

休谟关于神迹论证的贝叶斯式分析*

● 王建辉,唐清涛

(厦门大学 哲学系,福建 厦门 361005)

摘要:休谟在《人类理解研究》第十章“论神迹”中,提出了一个反驳神迹的重要原则:“衡量证据”原则,他认为一个神迹只有在存在一组对它有利的证据时才能被建立。通过利用概率统计学上的贝叶斯定理,休谟关于神迹的论证能得到重新解释。无论是对单一神迹的单独证明,还是对众多神迹的联合证明,借助贝叶斯定理都可以得到清楚明白的说明。原则上不管是单一神迹还是众多神迹中至少一个发生的可能性,经过个别证据的累积都可以达到一个高的概率。在给定条件下,对于信仰上帝的人们而言,关于神迹的证据可以为上帝的存在提供有力的支持,但是假如人们不准备做一个信仰者,那么即使他拥有这么多关于神迹的证据,他也仍然没有理由去相信上帝存在。

关键词:休谟;神迹;上帝;贝叶斯定理

DOI:10.3969/j.issn.1009-4458.2012.03.117

中图分类号:B561.291 文献标识码:A 文章编号:1009-4458(2012)03-0293-03

本文所谈论的贝叶斯定理并不是一个新奇的论点,事实上,它和贝叶斯主义的本源密切相关。1763年,英国数学家托马斯·贝叶斯在他的初稿中提出了贝叶斯定理,这个初稿在他死后由他的朋友理查德·普莱斯发表在《皇家社会》上,并为此书作了序和附录。^{[1]358} 吉利斯1987年发表的论文中曾指出在休谟和普莱斯之间存在着紧密联系,普莱斯的序和附录利用贝叶斯定理解答了休谟关于归纳法的困惑。并且,普莱斯于1767年发表的最后四篇论文就命名为“基督教证据的本质和神迹的重要性”,这四篇论文运用贝叶斯定理尝试性地回答了休谟关于神迹的论证。^{[2]334} 近三十年,一些哲学家利用贝叶斯定理重新考虑了休谟关于神迹的论证,这些讨论的焦点围绕在休谟能否被恰当地看作贝叶斯主义者,在概率统计学观点下如何正确地解释休谟,并且如何判断他的论证是否正确,有关神迹的证明能否为上帝的存在提供证据等问题领域上。本文旨在梳理出实施贝叶斯定理的一般步骤,评论前人运用贝叶斯定理对单一神迹的独立证明和对众多神迹的联合证明,最后考察有关神迹的证明能否为上帝的存在提供证据的问题。

一、贝叶斯定理的框架

让M代表一个具体的发生在时空位置L的神迹,K代表一部分目击者W的背景知识,T代表W提供的关于M的证据,P(M)代表M发生的先天可能性,P(M/T)代表在给定条件T下M发生的概率,P(T/M)代表W说M会发生结果M真发生了的

概率,P(T/~M)代表W说M会发生但结果M没发生的概率,运用贝叶斯定理可以得到如下方程式:

$$P(M/T) = \frac{P(T/M)P(M)}{P(T/M)P(M) + P(T/\sim M)P(\sim M)} \quad (1)$$

如果我们假设W是高度可靠的,那么以下近似值和不等式就适用于方程式(1):

$$P(T/M) \approx 1 \quad P(M) \ll 1$$

$$P(T/\sim M) \ll 1 \quad P(\sim M) \approx 1$$

根据这些假设我们得到以下相似关系:

$$P(T/M) \approx \frac{P(M)}{P(M) + P(T/\sim M)} \quad (2)$$

可见,P(M)和P(T/~M)是影响P(M/T)的两个关键因素,这个观点休谟也是同意的,他曾这样总结他的论证,“任何证据都不足以建立一个神迹,除非它的‘虚妄’比它所欲建立的那种事实更为神奇;不过即使是在这种情形下,这两种论证仍可相互抵消,并且较强的论证所能带给我们的信念也只是和减除了弱的力量后所余的力量相等。”^{[3]115} 但休谟错误地认为P(M/T)=0,“因为他把神迹的先天可能性和证据错误的可能性排除了,而这种解释明显是错误的,因为它暗示神奇地可靠的证明减少而不是增加了神迹发生的可能性。”^{[4]50}

