

DOI: 10.3969/j.issn.1001-3881.2012.11.010

# 基于改进型迭代神经网络的三自由度并联机构位置正解分析

周结华, 彭侠夫, 仲训昱

(厦门大学信息科学与技术学院, 福建厦门 361005)

**摘要:** 针对模拟船舶在海上运动的摇摆姿态及重载的要求, 根据并联机器人机构综合理论, 提出运用 4SPS-1S 结构的并联机构实现模拟船舶在重载情况下的摇摆运动。通过对该机构的运动学分析, 推导出三自由度并联机构位置逆解的解析表达式。考虑到位置正解的解析解难以求出, 运用一种改进型、高效率的迭代神经网络对其位置正解模型进行求解, 最后借助 Matlab 软件对位置正解模型进行了仿真研究。研究结果表明: 该改进型迭代 BP 神经网络不但性能上优于普通的 BP 神经网络和误差补偿函数为  $f(\varepsilon) = \varepsilon$  的迭代 BP 神经网络, 且所建立的位置正解模型可以满足实时控制要求。

**关键词:** 三自由度并联机构; 位置正解; 迭代算法; 神经网络

**中图分类号:** TH112; TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3881(2012)11-032-4

## Forward Position Kinematics Analysis of Three Degree-of-Freedom Parallel Manipulator Based on Improved Iterative Neural Network

ZHOU Jiehua, PENG Xiafu, ZHONG Xunyu

(College of Information &amp; Technology, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005, China)

**Abstract:** For the simulation of the ship swing orientation and heavy load demand, 4 SPS-1S three degree-of-freedom parallel manipulator was used according to the theories of the structure synthesis of parallel robotic mechanisms to realize simulation of the ship's swing movement under heavy load. Through analysis of the kinematics to this mechanism, the inverse kinematics formula for its position was deduced. An efficient improved type of iterative neural network was used to research the forward kinematics problem, because the analytical solution of forward kinematics was difficult to be solved. The research results show: not only the improved iterative BP neural network is superior in performance than the common BP neural network and the iterative BP neural network with error compensation function as  $f(\varepsilon) = \varepsilon$ , but also the real-time control requirements can be met by the forward kinematics model.

**Keywords:** Three degree-of-freedom parallel manipulator; Forward position kinematics; Iteration algorithm; Neural network

并联机器人由于具有刚度质量比大、输入误差不累积和承载能力高等特点, 而成为国际上机器人学研究热点领域之一<sup>[1-2]</sup>。尤其近 20 年来, 并联机构的研究一直吸引着大量学者的注意, 研究最多的就是六自由度并联机构。但是, 当实际工作不需要六自由度时, 为了实现经济便宜、结构简单、控制较容易的目的, 必需研制少自由度(2~5 自由度)的并联机构<sup>[3-4]</sup>。少自由度并联机构特别是三自由度并联机构由于灵活性较高, 并且设计制造方便, 成为国内外学者研究热点, 但大多研究工作集中在三平移并联机构及平移和转动结合起来的三自由度并联机构<sup>[5]</sup>。

作者以 4SPS-1S 三自由度并联机构为研究对象, 通过建立合适的坐标系, 推导出其位置逆解的解析解。位置正解的计算过程需要求解多元非线性方程组, 通过对相关文献分析可知, 到目前为止, 除了少数特殊结构类型的并联机构可以求其位置正解的解析

解外, 一般结构的并联机构的位置正解, 在数学上尚无完备方法求其解析解<sup>[6-7]</sup>。理论上已经证明, 只要隐层节点足够多, 三层 BP 神经网络能以任意精度逼近任意连续非线性函数<sup>[8-9]</sup>。因此, 可以用 BP 神经网络求解三自由度并联机构的位置正解。然而 BP 神经网络在工程应用中存在以下 2 个突出问题: (1) 隐层节点的数目难以确定; (2) 收敛速度比较慢。因此, 为了满足 4SPS-1S 三自由度并联机构控制精度和实时控制的要求, 作者提出一种改进型的迭代 BP 神经网络求解三自由度并联机构的位置正解。

