

基于马尔可夫状态转换方法的套期保值

赵 华^{1,3}, 王一鸣^{2,4}, 王汨泉¹

(1. 厦门大学 经济学院, 厦门 361005; 2. 北京大学 经济学院, 北京 100871; 3. 厦门大学 计量经济学教育部重点实验室, 厦门 361005; 4. 北京大学 数理经济与数量金融教育部重点实验室, 北京 100871)

摘 要 中国商品期货市场由于各种因素影响导致期现关系的高、低波动状态发生变化, 这对套期保值产生重要影响, 将马尔可夫状态转换方法引入到中国商品期货市场最优套期保值研究, 分析状态转换下的套期保值. 研究表明, 期货市场和现货市场的关系表现为相异的高、低波动状态, 高波动状态的稳定性、持续时间均低于低波动状态, 市场所处的状态与基差变化密切相关. 套期保值绩效分析表明, 单一状态套期保值中 MGARCH 模型的效果好于 VECM, 而 VECM 又好于 VAR, 它们均优于 OLS 模型. 时变转换概率和常转换概率马尔可夫模型的套期保值效果优于单一状态下的套期保值.

关键词 状态转换; 套期保值; 时变转换概率; 基差

Hedging with Markov regime-switching method

ZHAO Hua^{1,3}, WANG Yi-ming^{2,4}, WANG Mi-quan¹

(1. School of Economics, Xiamen University, Xiamen 361005, China; 2. School of Economics, Peking University, Beijing 100871, China; 3. MOE Key Laboratory of Econometrics, Xiamen University, Xiamen 361005, China; 4. LMEQF, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract The relationship between futures and spot prices for the China's commodity futures markets displays high and low volatility regimes that often affected by various factors, which greatly impacts the hedging behavior. The Markov regime-switching method was introduced to study the optimal hedging of China's commodity futures markets, and to analyze the hedging with regime-switching. The results show that there are different high and low volatility regimes in the relationship between futures and spot prices, the stability and duration of the high volatility regime are lower than the low volatility regime, and the regimes of the markets are closely related to the changes of basis. Moreover, hedging performance analysis shows that in the single regime models the hedging performance of MGARCH is better than the VECM, the VECM is better than the VAR, and the three models are better than the OLS model. And the hedging performance of the constant and time-varying transition probability Markov models is better than that of single regime models.

Keywords regime switching; hedging; time-varying transition probability; basis

1 引言

近年来, 全球大宗商品价格大幅波动, 价格风险加大, 这对企业经营、金融稳定、经济发展带来了不利影响. 而期货市场作为金融市场的重要组成部分, 对国民经济的健康发展起着重要的作用, 通过套期保值功能发挥着规避商品波动风险的重要作用. 套期保值的关键问题是套期保值比率的确定, 即在建立交易头寸时期货合约的总值与所保值的现货总值之间的比率关系. 通过套期保值模型合理确定套期保值比率, 可以提高套期保值效果, 有效规避现货价格的风险.

收稿日期: 2011-02-16

资助项目: 国家社会科学基金 (11CJY096); 中央高校基本科研业务费专项基金 (2010221055); 国家博士后科学基金 (20090450006)

作者简介: 赵华 (1975-), 男, 安徽宿州人, 教授, 研究方向: 金融计量学, E-mail: zhaohua000@gmail.com; 王一鸣 (1966), 男, 江西临川人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融计量学、金融经济学, E-mail: wymecon@126.com.

当前中国期货市场处于快速成长阶段,市场发展中的政策调整、不利信息冲击、投机力量攻击及其他金融市场的风险溢出效应频繁发生,这使市场发展过程中累积了较多的不确定性,市场所处的高、低波动状态经常发生改变。期货与现货价格之间的动态关系也会随所处状态的不同而发生改变,而这对最优套期保值比率的确定将产生重要的影响。但是,当前理论研究者和众多套期保值实际应用部门很少考虑不同状态转换对中国期货市场最优套期保值比率的影响。本文将马尔可夫状态转换方法引入到最优套期保值比率的研究当中,分析状态转换下的中国期货市场套期保值,并与单一状态下的套期保值模型进行比较,分析引入状态转换方法对提高套期保值效率的重要作用,这不仅丰富了现有套期保值理论,同时也具备较好的实际应用价值。

2 文献综述

早期的最优套期保值基于普通最小二乘回归 (OLS) 方法^[1],随着时间序列计量经济学的发展,一些学者注意到 OLS 方法会存在残差无效性等问题。如 Myers 和 Thompson 表明利用 OLS 进行最小风险套期保值比率的计算会受到残差项序列相关的影响^[2]。随着协整理论提出^[3],由于它同时考虑了金融时间序列的长期均衡关系和短期动态关系,被广泛地应用于期货市场研究。Lien 和 Luo 的研究表明,由于现货和期货市场之间存在协整关系,在估计套期保值比率中包含误差修正模型会更加优越^[4]。随着广义自回归条件异方差模型 (GARCH) 的发展和广泛应用,人们开始从动态的角度研究最优套期保值比率问题,并且提出了一些基于条件方差的动态套期保值比率计算方法。Park 和 Switzer 利用标准普尔 500 指数期货和多伦多 35 指数期货的日数据对基于 GARCH 模型的动态套期保值策略的套期保值效果进行了研究,他们论证了在同时考虑交易成本的情况下,与传统的 OLS、包含协整的误差修正模型的套期保值策略相比, GARCH 模型能够获得更加优越的套期保值效果^[5]。但也有一些学者则对此提出了不同的看法。Chakraborty 和 Barkoulas 对五种外汇期货采用 GARCH(1, 1) 模型进行了套期保值效果的检验。他们的研究表明,在五种外汇期货当中,只有一种采用动态的套期保值策略的效果才显著优于静态的套期保值策略的效果^[6]。

