可变系数空间自回归模型的参数估计

彭小静[1],邓 明[2]
(1.江南大学 商学院,江苏 无锡 214122;2.厦门大学 经济学院,福建 厦门 361005)

摘 要:传统的空间面板数据模型利用截距项来体现空间异质性,往往无法完全体现出空间异质性,文章构建一种系数随空间个体变动而变动的空间自回归模型,利用系数来考察空间异质性,并可以考察经济关系以及空间关系的个体特征。在一定的模型设定条件下,文章给出了该模型的完全信息极大似然估计,并推导了该估计量的渐进分布。

关键词:可变系数;空间自回归模型;完全信息极大似然估计
中图分类号:O212 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-6487(2015)07-0011-02

0 引言

在空间计量经济模型的研究过程中,最先得到研究的是截面模型,与普通的截面模型在分析经济问题是存在的固有弊端一样,截面数据空间计量模型也存在这些问题,例如无法解释截面样本的差异性,估计过程中自由度的损失等。截面数据空间计量模型面临的这些问题与普通的面板数据模型忽略截面个体空间相关性的问题,使得研究者非常自然地将空间计量分析引入到面板数据分析中,从而既能解决普通面板数据模型只考虑空间异质性而忽略空间相关性的缺点,又能解决截面数据空间计量模型所存在的问题。如同普通的面板数据模型一样,研究者在空间面板数据模型领域的研究重点依然是固定效应和随机效应的空间面板数据模型。这两类模型利用空间矩阵来描述空间相关性,同时利用截距项来体现空间异质性,但正如Elhorst(2003)所言,当空间异质性不能完全被截距项所体现出来时,一个自然的变化就是放松斜率项固定不变的假设,在时间维度或是空间维度上引入斜率项(包括自变量系数,空间自回归系数)的变动,也就是建立变系数的空间面板数据模型。此类模型的优点在于可以考察经济关系以及空间关系的个体特征以及动态特征,不论是在理论上还是在实际应用上都有重要的研究价值。

本文对变系数的空间面板数据模型进行研究,所研究的基准模型是空间自回归模型,且系数随观测个体的变动而变动,这一点与邓明(2013)所构建的变系数模型是有所区别的,邓明(2013)中的系数是随时期的变动而变动。在模型设定的基础上,分析了模型的参数估计;同时,针对模型存在的参数冗余问题,提出了减少参数个数的设定方法。

1 模型设定

假设得到空间个体 $i=1,2,...,N$ 在时刻 $t=1,2,...,T$ 的观测,可变系数的空间自回归模型的基本形式如下所示:

$$\begin{cases} Y_1 = 0+\delta_{12}Y_2+\delta_{13}Y_3+...+\delta_{1N}Y_N+X_1\beta_1+\varepsilon_1 \\ Y_2=\delta_{21}Y_1+0+\delta_{23}Y_3+...+\delta_{2N}Y_N+X_2\beta_2+\varepsilon_2 \\ \cdots \\ Y_N=\delta_{N1}Y_1+\delta_{N2}Y_2+\delta_{N3}Y_3+...+0+X_N\beta_N+\varepsilon_N \end{cases} \tag{1}$$

$Y_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为 $T\times1$ 的因变量矩阵,$X_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为 $T\times K$ 的自变量矩阵,$\beta_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为 $K\times1$ 的系数矩阵,$\varepsilon_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为 $T\times1$ 的误差项矩阵。上述模型类似于一个联立方程模型的结构形式,可以将模型写成如下的矩阵形式:

$$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_N)\begin{pmatrix} 1 & -\delta_{21} & \cdots & -\delta_{N1} \\ -\delta_{12} & 1 & \cdots & -\delta_{N2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\delta_{1N} & -\delta_{2N} & \cdots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & X_N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_N \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix} \tag{2}$$

进一步,将模型写成如下的紧凑形式:

$$Y\Gamma = XB+\varepsilon \tag{3}$$

同时对模型作如下的设定:

假设1:(有关模型1的假设)

(1)Γ 为非奇异矩阵,矩阵B列满秩,即 $rank(B)=K$;

(2)式(1)中的所有方程都满足识别的阶条件;

(3)正交性假设:$E(X'\varepsilon)=0$;

