两个目的会被达到。首先,该方法可以被用于模拟和校准相应的成像系统;其次,该方法可以通过提供产生的模拟的“检测”数据用于检验反演算法的效果;此外,很多的反演成像算法也许需要反复调用正演成像提供的数据结果。

3.1 扩展波恩近似算法

求解方程(2)的一个很有效的方法是采用波恩近似法(BA)^[5,6],即假设方程(2)中声场可以被入射场 P^{inc}

近似。所以在波恩近似的假设下,通过调用执行积分方程中格林函数可以很容易地计算出总场。因而方程(2)可以近似表述为:

$$P(r) \approx P^{inc}(r) + P(r)k_b^2 \int_D dr' g(r-r') \chi(r'), \quad r \in D \quad (3)$$

然而,BA 算法有着非常有限的适用范围,仅仅当散射体的尺寸和(或)对比度比较小才成立。为了提高适用范围,我可以采用 EBA 算法^[7,8]。所以,上述方程(3)表述的近似场带入积分方程(2)可以转化为:

$$P^{(EB)}(r) = P^{inc}(r) + k_b^2 \int_D dr' g(r-r') \chi(r') M^{-1}(r') P^{inc}(r') \quad (4)$$

其中:

$$M(r) = 1 - k_b^2 \int_D dr' g(r-r') \chi(r'), \quad r \in D \quad (5)$$

3.2 采用 FFT 加速 EBA: 构造 FFT-EBA 算法

基于卷积定理,我们可以把基于 EBA 方法求解的声场的方程转化为如下的形式:

$$P^{(EB)}(r) = P^{inc}(r) + k_b^2 F^{-1} \{F[g(r)]F[\chi(r)M^{-1}(r)P^{inc}(r)]\} \\ \equiv L_{EB}^{-1}[P^{inc}] \quad (6)$$

其中 F 和 F^{-1} 分别表示二维的傅里叶正变换和逆变换。

3.3 EBA 作为预处理器用于预处理 CG-FFT (或 BCG-FFT)算法

我们这里的目的是求解方程(2)中在各向异性区域中的未知声场 P 。考虑到方程(2)是格林函数 $g(r)$ 和 $\chi(r)p(r)$ 之间的二维卷积的问题,我们可以援引卷积定理把方程(2)从新写为如下算子形式:

$$L[P] = P - k_b^2 F^{-1} \{F[g(r)]F[\chi(r)P]\} = P^{inc} \quad (7)$$

上述方程然后可以采用 CG-FFT 算法^{[9][10]}来进行迭代求解。我们此处采用 EBA 作为预处理器。因此,不同于通常解法直接求解方程(7)那样,我们变为求解如下一个等价的问题:

$$L_{EB}^{-1}L[P] = P^{(EB)} \quad (8)$$

其中,这个预处理器是 EBA 已经在方程(6)中定义过。既然这个预处理过程 L_{EB}^{-1} 是可以通过 FFT 算法(方程(7)展示)方式得到,这个新的方程(8)同样可以采用 CG-FFT 有效求解出来。通过这种预处理方式,这个设计方案倾向于比传统的 CG-FFT 更加快捷。方程(9)同样可以通过采用双共轭梯度-快速傅里叶算法 (BCG-FFT)^{[10][11]}来求解。

值得指出的是:除了积分方程离散化这一过程外,EBA 在预处理 CG-FFT(或 BCG-FFT)时候并不存在近似计算的情况。换言之,EBA 和 CG-FFT(或 BCG-

FFT)的组合是一种精确没有近似化的过程,该组合在对于高对比度和低对比度的散射体成像过程中均有效且保持良好的精度。此外,我们可以定义一个可以接受的误差标准 δ_{min} 去检查整个迭代过程。定义 L_2 范数下的相对误差:

$$\delta = \frac{\|L[P] - P^{inc}\|}{\|P^{inc}\|} \leq \delta_{min} \quad (9)$$

对于低对比度的问题,假如 EBA 的初始值的结果误差已经小于 δ_{min} 符合精度要求,那么 CG-FFT(或 BCG-FFT) 将不会被调用到。对于高对比度的问题,CG-FFT(或 BCG-FFT)会被调用到直到迭代过程中的相对误差小于 δ_{min} 为止。相对比 K 空间下的传统的 CG-FFT(或 BCG-FFT)方法,我们这里的 EBA 预处理 CG-FFT(或 BCG-FFT)的组合方法更加具高效性。

