View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Xiamen University Institutional Repository

一种改进的 MET-LDPC 码的译码算法

孙德红[1] 肖旻[2]

(1.闽南理工学院信息管理系，福建 泉州 362700；2.厦门大学通信工程系，福建 厦门 361005)

摘 要：在迭代译码算法的基础上，进一步分析平均迭代译码算法,并将平均迭代译码算法用于 MET-LDPC 码型仿真，改善了传统迭代译码算法的性能，起到了降低误码平台的作用，并对今后译码算法的研究提出了展望。

关键词：BP 译码算法；平均 BP 译码算法；误码平台

中图分类号：TN918.3 **文献标识码**： A **文章编号**：1672-4801(2011)04-024-03

LDPC 码以接近香农限的优越性能在信息可靠传输中的良好应用前景已经引起学术界和 IT 业界的高度重视，成为当今信道编码领域最受瞩目的研究热点之一。研究表明，被优化了的非规则 LDPC 码在码长为 10^7、误比特率（BER）为 10^{-6} 条件下，离香农限仅相差 0.045 dB，这远远超过了 Turbo 码，成为最靠近香农限的码。同时，LDPC 码描述简单，对严格的理论分析具有可验证性；译码复杂度低于 Turbo 码，且可实现完全的并行操作，适合硬件实现；吞吐量大，具有高速译码潜力。在同样的码长和码率下，MET-LDPC 码（Multi-Edge Type LDPC Code）的纠错性能优于二进制 LDPC 码，尤其是在突发信道，MET-LDPC 码纠错的能力甚至优于采用软判决译码的 RS 码的性能，与二进制码相比，MET-LDPC 码更适合于高阶调制。

LDPC 码在低信噪比区具有优异的性能，BER 可以随着信噪比的增加而指数下降，但是在高信噪比区，却呈现出了误码平台（error floor）现象。误码平台的产生限制了 LDPC 码在通信系统中的进一步应用。本文主要从改进译码算法的角度优化了 MET-LDPC 码的性能，一定程度上降低了 MET-LDPC 码的误码平台。

1 迭代译码算法简介

Gallager 于 1963 年提出了两种古典译码方案: 硬判决位翻转译码和软判决位翻转译码，硬判决位位翻转译码算法可以看作是 BP（信度传播）译码算法的简化形式，可简单描述为:译码器输入为硬判决获得的初始值 1 或 0，译码器计算所有校验矩阵，如果某个参与的校验方程出现错误，并且数目超过一个预定值,就改变这个比特的值。计算完整个分组的所有比特后，再用改变后的值进行下一轮的计算,直到所有的校验方程都满足为止；借助于 Turbo 码的迭代思想,90 年代出现了 LDPC 码的现代译码方案，即 BP 译码算法。BP 译码算法与因子图密切联系，因子图中，校验节点对每一个相邻的变量节点根据其他相邻变量节点传递的消息并行求和计算边界消息，变量节点对每一个相邻校验节点根据其他相邻校验节点传递的边界消息并行求积运算，乘积消息又将调整对应校验节点的边界计算。经过若干次迭代，最终完成因式分解，简单来说就是在因子图的变量点和校验点之间进行消息传递和更新；Log-BP 译码算法把 BP 译码算法中的乘法运算转化为加法运算，降低了译码复杂度,而最小和译码算法在此基础上进行了进一步的简化，只需求最小值，因而更加易于硬件实现。

下面给出 BP 译码算法步骤,用 H 表示二元 $[n,k,d]$ LDPC 码 C 的奇偶校验矩阵；$N(m)=\{n:H_{mn}=1\}$ 表示与校验点 m 相邻的变量点集合；$M(n)=\{m:H_{mn}=1\}$ 表示与变量点 n 相连的校验点集合；$M(n)/m$ 表示除去校验点 m 之外所有其他与变量点 n 相连的校验点集合；q_{mn,x_n} 表示变量点 n 向校验点 m 传递的消息是 x_n 的概率；r_{mn,x_n} 表示校验点 m 向变量点 n 传递的消息,即当变量点 n 的值为 x_n 时，校验点 m 被满足的概率；l 表示迭代次数；则有：

(1) 初始化: $p_{n,0},p_{n,1}$ 表示采用 BPSK 调制后得到的变量点的初始概率：

$$q_{mn,0}^{(0)}=p(x_n=0)=p_{n,0};$$
$$q_{mn,1}^{(0)}=p(x_n=1)=p_{n,1}=1-p_{n,0}.$$