国内许多学者也应用国外计量模型对中国商品期货市场最优套期保值比率进行了有益的研究和探讨。吴冲锋等提出了考虑交易费用情况下各套期策略的变化^[7]。王骏和张宗成得出考虑协整关系的 ECM 模型和 EC-GARCH 模型的套期保值比率和绩效要比 OLS 模型和 B-VAR 模型高的结论^[8]。彭红枫和叶永刚表明,基于 OLS 的套期保值及基于 B-GARCH 模型的套期保值均能有效地对冲现货的价格风险,而其中基于 B-GARCH 的动态套期保值比基于 OLS 的静态套期保值有更好的保值效果^[9]。付胜华和檀向球通过 OLS 简单线性回归模型和 GARCH 模型两类模型确定最小方差套期保值比率^[10]。郑尊信和徐晓光借用 Copulas-GARCH 模型框架,将历史基差以及随机冲击等因素引入到价格联动模式中,探讨不对称相关结构的形成及其对于套期保值的影响^[11]。

对于经济时间序列状态转换特征的研究,Hamilton^[12]首先把动态马尔可夫转换模型作为处理变结构工具,研究了美国实际产出增长的波动,很好地刻画了该时期美国经济波动中的非线性动态和非对称性。此后许多研究基于这种方法对经济金融时间序列的动态、状态变化等特征进行了研究。如张鹤和黄琨、赵华和燕焦枝分别研究了期货市场、外汇市场的状态转换特征^[13-14]。

从以上学者的研究中可以看出,对于如何确定期货的最优套期保值比率,针对不同市场,在不同的时间区间上进行研究可能会得到有差异甚至相反的结论,有的学者的研究结论支持利用 GARCH 模型得到的动态套期保值比率,而另外一些学者的研究结论则支持利用简单的 OLS 得到的静态套期保值比率,还有的学者则强调了现货和期货价格之间可能存在的协整关系对于更为准确地估计最优套期保值比率的重要性。事实上,期货市场常常呈现出多种特征,如牛、熊市“状态转换”,高、低波动“状态转换”等特征,单一状态的计量模型无法较好地说明市场在不同状态下的转换特征。马尔可夫状态转换方法是一种非常重要和流行的非线性状态转换模型,但将其应用于中国期货市场套期保值的研究还比较少见。我们将研究在马尔可夫状态转换下最优套期保值比率的确定以及套期保值绩效,指出不同市场状态套期保值的规律,为市场参与者进行套期保值提供建议。

3 研究方法

3.1 套期保值比率

引入组合投资理论研究期货市场套期保值问题后,最优套期保值比率以及套期保值有效性问题成为期货

市场研究的热门话题. 依据目标不同, 先后发展出最小风险、最大效用、风险报酬抵换三种模型. 最大效用与风险报酬抵换模型都需对投资者效用函数进行刻画, 但是效用函数主观、差异性大, 难于用数学方法精确表示, 因此最小风险套期保值模型更具备实际价值.

当投资者采用期货空头来进行套期保值时, 假定投资者的套期保值期限是从 $t-1$ 时刻到 t 时刻, 那么在套期保值期末投资者持有的套期保值组合的收益率为: $R_{St} - hR_{Ft}$. 其中, R_{St} 为现货从 $t-1$ 时刻到 t 时刻的收益率; R_{Ft} 为期货从 $t-1$ 时刻到 t 时刻的收益率; h 为套期保值比率. 套期保值组合的收益率的方差可以表示为

$$v = \sigma_S^2 - 2h\rho\sigma_S\sigma_F + \sigma_F^2 \quad (1)$$

其中, v 表示套期保值组合的收益率的方差; σ_S 为现货收益率的标准差; σ_F 为期货收益率的标准差; ρ 为现货和期货收益率之间的相关系数. 求 v 的最小值, 我们可以得到方差最小的套期保值比率为

$$h^* = \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \quad (2)$$

其中, σ_{SF} 为现货和期货收益率之间的协方差, h^* 为最优的套期保值比率.

3.2 单一状态套期保值模型

对于最优套期保值比率的估计, 应用较为广泛的是 OLS、B-VAR、VECM、MGARCH 四种模型, 但它们均是单一状态下的套期保值模型.

(1) 普通最小二乘模型 (OLS). 传统的套期保值比率估计主要通过 OLS 进行, 即估计回归方程

$$\Delta \ln S_t = \alpha + \beta \Delta \ln F_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

其中, $\ln S_t$ 、 $\ln F_t$ 分别为现货价格和期货价格的对数, 则 $\Delta \ln S_t$ 、 $\Delta \ln F_t$ 为现货和期货对数收益率, 斜率系数 β 的估计给出了套期保值比率的值, 即 $h^* = \beta = Cov(\Delta \ln S_t, \Delta \ln F_t) / Var(\Delta \ln F_t)$.

(2) 双变量向量自回归模型 (B-VAR). 利用 OLS 进行最小风险套期保值比率的计算会受到残差项序列相关的影响, 为了消除残差项的序列相关和增加模型的信息量, 构造 B-VAR 进行套期保值比率的计算.

$$\Delta \ln S_t = C_s + \sum_{i=1}^k \alpha_{si} \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{si} \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_{st}, \quad \Delta \ln F_t = C_f + \sum_{i=1}^k \alpha_{fi} \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{fi} \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_{ft} \quad (4)$$

其中, C_s 、 C_f 为截距项, α_{si} 、 α_{fi} 、 β_{si} 、 β_{fi} 为回归系数, ε_{st} 、 ε_{ft} 为服从独立同分布的随机误差项. 由于 $Var(\Delta \ln F_t | \Omega_{t-1}) = Var(\varepsilon_{ft})$, $Var(\Delta \ln S_t | \Omega_{t-1}) = Var(\varepsilon_{st})$, $Cov(\Delta \ln F_t, \Delta \ln S_t | \Omega_{t-1}) = Cov(\varepsilon_{st}, \varepsilon_{ft})$, 其中 Ω_{t-1} 为 $t-1$ 时刻信息集. 因此, 最优套期保值比率为 $h^* = \frac{Cov(\Delta \ln F_t, \Delta \ln S_t | \Omega)}{Var(\Delta \ln F_t | \Omega)} = \frac{Cov(\varepsilon_{st}, \varepsilon_{ft})}{Var(\varepsilon_{ft})} = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_{ff}}$.

