

科学研究中的数学、数学方法

黄昊

(厦门大学人文学院哲学系 福建 厦门 361005)

摘要: 数学是人类最早从事的科学活动之一,数学方法也是人类运用较早的方法之一。界定数学和数学方法,探讨数学方法和科学研究的关系,数学和数学方法中的哲学问题。数学是一种文化的力量,在文明的发展中发挥着重要的作用。

关键词: 科学; 科学研究; 数学; 数学方法

中图分类号: N0

文献标志码: A

文章编号: 1006-2815(2012)03-0102-05

Mathematics、Mathematical Method In Scientific Research

HUANG Hao

(Department of Philosophy, School of Humanities, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: Mathematics is one of the earliest human activity in science, the mathematical method is also one of early methods for human use. Definition of mathematics and mathematical method, explore the relationship between mathematical method and scientific research, philosophical questions in mathematics and mathematical method. Mathematics is one of cultural strength and it is playing an important role in the civilized development.

Key words: science; scientific research; mathematics; mathematical method

公元前385年左右,在柏拉图创立的阿卡德米(Academy)学园门口挂着一个牌子“不懂几何学者免入”。罗吉尔·培根就说过“数学是科学的大门和钥匙。”随着近代科学的产生和发展,科学对数学的依赖与日俱增。^{[1]199} 爱因斯坦说“在我的科学工作方面,我总是为同样的数学困难所阻”^{[2]453},甚至为自己在大学时没有精力去攻读数学而遗憾,“我在一定程度上忽视了数学”^{[2]7}。钱学森认为数学不应被看成是自然科学的一个分支,数学应该与自然科学和社会科学并列。随着科学的发展,数学的应用日趋广泛。数学的发展深深地影响着人们的思维方式。数学在人文、自然中的作用也越显著,数学已经成为人类文明发展中的主要因素。

一、科学和科学研究的界定

科学目前还没有一个确定和能被大家都接受的定义,不同的人对科学的理解是不同的,如《辞源》中科学的定义是“以一定之对象为研究之范围,而于其间求统一确实之知识者,谓之科学。”^{[3]211} 在《辞海》中科学的定义是“关于自

然界、社会和思维发展规律的各种知识体系。它在人们的社会实践活动的基础上产生和发展。”^{[4]27} 在费耶阿本德看来,科学怎么干都行。文中的科学是“对各种事实和现象进行观察、分类、归纳、演绎、分析、推理、计算和实验,从而发现规律,予以验证和公式化的知识体系”^{[5]2664-2665}。

科学研究目前也没有一个确定的和能被大家都接受的定义,但是学界较多认同科学研究通常是指利用科研手段、设备及其配套的资源,为了达到认识客观事物的本质和规律而进行的调查研究、实验等活动,为创新提供理论依据。科学研究的基本任务就是探索、认识未知。

二、数学的界定和数学的发展

1. 数学的界定

数学现在没有一个可以被普遍接受的精确的定义,不同的时代、不同的词典、不同的人群有不同的界定。人们多采取对数学研究对象和方法的限定来描述它。只有初等文化程度的人会说数学无非是做加减乘除运算的学问,包括解方程和

收稿日期: 2012-04-10

基金项目: 福建省社科规划重点项目“朱熹科学观研究”(项目编号: 2011A041), 中央高校基本科研业务费(项目编号: 2011221003)。

作者简介: 黄昊(1972—),男,河南信阳人,博士。主要研究方向: 科学哲学和科学思想史。

平面几何等知识。当代一些从事前沿数学研究的数学家认为 数学是研究“形式结构”或“模式”的科学。大多数数学家认为 数学是研究客观世界的空间形式和数量关系的科学。

2. 数学的简要发展图式

数学是伴随着人类的生产活动产生的,“我国史前传说中 与数学思想及数学起源、发展有关的首先是结绳。《易·系辞》下说 ‘上古结绳而治 ,后世圣人易之以书契。’ 这是我国关于结绳说法的最早记载”^{[6]3}。“尼罗河水泛滥时也同