(2) 计算校验点到变量点的信息：

作者简介：孙德红(1983-)，女，硕士，研究方向：信息安全与移动通信系统，高效纠错编码技术。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\delta_{r_{mn}}^{(l)} = \prod_{n' \in (N(m)/n)} ((q_{mn',0}^{(l-1)} - q_{mn',1}^{(l-1)}) / (q_{mn,0}^{(l-1)} - q_{mn,1}^{(l-1)}));$$

$$r_{mn,0}^{(l)} = \frac{1}{2}(1+\delta_{r_{mn}}^{(l)});$$

$$r_{mn,1}^{(l)} = \frac{1}{2}(1-\delta_{r_{mn}}^{(l)}).$$

(3) 计算变量点到校验点的信息：

首先计算 x_n 为 0 或 1 的伪后验概率：

$$q_{n,0}^{(l)} = \alpha_{mn} p_{n,0} \prod_{m \in (M(n))} r_{mn,0}^{(l)};$$

$$q_{n,1}^{(l)} = \alpha_{mn} p_{n,1} \prod_{m \in (M(n))} r_{mn,1}^{(l)}.$$

其中 α_{mn} 为归一化参数，使得 $q_{n,0}^{(l)} + q_{n,1}^{(l)} = 1$。

然后进行判决,如果判决之为一个有效码字或迭代次数达到最大，则算法停止，否则 $q_{mn,0}, q_{mn,1}$ 计算如下：

$$q_{mn,0}^{(l)} = (\alpha_{mn} p_{n,0} q_{n,0}^{(l)}) / r_{mn,0}^{(l)};$$

$$q_{mn,1}^{(l)} = (\alpha_{mn} p_{n,1} q_{n,1}^{(l)}) / r_{mn,1}^{(l)}.$$

其中 α_{mn} 为归一化参数，使得 $q_{mn,0}^{(l)} + q_{mn,1}^{(l)} = 1$。

2　改进的译码算法

迭代译码算法是一种次优算法,迭代译码算法作用于LDPC码因子图的某种拓扑结构,产生了陷阱集（trapping sets），从而使得BER在高信噪比区难以随着信噪比的增加而显著下降,即呈现出了误码平台现象。为了降低误码平台，T.Hehn等人提出了平均BP译码，并把它用于LDPC码,在一定程度上降低了误码平台。对消息采取平均的方式可以控制外信息在变量点之间传递的速度,从而减慢错误的概率消息进出陷阱集变量点的速度，也可以把消息平均视为在译码过程中增加了“记忆”,使得下一步迭代中变量点信息更偏向于正确值。在迭代过程中有时候会出现变量点信息震荡的情形，这时采取平均则能对其进行有效阻止。下面给出平均迭代译码的步骤，采用噪声方差为 σ^2 的AWGN信道。

用 H 表示二元 $[n,k,d]$ LDPC 码 C 的奇偶校验矩阵；$N(m) = \{n : H_{mn} = 1\}$ 表示与校验点 m 相邻的变量点集合；$M(n) = \{m : H_{mn} = 1\}$ 表示与变量点 n 相连的校验点集合；$M(n)/m$ 表示除去校验点 m 之外所有其他与变量点 n 相连的校验点集合；q_{mn,x_n} 表示变量点 n 向校验点 m 传递的消息是 x_n 的概率；r_{mn,x_n} 表示校验点 m 向变量点 n 传递的消息,即当变量点 n 的值为 x_n 时,校验点 m 被满足的概率；l 表示迭代次数；用 $\bar{q}_{n,0}^{(l)}$ 和 $\bar{q}_{n,1}^{(l)}$ 表示第 l 次迭代变量点 n 的值为 0 和 1 的平均概率；从第 $l_{\min}$ 次迭代开始使用平均。

当 $l \le l_{\min}$ 时:

$$\bar{q}_{n,0}^{(l)} = q_{n,0}^{(l)}$$

$$\bar{q}_{n,1}^{(l)} = q_{n,1}^{(l)}$$

当 $l_{\min} < l < (l_{\min} + l_{av})$ 时,更新规则如下:

$$\bar{q}_{n,0}^{(l)} = g(\bar{q}_{n,0}^{(l)}, \bar{q}_{n,0}^{(l-1)}, \bar{q}_{n,0}^{(l-2)}, \cdots, \bar{q}_{n,0}^{(l_{\min})})$$

$$\bar{q}_{n,1}^{(l)} = g(\bar{q}_{n,1}^{(l)}, \bar{q}_{n,1}^{(l-1)}, \bar{q}_{n,1}^{(l-2)}, \cdots, \bar{q}_{n,1}^{(l_{\min})})$$