(4)假设误差项不存在同期相关和跨期相关,同时假

基金项目:中国博士后科学基金项目(2012M510670);全国统计科研计划项目(2012LY015);教育部人文社会科学研究一般项目(13YJC910003)

作者简介:彭小静(1973-),女,江西宜春人,硕士,讲师,研究方向:数量经济。
邓 明(1982-),男,湖南衡阳人,博士,副教授,研究方向:数量经济、公共经济。

定误差项服从均值为0的多元正态分布，即 $E(\varepsilon_i\varepsilon_i^{'})=\sigma_{ii}I_T=\Sigma$，$\varepsilon_i\sim N(0,\Sigma)$，$\varepsilon\sim N(0,\Sigma\otimes I_N)$。

在满足上述设定条件下，根据Hausman(1975)可得，模型(1)的对数似然函数为：

$$L(\Gamma,\mathrm{B},\Sigma)=\frac{T}{2}\log(\det(\Sigma)^{-1})+T\left|\log(\det(\Gamma))\right|-\frac{T}{2}\mathrm{tr}\left[\frac{1}{T}\Sigma^{-1}(Y\Gamma-XB)^{'}(Y\Gamma-XB)\right] \tag{4}$$

上述对数似然函数的一阶条件为：

$$\frac{\partial L}{\partial\Gamma}=T(\Gamma^{'})^{-1}-Y^{'}(Y\Gamma-X\mathrm{B})\Sigma^{-1}=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial\mathrm{B}}=X^{'}(Y\Gamma-X\mathrm{B})\Sigma^{-1}=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial\Sigma^{-1}}=T\Sigma-(Y\Gamma-X\mathrm{B})^{'}(Y\Gamma-X\mathrm{B})=0 \tag{7}$$

根据式(7)可得：

$$T\cdot I_T=(Y\Gamma-X\mathrm{B})^{'}(Y\Gamma-X\mathrm{B})\Sigma^{-1} \tag{8}$$

结合式(8)与式(5)可得：

$$(\Gamma^{'})^{-1}B^{'}X(Y\Gamma-XB)\Sigma^{-1}=0 \tag{9}$$

利用式(6)和式(7)可得：

$$\begin{pmatrix}-X^{'}\\(\Gamma^{'})^{-1}B^{'}X^{'}\end{pmatrix}(Y\Gamma-XB)\Sigma^{-1}=0 \tag{10}$$

假设模型(1)的结构形式能够最终得到如下的标准形式：

$$Y_i=Z_i\eta_i+\varepsilon_i \tag{11}$$

其中，$Z_i=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_{i-1},Y_{i+1},\cdots,Y_N,X_i)$，$\eta_i=(\delta_{i,1},\delta_{i,2},\cdots,\delta_{i,i-1},\delta_{i,i+1},\cdots,\delta_{i,N},\beta_i)^{'}$，将N个方程写成紧凑形式

$$Y=Z\eta+\varepsilon \tag{12}$$

其中，$Y=(Y_1^{'},Y_2^{'},\cdots,Y_N^{'})^{'}$，$Z=\mathrm{diag}(Z_i)$，$\eta=(\eta_1^{'},\eta_2^{'},\cdots,\eta_N^{'})^{'}$，$\varepsilon=(\varepsilon_1^{'},\varepsilon_2^{'},\cdots,\varepsilon_N^{'})^{'}$ 那么，由式(10)可以得到 η 的完全信息极大似然(FIML)估计量，该估计量是一个工具变量估计量：

$$\eta=(\delta^{'},\beta^{'})^{'}=(\bar{w}^{'}Z)^{-1}\bar{w}Y \tag{13}$$

工具变量 $\bar{w}^{'}=\hat{Z}^{'}(S\otimes I_T)^{-1}$，$\hat{Z}=\mathrm{diag}(\hat{Z}_i)$，$\hat{Z}_i=[(X\hat{B}\hat{\Gamma}^{-1})_i X_i]$，$S=T^{-1}(Y\hat{\Gamma}-X\hat{B})^{'}(Y\hat{\Gamma}-X\hat{B})$。但是，式(13)的估计量是一个非线性系统，因为 $\hat{Z}$ 和S都依赖于 $\hat{B}$ 和 $\hat{\Gamma}$，也就是 $\hat{\eta}_i$。该非线性系统可以通过Dubin迭代运算进行计算：

$$\hat{\eta}^{k+1}=(\bar{w}^{'k}Z)^{-1}\bar{w}^{'k}Y \tag{14}$$

如果该迭代过程最终能够收敛，那么最终的收敛结果 $\hat{\eta}^{*}$ 就是FIML估计，并且具有下面的渐进性质：

命题1：在假设1成立时，有

$$T^{1/2}(\hat{\eta}-\eta)\xrightarrow{D}N(0,V) \tag{15}$$

其中，$V=\lim\limits_{T\to\infty}-E\left(T^{-1}\frac{\partial^2 L}{\partial\eta\partial\eta^{'}}\right)$