### 1 并联机构结构与自由度

#### 1.1 并联机构结构

该并联机构由台基、动平台、4 个线性油缸和 1 个定长杆组成, 其结构如图 1 所示。定长杆上端通过球铰链与动平台连接, 下端与台基固连在一起。在并联机构模拟船摇运动时, 定长杆不动, 主要起承重作

收稿日期: 2011-05-12

基金项目: 国家 985 工程资助项目(000-X07204); 福建省自然科学基金资助项目(2010J05141)

作者简介: 周结华(1983—), 男, 博士研究生, 主要从事并联机构分析、智能控制等方面的研究。E-mail: jiehuazhou@126.com。

用。4 个线性油缸均通过球铰与动平台和台基相连。上支点  $A_1, A_2, A_3, A_4$  呈长方形分布, 上支点  $A_5$  位于该长方形的中心位置。下支点  $B_1, B_2, B_3, B_4$  也呈长方形分布, 下支点  $B_5$  位于该长方形的中心位置。下支点所组成的长方形边长比上支点所组成的长方形边长小。上支点  $A_1$  和  $A_2$  之间的距离为  $l_1$ ,  $A_2$  和  $A_3$  之间的距离为  $l_2$ , 下支点  $B_1$  和  $B_2$  之间的距离为  $l_3$ ,  $B_2$  和  $B_3$  之间的距离为  $l_4$ , 上支点  $A_5$  和下支点  $B_5$  的距离为  $h$ 。

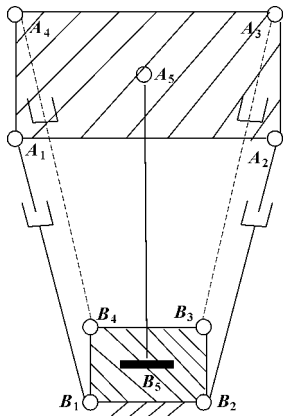


图 1 并联机构结构示意图

以上支点  $A_5$  为坐标系原点,  $x$  轴平行于  $A_1A_2$ ,  $y$  轴平行于  $A_2A_3$ ,  $z$  轴平行于  $A_5B_5$ , 建立动坐标系  $O-xyz$ 。其中由上支点  $A_1$  指向  $A_2$  为  $x$  轴的正方向, 由上支点  $A_2$  指向  $A_3$  为  $y$  轴的正方向, 由下支点  $B_5$  指向  $A_5$  为  $z$  轴的正方向。选取静态坐标系  $O'-x'y'z'$  与动坐标系的初始位置完全重合, 动态坐标系随着动平台一起运动。

根据上述所建的坐标系可知, 上支点在  $O-xyz$  坐标系中的坐标分别为:

$$\begin{aligned} A_1 &= (-l_1/2, -l_2/2, 0) \\ A_2 &= (l_1/2, -l_2/2, 0) \\ A_3 &= (l_1/2, l_2/2, 0) \\ A_4 &= (-l_1/2, l_2/2, 0) \\ A_5 &= (0, 0, 0) \end{aligned}$$

下支点在  $O'-x'y'z'$  坐标系中的坐标分别为:

$$\begin{aligned} B_1 &= (-l_3/2, -l_4/2, -h) \\ B_2 &= (l_3/2, -l_4/2, -h) \\ B_3 &= (l_3/2, l_4/2, -h) \\ B_4 &= (-l_3/2, l_4/2, -h) \\ B_5 &= (-h, -h, -h) \end{aligned}$$