(3) 向量误差修正模型 (VECM). 当变量之间存在协整关系时, VAR 模型将会失去重要的长期均衡关系信息. 这时可以建立向量误差修正模型估计套期保值比率, 该模型同时考虑了现货价格和期货价格的非平稳性、长期均衡关系以及短期动态关系,

$$\begin{aligned} \Delta \ln S_t &= C_s + \lambda_s Z_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_{si} \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{si} \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_{st} \\ \Delta \ln F_t &= C_f + \lambda_f Z_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_{fi} \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{fi} \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_{ft} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $Z_{t-1} = \ln S_{t-1} - \omega_0 - \omega_1 \ln F_{t-1}$ 为误差修正项, 表示期货和现货长期均衡关系的偏离. 同样我们可得 $h^* = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_{ff}}$. 与 B-VAR 模型相比, VECM 中增加了一个误差修正项.

(4) VECM-MGARCH 模型. OLS、B-VAR 和 VECM 均假定现货和期货市场的风险为常数, 这意味着不管在何时进行套期保值, 最小方差套期保值比率都是相同的. ARCH 和 GARCH 模型能够估计时变的方差、协方差, 从而形成动态的套期保值比率. 我们构造的 VECM-MGARCH 为

$$\Delta \ln S_t = C_s + \sum_{i=1}^k \alpha_{si} \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{si} \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_{st}, \quad \Delta \ln F_t = C_f + \sum_{i=1}^k \alpha_{fi} \Delta \ln S_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{fi} \Delta \ln F_{t-i} + \varepsilon_{ft} \quad (6)$$

其中 $\xi_t = (\varepsilon_{st}, \varepsilon_{ft})^T$ 为残差向量, 其条件分布 $\xi_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t)$, $H_t = \begin{bmatrix} \sigma_{ss,t} & \sigma_{sf,t} \\ \sigma_{sf,t} & \sigma_{ff,t} \end{bmatrix}$ 为方差协方差矩阵. 我们使用 Engle 和 Kroner^[15] 提出的 BEKK 模型, 即 $H_t = C_0' C_0 + A' \xi_{t-1} \xi_{t-1}' A + B' H_{t-1} B$, C_0 为下三

角矩阵, A, B 为两个矩阵, 具体表述为

$$H_t = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{st-1}^2 & \varepsilon_{st-1}\varepsilon_{ft-1} \\ \varepsilon_{st-1}\varepsilon_{ft-1} & \varepsilon_{ft-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}' H_{t-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

运用极大似然法我们可得到参数的估计值并计算出每一时刻的条件方差和条件协方差, 则 t 时刻的最优套期保值比率为 $h_t^* = \frac{Cov(\Delta \ln S_t, \Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})}{Var(\Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})} = \frac{\sigma_{sf,t}}{\sigma_{ff,t}}$.

3.3 状态转换套期保值模型

单一状态下套期保值模型假定市场处于一个稳定的状态中, 期货与现货之间的关系并不会随状态的改变而不同. 而中国期货市场处于快速发展阶段, 易于受到外来信息的影响而发生状态变化, 从而影响套期保值比率. 本文将马尔可夫状态转换方法引入套期保值比率的计算, 研究状态转换特征下的最优套期保值比率. 构造模型

$$\Delta \ln S_t = a_{s_t} + \beta_{s_t} \Delta \ln F_t + \varepsilon_{s_t,t}, \varepsilon_{s_t,t} \sim \text{i.i.d. } N(0, c_{s_t}) \quad (8)$$

其中, $s_t = 1, 2$ 表示期货市场处于高、低两种波动状态. a_{s_t}, β_{s_t} 表示两种状态下的截距和套期保值比率, σ_{s_t} 为两种状态下的波动率. s_t 是不可观测的, 常常假设状态的转换服从一个一阶马尔可夫过程^[12], 即状态的转换概率为

$$\Pr(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots) = \Pr(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij} \quad (9)$$

p_{ij} 为 $t-1$ 时刻处于 i 状态而 t 时刻转变为 j 状态的概率, 即下一时刻所处状态只与现在所处状态有关, 而跟过去时刻的状态无关. 状态转换概率矩阵可表示为

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} \quad (10)$$

矩阵须满足每一列所有元素之和为 1, 即 $P_{i1} + P_{i2} = 1 (i = 1, 2)$. 每一状态下的概率为 $\Pr(s_t = 1) \equiv \pi_1 = (1 - P_{22}) / (2 - P_{11} - P_{22})$, $\Pr(s_t = 2) \equiv \pi_2 = (1 - P_{11}) / (2 - P_{11} - P_{22})$.

假设收益率服从正态分布, 则其条件密度函数为

$$f(\Delta \ln S_t | s_t; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{s_t}} \exp \left[-\frac{(\Delta \ln S_t - \alpha_{s_t} - \beta_{s_t} \Delta \ln F_t)^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right] \quad (11)$$

其中 $\theta = (\alpha_{s_t}, \beta_{s_t}, \sigma_{s_t})$ 为待估参数向量, $s_t = 1, 2$.

根据期货市场处于每一状态下的密度函数和各个状态的概率的定义, 我们可以得出由状态变量的概率密度函数的混合所构成的整个样本的似然函数

$$f(\Delta \ln S_t; \theta) = \frac{\pi_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp \left[-\frac{(\Delta \ln S_t - \alpha_1 - \beta_1 \Delta \ln F_t)^2}{2\sigma_1^2} \right] + \frac{\pi_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp \left[-\frac{(\Delta \ln S_t - \alpha_2 - \beta_2 \Delta \ln F_t)^2}{2\sigma_2^2} \right] \quad (12)$$

其中 $\theta = (\alpha_{s_t}, \beta_{s_t}, \sigma_{s_t})$ 为待估参数向量, $s_t = 1, 2$; π_1, π_2 是市场处于状态 1 和 2 的概率. 相应地, 对数似然函数定义为

$$LnL(\theta) = \sum_{t=1}^T \log f(\Delta \ln S_t; \theta) \quad (13)$$

在条件 $\pi_1 + \pi_2 = 1$ 及 $0 \leq \pi_1, \pi_2 \leq 1$ 约束下, 最大化对数似然函数 (13) 可以得到参数估计值.

当我们估计出模型参数和转换概率矩阵时, 我们同时得到两种不同的条件概率: 滤波概率和平滑概率. 当使用至 t 时刻的信息进行估计时, 条件概率为滤波 (filtering) 概率 $\Pr(s_t | \Omega_t)$; 当使用整个样本期观测值估计 t 时刻状态时, 我们能够得到平滑 (smoothing) 概率 $\Pr(s_t | \Omega_T)$.