根据贝叶斯定理,在P(M)和P(T/~M)相等的情况下,神迹发生的可能性将是0.5,在这种情况下人们在神迹和证据的‘虚妄’之间就必须保持中立。如果神迹可以被理性的接受,P

* 收稿日期:2012-03-11

作者简介:王建辉(1987-),男,1987,河北邢台市人,厦门大学哲学系研究生,研究方向:现代西方哲学。

唐清涛(1966-),男,陕西西乡人,厦门大学哲学系,助理教授,硕士生导师,哲学博士,研究方向:西方哲学。

(M)就必须大于或约等于 $P(T/\sim M)$, 这样神迹发生的可能性就将大于 0.5。让我们假设 W 谈论任何事为真的概率都为 t, 那么 $P(T/M) = t$, 有一些哲学家比如欧文认为 $P(T/\sim M) = 1 - t$,^{[5]191} 因此 P(M)和 P(T/~M)的关系仍不能确定, 但是问题并非如此, 我们必须注意到 W 是站在背景知识 K 立场上声称什么发生了而且确实发生了某事。假设 M 没有发生, 就有许多情况导致 W 作出了一个错误的报道, 那么

$$P(T/\sim M) = P(W \text{ 作了一个错误的报告}) \times P(W \text{ 作出错误的报告是因为证明 M 的证据 } T) = (1-t) \times (1/n) \quad (3)$$

n 是可从中选择的大量的错误报道(为了论证的方便假设它们的概率是平等的), 如果考虑到(3)那么(2)的可能性就将要超过 0.5, 这说明在给定条件下神迹是可以被理性地接受的。^{[4]52}

二、对单一神迹和多重神迹的证明

有一个观点在欧文和索贝尔的讨论中被忽视了, 但是被尔曼和索伦森注意到了, 这就是对单一神迹的联合证明。按照赫尔德的说法, 如果我们对一个神迹拥有众多独立的证明, 一个神迹发生的可能性就将大于 0.5, 如果 T_n 代表 n 个独立的目击者所声称的神迹, 并且为了简单起见我们假设它们中每个被证明为真的概率 $p = P(T/M)$, 被证明为假的概率为 $q = P(T/\sim M)$, 根据贝叶斯定理得到:

$$\begin{aligned} P(M/T^n) &= \frac{P(T^n/M)P(M)}{P(T^n/M)P(M) + P(T^n/\sim M)P(\sim M)} \\ &= \frac{P(T/M)^n P(M)}{P(T/M)^n P(M) + P(T/\sim M)^n P(\sim M)} \\ &= \frac{1}{1 + \left[\frac{P(\sim M)}{P(M)}\right](q/p)^n} \quad (4) \end{aligned}$$

如果 $n \rightarrow \infty, (q/p)^n \rightarrow 0$, 那么 $P(M/T^n) \rightarrow 1$ 。^{[4]53} 正如尔曼指出的, 不管 P(M)的可能性多小, 只要 n 是可变的, 那么 $P(M/T^n) > 0.5$ 。^{[6]301} 这种观点是说随着 n 增长, $(q/p)^n$ 快速地减小, 甚至变得和 P(M)相等。不管在历史上是否存在对单一神迹的联合证明, 但从理论上讲联合证明确实能提高神迹发生的可能性。

让我们考虑一下更复杂的情况, 假设我们拥有神迹 M_1 和 M_2 的证据 T_1 和 T_2 , 那么 M_1 和 M_2 中至少一个发生的概率 = $1 - (M_1 \text{ 不发生的概率}) \times (M_2 \text{ 不发生的概率})$, 利用概率统计学的表达就是:

$$\begin{aligned} P(M_1 \vee M_2 / T_1 \wedge T_2) &= 1 - [1 - P(M_1 / T_1)] [1 - P(M_2 / T_2)] \\ &= P(M_1 / T_1) + P(M_2 / T_2) - P(M_1 / T_1) P(M_2 / T_2) \quad (5) \end{aligned}$$