时冲毁了原有耕地的界限……水退后人们又得重新丈量和划定土地 然后才能下种。年复一年的丈量和划定土地、修筑运河和渠坝的工作,使埃及人在几何方面比任何民族都做了更多的实践练习 ,积累了大量的数学知识;建筑神庙和金字塔应用并推进了这些知识。”^{[7]29}

我们可以从数学知识的增长、数学社会建制的演变和教学观念的简要发展图式来说明三者之间的对应关系。见图 1。

	公元前 6 世纪—	公元 16 世纪—	17 世纪—	18 世纪—	19 世纪—	20 世纪—	
数学知识的增长	实用算术 实用代数 实用几何	数论 …… 简字 …… 代数 欧氏 …… 几何	符号 …… 代数 — —	…… 解析几何 微积分 …… 射影几何 …… 概率论	…… 多项式方程 微分方程, 无穷级数变分法, 微分几何 ……	代数数论 解析数论 非交换代数 群论 分析严格化 复变函数论 数学物理 非欧几何	· · · 抽象代数 泛函分析 拓扑 · · · 应用数学 形形色色的交叉学科
数学社会建制的演变		师授徒式的学习	如前	数学家在各种形式的科学家集体中活动如: 意大利的林琴科学院 (1601) 法国以梅森神父为核心的科学家通信联络团体 (1630 左右) 法国皇家科学院 (1666) 英国皇家学会 (1662)	如前	数学成为大学中常设的重要职业 各国成立独立的数学会 (1865 至 1890 相继在英国、法国、意大利、德国出现) 专门性的期刊大量出现。	国际性数学家组织活跃 国际数学家大会 (1893 至 1990 已经举行 21 次) 国际性数学大奖 (菲尔兹奖、沃尔夫奖)
	刻痕, 结绳, 直尺圆规	算筹, 算盘	如前	表算、算尺、手动计算器	如前	机械式计算机	电子计算机
数学观念	数学的实用观	数学是对宇宙“理想”客体的认识观		科学的数字化概念		数学是人类自由创造物的观念	自由创造物的观念与科学相统一的观念共存

图 1 数学知识的增长、数学社会建制的演变和教学观念的简要发展
上图来源: 李喜先等著《科学系统论》北京: 科学出版社, 1995, 第 153 页。

三、数学方法

1. 数学方法的界定

关于数学方法也没有统一的界定。有学者认为: 数学方

法是以数学作为工具进行的科学研究的方法, 用数学语言表述事物的状态, 它用数学的逻辑推导和分析, 最后形成解释、判断或预言。也有学者说: 数学方法就是把数学作为工具用来解决实际问题 and 理论研究。虽然对数学方法的界定有不

同的观点,但大家都认同,自然科学的基础是数学。同时,数学方法不但在自然科学领域起到基础性的作用,而且在社会科学领域中也开始大规模地应用数学的方法。也可以这样说,只有数学尚未进入的学科,没有永远不用数学的学科,现在数学方法无所不在。

2. 数学方法的特点

数学方法的特点首先体现在它的高度的抽象性,数学抽象性使其可以仅仅保留事物量的关系和空间形式。其次,数学方法在逻辑上具有高度的严密性和结论的确定性,数学方法在逻辑上的严密性可以为科学研究提供一个非常有用的工具,由于其在逻辑上的严密性也就决定了应用数学方法在结论上具有确定性。再次,数学方法具有应用的广泛性和运算的高度可靠性,数学方法具有不受任何具体内容局限的特性,该特性必然使数学方法的应用具有普遍性,当然不同的事物对应用数学方法的要求不同,在一定的程度上也取决于数学方法自身的发展状况。数学方法在运算上具有高度逻辑严密性,这就决定了其具有的可靠性,它可以为科学研究提供数量分析和计算的手段。归纳一下,数学具有逻辑性和可靠性、抽象性和形式化、严密性和精确化、普适性和广泛性的特点。