### 1.2 并联机构自由度

根据并联机构自由度计算公式计算, 可得该并联机构的自由度<sup>[10]</sup>

$$M = 6(k - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i - M_0$$

式中:  $M$  为并联机构自由度;  $k$  为构件数;  $g$  为运动

副数;  $f_i$  为第  $i$  个运动副的自由度数;  $M_0$  为冗余自由度。

由图 1 可知, 并联机构的构件数为 10, 运动副数为 13, 其中 9 个球面副, 4 个移动副, 冗余自由度数为 4, 代入上述自由度计算公式得:

$$M = 6 \times (10 - 13 - 1) + (3 \times 9 + 4) - 4 = 3$$

即图 1 所示的并联机构具有 3 个自由度。

### 2 位置逆解

给定三自由度并联机构的动平台在空间的姿态角, 求 4 个油缸的输出长度, 称之为位置逆解。在运动过程中, 动坐标系相对于静态坐标系的姿态用三个姿态角  $q_1, q_2, q_3$  描述, 静态坐标系到动坐标系变换的次序如下: (1) 绕  $O'z'$  轴旋转偏航角  $q_3$ ; (2) 绕  $O'y_1$  轴旋转纵摇角  $q_2$ ; (3) 绕  $O'x$  轴旋转横摇角  $q_1$ , 其中空间姿态关系如图 2 所示。

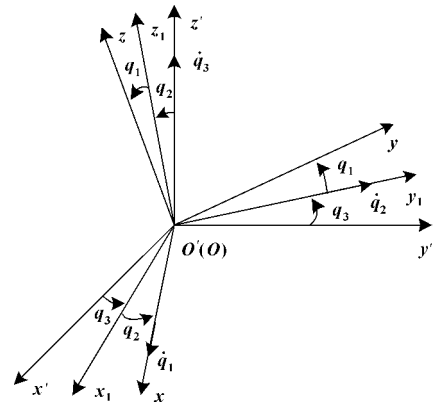


图 2 空间姿态关系

根据坐标变换公式可得动态坐标系到静态坐标系的坐标变换矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} cq_2 \cdot cq_3 & -cq_1 \cdot sq_3 + sq_1 \cdot sq_2 \cdot cq_3 & sq_1 \cdot sq_3 + cq_1 \cdot sq_2 \cdot cq_3 \\ cq_2 \cdot sq_3 & cq_1 \cdot cq_3 + sq_1 \cdot sq_2 \cdot sq_3 & -sq_1 \cdot cq_3 + cq_1 \cdot sq_2 \cdot sq_3 \\ -sq_2 & sq_1 \cdot cq_2 & cq_1 \cdot cq_2 \end{bmatrix}$$

其中:  $cq$  和  $sq$  分别为  $\cos q$  和  $\sin q$  的简写形式;  $T$  是正交矩阵, 则  $T^{-1} = T^T$ 。

上支点  $A_i (i=1, 2, 3, 4)$  在动坐标系中的坐标向量构成矩阵  $A$  表示为

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} -l_1 & l_1 & l_1 & -l_1 \\ -l_2 & -l_2 & l_2 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

下支点  $B_i (i=1, 2, 3, 4)$  在静态坐标系中的坐标向量构成矩阵  $B$  表示为

$$B = [b_{ij}]_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} -l_3 & l_3 & l_3 & -l_3 \\ -l_4 & -l_4 & l_4 & l_4 \\ -h & -h & -h & -h \end{bmatrix}$$

上支点  $A_i (i=1, 2, 3, 4)$  在静态坐标系中的坐标向量构成矩阵  $G$  表示为

$$G = [g_{ij}]_{3 \times 4} = T \cdot A$$

那么 4 个油缸的输出长度为

$$d_i = \sqrt{\sum_{k=1}^3 (g_{ki} - b_{ki})^2} \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