命题1的证明可参见Hausman(1975)。

2 模型简化

本文所建立的可变系数的空间自回归模型的优点在于，允许不同空间个体的自变量系数以及空间自回归系数有所不同。在空间计量分析中，可以研究不同空间个体的空间效应的大小。但是该模型估计与分析的成本大，需要顾及的参数太多，共有NK+N(N+1)个参数需要估计，其中，NK个参数是自变量系数，N(N−1)个参数是因变量空间自回归系数，N个参数是误差项 σ_{ii}。因而，该模型需要用NT个样本估计NK+N(N+1)个参数，根据Discoll and Kraay(1998)可得，当N相对于T太大时，模型将存在估计上的困难。

如果事先能获得空间个体间空间关系的相关信息，那么可以对模型(2)中的空间关系进行设定。一个合理的设定是认为某一空间个体与其他空间个体之间的空间关系同这些空间个体之间的某种“距离”成比例关系，而这种“距离”是事先已知的，因而可以对(2)式中的空间关系利用传统的空间权重矩阵加以设定，令

$$\Gamma=\begin{pmatrix}1&-\delta_2w_{21}&\cdots&-\delta_Nw_{N1}\\-\delta_1w_{12}&1&\cdots&-\delta_Nw_{N2}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\-\delta_1w_{1N}&-\delta_2w_{2N}&\cdots&1\end{pmatrix}=I_N-\begin{pmatrix}\delta_1w_{11}&\delta_2w_{21}&\cdots&\delta_Nw_{N1}\\\delta_1w_{12}&\delta_2w_{22}&\cdots&\delta_Nw_{N2}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\\delta_1w_{1N}&\delta_2w_{2N}&\cdots&\delta_Nw_{NN}\end{pmatrix}=I_N-\delta W^{'} \tag{16}$$

W为传统的空间权重矩阵，$w_{ii}=0$，这样对于第i个空间个体来说，有：

$$Y_i=\delta_iw_{i1}Y_1+\cdots+\delta_iw_{i,i-1}Y_{i-1}+\delta_iw_{i,i+1}Y_{i+1}+\cdots+\delta_iw_{i,N}Y_{i,N}+X_i\beta_i+\varepsilon_i=\delta_iY_i(w)+X_i\beta_i+\varepsilon_i \tag{17}$$

当然，区别于一般的空间自回归模型，不同的空间个体的空间自回归系数 δ_i 不相同。这样处理后待估计参数个数变为NK+N个，虽然有所减少，但还是依赖于N。

减少待估计参数个数的另一个办法是在可变系数系数模型与常系数模型(固定效应模型或是随机效应模型)中间进行折衷处理。或许我们会认为某些空间个体之间的特征相似，从而可以把这些“同质性”的空间个体放在一组中进行处理。Schubert(1982)就是利用这种分组对待的思路，分析了澳大利亚地区间的失业问题；而Murphy and Hofler(1984)利用同样的思路分析了美国的地区间失业问题。

这种分组的思想在考虑空间相关性时分为两种方式。一种方式是在组内的空间个体之间考虑空间相关性，另一种方式是在组间考虑空间相关性。前一种分组方式下，组内的空间个体有较强的空间联系，而在其他特征上又具有“同质性”。后一种分组方式下，组内空间个体的空间相关性较弱或是可以忽略。由于组内空间个体的“同质性”，因而在这两种分组方式中，各组内空间个体的自变量系数都是不变的，并且假设各组内空间个体的误差项方差相同，但不同组的误差项方差不同。