前面我们假设 (9) 中的状态转换概率 p_{ij} 为常数, 不会随时间或其他变量的改变而发生变化. 事实上, 当状态转换概率是当前可观测信息的函数时, 它将是时变的、动态的. 在期货市场研究中, 基差水平在一定程度上可以提供未来价格走势的信息, 因而可能会对状态的转换产生一定的影响. 如 Viswannath 发现滞后的基差能够预测现货价格的变化^[16]. 因此我们的转换概率是滞后基差的函数. 为保证转换概率在 0 和 1 之间, 我们建立 logistic 型函数

$$P_{12,t} = \frac{1}{1 + \exp(a_1 + b_1 Basis_{t-1})}, \quad P_{21,t} = \frac{1}{1 + \exp(a_2 + b_2 Basis_{t-1})} \quad (14)$$

其中 $Basis_{t-1}$ 为前一期现货与期货价格之间的基差, $P_{11,t} = 1 - P_{12,t}$, $P_{22,t} = 1 - P_{21,t}$. 这时市场处于状态 1 和 2 的条件概率 $\pi_{1,t} = (1 - P_{22,t}) / (2 - P_{11,t} - P_{22,t})$, $\pi_{2,t} = (1 - P_{11,t}) / (2 - P_{11,t} - P_{22,t})$, 将其代入似然函数 (12), 我们会得到新的对数似然函数 (13). 这时待估参数为 $\theta = (\alpha_{s_t}, \beta_{s_t}, \sigma_{s_t}, a_{s_t}, b_{s_t})$, $s_t = 1, 2$.

估计马尔可夫状态转换模型 (8), 并根据 (2) 可以得到市场处于状态 s_t 时的最优套期保值比率参数估计值 $\hat{\beta}_{s_t}$. 在两种状态下 ($s_t = 1, 2$), 我们估计得到两个特定状态下的最小方差套期保值比率, 即 $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$, 它们可以看作是最优套期保值比率的上限和下限. 由于市场处于状态 1 和状态 2 的概率分别由基于全部可观测信息集的平滑概率 $\Pr(s_t = 1|\Phi_T)$ 和 $\Pr(s_t = 2|\Phi_T)$ 得到, 所以在任何特定时点上的最优套期保值比率由两个套期保值比率 $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ 加权平均决定, 权重为各状态下的平滑概率^[17]. 因此

$$h_t^* = \sum_{i=1}^2 \hat{\beta}_i * \Pr(s_t = i|\Phi_T)$$

(15)

4 实证分析

4.1 数据描述与基本统计

本文采用交易比较活跃的上​​海期货交易所的铜期货作为研究对象, 铜期货价格的数据来源于上海期货交易所网站, 铜现货价格的数据来源于上海金属网. 数据的样本区间为 2001 年 6 月 13 日到 2009 年 7 月 1 日. 铜现货价格为每日的平均价格. 对于期货价格, 由于每一期货合约都有一定的持续期, 为保证数据的连续性, 铜期货价格为近交割月合约的每日收盘价, 即每个月的数据都取自下一月份到期的合约. 在实证分析中, 为了减少日数据中噪音以及“周内效应”的影响, 本文采用周数据进行分析. 采用每周三的期货收盘价格以及对应日期的现货价格. 在整个样本区间内, 总观测值为 398 个. 我们利用前 350 个观测值对铜期货的最优套期保值比率进行估计和样本内的比较. 剩余的 48 个观测值即 2008 年 7 月 17 日至 2009 年 7 月 1 日间的数据来进行样本外套期保值有效性的检验和比较.

本文先对现货价格 S_t 和期货价格 F_t 进行对数化处理, 即 $\ln S_t = 100 * \ln(S_t)$, $\ln F_t = 100 * \ln(F_t)$, 其一阶差分分为对数收益率. 表 1 为铜现货和期货的基本统计分析结果. 期货和现货的收益率比较接近, 但无论样本内还是整个样本期货市场的波动都大于现货市场. 从分布来看, 期货和现货收益率偏度小于 0, 表明其呈现负偏分布, 期货的负偏程度大于现货; 二者峰度大于 3, 具有尖峰肥尾的特征. 综合考察分布特征, 以正态分布为零假设的 JB 统计量远大于 0, 从而拒绝其服从正态分布的假设.

表 1 铜现货和期货收益率的描述性统计

	样本内		全样本	
	现货	期货	现货	期货
均值	0.373	0.372	0.216	0.217
标准差	3.249	3.527	3.813	3.915
偏度	-0.176	0.248	-0.391	-0.474
峰度	6.176	5.678	6.902	6.125
JB 统计量	148.954	108.153	262.556	176.863

表 2 OLS 估计结果

变量	常数项	$\Delta \ln F$	R^2	LM(1)	$\ln L$
估计值	0.056(0.853)	0.853(45.612)***	0.857	33.98[0.000]	568.597

注: 圆括号内为 t 统计量, *, **, *** 分别表示 10%, 5% 及 1% 的水平下统计显著, 下同; 方括号内为 P 值; $\ln L$ 表示对数似然值.

对期货和现货的平稳性以及协整关系进行分析, ADF 单位根检验表明, 我们不能拒绝存在单位根的原假设, 现货价格和期货价格是非平稳的. 而对于一阶差分序列, ADF 检验拒绝存在单位根的原假设, 这表明价格差分序列即对数收益率序列是平稳的时间序列. 因此期货和现货价格序列为一阶单整过程. 对于二者之间的协整关系, 我们使用常用的 Engle-Granger 两步法进行^[3]. 结果表明期货价格和现货价格之间存在协整关系¹, 即二者之间存在长期均衡关系.

4.2 单一状态下的期货套期保值

(1) 静态套期保值比. 表 2 给出了 OLS 估计结果. 可以看出, 期货收益率对现货收益率具有显著影响, 可以解释现货 85.7% 的变动. 滞后一期的拉格朗日乘数 (LM) 检验表明残差中存在显著的 ARCH 效应. 斜率系数给出整个估计期间的最优套期保值比 0.853.