### 3 位置正解

给定三自由度并联机构的 4 个油缸的输出长度，求动平台在空间的姿态角，称之为位置正解。

#### 3.1 神经网络模型结构的确定

在利用神经网络建立并联机构位置正解模型的过程中，首先需要考虑的是学习样本如何获取，文中按照下面的方法获取神经网络的学习样本。

在 3 个自由度上随机均匀取值，使得在神经网络训练阶段可能遇到的输入输出空间，处处都有适当数量的样本点以供学习。运用位置逆解方程得到一组逆解数据，数据的映射关系为  $\{q_1, q_2, q_3\} \Rightarrow \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$ 。将这些数据的输入输出映射关系逆转过来，即将它们的映射关系改变为  $\{d_1, d_2, d_3, d_4\} \Rightarrow \{q_1, q_2, q_3\}$ ，则得到位置正解神经网络的学习样本<sup>[11]</sup>。

其次就是神经网络结构如何确定。由上所述的位置正解数据映射关系可知，神经网络的输入层节点数为 4，输出层节点数为 3，所以神经网络结构的确定就是隐层节点数的确定。

为了使隐层节点数选取合理，文中采用以下步骤来确定隐层节点数。

#### (1) BP 神经网络初始隐层节点数的确定。

BP 神经网络的初始隐层节点数取作样本的分类数，其中样本采用模糊聚类法分类。假设有  $m$  组训练样本  $D_k = [d_{k1}, d_{k2}, d_{k3}, d_{k4}] (k=1, 2, \dots, m)$ ，基于以下算法进行分类。

步骤 1：对原始数据作标准处理，使其落在闭区间  $[0, 1]$  上。

步骤 2：计算模糊相似系数  $r_{ij}$ ，列出模糊相似矩阵  $\tilde{R}$ 。

步骤 3：输入阈值  $\lambda \in [0, 1]$ ，基于  $r_{ij} \geq \lambda$  作截矩阵  $R_\lambda$ ，对训练样本按编网法进行分类，得到分类数。

(2) 隐层节点数优化，构造最简结构的三层 BP 神经网络。

设  $\theta_{ip}$  为隐层节点  $i$  在学习第  $p$  个样本时的输出， $\bar{\theta}_i$  为隐层节点在学习完几个样本后的平均输出， $N$  为训练样本总数，则

$$\bar{\theta}_i = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \theta_{ip}, \quad \bar{\theta}_j = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \theta_{jp}$$

定义隐层节点相关系数

$$R_{ij} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{p=1}^N (\theta_{ip} \theta_{jp}) - \bar{\theta}_i \bar{\theta}_j}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \theta_{ip}^2 - \bar{\theta}_i^2} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \theta_{jp}^2 - \bar{\theta}_j^2}}$$

式中： $i, j$  为同一隐层的节点。

隐层节点相关系数说明了同一隐层的节点间输出的线性相关程度，当过大时，说明这两个隐层节点有冗余，需要合并。定义样本分散度为：

$$\theta_i = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N \theta_{ip}^2 - \bar{\theta}_i^2$$

样本分散度过小，说明该隐层节点没有起作用，需要删除。

给定两个指标  $\theta_1$  和  $\theta_2$ ，一般  $\theta_1$  取  $0.8 \sim 0.9$ ， $\theta_2$  取  $0.001 \sim 0.01$ 。

两相关系数过大的隐层节点的合并条件：

$$|R_{ij}| \geq \theta_1 \text{ 且 } \theta_i, \theta_j \geq \theta_2$$

隐节点的删除条件： $\theta_i < \theta_2$ 。

#### 3.2 误差迭代补偿算法

当位置正解的神经网络模型训练成功后，为了得到满意的控制精度，提出一种改进型的迭代算法进行误差补偿，其算法流程如图 3 所示。

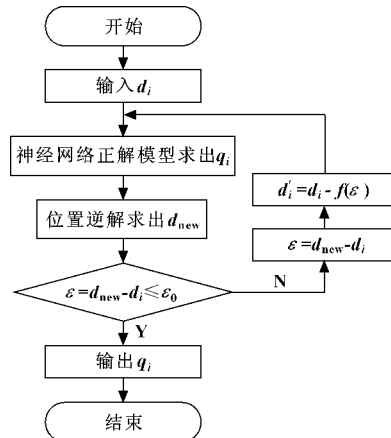


图 3 误差迭代补偿算法流程图

为了证明误差迭代补偿算法的有效性，首先对误差迭代补偿算法的机理进行分析。

选择 BP 神经网络的隐含层激活函数为 Sigmoid 函数，输出层激活函数为线性函数。设训练完成后的 BP 神经网络有  $n$  个隐含层节点，那么 BP 神经网络结构为  $4 - n - 3$ 。设第  $j$  个隐含层节点的阈值为  $b_j$ ，第  $i$  个输入层节点至第  $j$  个隐含层节点的权值为  $w_{ij}$ 。

