

有孔圆柱介质谐振频率的自动测试方法*

肖芬** 彭浪 刘同赞 林贤体

(厦门大学物理系, 福建, 厦门, 361005)

2009-09-29 收稿, 2009-11-03 收改稿

摘要: 从求解Maxwell方程本征值出发, 采用MATLAB中PDE工具箱, 借助可二维作图的开槽圆柱谐振器, 计算出有孔圆柱介质谐振器的谐振频率。求解结果与矢量网络分析仪测量结果吻合, 误差在千分之四以内。且该有限元法计算软件采用MATLAB编写, 可方便地被调用于矢量网络分析仪的VEE测试软件中, 较好解决有孔及变形圆柱介质谐振器的设计、测量和微调等问题, 特别是矢量网络分析仪的快速自动测量中。

关键词: 谐振频率; 介质谐振器; 有限元法

中图分类号: TN015; TQ174 文献标识码: A 文章编号: 1000-3819(2010)01-0098-04

Automatic Measurement Method of the Resonant Frequency of Cylindrical Dielectric Resonator with Holes

XIAO Fen PENG Lang LIU Tongzan LIN Xianti

(Physics Department of Xiamen University, Xiamen, Fujian, 361005, CHN)

Abstract: One method of calculating the resonant frequency of cylindrical dielectric resonant with holes is introduced. The method is based on the solution of eigenvalue of the Maxwell equation, and the resonant frequency of cylindrical dielectric resonant with holes is solved by applying the PDE tool box in the Matlab. Compared to the measurement results of the PNA, the error of the method is not more than 0.4%. The numerical method can be programmed by Matlab, and then can be applied conveniently in the test software VEE of the PNA. Thus, the complementary advantages of the method are very beneficial for the design of the resonant frequency of cylindrical dielectric resonant with holes and the deformation cylindrical dielectric resonant, and also can be used for solving many other problems, such as online automatic measurement of the resonant frequency of cylindrical dielectric resonant with holes and the deformation cylindrical dielectric resonant.

Key words: resonant frequency; dielectric resonant; finite element method

EEACC: 1300

引言

微波陶瓷介质材料具有高介电常数、低损耗系数及低温度系数的优点, 通常可制作成微波介质滤

波器、双工器及谐振器等。由于微波介质谐振器尺寸小、性能稳定、耦合方式简单等优点, 现已被广泛应用于微波领域, 特别是移动通信中。因此, 准确而有效地计算其谐振频率, 解决有孔及变形圆柱谐振器的在线自动检测和微调等问题显得尤为重要, 近年

* 基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(2008J0031)

** 联系作者: E-mail: xiaofen@xmu.edu.cn

来国内外已有不少这方面的研究^[1-5]。

文中对有孔圆柱介质谐振器的谐振频率进行求解, 该数值方法采用有限元法, 将 Maxwell 方程中的变分方程转化为微分方程, 借助了可二维作图的开槽圆柱谐振器, 建立了有孔圆柱介质谐振器的求解方法。为有孔及变形圆柱介质谐振器谐振频率的求解提供了一种新方法。

1 有限元法的求解

图 1 表示填充两种非磁性($\mu_r = 1$)电介质的轴对称屏蔽圆柱谐振腔的轴截面。介质 1 为空气, 介质 2 的复介电常数为已知。

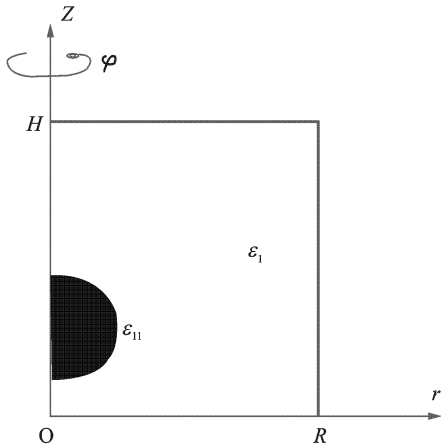


图 1 轴对称屏蔽圆柱谐振腔的轴截面

Fig. 1 Axial section of axisymmetric and shielding cylindrical resonator

对于 TE_{0np} 模式, 电场呈轴对称分布且只有圆周分量, 即 $E = u(r, z)e_\varphi$ 。容易判断, 在介质 1 和介质 2 的分界面 Γ_{12} 上电场连续, 在中心轴线 ($r = 0$) 上电场为零, 此时边值条件为:

$$\begin{aligned} (u_1 - u_2) \Big|_{\Gamma_{12}} &= 0 \\ u(0, z) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