3. 数学方法是科学研究的工具

数学研究客观事物中量的方面。一切事物都具有质和量的属性。质是指一事物区别于其他事物的一种内部规定性;量是指事物存在的规模、方式以及发展的程度等。定性研究是从质上来考虑,而定量研究则是从量上来考虑的。任何质都要表现为量,只有揭示事物的量才可能找到事物发展的规律。由此数学可以作为一切科学研究的工具。只是数学在不同的领域中所起的作用不同。马克思认为:一门科学只有成功地应用了数学时,才算达到了真正完善的地步。现代科学发展的一个特点就是科学数学化。衡量一门科学的发展水平也是以数学在这门学科中的应用水平为标准。

事实证明,自然科学如果要全面揭示事物的变化规律及其相互联系,就必须在定性研究的基础上进行定量研究,所以数学就成为科学研究的抽象工具,在科学研究的各个领域大显身手。牛顿研究万有引力就是在量的研究上入手的,用数学的公式来表示。

用 M_1 、 M_2 分别表示两个天体的质量, r 表示两天体之间的距离,用 F 表示两天体之间的引力,则引力的大小可以用公式表示如下: $F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ 。又如著名的质能公式: $E = mc^2$, 其中 m 代表质量, E 代表能量, c 代表光速。现在自然科学上需要揭示研究事物量上的关系,而且在社会科学领域中也需从量的角度分析所研究的对象。如经济学现在非常重视定量分析,从各种经济变量上分析,更准确地揭示经济规律。

事实上有一部分数学方法就是为了解决实际问题而产生的。古埃及尼罗河两岸由于河水的定期泛滥,土地要重新

丈量,古埃及人已经学会求矩形、三角形、梯形面积等几何学的知识。中国古代有结绳记事,“知道结绳记事虽然还不能说是懂得了抽象的数(因为此时还没有把数与具体物体集合分离开来),但它为人类能进一步得到抽象的数提供了科学的思路”^{[6]4-5}。

伴随科学家用数学工具解决问题的同时也可能会创造出新的数学工具。如牛顿在利用数学方法揭示万有引力时,创立了微积分,麦克斯韦利用数学方法完成电磁场理论时就创立麦克斯韦微分方程。

从数学的发展历程看。自然数的产生是为了表示事物的多少,负数产生于和正数相反的状况,实数产生是表示量的连续变化。微积分的出现与计算物体的任一时刻速度密切相关。几何学起源于测量和计算面积和体积。在现代的科学研究和工程技术中需要大量数据的分析处理,即数学计算,计算的复杂度和精确度的要求很高,例如:大型桥梁、水坝等公共工程的设计,原子裂变反应堆的设计,卫星和宇宙飞船的发射等。以上这些要用到的数学知识和数学的计算方法是专业化的和精深的。现代计算机技术的成熟和应用,特别是巨型计数机的应用使大量数据快速运算、处理和分析成为可能。数学方法在众多的领域中发挥作用,特别是在现代科学研究实践中数学方法是必不可少的手段。现代科学技术发展的数学化的特征更明显,克莱因说“没有人敢于放弃这个工具。”

在科学研究中应用数学有很多好处。数学作为符号化的语言,精确、简洁,能够清楚地反映各种量之间的关系。科学的语言在一定意义上可以说就是数学语言。大多数的定理、定律都是用数学公式表示出来,如物理学上的浮力公式 $F = \rho_{液} g V_{排}$ 等。当用数学公式来表示一个定理、定律时,就可以运用数学知识进行计算和合乎逻辑的推导,便于我们更好地掌握规律,有些还可以得到一些科学的预测。大量科学史上的事例证明,可先从理论上推导出来某些结论后再被科学实验所证实,如海王星的发现就是在牛顿万有引力理论的基础上经过计算推导,再通过观测发现的。

数学是科学研究的最有效工具,而数学本身的研究具有更大的价值。数学作为自然科学的基础学科,它研究和反映的就是客观世界的规律。所以在做好数学自身理论研究的基础上,同时做好数学在其他学科和科学研究中的应用,要处理好数学自身研究和数学应用之间的关系。