4、结论

本文构造出了一种快速迭代的预处理解析器和 FFT 组合的超声 CT 正演成像算法。相对经典的矩量法(MOM)等方法,该方法在保持同等成像精度的条件下可以使得计算时间从 $O(N^3)$ 或 $O(KN^2)$ 减少到 $O(KM \log N)$ 以下;同时内存占用量从 $O(N^2)$ 缩减到 $O(N)$ 以下,此处的 K 表示迭代次数。该方法完全可被用于求解目标散射体是大尺度的复杂成像情况。

参考文献:

[1] Lucht B, Hubbell A and Hynynen K, "Contrast-enhanced transcranial two-dimensional ultrasound imaging using shear-mode conversion at low frequency," *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 39, no. 2, pp. 332-344, 2013.
[2] Dong C and Jin Y, "MIMO nonlinear ultrasonic tomography

by propagation and backpropagation method," *IEEE Trans. Image Processing*, vol.22, no. 3, pp. 1056-1069, Mar. 2013.

[3] J. Wiskin, D. T. Borup, S. A. Johnson, and M. Berggren, "Non-linear inverse scattering: High resolution quantitative breast tissue tomography," *J. Acous. Soc. Am.*, vol. 131, no. 5, pp. 3802-3813, 2012.

[4] Christensen D.A., *Ultrasonic Bioinstrumentation*. New York: John Wiley & Sons, 1988.

[5] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. New York: Pergamon, 1980.

[6] C. Torres-Verdin and T. M. Habashy, "Rapid 2.5-D forward modeling and inversion via a new nonlinear scattering approximation," *Radio Sci.*, vol. 29, pp. 1051-1079, 1994.

[7] T. M. Habashy, R. W. Groom, and B. R. Spies, "Beyond the Born and Rytov Approximations. A Nonlinear Approach to Electromagnetic Scattering," *J. Geoph. Res.*, vol. 98, pp. 1759-1775, 1993.

[8] Calos Torres-Verdin and Tarek M. Habashy, "A two-step linear inversion of two-dimensional electrical conductivity," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 405-415, Apr. 1995.

[9] Z. Q. Zhang and Q. H. Liu, "Reconstruction of axisymmetric media with an FFHT enhanced extended Born approximation," *Inverse Problems*, vol. 16, no. 5, pp. 1281-1296, 2000.

[10] Z.Q.Zhang and Q. H. Liu, "The hybrid extended Born approximation and CG-FFHT method for axisymmetric media," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 39, no. 4, pp. 710-717, 2000.

[11] Z. Q. Zhang and Q. H. Liu, "Three-dimensional weak-form conjugate and biconjugate-gradient FFT methods for volume integral equations," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 29, pp. 350-356, June 2001.

(上接第 24 页)

车配件需求预测模型 [J]. *计算机集成制造系统*, 2010, 16(8): 1778-1782

[17] 李志涛. 变权重组合预测模型在生活垃圾产量预测计算中的应用 [J]. *南京工业大学学报 (自然科学版)*, 2009, 31(2): 98-101

[18] 王新民, 崔巍. 变权组合预测模型在地下水水位预测中的应用 [J]. *吉林大学学报(地球科学版)*, 2009, (6): 1101-1105

[19] 余健明, 燕飞, 杨文字, 夏超. 中长期电力负荷的变权灰色组合预测模型 [J]. *电网技术*, 2009, 29(17): 26-29

[20] 王福林, 张晋国. 变权组合预测模型中最优权系

数估计问题的研究 [J]. *系统工程理论与实践*, 1996, (10): 49-52

[21] 臧淑英, 梁欣, 冯仲科. 变权组合预测模型的建立及其在区域生态风险中的应用 [J]. *北京林业大学学报*, 2007, 29(2): 203-208.

[22] Edwin M. Knorr, Raymond T. Ng (1998). Algorithms for Mining Distance-Based Outliers in Large Datasets. *Proceedings of the 24th International Conference on Very Large Data Bases*, 1998, August 24-27, pp. 392-403.