把 $E = u(r, z)e_\varphi$ 代入波动方程, 经推导 (具体步骤见参考文献 [6]) 得变分方程为:

$$\frac{1}{2} \delta \left[\int_{\Omega} r (\nabla u)^2 d\Omega + \int_{\Omega} (Ar + r^{-1}) u^2 d\Omega + \int_0^R r u(r, 0)^2 dr + \int_0^R r u(r, H)^2 dr + (\eta R + 1) \int_0^H u(r, z)^2 dz - \epsilon \omega \int_{\Omega} D r u^2 d\Omega \right] = 0 \quad (2)$$

其中, $\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_z \frac{\partial}{\partial z}$, $d\Omega = r dr dz$, 积分范围 Ω 为轴截面内由 $r = 0, R$ 和 $z = 0, H$ 四条直线所围成的矩形区域。

变分方程 (2) 适用于求解介质谐振器谐振频率这类问题。对于平行板内介质谐振器的求解, 虽然系统的侧面边界是开放的, 但可将腔体半径 R 取得足够大来近似。通常取被测样品半径的四倍以上, 使 $r = R$ 面上, 电场强度几乎为零。此时, (1) 式中应增加 $u(R, z) = 0$ 这个边界条件, (2) 式中第五个积分项值为 0。

根据 (1)、(2) 两式, 使用基于有限元法的 PDE Toolbox (MATLAB 软件中的偏微分方程工具箱), 就可对二维形式作图表现的微波介质谐振器问题方便地求解, 如典型的圆柱介质谐振器, 在实际应用中经常遇到柱体中心留有耦合孔、固定孔及微调槽等。

变形的介质圆柱腔, 如图 2(a)、(b)、(c), 计算时变换为 (d)、(e)、(f) 可二维形式作图的介质谐振器, 利用推导的有限元法, 求解出结果后, 再进一步折算回原先变形介质圆柱腔的谐振频率。

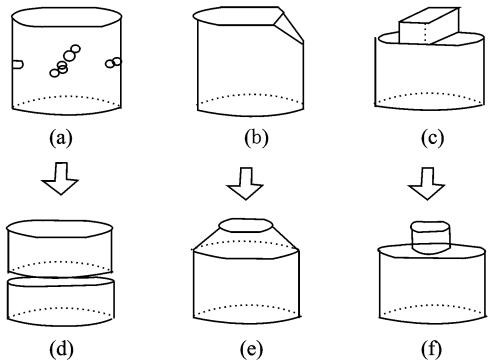


图 2 变形介质圆柱腔

Fig. 2 deformation dielectric cylindrical resonator

2 有孔圆柱形谐振器理论计算

图 3 为自行设计和制作的微波陶瓷介质谐振器, 下面以该谐振器为例, 分析具体的建模和求解过程。

该有孔圆柱形介质谐振器样品实测参数为: 直径 $D = 24.24 \text{ mm}$, 高度 $H = 25.16 \text{ mm}$, 相对介电常数 $\epsilon_r = 21.24$ (通过同种材料的圆柱形介质谐振器样品测得)。四个孔的直径均为 $d = 4 \text{ mm}$, 四个孔轴心均匀分布在圆介质柱面 $H/2$ 位置的圆周上, 其深度分别为 4.76 mm 、 2.71 mm 、 4.72 mm 、 2.69 mm 。求解过程如下:

第一步, 在假设介质无损耗情况下, 用 Matlab 中的 PDE 工具箱计算圆柱形中间带环状槽的介质谐振器的谐振频率 f 。所建的二维模型如图 4 所示。

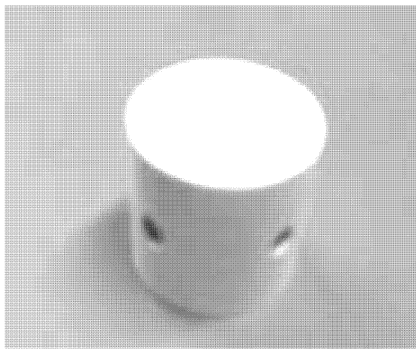


图3 有孔圆柱形介质谐振器

Fig. 3 Cylindrical dielectric resonator with holes

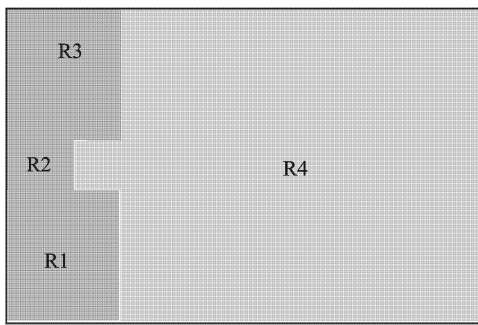


图4 PDE 计算谐振频率模型

Fig. 4 Model of solving the resonant frequency established in PDE

其中R1、R2、R3 代表圆柱形且中间带环状槽的介质谐振器的三部分，R4 为空气，上下为金属接触面。首先对槽深度 $h = 0$ mm 建模，得无槽标准圆柱介质谐振器的谐振频率为 $f_0 = 2.6770$ GHz。将槽的深度 h 取值范围定为 $0 \sim 5$ mm，通过对不同深度的槽的介质谐振器建模，分别得到它们的谐振频率以 f (GHz) 表示。

第二步，计算不同 h 位置上环形槽（槽深 0.5 mm，槽宽 4 mm）所产生的频偏，以 Δf (MHz) 表示。

第三步，由于槽宽所在位置正处于电场的波腹，可忽略场的微小波动，场强以常数表示。此时计算不同 h 位置上一个圆孔所产生的频偏，以 Δf_r (MHz) 表示。

$$\begin{aligned} \Delta f_r &= \frac{\pi \frac{D_r}{2} \frac{d}{2} \arcsin\left(\frac{d}{D_g}\right)}{\pi d D_r} \cdot \Delta f \\ &= \frac{1}{4} \arcsin\left(\frac{d}{D_r}\right) \cdot \Delta f \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $D_r = D - 2h$ 。

以上三步骤所求解的数值如表 1 所示。

表 1 不同取值下的 h 对应的谐振频率Tab. 1 Resonant frequency according to the different values of h

h/mm	f/GHz	$\Delta f/\text{MHz}$	$\Delta f_r/\text{MHz}$
0	2.6770	0	0
0.5	2.7018	24.8	1.07
1.0	2.7274	504	2.28
1.5	2.7542	77.2	3.66
2.0	7.7826	105.6	5.25
2.5	2.8130	136.0	7.13
3.0	2.8424	165.4	9.15
3.5	2.8724	195.4	11.43
4.0	2.9018	224.8	13.98
4.5	2.9305	253.5	16.83
5.0	2.9577	279.7	19.91

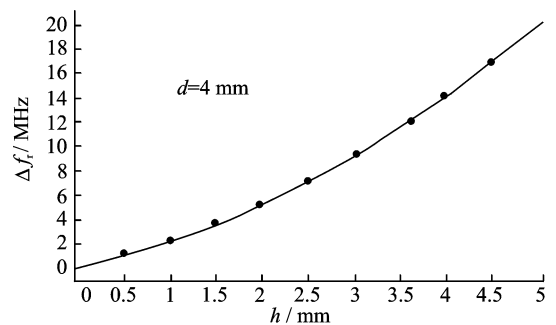


图5 CFtool 拟合曲线

Fig. 5 Fitting curve obtained in CFtool

第四步，用 Matlab 工具箱曲线拟合工具 CFtool 拟合 Δf_r-h 曲线。用 Matlab 工具箱曲线拟合工具 Cftool 拟合 Δf_r-h 曲线。

用多项式拟合得：

$$\Delta f_r = 0.4585h^2 + 1.655h + 0.09441$$

最后得四孔微扰该介质谐振器的频率为：

$$\begin{aligned} f_r &= f_0 + \int_0^{4.76} \Delta f_r \times dh + \int_0^{2.71} \Delta f_r \times dh + \\ &\quad + \int_0^{4.72} \Delta f_r \times dh + \int_0^{2.69} \Delta f_r \times dh \\ &= 2.7663(\text{GHz}) \end{aligned}$$