对于 B-VAR 模型, 我们首先根据 AIC 准则, 选择最优滞后期为 2, 得到的估计结果如表 3. 结果表明, 期货价格的变化对现货产生显著的影响, 现货价格对期货影响较小. 根据所估计的方差和协方差, 我们能够

1. 因篇幅限制, 这里没有列出单位根检验和协整检验的具体结果. 有兴趣的读者可以同作者联系.

得出 B-VAR 模型下的套期保值比为 0.857, 稍大于 OLS 估计的结果。

表 3 双变量 VAR 模型估计结果

变量	$\Delta \ln S_{t-1}$	$\Delta \ln S_{t-2}$	$\Delta \ln F_{t-1}$	$\Delta \ln F_{t-2}$	方差
$\Delta \ln S_t$	-0.209(-1.397)	-0.138(-0.942)	0.297(2.174)**	0.117(1.583)	10.360
$\Delta \ln F_t$	0.213(1.300)	0.142(0.884)	0.129(-0.857)	-0.091(-0.604)	12.478

注: 这里略去了模型中的常数项; 方差为现货收益率和期货收益率两个变量的方差, 它们之间的协方差为 10.689。

与向量自回归模型相比, 向量误差修正模型同时考虑长期均衡影响和短期动态变化关系。表 4 结果显示, 期货与现货的长期均衡关系对期货价格的影响较大。二者的短期动态变化关系与向量自回归模型相近。根据估计得到现货、期货收益率的方差和协方差, 计算得到相应的最优套期保值比为 0.863。

表 4 向量误差修正模型估计结果

变量	Z_{t-1}	$\Delta \ln S_{t-1}$	$\Delta \ln S_{t-2}$	$\Delta \ln F_{t-1}$	$\Delta \ln F_{t-2}$
$\Delta \ln S_t$	0.007(0.055)	-0.213(-1.284)	-0.140(-0.921)	0.301(1.938)*	0.219(1.522)
$\Delta \ln F_t$	0.197(1.528)	0.094(0.519)	0.074(0.444)	-0.006(-0.033)	-0.017(-0.109)

注: 这里略去了模型中的常数项; 现货、期货收益率的方差分别为 10.390 和 12.430, 它们之间的协方差为 10.717。

(2) 动态套期保值比。普通最小二乘回归、向量自回归模型、向量误差修正模型得到的套期保值比均为常数, 即在整个估计区间, 套期保值比保持不变。但是, 我国期货和现货市场常常会受到外来冲击的影响, 导致二者之间的关系发生变化, 这时需要考虑套期保值比的动态变化。双变量 VECM-MGARCH 模型则能够很好地捕捉到方差随时间而变动的特征, 从而得出时变的动态套期保值比。对模型 (6) 和 (7) 联合进行极大似然估计, 得到估计值如表 5 和表 6 所示。

表 5 VECM-MGARCH 模型中 VECM 模型估计结果

变量	Z_{t-1}	$\Delta \ln S_{t-1}$	$\Delta \ln S_{t-2}$	$\Delta \ln F_{t-1}$	$\Delta \ln F_{t-2}$
$\Delta \ln S_t$	0.025(0.082)	-0.167(-1.384)	-0.250(-2.300)**	0.169(1.565)	0.303(3.05)***
$\Delta \ln F_t$	0.245(2.564)***	0.135(0.971)	-0.019(-0.158)	-0.127(-0.976)	0.073(0.644)

表 6 VECM-MGARCH 模型中 MGARCH 模型估计结果

参数	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b_{11}	b_{12}	b_{21}	b_{22}
估计值	0.202 (1.184)	-0.284 (-1.728)*	0.281 (1.893)*	0.686 (4.916)***	1.035 (10.265)***	0.231 (2.247)**	-0.208 (-2.29)**	0.665 (7.73)***

在 MGARCH 模型参数估计中, 所有参数均统计显著异于零, 这说明无论是期货市场还是现货市场均存在显著的 ARCH 效应 (a_{11} 和 a_{22} 系数表示) 和 GARCH 效应 (b_{11} 和 b_{22} 系数表示)。显著的 a_{12} 和 a_{21} 以及 b_{12} 和 b_{21} 表明, 在期货市场与现货市场之间, 波动聚集性和持续性相互影响、相互作用, 这正是期货市场能够起到套期保值的原因。根据公式 $h_t^* = \frac{\text{Cov}(\Delta \ln S_t, \Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})}{\text{Var}(\Delta \ln F_t | \Omega_{t-1})} = \frac{\sigma_{sf,t}}{\sigma_{ff,t}}$ 可以得到动态的最优套期保值比, 套期保值比在 0.58 至 1.21 之间波动, 均值为 0.8327, 其变动如图 1 所示。可见, 套期保值比并不是固定不变, 而是随着环境和市场的变化发生动态变化。

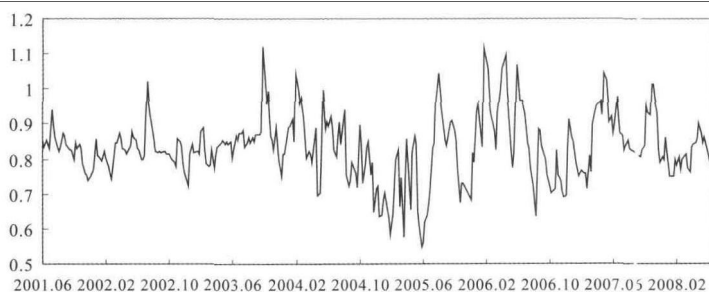


图 1 VECM-MGARCH 模型套期保值比的动态变化

4.3 状态转换下的期货套期保值

我们分两种情况讨论: 一种是转换概率为常数; 另一种是转换概率是时变的, 是滞后一期基差的函数。两种情况下的模型分别称为常转换概率 (constant transition probability, CTP) 马尔可夫状态转换模型和时变转换概率 (time varying transition probability, TVTP) 马尔可夫状态转换模型。两种情况下的估计结果如表 7。