令

$$\begin{cases} z_{-in_j} = b_j + \sum_{i=1}^4 d_i w_{ij} \\ z'_{-in_j} = b_j + \sum_{i=1}^4 d'_i w_{ij} \end{cases}$$

那么 BP 神经网络第  $j$  个隐含层节点对应输入  $d_i$  和  $d'_i$

的输出分别为

$$\begin{cases} z_j = \frac{1}{1 + e^{-\sigma^* z_j \cdot in_j}} \\ z'_j = \frac{1}{1 + e^{-\sigma^* z'_j \cdot in_j}} \end{cases}$$

假设正解模型求解的结果比真值大, 由于在误差迭代补偿过程中, BP 神经网络模型结构和参数均不改变, 因此, 当  $d_i > d'_i$  时,  $z_{-in_j} > z'_{-in_j}$ 。根据指数函数特性可知:  $z_j > z'_j$ , 而 BP 神经网络的输出层激活函数为线性函数, 则对应  $d_i$  和  $d'_i$  的网络输出  $q_i$  和  $q'_i$  存在如下关系:  $q'_i < q_i$ , 所以用  $d'_i$  代替  $d_i$  作为 BP 神经网络输入可以使得位置正解误差向着减小的方向收敛; 同理分析可知, 当正解模型求解的结果比真值小时, 用  $d'_i$  代替  $d_i$  作为 BP 神经网络输入也可以使得位置正解误差向着减小的方向收敛。

其次, 考虑误差补偿函数  $f(\varepsilon)$  如何选择。为了获得较好的收敛特性, 文中选择线性函数作为误差补偿函数

$$f(\varepsilon) = (1 + k\gamma)\varepsilon$$

其中:  $k$  为迭代次数,  $\gamma$  为递增系数, 取  $\gamma = 0.02$ 。

#### 4 仿真分析及结论

4SPS-1S 三自由度并联机构的设计尺寸如下:  $l_1 = 1.2 \text{ m}$ ,  $l_2 = 1.8 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0.9 \text{ m}$ ,  $l_4 = 1.0 \text{ m}$ ,  $h = 4.7 \text{ m}$ 。能模拟的摇摆参数为: 横摇角  $q_1 \in [-40^\circ, 40^\circ]$ , 周期不小于 8 s; 纵摇角  $q_2 \in [-15^\circ, 15^\circ]$ , 周期不小于 5 s; 偏航角  $q_3 \in [-7.5^\circ, 7.5^\circ]$ , 周期不小于 8 s。按照并联机构的极限运动要求, 选取横摇周期为 8 s, 纵摇周期为 5 s, 艏摇周期为 8 s, 仿真分析可得 4 个油缸的长度 (单位为 m) 范围分别为:  $d_1 \in [3.321\ 3\ 6.128\ 3]$ ,  $d_2 \in [3.291\ 7\ 6.144\ 2]$ ,  $d_3 \in [3.291\ 7\ 6.144\ 2]$ ,  $d_4 \in [3.321\ 3\ 6.128\ 3]$ 。仿真时的采样周期为  $T = 0.1 \text{ s}$ , 选取仿真时间为各摇摆周期的最小公倍数, 所以选定仿真时间为 40 s, 得到 400 组样本数据。其中选取 320 组作为神经网络的训练样本, 剩下的 80 组作为验证样本。