3 有孔圆柱形谐振器检测

图6 为建立的平行板短路法测量系统，图7 为平行板短路法的测试夹具。该系统由矢量网络分析仪、计算机及平行板短路法测试夹具组成。矢量网络分析仪采用 VEE 软件控制，文中推导的有限元法计算软件采用 MATLAB 软件编写，可方便地并入矢量网络分析仪的 VEE 及 LabVIEW 测试软件中，测量

时从电脑输入样品尺寸及粗估的介电常数值,该计算软件就可控制矢量网络分析仪调节到检测的频率范围,快速搜索出被测样品的谐振峰及谐振频率,并自动换算为所需的介电常数,同时在电脑列表显示,为检测人员提供了极大方便。

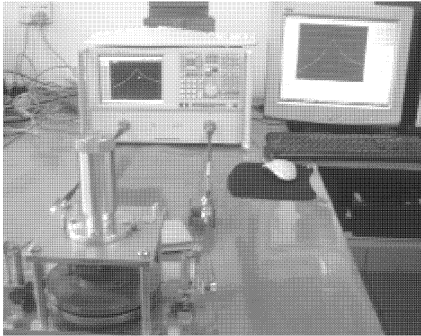


图 6 平行板短路法测量系统

Fig. 6 The short circuited measurement system of the parallel plates

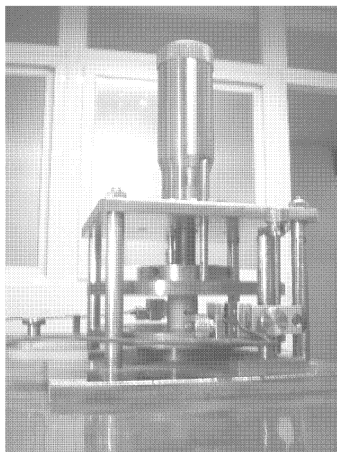


图 7 平行板短路法测试夹具

Fig. 7 The short circuited measurement fixture of the parallel plates

4 结 论

利用矢量网络分析仪,采用平行板短路法对图 3 有孔圆柱介质谐振器的样品谐振频率进行测量^[7],测量结果为 2.755 GHz,与文中方法求解的谐振频率 2.766 GHz 吻合,误差在千分之四以内,验证了整个推导计算过程合理可行。且该有限元法计算

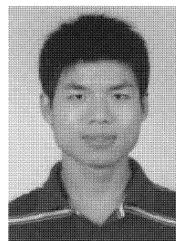
软件采用 MATLAB 软件编写,可方便地被调用于矢量网络分析仪的 VEE 测试软件中,较好解决有孔圆柱介质谐振器的设计、测量和微调等问题,特别是矢量网络分析仪的快速自动测量中。

参 考 文 献

- [1] Enderling S, Hedley J, Stevenson J T M, et al. Characterization of frequency tuning using focused ion beam platinum deposition [J]. *Micromech Microeng*, 2007, 17: 213.
- [2] Fan X C, Chen X M, Liu X Q. Complex-permittivity measurement on high-Q materials via combined numerical approaches [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2005, 53(10): 3130-3134
- [3] 唐宗熙, 张其劲. 改进矩形腔微扰法测试微波电介质复介电常数[J]. *通信学报*, 1996, 17(5): 56-61.
- [4] 周东祥, 胡明哲, 姜胜林, 等. 闭腔谐振法测试微波介质陶瓷介电参数[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2004, 32(8): 50-53.
- [5] 汪彤. 介质加载谐振腔的有限元分析及其对微扰法的改进[J]. *上海大学学报(自然科学版)*, 1997, 3(11): 65-69.
- [6] 肖芬, 骆超艺, 熊兆贤. 一种求解微波介质谐振器的方法[J]. *固体电子学研究进展*, 2007, 27(2): 226-229.
- [7] 肖芬, 董晓盈. 微波陶瓷介质谐振器优选组合检测法[J]. *仪器仪表学报*, 2008, 29(2): 295-298.



肖 芬(XIAO Fen) 女, 1951 年出生, 教授, 主要研究方向微波理论及应用。



彭 浪(PENG Lang) 男, 1986 年出生, 硕士研究生, 主要研究方向微波理论及应用。