表 7 常转换概率和时变转换概率马尔可夫状态转换模型估计结果

参数	α_1	β_1	α_2	β_2	σ_1	σ_2	P_{11}	-	P_{21}	-
CTP	0.053 (0.30)	0.850 (23.06)***	0.058 (1.19)	0.856 (40.70)***	1.869 (14.39)***	0.714 (18.73)***	0.963 (42.42)***	-	0.017 (1.59)	-
参数	α_1	β_1	α_2	β_2	σ_1	σ_2	a_1	b_1	a_2	b_2
TVTP	-0.101 (-0.58)	0.715 (11.21)***	0.141 (3.72)***	0.920 (31.15)***	1.912 (12.87)***	0.720 (19.00)***	-0.207 (-0.32)	0.562 (5.44)***	8.890 (28.51)***	-5.314 (-26)***

注: 基于常转换概率 (CTP) 和时变转换概率 (TVTP) 的马尔可夫状态转换模型对数似然值分别为 -509.316 和 -493.181。

综合来看, 两个模型的对数似然函数取值相对于单状态下模型的对数似然值 (表 2) 都有了显著的提高. 单状态下的似然函数值为 -568.597, 因而似然比统计量分别为 $-2(-568.597+493.181) = 150$, $-2(-568.597+509.316) = 118$, 相对其临界值来说都较大, 因而可以认为状态转换的引入显著提高了模型的解释能力. 比较两个马尔可夫状态转换模型, 发现时变转换概率马尔可夫状态转换模型的对数似然函数值相较于常转换概率模型也有了较大的提高.

就市场的波动来看, 两种情况下的 σ_1 和 σ_2 均显著大于零, 且 σ_1 大于 σ_2 , 因此状态 1 时市场处于高波动状态, 状态 2 时市场处于低波动状态, 两种状态下的市场存在较大差异, 高波动状态的市场波动程度约是低波动状态的 2.5 倍. 不仅如此, 两种状态下市场的套期保值比 (β_1 和 β_2) 也表现不同, 常转换概率和时变转换概率情况下低波动状态的套期保值比均大于高波动状态的套期保值比. 另外还值得注意的是两种情况下的 β_2 取值均大于单状态下我们得到的最优套期保值比 (表 2), 而 β_1 取值均小于单状态下的最优套期保值比率, 也就是说如果我们对不同的波动状态不加以区别而将所有时刻视作同一状态所得到的最优套期保值比率是两个状态下最优套期保值比的某种平均. 同时我们还看到, 在常转换概率的情形下, 两种状态下的套期保值比差距较小, 分别为 0.850 和 0.856; 而时变转换概率的情形下, 两种状态下的套期保值比差距较大, 分别为 0.715, 0.920, 这就意味这种情形下实际套期保值时我们要进行较为频繁且幅度较大的操作.

考察常转换概率马尔可夫状态转换模型的状态转换概率. 从表 7 来看, $P_{12} > P_{21}$, 也就是说从高波动状态向低波动状态转换的概率大于从低波动状态向高波动状态转换的概率, 这表明高波动状态的稳定性低于低波动状态的稳定性. 这从两个状态的持续期也可以看出来, 高波动状态的持续期约为 $1/(1 - 0.96255) = 27$ 周, 低波动状态的持续期约为 $1/0.01659 = 60$ 周. 对于时变转换概率马尔可夫状态转换模型, 由于转换概率是时变的, 因而状态的持续期也是时变的. 对转换概率函数的系数进行分析可以发现, $b_1 > 0$, 而 $b_2 < 0$, 所以在高波动状态时变转换概率是滞后基差的减函数, 负的基差相对于正的基差会增大转换概率, 因而减小状态的持续性. 市场处于低波动状态时则相反.

对于某一特定 t 时刻市场所处的状态主要是通过该时刻的平滑概率来进行判断, 平滑概率是指基于全部可观测信息对市场所处状态概率的推断. 图 2-5 给出了常转换概率和时变转换概率情况下的平滑概率.

从上述平滑概率图中我们可以看出, 各个时点在两种不同的转换概率情况下的平滑概率基本相同, 但常

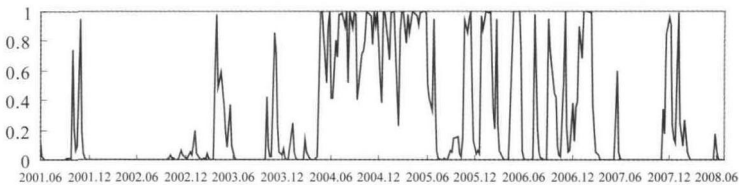


图 2 时变转换概率下的高波动状态平滑概率

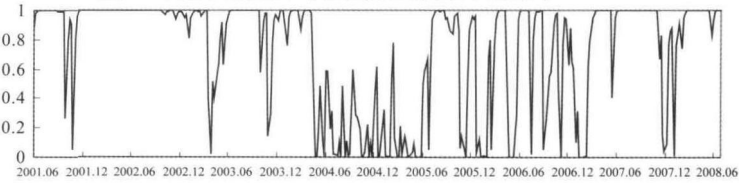


图 3 时变转换概率下的低波动状态平滑概率

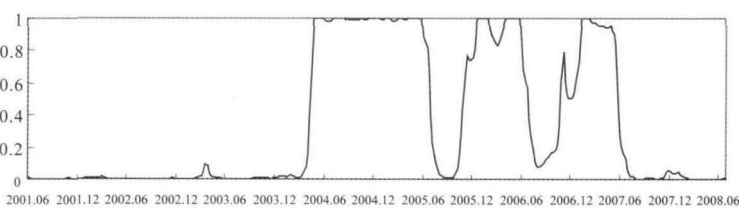


图 4 常转换概率下的高波动状态平滑概率

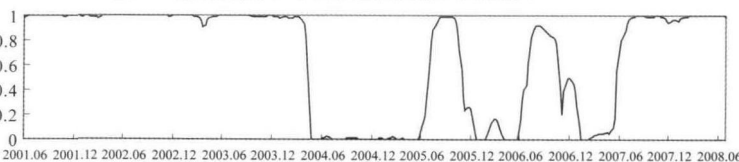


图 5 常转换概率下的低波动状态平滑概率

转换概率下的状态比较稳定,而时变转换概率的情形下的状态转换则较为频繁.综合来看,中国期货市场在 2004 年之前,市场基本上处于低波动状态,2004 年上半年至 2005 年下半年,市场处于高波动状态,随后高、低波动状态的转换变化频率加大,2007 年下半年以后市场又回复为稳定的低波动状态.从图 6 的铜基差序列来看,市场所处的状态与基差存在一定的联系,当基差在 2004 年下半年至 2005 年上半年期间较高时,市场则处于高波动状态,即使没有以基差作为输入变量的常转换概率马尔可夫转换模型的平滑概率也表现为高波动状态.当基差在 2004 年以前及 2007 年下半年以后,基差比较平稳,市场则处于比较稳定的低波动状态.因此,我们的时变转换概率模型选择滞后基差作为条件信息变量是合理的.当然,平滑概率图也表明,与常转换概率马尔可夫状态转换模型相比,时变转换概率马尔可夫状态转换模型的平滑概率对基差更敏感.

