

磁布雷顿制冷机优化循环性能及参数设计

张后程, 林国星

(厦门大学物理系, 理论物理与天体物理研究所 厦门 361005)

[摘要] 基于统计力学和磁工质的热力学性质, 建立磁布雷顿制冷机循环新模型, 探索热漏、有限速率热传导, 绝热过程不可逆性和绝热时间等对循环性能的影响, 应用对数平均温差及热力学分析方法, 导出制冷率、性能系数的数学表式, 并应用数值方法分析、评估磁布雷顿制冷循环的优化性能特性, 所得结果为磁制冷机的优化设计和性能改善提供参数设计参考。

[关键词] 磁材料; 布雷顿制冷循环; 制冷率; 性能系数; 优化

[中图分类号] TK123

[文献标识码] A

Performance Optimization and Parametric Design of a Magnetic Brayton Refrigerator Cycle

ZHANG Houcheng, LIN Guoxing

(Department of Physics and Institute of Theoretical Physics and Astrophysics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: Based on the statistical mechanics and thermodynamic properties of a magnetic working substance, a new cyclic model of magnetic Brayton refrigerator is established, in which the influence of heat leak, finite-rate heat transfer, adiabatic irreversibilities and adiabatic time are taken into account. By using the Log Mean Temperature Difference (LMTD) and thermodynamic analysis methods, the mathematical expressions of the cooling rate and coefficient of performance (COP) of the magnetic Brayton refrigerator cycle are derived. Furthermore, the optimal performance characteristics of the magnetic Brayton refrigerator cycle are analyzed and evaluated by the numerical calculation technology. The results obtained in the present paper may provide some parametric design message for optimal design and the performance improvement of real magnetic Brayton refrigerators.

Keywords: Magnetic material; Brayton refrigeration cycle; Cooling rate; Coefficient of performance; Optimization

1 引言

与传统气体制冷机相比, 磁制冷机具有效率高、易控制、噪声低、无污染、便于维护、更可靠等优点。近几年来, 随着磁制冷材料和室温磁制冷样机的研究进展^[1~6], 磁制冷循环的理论研究也不断深入。布雷顿循环在磁制冷机循环理论中有着重要应用, 特别磁布雷顿循环的两个热交换过程都是变温的等磁场过程, 这在实际磁制冷机中容易操作

实现, 现有的一些旋转式室温磁制冷样机也是采用布雷顿循环^[5]。因此, 深入探索磁布雷顿制冷循环的性能特性是很有实际意义的。本文建立以一类磁材料为工质的布雷顿制冷循环, 揭示热源间热漏、有限速率热传导、绝热过程不可逆性和绝热时间等对循环性能特性的影响, 导出制冷率、性能系数与工质温度间的数学表式, 并应用数值计算方法分析和评估磁布雷顿制冷循环的优化性能特性, 所得结论可为磁制冷机的优化设计和性能改善提供些参数设计参考。

* 收稿日期: 2009- 9- 10

资助项目: 国家自然科学基金项目 (No. 50776074)

作者简介: 张后程 (1984-), 男, 博士研究生, 主要从事现代热力学及磁制冷理论研究。E-mail: zhanghoucheng@163.com

2 磁材料的热力学性质

根据统计力学理论^[8,9], 顺磁盐系统的配分函数为

$$Z = \left[\sinh\left(\frac{2J+1}{2J}x\right) / \sinh\left(\frac{1}{2J}x\right) \right]^N \quad (1)$$

其中, $x = g \mu_0 \mu_B JH/kT$, μ_0 为真空磁导率, g 为朗德因子, J 是总角动量量子数, N 为单位体积原子数, k 为玻尔兹曼常数, H 是磁场强度, T 为绝对温度。而亥母霍兹自由能、熵和内能分别为

$$A = -kT \ln Z = -NkT [\lnsh((2J+1)x/2J) - \lnsh(x/2J)] \quad (2)$$

$$S = -(\partial A / \partial T)_H = Nk [\lnsh((2J+1)x/2J) - \lnsh(x/2J) - xB_J(x)] \quad (3)$$

$$U = A + TS = -NkTx B_J(x) \quad (4)$$

其中 $B_J(x)$ 为布里渊函数^[8]。基于 (3) 式, 等磁场强度热容

$$C_H = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_H = -Nkx^2 \left[\left(\frac{2J+1}{2J} \right)^2 \operatorname{csch}^2 \left(\frac{2J+1}{2J}x \right) - \left(\frac{1}{2J} \right)^2 \operatorname{csch}^2 \left(\frac{x}{2J} \right) \right] \quad (5)$$