当 $l \ge (l_{\min} + l_{av})$ 时,平均概率更新形式为:

$$\bar{q}_{n,0}^{(l)} = g(\bar{q}_{n,0}^{(l)}, \bar{q}_{n,0}^{(l-1)}, \bar{q}_{n,0}^{(l-2)}, \cdots \bar{q}_{n,0}^{(l-l_{av}+1)})$$

$$\bar{q}_{n,1}^{(l)} = g(\bar{q}_{n,1}^{(l)}, \bar{q}_{n,1}^{(l-1)}, \bar{q}_{n,1}^{(l-2)}, \cdots \bar{q}_{n,1}^{(l-l_{av}+1)})$$

每经过一次平均消息迭代后，平均概率 $\bar{q}_{n,0}^{(l)}$ 和 $\bar{q}_{n,1}^{(l)}$ 被送到校验点，更新如下：

$$\bar{q}_{mn,0}^{(l)} = (\alpha_{mn} \bar{q}_{n,0}^{(l)}) / r_{mn,0}^{(l)}$$

$$\bar{q}_{mn,1}^{(l)} = (\alpha_{mn} \bar{q}_{n,1}^{(l)}) / r_{mn,1}^{(l)}$$

其中 α_{mn} 为归一化参数,使得 $\bar{q}_{mn,0}^{(l)} + \bar{q}_{mn,1}^{(l)} = 1$。

平均 Log-BP 译码算法和平均最小和算法中,只需对相应的对数消息取平均即可。其中 $g()$ 可以取算术平均,几何平均或加权平均等。

3　迭代译码和平均迭代译码算法性能对比分析

采用易于硬件实现的最小和译码算法与平均最小和译码算法进行比较，这里对变量点的信息取代数平均，码型选取 MET-LDPC 码。如图 1 所示。

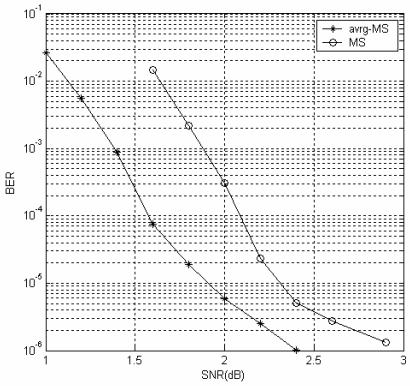

图 1　MET-LDPC 码在最小和算法和平均最小和算法情况下的性能

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

仿真图显示了迭代译码算法和平均迭代译码算法的性能，容易看出，平均迭代译码算法的性能比迭代译码算法有了明显的改善，增益大约为 0.5dB，因此平均 Min-Sum 译码算法的性能改进具有较大的实际应用价值。

4 结语

随着现代社会个人通信服务对传输速率多样性与高速性的增长，信道纠错编译码技术在数字通信中扮演着越来越重要的作用，而误码平台的产生限制了性能优越的 LDPC 码的应用，译码算法在误码平台中起着非常重要的作用，改进译码算法是降低误码平台的一个重要研究方向，平均 Min-Sum 译码算法在一定程度上起到了降低误码平台的作用，今后将继续研究平均迭代的思想，从理论上给出证明。此外，仍需探寻更好的译码算法。

参考文献:

[1] Gallager R G, Low-Density Parity-Check Codes[M],Cambridge ,Mass: MIT Press,1963.

[2] Mackay D J C,Neal R M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes[J],Electronics Letters,1996,32(18): 1645-1646.

[3] T.Hehn,S.Laendner, O.Milenkovic, and J.B.Huber, Two Methods for Reducing the Error-Floor of LDPC codes, preprint, available online at http://arxiv.org/,2006.

[4] 孙德红,肖旻,王琳,曾吉文.LDPC误码平台研究进展[J].信息技术,2009(3):26-29.

[5] T.Richardson, Error floors of LDPC codes,in Proc.of the 41st Annual Allerton conference on Communication, control and computing, Oct.2003.

[6] Lara Dolecek, Zhengya Zhang, Martin Wainwright, Venkat Anantharam, Borivoje Nikoli´, Evaluation of the Low Frame Error Rate Performance of LDPC Codes Using Importance Sampling[C] ,ITW 2007, Lake Tahoe, California, September 2 - 6, 2007.

[7] R. Liu, P. Spasojevic, and E. Soljanin, “Punctured turbo code ensembles,”presented at the IEEE Inf. TheoryWorkshop, Paris, France, Mar.2003.

[8] T. J. Richardson and R. L. Urbanke, “Multi-Edge Type LDPC Codes,”http://lthcwww.epfl.ch/papers/multiedge.ps.

[9] Richardson T J,Shokrollahi M A,Urbanke R L.Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes[J].IEEE Trans.Info.Theory,2001,47(2):619-637.

[10] Chih-Chun Wang,On the Exhaustion and Elimination of Trapping Sets: Algorithms & The Suppressing Effect[C] ,ISIT2007, Nice, France, June 24 - June 29, 2007.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net