4. 数学方法的局限性

数学方法在科学研究中具有重要的作用,其优点是显而易见的,但任何方法都不是万能的,数学方法也不例外。在科学研究和日常生活中会经常遇到一些使数学也无法解决的问题。杨振宁说“客观世界都是不守恒的,而我们的定律总是守恒的。”数学高度的抽象性,必然对细节有所取舍。目前人类认识能力还不足以认识所有事物和所有细节,更多的时候就是某些被忽视的细节决定了某些事物的不同的结果。所以将经过抽象以后的研究结果应用于具体的事物时在某

些状况下则会有偏差。有很多意外的状况是数学方法很难精确处理的。为了处理随机的事件,数学中有概率论,把概率低的事件看成是不可能的事件,如飞机出现空难的很少,发生概率低,但是此类事件不会因为概率低就不发生。

数学对一些没法具体量化的事件处理也很无奈,现代模糊数学的产生就是处理一些模糊的事件,前提模糊,得到的结果当然也模糊。更让数学束手无策的是有些事物的因素到现在也无法量化,如爱、情等因素。所以,数学方法是科学研究的基础方法之一,但是数学方法又不是万能的,在应用时又有其局限性。

5. 应用数学方法的关键——建立数学模型

人们利用数学方法的关键环节之一是将科学研究的问题用数学语言准确地描述出来,然后在此描述基础上提炼出一个合适的数学模型。有了数学模型以后根据模型进行细致的分析,得出一个合乎逻辑的结论从而帮助人们认识世界或指导人们的行动。建立数学模型的关键是模型和研究对象之间有一种对应的关系,数学模型必须是对研究对象的抽象,必须

反映原型的本质又可以用数学方法处理。对研究对象有理想的数学模型是极其困难的,需要耗费模型建立者大量的时间和精力。数学模型一般具有解释功能、判断功能和预见功能。数学模型所有功能中最具有决定意义的功能是预见功能,它是衡量一个数学模型有没有意义和价值的标准。

(1) 数学模型的种类

在自然界中,自然事物和现象多种多样。结合数学,将自然事物和现象分为三类:必然性现象和事物、或然性现象和事物、模糊性现象和事物。对应的数学模型分别是:经典数学模型(也可称为确定性数学模型)、统计数学模型(也可称为或然性数学模型)、模糊性数学模型。

(2) 建模一般要求和步骤

建模的要求: (1) 足够的精度。(2) 简单、便于处理。(3) 依据要充分。(4) 尽量借鉴标准形式。(5) 模型所表示的系统要能操纵和控制。(6) 便于检验和修改。”^{[8] 207}