当系统温度比较高、磁场不太大时, 亦即当 $x \ll 1$ 时, (3) 和 (5) 式可简化为

$$S = Nk \ln(2J+1) - \mu_0 C H^2 / 2T^2 \quad (6)$$

$$C_H = \mu_0 C H^2 / T^2 \quad (7)$$

式中 $C = Ng^2 \mu_B^2 J(J+1) / 3k$ 为居里常数^[9]。

3 不可逆磁布雷顿制冷循环

不可逆磁布雷顿制冷循环由两个不可逆绝热过程和两个等磁场过程所构成, 如图 1 所示。制冷循

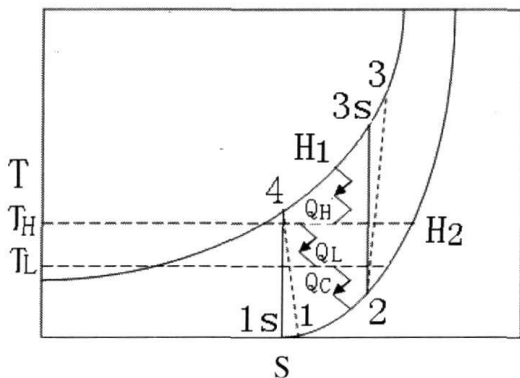


图 1 磁布雷顿制冷循环 T-S 图

环工作于 T_H 和 T_L 的两个热源间, 磁工质在磁场强度为 H_2 的等磁场过程 $1 \rightarrow 2$ 从低温热源 (或制冷空间) T_L 吸热 Q_C , 在磁场强度为 H_1 的等磁场过程 $3 \rightarrow 4$ 向高温热源 T_H 放热 Q_H 。

根据式 (7) 和图 1, 有

$$Q_H = \mu_0 C H_1^2 (T_4^{-1} - T_3^{-1}) \quad (8)$$

$$Q_C = \mu_0 C H_2^2 (T_1^{-1} - T_2^{-1}) \quad (9)$$

而对于两个可逆绝热过程, 相关工作点温度满足

$$T_{3s}/T_2 = T_4/T_{1s} = \beta \quad (10)$$

其中 $\beta = H_1/H_2$ 为磁场比。为了描述两个绝热过程的不可逆程度, 引入两个绝热不可逆因子^[7]

$$\eta_c = (T_{3s} - T_2)/(T_3 - T_2) \quad (11)$$

和

$$\eta_e = (T_4 - T_1)/(T_4 - T_{1s}) \quad (12)$$

另一方面, 由于传热不可逆, 制冷循环中的实际热交换都是在有限温差下进行的, 当传热遵循牛顿律时, 应用 LMTD 方法^[7], 有

$$Q_H = k_1 (\text{LMTD})_{1t1} \quad (13)$$

$$Q_C = k_2 (\text{LMTD})_{2t2} \quad (14)$$

式中 k_1, k_2 分别为两个等磁场过程中工质与两个热源间的热传导系数, t_1 和 t_2 为相应的热交换时间, 而

$$(\text{LMTD})_1 = \frac{(T_3 - T_H) - (T_4 - T_H)}{\ln [(T_3 - T_H)/(T_4 - T_H)]} \quad (15)$$

$$(\text{LMTD})_2 = \frac{(T_L - T_1) - (T_L - T_2)}{\ln [(T_L - T_1)/(T_L - T_2)]} \quad (16)$$

绝热过程时间与等磁场过程时间相比一般不可忽略, 设前者与后者成正比, 则循环周期

$$\tau = (1 + \alpha)(t_1 + t_2) \quad (17)$$

其中 α 为与温度无关的比例常数。

在实际磁制冷机中, 高温热源与制冷空间之间的热损是在所难免的, 设每循环的热损

$$Q_L = k_L (T_H - T_L) \tau \quad (18)$$

式中 k_L 为热损系数。

基于以上模型分析和不可逆性的数学描述, 下节我们将讨论不可逆磁布雷顿制冷循环的优化性能特性。

4 优化性能特性

制冷功率和性能系数是制冷机的两个重要性能

参数。根据以上分析,可导出不可逆磁布雷顿制冷循环的制冷率、性能系数分别为

$$R = k_1 k_2 n (\beta T_2 - m T_4) / [(\alpha + 1)(k_1 \beta n \ln v + k_2 \beta^2 m \eta_c \ln u)] - k_L (T_H - T_L) \quad (19)$$

$$\varepsilon = \frac{k_1 k_2 n (\beta T_2 - m T_4) - k_L (\alpha + 1) (T_H - T_L)}{k_1 k_2 [\beta^2 m (n T_2 - \eta_c T_4) - n (\beta T_2 - m T_4)]} \quad (20)$$