我们可以想象如果存在众多的神迹, 那么方程式(5)就增加了至少一个会发生的可能性。索伦森因此批判休谟充其量建立了一个“就事论事”的怀疑主义, “聪明的人不可能相信一个神迹发生的任何证据, 然而, 这并不能排除这个聪明人一样有理性地相信一系列报道的神迹, 尽管他并不知道哪一个事实上真的发生了。”^{[7]60} 施勒辛格则指出了这个论证中的一个缺陷, 即它假设 M_1 和 M_2 是独立的。施勒辛格则把联合概率的公式写作:

$$\begin{aligned} P(M_1 \vee M_2) &= P(M_1) + P(M_2) - P(M_1 \wedge M_2) \\ &= P(M_1) + P(M_2) - P(M_2 / M_1) P(M_1) \quad (6) \end{aligned}$$

在独立事例中 $P(M_2 / M_1) = P(M_2)$, 但是施勒辛格主张 $P(M_2 / M_1) \approx 1$ 。^{[8]230} 他之所以这么说是由于如果我们知道一个神迹已经发生了, 那么我们有关神迹是本质上不可能的论证就是错的,

我们就必须认为它们的发生是很有可能的。^{[8]230}

施勒辛格认为完整的、正确的联合概率的公式如下:

$$\begin{aligned} &P(M_1 \vee M_2 / T_1 \wedge T_2) \\ &= P(M_1 / T_1 \wedge T_2) + P(M_2 / T_1 \wedge T_2) - P(M_1 \wedge M_2 / T_1 \wedge T_2) \\ &= P(M_1 / T_1 \wedge T_2) + P(M_2 / T_1 \wedge T_2) - P(M_2 / M_1 \wedge T_1 \wedge T_2) \\ &P(M_1 / T_1 \wedge T_2)^{[4]54} \quad (7) \end{aligned}$$

关于这个方程式赫尔德作了如下思考:

(i) 正如施勒辛格暗示的, M_1 的发生就成为 M_2 发生的证据, 反之亦然;

(ii) M_2 的可能发生就导致 T_2 直接为 M_1 提供了证据。^{[4]57}

由于这些假设, 方程式(7)可改写为:

$$\begin{aligned} &P(M_1 \vee M_2 / T_1 \wedge T_2) \\ &= P(M_1 / T_1) + P(M_2 / T_2) - P(M_2 / M_1 \wedge T_2) P(M_1 / T_1) \quad (8) \end{aligned}$$

在(8)中我们最关心的是 $P(M_2 / M_1 \wedge T_2)$ (在单独实例中它可以简化为 $P(M_2 / T_2)$, 但我们必须考虑更复杂的情况), $P(M_2 / M_1 \wedge T_2)$ 利用贝叶斯公式可被改写如下:

$$\begin{aligned} &P(M_2 / M_1 \wedge T_2) \\ &= \frac{P(T_2 / M_1 \wedge M_2) P(M_2 / M_1)}{P(T_2 / M_1 \wedge M_2) P(M_2 / M_1) + (T_2 / M_1 \wedge \sim M_2) P(\sim M_2 / M_1)} \quad (9) \end{aligned}$$

我们当然可以假设 M_1 的发生与证明 M_2 的证据 T_2 无关, 并且假设 M_2 没有发生, 那么(9)可改写为:

$$\begin{aligned} &P(M_2 / M_1 \wedge T_2) \\ &= \frac{P(M_2 / M_1)}{P(M_2 / M_1) + P(T_2 / M_1 \wedge \sim M_2) P(\sim M_2 / M_1)} \quad (10) \end{aligned}$$

按照施勒辛格的观点 $P(M_2 / M_1) \gg P(M_2 / M_1)$, $P(M_2 / M_1) \ll 1$, 因此 $P(\sim M_2 / M_1) = 1 - P(M_2 / M_1) \approx 1$, 方程式(10)就可改写为:

$$P(M_2 / M_1 \wedge T_2) \approx \frac{P(M_2 / M_1)}{P(M_2 / M_1) + P(\sim M_2 / M_1)} \quad (11)$$

$P(M_2 / M_1 \wedge T_2)$ 的值就依赖于 $P(M_2 / M_1)$ 和 $P(T_2 / \sim M_2)$ 的值, 这两项很可能是小数。

让我们取以下样本值:

$$\begin{aligned} P(M_1) &= P(M_2) = 10^{-6} \\ P(T_2 / \sim M_2) &= P(T_1 / \sim M_1) = 10^{-3} \\ P(M_2 / M_1) &= 10^{-4} \end{aligned}$$

那么 $P(M_2 / T_2) = P(M_1 / T_1) \approx 10^{-3}$

$$P(M_2 / M_1 \wedge T_2) \approx 0.09$$

$$\text{因此 } P(M_1 \vee M_2 / T_1 \wedge T_2) \approx 10^{-3} + 10^{-3} - 0.09 \times 10^{-3} = 1.91 \times 10^{-3}$$

正如施勒辛格所言, 给定条件下众多神迹中至少一个神迹发生的可能性比单独一个神迹发生的可能性要高。

三、关于神迹的证明能为上帝的存在提供证据吗?