建立数学模型的基本步骤: 见图 2。

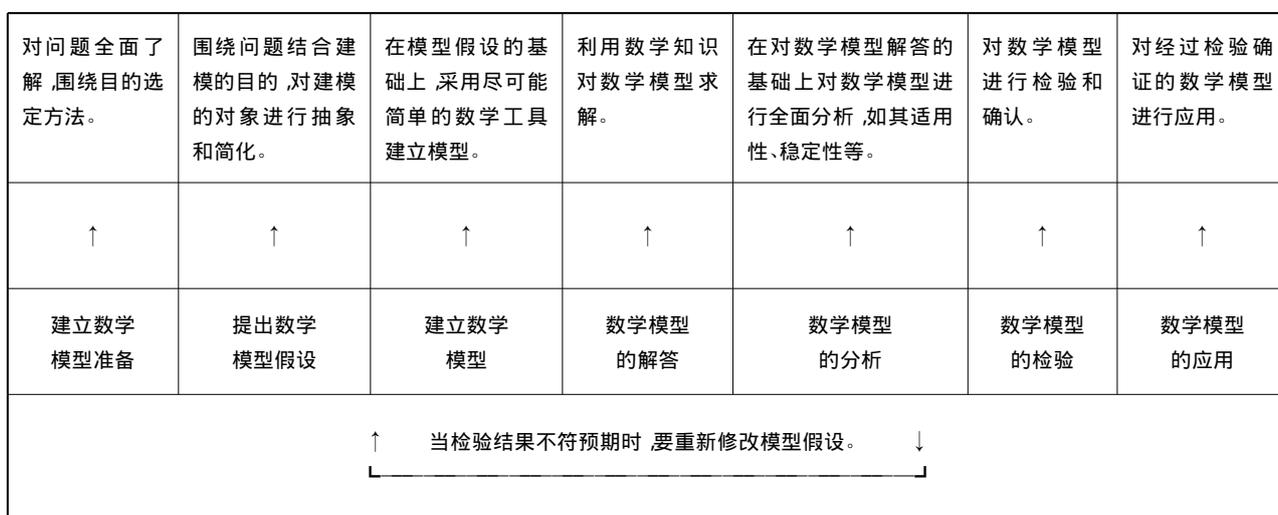


图 2 数学模型的建立步骤

数学模型的实例: 某企业的产品若定价高,销售量必然就小。为了使利润最大化,合适的定价是必须的。某企业的 A 产品生产成本(含各项生产费用和税费等)为每台 80 万元,出厂价定为每台 100 万元,平均月销售 500 台,该商品每提价 2 万元(最高价格不得超过每台 130 万元,即按每次提价 2 万元不得超过 15 次),就会使销售量减少 20 台,若每台设备上涨 X 次,每个月的销售利润为 Y 万元。则每台产品出厂价为多少企业可以获得最大利润? 最大利润是多少?

解: $Y = (500 - 20X)(100 + 2X - 80)$ ($0 < X \leq 15$, 且 X 为整数)

将以上函数化为顶点式为: $Y = -40(X - 7.5)^2 + 12250$

由于 $0 < X \leq 15$, 且 X 为整数,所以当 $X = 7$ 或 $X = 8$ 时,月利润最大,也就是出厂价为每台 114 万或 116 万时,月利润最大为 12240 万元。

四、数学和数学方法中的哲学问题

1. 数学和数学方法中的真理论和工具论

“数学特征具有真理、工具两层外在表象意义。真理意义是工具意义得以产生和存在的根基,是近代科学数学性质得以立身的根基。它常常被工具层面的意义遮蔽。对于以上两层意义主要有三种正面读解,分别是客观真理论、工具论、工具真理混合论。”^{[9] 1}

客观真理论认为,数学和数学方法是客观世界的某一方面规律的真实反映,数学当然是客观的真理。数学的工具性仅仅是数学客观真理性的外在要求之一。工具论则认为,数学是近代科学研究的一种重要工具。工具真理混合论认为,数学不仅具有真理意义还具有工具意义,数学作为一种知识

具有真理意义,把数学应用于实践就具有工具意义。

科学哲学发展到历史主义的时候,基本就否认有绝对的真理存在,同时数学本身的发展也使人们对数学真理论有怀疑,如欧氏几何和非欧几何从逻辑上讲至少部分是矛盾的,但是在一定的范围都可以用于描述物理空间,那么到底哪一个是真理呢?鉴于此,当把数学作为知识看待时,可以将数学作为在一定范围和一定意义上的与客观实际相符合的真理,当把数学应用于具体科学研究的实践时,数学当然就是作为工具了。

2. 数学和数学方法导致科学处于不思的问题

科学的发展是一个数学化的过程,在当代尤为明显。一门学科是否科学是以数学化程度和数学方法的应用为标准的。作为理性精神化身的数学已经渗透到现代人类的生活中,数学的思维模式成为人们的基本思维方式,特别是当量化的各种指标进入人文学科时,则使人文学科就不那么科学了,也使人们对文化的非量化部分反应迟缓。海德格尔认为“数学因素主宰着科学,使科学处于不思状态,导致了现代人的无家可归状态。”^{[9]8}