其中 $m = \beta - \eta_c \beta + \eta_c$, $n = \eta_c + \beta - 1$, $u = (n T_2 - \eta_c T_H) / [\eta_c (T_4 - T_H)]$, $v = (\beta T_L - m T_4) / [\beta (T_L - T_2)]$ 。分析式(19)、(20)知,当其它参量一定时,制冷率和性能系数是磁工质工作温度 T_2 、

T_4 的函数。进一步分析表明, R 随 T_2 和 T_4 的变化存在极值。由式(19)和极值条件 $\partial R / \partial T_2 = 0$ 和 $\partial R / \partial T_4 = 0$, 可得

$$\partial R / \partial T_2 = A(\beta, T_2, T_4) - B(\beta, T_2, T_4) n [k_1 / (T_L - T_2) + k_2 \beta m \eta_c / (n T_2 - \eta_c T_H)] = 0 \quad (21)$$

$$\partial R / \partial T_4 = A(\beta, T_2, T_4) - B(\beta, T_2, T_4) \beta [k_1 n / (\beta T_L - m T_4) + k_2 \beta \eta_c / (T_4 - T_H)] = 0 \quad (22)$$

式中

$$A(\beta, T_2, T_4) = k_1 n \beta \ln v + k_2 \beta^2 \eta_c m \ln u,$$

$$B(\beta, T_2, T_4) = \beta T_2 - m T_4。$$

原则上,由式(21)、(22)可求得 R 极大时的工质优化工作点温度 T_2 和 T_4 , 然而这两个方程都是超越方程,我们将应用数值计算和图解方法求解之。

注意到当 T_H 、 T_L 、 η_c 、 η_e 、 k_l/k 等参数给定时,由式(19)~(22),可得无量纲优化制冷率 R_{opt}^* 和相应的性能系数 ε_R 随磁场比 β 变化关系曲线,以及 R_{opt}^* 随 ε_R 或 R_{opt}^* 随绝热时间因子 α 变化关系曲线,如图2~5所示,图中已取 $T_H = 200\text{K}$ 、 $T_L = 180\text{K}$ 、 $k_1 = k_2 = k$ 、 $\eta_c = \eta_e = \eta$ 、 $R^* = R/kT_L$ 。

从图2可清楚地看到,当绝热不可逆性可以忽略时,无量纲优化制冷率随磁场比单调递增;当考虑绝热不可逆性时,无量纲制冷率随磁场比的增大先增大后减小,且随着热漏系数的增加而减小,随绝热不可逆因子的增大而增大。这表明,在实际磁布雷顿制冷机的优化设计中,为了获得较大的制冷率,磁场比 β 应合理取值。例如,当 $k_l/k = 0.1$, $\eta = 0.9$ 时,为了获得制冷机最大制冷率,磁场比 β 应设计为 4.6,这时无量纲优化制冷率 $R_{opt}^* = 0.0785$;而当 $k_l/k = 0$, $\eta = 0.9$ 时,最大制冷率为 0.0897。此外,不考虑绝热不可逆性影响时,增大磁场比则能提高制冷率,这从图2可直观看出。