取  $\lambda = 0.7$ , 根据模糊聚类方法得到训练样本可以分为 31 类, 所以 BP 神经网络模型的初始结构为 4-31-3。选定神经网络的最大训练次数为 3 000, 训练误差为  $1 \times 10^{-6}$ , 利用上述隐层节点优化方法对其实施优化, 取  $\theta_1 = 0.85$ ,  $\theta_2 = 0.005$ , 得到优化后的 BP 神经网络模型结构为 4-21-3。

分别利用普通 BP 神经网络、误差补偿函数为  $f(\varepsilon) = \varepsilon$  的迭代 BP 神经网络和误差补偿函数为  $f(\varepsilon) = (1 + k\gamma)\varepsilon$  的迭代 BP 神经网络对三自由度并联机构的位置正解进行求解, 其结果如表 1 所示。在 CPU 为 Pentium (R) Dual-Core (2.8 GHz) 的计算

机上测试, 误差补偿函数为  $f(\varepsilon) = (1 + k\gamma)\varepsilon$  的迭代 BP 神经网络, 三次迭代运算时间为 3.245 ms。

表 1 各种网络性能指标比较

网络种类	最大误差	平均误差
普通 BP 神经网络	$1.730\ 1 \times 10^{-5}$	$2.609\ 3 \times 10^{-6}$
$f(\varepsilon) = \varepsilon$ 的迭代 BP 神经网络 (迭代 3 次)	$1.963\ 2 \times 10^{-6}$	$2.718\ 4 \times 10^{-7}$
$f(\varepsilon) = (1 + k\gamma)\varepsilon$ 的迭代 BP 神经网络 (迭代 3 次)	$1.623\ 3 \times 10^{-6}$	$2.446\ 5 \times 10^{-7}$

通过上述仿真分析可知, 作者所提出的改进型迭代 BP 神经网络不但性能上优于普通的 BP 神经网络和误差补偿函数为  $f(\varepsilon) = \varepsilon$  的迭代 BP 神经网络, 而且也能很好地满足控制的实时性要求。

#### 参考文献:

- 【1】黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- 【2】王琨琦, 郑德星. 3-PUU 并联机器人机构及其运动学 [J]. 机床与液压, 2008, 36(5): 278-280.
- 【3】刘善增, 余跃庆, 佘国宁, 等. 3 自由度并联机器人的运动学与动力学分析 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 11-17.
- 【4】Bhaskar Dasgupta, T. S. Mruthyunjaya. The Stewart Platform Manipulator: a Review [J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(1): 15-40.
- 【5】崔国华, 王国强, 赵春江, 等. 空间转动三自由度并联微调机构设计与运动学分析 [J]. 农业机械学报, 2008, 39(9): 144-148.
- 【6】Yee CS, Lim KB. Forward Kinematics Solution of Stewart Platform Using Neural Networks [J]. Neurocomputing, 1997, 16(4): 333-349.
- 【7】陈学生, 陈在礼, 孔民秀, 等. 基于神经网络的 6-SPS 并联机器人正运动学精确求解 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2002, 34(1): 120-124.
- 【8】张世辉, 孔令富, 原福永, 等. 基于自构形快速 BP 网络的并联机器人位置正解方法研究 [J]. 机器人, 2004, 26(4): 314-319.
- 【9】Pratik J. Parikh, Sarah S. Lam. Solving the Forward Kinematics Problem in Parallel Manipulators Using an Iterative Artificial Neural Network Strategy [J]. Int J Adv Manuf Technol, 2009, 40(5-6): 595-606.
- 【10】Yi Lu, Bo Hu. Unified Solving Jacobian/Hessian Matrices of some Parallel Manipulators with n SPS Active Legs and a Passive Constrained Leg [J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(11): 1161-1169.
- 【11】郝轶宁, 王军政, 汪首坤, 等. 基于神经网络的六自由度摇摆台位置正解 [J]. 北京理工大学学报, 2003, 23(6): 736-739.