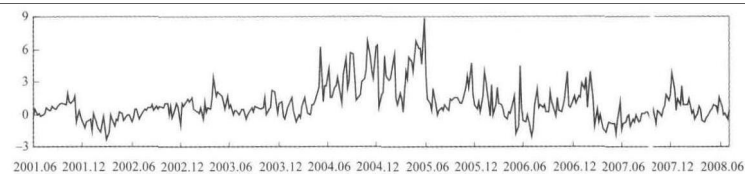


图 6 铜基差序列图

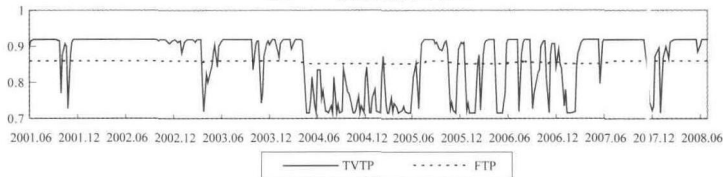


图 7 状态转换下的动态套期保值比

根据各个状态下的最优套期保值比以及每一时刻的平滑概率,我们可以计算出状态转换下的动态最优套期保值比,即 t 时刻套期保值比为该时刻处于状态 1 的平滑概率乘以状态 1 的最优套期保值比加上处于状态 2 的平滑概率乘以状态 2 的最优套期保值比.由此得到动态套期保值比序列如图 7.我们看到,常转换概率套期保值比随时间变化很小,这是因为两个状态下的最优套期保值比相差不大.而时变转换概率套期保值比就随时间变化有着较为明显的变化,在 0.71 和 0.92 之间波动,其变化的方式基本同状态 2 的平滑概率变化方式基本一致,其均值为 0.864.将状态转换动态套期保值比与 GARCH 模型的动态套期保值比进行比较,我们可以看到状态转换模型套期保值比的波动范围小于 GARCH 模型的套期保值比(图 1)波动范围,后者为 0.58 至 1.2,而且 GARCH 模型下的套期保值比远比状态转换模型变动得更加频繁.

4.4 套期保值绩效比较

Ederington 给出了衡量套期保值绩效的指标^[1],即相对于未参与套期保值时现货头寸的方差,套期保值组合方差的减少程度.具体表示为

$$Eff = 1 - Var(\Delta \ln S_t - h_t^* \Delta \ln F_t) / Var(\Delta \ln S_t)$$

(16)

该指标反映了进行套期保值相对于不进行套期保值风险降低的程度.我们采用了样本内和样本外两种计算方法,便于进行比较分析.表 8 列出了样本内和样本外基于各种模型得到的套期保值绩效.

表 8 套期保值绩效比较

模型	样本内			样本外		
	均值	方差	Eff(%)	均值	方差	Eff(%)
无套保	0.373	10.558	-	-0.931	42.870	-
OLS	0.056	1.513	85.67	0.151	6.802	84.13
B-VAR	0.055	1.513	85.67	-0.148	6.756	84.24
VECM	0.053	1.514	85.66	-0.157	6.635	84.41
VECM-MGARCH	0.068	1.595	84.89	-0.153	6.601	84.60
CTP-Markov	0.056	1.500	85.79	0.178	6.430	84.88
TVTP-Markov	0.075	1.365	87.07	0.157	6.500	84.83

首先我们进行样本内比较,从表中可以看出,与不进行套期保值相比,所有的套期保值模型都可以大大地降低风险.基于单一状态套期保值中的静态套期保值比(前四种套期保值模型中前三种)的套期保值绩效基本接近,其中 OLS 和 B-VAR 模型的表现相同.与不进行套期保值相比,OLS 和 VAR 的套期保值策略可以降低 85.67%的方差,VECM 的套期保值策略可以降低 85.66%的方差;而基于单一状态套期保值中的动态

套期保值比 (VECM-MGARCH 模型) 的套期保值模型可以降低 84.89% 的方差, 套期保值绩效劣于前三种. 与单一状态套期保值相比, 状态转换套期保值均优于单一状态下的套期保值, 特别地, 常转换概率的套期保值模型的方差降低程度明显高于其它模型, 而时变转换概率的套期保值模型的效果又好于常转换概率模型. 我们还可以看出, 在样本内套期保值时, 当套期保值组合方差在降低的同时, 平均收益率也在降低, 但平均收益率降低的程度多小于方差降低的程度.

当进行样本外套期保值绩效比较时, 对于 OLS、B-VAR 及 VECM 三种静态套期保值模型来说, 样本外的套期保值比就是样本期内数据计算出来的套期保值比. 而对于 GARCH 模型及状态转换模型得到的动态套期保值比, 我们首先需要对套期保值比进行预测, 这里我们进行一步预测, 每周加入新的信息后重新进行一次模型估计并得到新的套期保值比, 然后根据考虑新的信息预测得到的套期保值比计算套期保值绩效. 具体而言, 对于 GARCH 模型, 我们可利用得到的样本内方差协方差矩阵估计值及残差估计下一期的方差协方差, 即根据模型 (7) 计算得到下一期套期保值比. 而对于状态转换马尔可夫模型, 需要知道样本外一期市场所处的状态, 而这可以由样本内最后一期的平滑概率及状态转换概率矩阵计算得到. 样本量为 T 时, $T+1$ 时刻市场所处状态的概率为

$$\begin{aligned}\Pr(s_{T+1} = 1) &= \Pr(s_T = 1|\Omega_T) * P_{11,T} + \Pr(s_T = 2|\Omega_T) * P_{21,T} \\ \Pr(s_{T+1} = 2) &= \Pr(s_T = 1|\Omega_T) * P_{12,T} + \Pr(s_T = 2|\Omega_T) * P_{22,T}\end{aligned}\quad (17)$$

则 $T+1$ 时刻的套期保值比为 $h_{T+1}^* = \hat{\beta}_1 * \Pr(s_{T+1} = 1) + \hat{\beta}_2 * \Pr(s_{T+1} = 2)$.