假设共有P个组，每个组中的空间个体数为 N_p(p=1,2,⋯,P)个，则 $\sum N_p=N$。第一种分组方式实际上是将模

人工鱼群算法优化SVR的预测模型

高雷阜,高　晶,赵世杰
（辽宁工程技术大学　数学与系统科学研究所,辽宁　阜新 123000）

摘　要: 文章针对参数选择关系着支持向量回归机的性能进而影响GDP预测效果这一问题,引入人工鱼群算法将支持向量回归机的参数选择转化为组合优化问题,得到应用人工鱼群算法优化支持向量回归机的短期GDP预测模型。以辽宁省的GDP数据为例,将该模型的预测结果与同为智能算法的BP神经网路和单纯的支持向量机进行对比,结果表明该模型的预测效果优于其余两个,具有更好的学习能力和推广能力。

关键词: 鱼群算法;支持向量回归机;GDP预测;BP神经网络
中图分类号: TP181;F201　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1002-6487(2015)07-0013-03

0 引言

目前对GDP预测模型的研究有很多,主要有时间序列模型、灰色模型、混沌动力学模型、神经网络、统计分析方法及支持向量机等。这些方法都存在各自的优缺点。例如时间序列模型对于数据的要求比较高,样本量比较大且在建模过程中有一系列严格的假设,这在现实中很难满足;神经网络有较高的预测精度,但存在"过学习"和泛化能力较差等缺点。

支持向量机(SVM)[1-3]是Vpanik等人于1995年提出的一种新的机器学习方法,因其能较好地解决小样本、非线

基金项目: 教育部高校博士学科点专项科研基金联合资助项目(20132121110009);辽宁省教育厅基金项目(L2012105)
作者简介: 高雷阜(1963-),男,辽宁阜新人,教授,博士生导师,研究方向:最优化理论与方法。
高　晶(1989-),女,辽宁沈阳人,硕士研究生.研究方向:最优化理论与应用。
赵世杰(1987-),男,山东五莲人,硕士研究生,研究方向:最优化理论与应用,数据挖掘。

型(1)拆分成与之结构相同的P个组,因而分组后待估计参数个数为 $PK+\sum_{p}N_p(N_p-1)+P$ 个,其中PK个参数为自变量系数,$\sum_{p}N_p(N_p-1)$ 个参数为空间自回归系数,P个参数为误差项方差。在后一种分组下,则相当于将一个组等同地看成是模型(1)中的一个空间个体,因而待估计参数个数为 $PK+P(P-1)+P$,其中PK为自变量系数个数,P(P-1)为空间自回归系数个数,P为误差项方差的个数。

3 结束语

作为处理观测个体空间关系的重要手段,空间计量经济模型是当前理论计量研究和应用计量研究的重点之一,但如同普通的面板数据模型一样,研究者在空间面板数据模型领域的研究重点依然是固定效应和随机效应的空间面板数据模型,这两类模型通常利用截距项来体现空间异质性,但往往很难完全体现出空间异质性。为了解决这一问题,本文基于空间自回归模型,建立可变系数的空间自回归模型,该模型的优点在于可以考察经济关系以及空间关系的个体特征,因此,不论是在理论上还是在实际应用上都有重要的研究价值。

本文重点讨论了此类模型的构建以及估计问题,在一定的模型设定基础上,本文提出了模型的完全信息极大似然估计,并推导了其渐进性质。同时,为了解决模型设定中可能出现的冗余参数问题,本文对模型进行了进一步的简化,从而能够方便其参数估计。

参考文献:

[1]Anselin L. Spatial Econometrics: Methods and Models[M].Dordrecht, the Netherlands:Kluwer Academic Publishers, 1988.
[2]Baltagi B H. Econometric Analysis of Panel Data (Second Edition) [M].Chichester, United Kingdom:John Wiley & Sons,2001.
[3]Elhorst J P. Specification and Estimation of Spatial Panel Data Models [J].International Regional Science Review, 2003, 26(3).
[4]Hausman J A. An Instrumental Variables Approach to Full Information Estimators for Linear and Certain Nonlinear Econometric Models [J]. Econometrica, 1975,43.
[5]Hsiao C. Analysis of Panel Data (2nd ed) [M].Cambridge, UK: Cambridge University Press,2003.
[6]Tobler W R. A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region [J].Economic Geography, 1970,46.
[7]邓明.时变系数的空间误差合成模型——基于FGLS和GM的多阶段迭代估计[J].数量经济技术经济研究,2013,(4).

(责任编辑/亦　民)