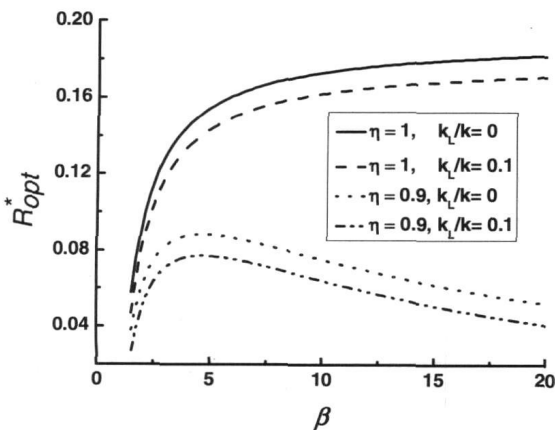


图2 $R_{opt}^* \sim \beta$ 特性曲线

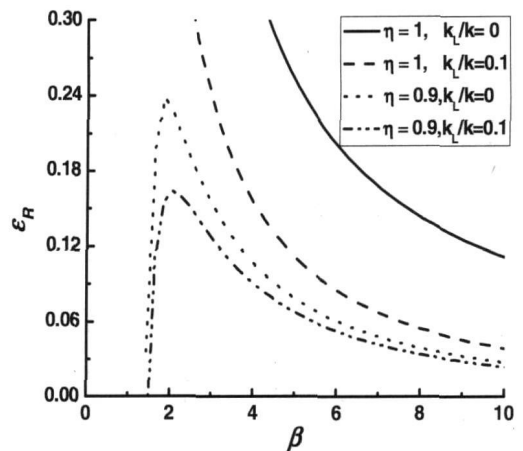


图3 $\varepsilon_R \sim \beta$ 特性曲线

图3表明, 两热源间热漏的存在使优化制冷率下的性能系数出现明显的下降。进一步分析知, 当绝热不可逆性可忽略时, 性能系数随磁场比的增大而单调减小; 而考虑绝热不可逆性时, 性能系数随着磁场比的增大先增大后减小, 即存在极大值。从图3还可看出, 随着绝热不可逆因子的增大(绝热不可逆性减小), 性能系数随热漏的增大而减小的程度更加明显。一般地, 绝热不可逆性不可忽略, 这时为了获得较高的制冷系数, 磁场比应优化取值。例如, 当 $k_L/k = 0$, $\eta = 0.9$ 时, 为了获得最大制冷系数, 磁场比应取为 1.875, 这时制冷率为 0.2368。

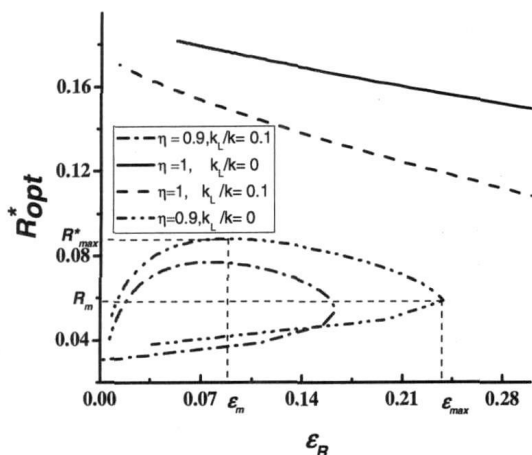


图4 $R^*_{opt} \sim \epsilon_R$ 特性曲线

由图4可知, 绝热不可逆性不可忽略时, 无量纲制冷率与性能系数关系曲线呈“扭叶”状, 在优化工作区域内, 最大无量纲制冷率 $R^*_{opt, max}$ 对应优化性能系数的最小值 ϵ_{Rm} ; 而制冷系数达最大值时,

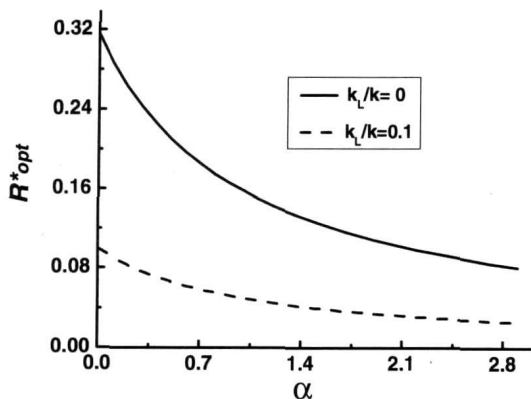


图5 $R^*_{opt} \sim \alpha$ 特性曲线

相应的制冷率为最小值 $R^*_{opt, m}$ 。而无量纲制冷率随性能系数的增大而单调递减仅为不考虑绝热不可逆性时的理想情况。

图5表明了优化无量纲制冷率随着绝热时间因子 α 的增大而减小。因为 α 越大, 循环周期 τ 就越大, 据式(17), 这时热漏量也增大, 制冷率则自然减小。

5 讨论

1) 当热漏系数与工质与热源间热传导系数相比很小, 即 $k_L/k = 0$ 时, 式(19) - (20) 则简化为

$$R = \frac{k_1 k_2 n B(\beta, T_2, T_4)}{(1 + \alpha)(k_1 \beta n \ln v + k_2 \beta^2 m \eta_c \ln u)} \quad (23)$$

$$\epsilon = \frac{n B(\beta, T_2, T_4)}{m \beta^2 (n T_2 - \eta_c T_4) - n B(\beta, T_2, T_4)} \quad (24)$$