一些哲学家认为关于神迹的证明确实能为上帝的存在提供证据, 例如斯温伯恩曾这样写道, “目击者的报告不仅能够提高神迹发生的可能性, 而且能够提高通过自然进程所不能解释的一些事情的可能性。如果 e 是一个神迹确实发生的目击者的报告, 这个报告是这个神迹发生的实质性的证据, 那么 e 被

认为确实发生了,并且更应该被认为是由上帝的能力产生的。”^{[9]234} 斯温伯恩的意思是说目击者的证据提高了神迹发生的可能性,神迹发生的可能性转而又提高了上帝存在的可能性,因此有关神迹的证据提高了上帝存在的可能性。

上述表达转化为符号式就是 $P(G/T) > P(G)$, $P(G)$ 代表上帝存在的先天可能性, $P(G/T)$ 代表在证明神迹 M 的证据下,上帝确实存在的可能性,而一般认为证明上帝存在可能性的要求是 $P(G/T) > 0.5$ 。

施勒辛格试图利用贝叶斯公式说明关于神迹的证明是上帝存在的证据,他是以下列方式开始的:

$$P(G/T) = \frac{P(M/T)P(G/M \wedge T)}{P(G/M \wedge T)} \quad (12)$$

用 $\sim T$ 代替 T

$$\begin{aligned} & \frac{P[G/T]}{P[G/\sim T]} \\ &= \frac{P(M/T)}{P(M/\sim T)} \cdot \frac{P[G/M \wedge T]}{P[G/M \wedge \sim T]} \cdot \frac{P[M/G \wedge \sim T]}{P[M/G \wedge T]} \end{aligned} \quad (13)$$

按照施勒辛格的说法, $\frac{P(M/T)}{P(M/\sim T)}$ 的概率大于 1, $\frac{P[G/M \wedge T]}{P[G/M \wedge \sim T]}$ 的概率等于 1, $\frac{P[M/G \wedge \sim T]}{P[M/G \wedge T]}$ 的概率等于 1。^{[8]231}

作者同意施勒辛格对前两项的概率的说法,但是正如奥特指出的,第三项没必要等于 1,事实上,人们希望最后一项的值小于 1,这说明施勒辛格的论证是存在缺陷的,我们需要重新进行分析。^{[10]492} 现在的关键是评估下 $P(M/G \wedge T)$ 的值,一般来讲 M 的发生依赖于 G 和 T ,利用贝叶斯定理得到:

$$\begin{aligned} & P(M/G \wedge T) \\ &= \frac{P(T/M \wedge G)P(M/G)}{P(T/M \wedge G)P(M/G) + P(T/\sim M \wedge G)P(\sim M/G)} \end{aligned}$$

笔者基本同意赫尔德对 $P(M/G \wedge T)$ 的三个说明:

(i) $P(T/M \wedge G) \approx 1$

$P(T/M \wedge G)$ 本质上等同于 $P(T/M)$,因为假如神迹发生了,又有充足的证据去证明,那么假设上帝存在这个条件就可以忽略了。

(ii) $P(\sim M/G) \approx 1$

$P(\sim M/G)$ 等于 $1 - P(M/G)$,虽然在给定条件下 $P(M/G)$ 大于 $P(M)$,但相对而言 $P(M/G)$ 的值还是远远小于 1。

(iii) $P(T/\sim M \wedge G) \approx P(T/\sim M)$

这是指一个神迹的发生或没有发生的决定性因素是证据,而不是上帝的存在,反过来讲,假如没有神迹,证据与上帝的存在就是各自独立而不相关的。^{[4]37} 因此:

参考文献:

[1] David, Philip and Gillies, Donald A Bayesian Analysis of Hume's Argument Concerning Miracles[M]. Philosophical Quarterly, 1989; 39.
 [2] Gillies, D. A. Was Bayes a Bayesian? [M]. Historia Mathematica, 1987; 14.
 [3] Hume, David. An Enquiry Concerning Human Understanding, Selby—Bigge edition[M]. (Oxford University Press, 1963), 1748(§ 91): 115—16.
 [4] Holder, Rodney. Hume on Miracles: Bayesian Interpretation, Multiple Testimony, and the Existence of God[M]. The British Journal for the Philosophy of Science, 1998; 49.
 [5] Owen, David. Hume versus Price on Miracles and Prior Probabilities: Testimony and the Bayesian Calculation[M]. Philosophical Quarterly, 1989; 37.
 [6] Earman, John. Bayes, Hume, and Miracles[M]. Faith and Philosophy, 1993; 10.
 [7] Sorensen, Roy A. Hume's Scepticism about Miracle[M]. Analysis, 1983; 43.
 [8] Schlesinger, Geroge N. Miracles and Probabilities[M]. Nous, 1987; 21.
 [9] Swinburn, Richard. The Existence of God[M]. rev. edu. Oxford, Oxford University Press, 1991.
 [10] Otte, Richard. Schlesinger and Miracles[M]. Philosophical Quarterly, 1993; 43.

$$P(M/G \wedge T) \approx \frac{P(M/G)}{P(M/G) + P(T/\sim M)} \quad (14)$$

把(14)代入(12)我们得到:

$$\begin{aligned} & P(G/T) \approx P(M/T)P(G/M) \cdot \frac{P(M/G) + P(T/\sim M)}{P(M/G)} \\ &= \frac{P(T/M)P(M)}{P(T/M)P(M) + P(T/\sim M)P(\sim M)} \cdot \frac{P(M/G)P(G)}{P(M)} \\ & \frac{P(M/G) + P(T/\sim M)}{P(M/G)} \\ & \approx \frac{P(M)}{P(M) + P(T/\sim M)} \cdot \frac{P(M/G)P(G)}{P(M)} \\ & \frac{P(M/G) + P(T/\sim M)}{P(M/G)} \quad [4]62 \end{aligned}$$

约分后,我们得到:

$$P(G/T) = P(G) \cdot \frac{P(M/G) + P(T/\sim M)}{P(M) + P(T/\sim M)}$$

因此我们主要的任务是考察 $P(M)$, $P(M/G)$, $P(T/\sim M)$ 以及 $\frac{P(M/G) + P(T/\sim M)}{P(M) + P(T/\sim M)}$ 的值,这里存在三种情况:^{[4]63}

(1) 假如 T 是 M 的很好的证据,例如它代表了一个目击者提供的联合证据 $T1 \wedge T2$,那么 $P(M) \gg P(T/\sim M)$,

$\frac{P(M/G) + P(T/\sim M)}{P(M) + P(T/\sim M)} = \frac{P(M/G)}{P(M)} > 1$,因此 T 是上帝存在的很有力的证据。

(2) 假如我们只有单独的、非神迹性的证据 T ,那么 $P(M) \ll P(T/\sim M)$, $P(M/G) \ll P(T/\sim M)$,那么 $P(T/\sim M)$ 在分子和分母中都占有主要部分, T 几乎没有为上帝的存在提供任何证据。

(3) 假设 $P(M) \ll P(T/\sim M)$, $P(M/G) \gg P(T/\sim M)$,在这种情况下有关神迹的证明尽管不那么强,然而这确实为上帝存在提供了很好的证据,因为假如神迹确实发生了,这将大大提高上帝存在的可能性:

$$P(G/T) \approx P(G) \cdot \frac{P(M/G)}{P(T/\sim M)}$$

我们假设 $P(M) = 10^{-6}$, $P(T/\sim M) = 10^{-3}$, $P(G) = 10^{-8}$, $P(M/G) = 10^{-1}$,那么, $P(G/T) \approx 10^{-6}$,可见这种情况下上帝存在的可能性比上帝存在的先天可能性提高很多。假如人们已经准备相信基督教中的上帝,并且认为证明上帝存在的那种证据是可利用的,那么正如尔曼所言“通过对有关神迹的证据的累积,上帝的存在就变得十分可能了。”但是假如人们不准备做一个信仰者,那么即使他拥有这么多关于神迹的证据,他也仍然没有理由去相信上帝存在。□