3. 数学和数学方法与哲学的关系

在科学没有诞生时,人类认识世界是以哲学的方式;在科学诞生后,哲学关注的首先应当是科学的未知领域,当然也研究科学技术发展中的哲学问题。当科学研究哲学家所谈论过的对象时,哲学一般保持沉默。它吸收科学的最新成果,准备提出新的问题。哲学,在某种意义上可以理解为观察远处的望远镜。数学最容易进入发展成熟的科学,在任何具体的科学研究领域都可以作出贡献。数学在一定意义上可理解为细微观察的显微镜。

数学和哲学相互影响。毕达哥拉斯学派把数学的对象当作宇宙的本质。很多著名的哲人数学家如笛卡尔、莱布尼茨等,他们的数学成就没人质疑,但他们的哲学观点有人攻击或否定。更有哲人数学家利用数学的体例书写哲学著作,如斯宾诺莎写《伦理学》时,先界定概念、公理,然后用演绎法对命题进行证明。“他确信哲学上的一切,包括伦理、道德,都可以用几何的方法一一证明。”^{[10]133}

五、社会学视角下数学、数学方法的发展与人类文明进步的关系

克莱因认为数学和数学方法可以影响一个民族、国家的兴衰,在一定程度上可以改变历史的进程。“数学不仅是一种方法、一门艺术或一种语言,数学更主要的是一门有着丰富内容的知识体系,其内容对自然科学家、社会科学家、哲学家、逻辑学家和艺术家十分有用,同时影响着政治家和神学家的学说;满足了人类探索宇宙的好奇心和对美妙音乐的冥想;有时甚至可能以难以察觉到的方式但无可置疑地影响着现代历史的进程。”^{[11]8}

“历史学家黄仁宇认为,资本主义社会是一种现代化的社会,它能够将整个的社会以数目字管理。……这在推进科技的发展中,产生了优势条件。以农业组织作国家基干,注重凡事维持旧有的均衡;而以商业组织作国家基干,则注重加速交换。时代愈进化,后者愈能掌握科技,而前者的弱点更为暴露,其国民对其政府之无能益抱不满。明清至20世纪初期的中国历史,一直未能形成真正能够数目字管理的国家社会架构。”^{[12]6}“在西方文明中,数学一直是一种主要的文化力量。”^{[11](vi)}有文字记载以来,古代中国的数学在世界领先,数学这种文化的力量使古代中国的科学技术发展、社会发展,在世界也处于领先的地位,但是从14世纪末、15世纪,中国的数学发展有过停顿,到近代中国数学完全落后,此时期是西方数学大发展时期,就是数学这种文化的力量使近代科学没有诞生在中国,也就是数学这种文化的力量将近代中国发展排在资本主义充分发展的场外。

六、结语

数学和数学方法对于科学技术的发展是非常重要的,我想它的重要性用什么样的语言描述都不为过,在一定意义上甚至可以决定一个国家和民族的兴衰。当然,对于科学中的数学、数学方法的研究还有待深入。

参考文献:

- [1] 关士续. 科学认识的方法[M]. 哈尔滨: 黑龙江人民出版社, 1984.
- [2] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷)[M]. 北京: 商务印书馆, 1976.
- [3] 高梦旦, 陆尔奎, 等. 辞源[M]. 北京: 商务印书馆, 1915. 10.
- [4] 辞海编辑委员会. 辞海(第二分册哲学)[M]. 上海: 中华书局, 1961年.
- [5] 中国大百科全书出版社编辑部. 中国大百科全书(简明版第五册)[M]. 北京: 中国大百科全书出版社, 1995.
- [6] 郭金彬. 中国传统科学思想史论[M]. 北京: 知识出版社, 1993.
- [7] 王鸿生. 世界科学技术史[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1996.
- [8] 杨建军. 科学研究方法概论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [9] 王海琴. 近代西方科学之数学特征研究[D]. 上海: 复旦大学博士学位论文, 2007.
- [10] 张景中. 数学与哲学[M]. 长沙: 湖南教育出版社, 1990.
- [11] M·克莱因. 西方文化中的数学[M]. 张祖贵, 译. 上海: 复旦大学出版社, 2004.
- [12] 黎海波. 数学与西方世界的兴起[J]. 世界文化, 2008(3).

(曹陇华 编发)