进一步令 $\alpha = 1$, 式(23)和(24)便是文献[7]的主要结论。可见, 本文所研究的磁布雷顿制冷循环模型更为普遍, 也更接近于实际情况。

2) 若绝热不可逆性和两热源间的热漏均不考虑时, 亦即 $\eta = \eta_c = 1$ 及 $k_L/k = 0$ 时, 磁布雷顿制冷循环制冷率和性能系数则为

$$R = \frac{k_1 k_2 B(\beta, T_2, T_4)}{\beta(\alpha + 1)(k_1 \ln v' + k_2 \ln u')} \quad (25)$$

$$\epsilon = (\beta - 1)^{-1} \quad (26)$$

其中,

$$u' = (\beta T_2 - T_H) / (T_4 - T_H),$$

$$v' = (\beta T_L - T_4) / [\beta(T_L - T_2)].$$

这是考虑工质与两热源间的传热不可逆性及绝热过程运行时间的磁布雷顿制冷循环制冷率和性能系数的数学表式, 其相应的优化关系方程也能从式(21), (22)得到。

6 结语

所建立的磁布雷顿制冷循环新模型, 不仅考虑了工质与两热源间的有限速率热传导及绝热过程时间, 而且考虑了两热源间的热损和绝热过程不可逆性, 基于磁材料的热力学特性和热力学分析方法, 获得了制冷率、性能系数等重要性能参量的解析表

式,并以制冷率为目标函数对循环性能进行了优化,应用数值方法获得了相关性能参量间的优化关系曲线,进而揭示热漏、有限速率热传导、绝热不可逆性及绝热过程时间等对循环性能的影响,数值算例提供了相关参数优化设计值,所得结果可为磁制冷机的参数设计提供参考。

致谢:感谢国家自然科学基金项目(No.50776074)资助。

7 参考文献

- [1] Br ck, E., Tegus, O., Thanh, D., et al. A review on Mn Based materials for magnetic refrigeration: Structure and Performance [J], Int. J. Refrigeration, 2008, 31: 736- 770
- [2] Br ck, E. Development in magnetocaloric refrigeration [J], J. Phys. D: Appl Phys, 2005, 38 (23): R381- 391
- [3] Zimm C., Jastrab A. Description and performance of a near-room temperature magnetic refrigerator [J], Adv. Cryog. Eng., 1998, 43: 1759- 1766
- [4] Yu B., Gao Q., Zhang B., et al. Review on research of room temperature magnetic refrigeration [J], Int. J. Refrigeration, 2003, 26: 622- 636
- [5] Tagliafico L., Scarpa F., Canepa F., et al. Performance analysis of a room temperature rotary magnetic refrigeration for two different gadolinium compounds [J], Int. J. Refrigeration, 2006, 29: 1307- 1317
- [6] Li P., Gong M., Yao G., et al. A practical model for analysis of active magnetic regenerative refrigerators for room temperature application [J], Int. J. Refrigeration, 2006, 29: 1259 - 1265
- [7] Xia Z., Zhang Y., Chen J., et al. Performance analysis and parametric optimal criteria of an irreversible magnetic Brayton - refrigerator [J], Applied Energy, 2008, 85: 159- 170
- [8] Pathria R. Statistical Mechanics [M]. 2th Edition, Oxford: Pergamon Press, 1972
- [9] Buschow K., De Boer F. Physics of magnetism and magnetic materials [M]. New York: Kluwer Academic Plenum Publishers, 2003

第23届各省、市、自治区制冷学会 秘书长工作会议顺利闭幕

2009年10月14日至18日,由中国制冷学会主办,河南省制冷学会承办的第23届各省、市、自治区制冷学会秘书长工作会议在洛阳顺利召开,并取得了圆满的成功。来自全国20多个地方学会、高校和空调企业的51名代表出席了会议。

中国制冷学会金嘉玮副理事长兼秘书长、河南省制冷学会理事长龚毅同志分别做了报告。

会议主要内容是新时期学会工作的机遇和挑战;扩大学术交流平台打造精品年会;CAR-ASHRAE学生设计竞赛介绍及2008年地方学会评估资助与会员发展服务;邱忠岳常务副秘书长回顾了学会上半年的

工作及对下半年的展望;各地方制冷学会通报了各自的工作情况,并交流了工作经验;确定了下届秘书长工作会议在陕西召开由陕西省制冷学会承办。

“各省、市、自治区制冷学会秘书长工作会议”是中国制冷学会主办的制冷空调行业学术界的高级管理者以及专家、学者、工程技术人员等人士相互交流、共商我国制冷空调行业发展大计的高端平台。会议每年举办一次,今年是第二十三届。

这次会议的组织 and 策划得到了与会代表的充分肯定,会议取得了圆满成功!

——(河南省制冷学会)