从计算结果来看, 对于样本外的套期保值来说, 前四种模型的效果同理论分析是一致的, 即 MGARCH 模型的效果好于 VECM, 而 VECM 又好于 B-VAR, 它们都比简单的 OLS 估计能得到更好的套期保值效果. 两种状态转换马尔可夫模型的效果仍然要好于前四种模型, 但是与样本内表现不同的是, 常转换概率套期保值模型的方差略小于时变转换概率模型, 不过其平均收益率仍小于时变转换概率模型. 样本外套期保值不仅降低了风险, 而且提高了组合的平均收益率.

综合来看, 无论样本内还是样本外的套期保值绩效, 状态转换下的套期保值模型都能有效地提高套期保值的效果.

5 结论与思考

基于交易比较活跃的上海期货交易所的铜期货作为研究对象, 本文研究了马尔可夫状态转换模型的套期保值效果, 并将其与常用的 OLS、VAR、VECM、MGARCH 模型得到的套期保值比进行比较. 研究得出:

(1) 期货和现货的波动均存在显著的 ARCH 效应和 GARCH 效应, 且二者之间, 波动的聚集性和持续性相互影响、相互作用.

(2) 期货市场和现货市场的关系表现为两种状态, 即高波动和低波动状态. 两种状态存在较大差异, 高波动状态的市场波动程度约是低波动状态的 2.5 倍; 从高波动状态向低波动状态转换的概率大于从低波动状态向高波动状态转换的概率, 高波动状态的稳定性低于低波动状态的稳定性; 高波动状态的持续期也小于低波动状态的持续期; 对于时变转换概率马尔可夫状态转换模型, 由于转换概率是时变的, 因而状态的持续期也是时变的.

(3) 期货市场与现货市场所处的状态与基差变化密切相关. 当基差比较平稳时, 市场则处于比较稳定的低波动状态; 当基差变化较大时, 则处于高波动状态. 与常转换概率马尔可夫状态转换模型相比, 时变转换概率马尔可夫状态转换模型的平滑概率对基差变化更敏感.

(4) 两种状态下市场的套期保值比表现不同, 常转换概率和时变转换概率情况下低波动状态的套期保值比均大于高波动状态的套期保值比.

(5) 与不进行套期保值相比, 所有的套期保值模型都可以大大地降低风险. 对于单一状态下的套期保值模型, MGARCH 模型的效果好于 VECM, 而 VECM 又好于 VAR, 它们都比简单的 OLS 估计能得到更好的套期保值效果. 状态转换套期保值均优于单一状态下的套期保值模型. 样本内分析表明时变转换概率的套期保值模型的效果好于常转换概率模型; 样本外分析中, 常转换概率套期保值模型得到的效果略好于时变转换概率的模型.

虽然 MGARCH 模型也能够得到动态套期保值比, 但运用状态转换套期保值策略能得到更为稳定的动态套期保值比, 这是因为状态转换的套期保值模型作为一种动态的套期保值策略, 随着时间推进新信息的加

入会改变最优的套期保值比, 而 MGARCH 所包含的信息仅是已实现的波动而不反映其它信息, 状态转换模型则可以将市场上能观测到的其它有影响的信息包含到模型中去, 如本文所考察的基差。本文对状态转换下最优套期保值比率的研究是基于对传统的最小二乘法的简单扩展, 这主要是考虑到虽然 OLS 法具有缺陷, 但仍能取得不错的套期保值效果。MGARCH 模型虽然能得到时变的套期保值比率, 但模型中的参数仍然是固定的, 没有考虑到市场结构变化而导致的状态变化, 如果我们将状态转换方法引入到 MGARCH 模型对中国期货市场套期保值进行分析, 将值得作出进一步的研究。

参考文献

- [1] Ederington L H. The hedging performance and basis risk in stock index futures[J]. The Journal of Futures Markets, 1979, 34: 157-170.
- [2] Myers R J, Thompson S R. Generalized optimal hedge ratio estimation[J]. American Journal of Agricultural Economics, 1989, 71: 858-867.
- [3] Engle R F, Granger C W. Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing[J]. Econometrica, 1987, 55: 251-276.
- [4] Lien D, Luo X. Estimating multiperiod hedge ratios in cointegrated markets[J]. The Journal of Futures Markets, 1993, 13: 909-920.
- [5] Park T H, Switzer L N. Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures: A note[J]. The Journal of Futures Markets, 1995, 15: 61-67.
- [6] Chakraborty A, Barkoulas J T. Dynamic futures hedging in currency markets[J]. The European Journal of Finance, 1999, 5: 299-314.
- [7] 吴冲锋, 钱宏伟, 吴文锋. 期货套期保值理论与实证研究 (I)[J]. 系统工程理论方法应用, 1998, 7(4): 20-25.
Wu C F, Qian H W, Wu W F. Hedging theories in futures markets and empirical study(I)[J]. Systems Engineering — Theory Methodology Application, 1998, 7(4): 20-25.
- [8] 王骏, 张宗成, 赵昌旭. 中国硬麦和大豆期货市场套期保值绩效的实证研究 [J]. 中国农业大学学报, 2005, 10(4): 131-137.
Wang J, Zhang Z C, Zhao C X. Empirical research on hedging performance of China's hard wheat and soybean futures market[J]. Journal of China Agricultural University, 2005, 10(4): 131-137.
- [9] 彭红枫, 叶永刚. 中国铜期货最优套期保值比率估计及其比较研究 [J]. 武汉大学学报 — 哲学社会科学版, 2007, 60(6): 863-868.
Peng H F, Ye Y G. Optimal hedging ratios of copper futures in China: Evaluation and comparison[J]. Wuhan University Journal: Philosophy and Social Sciences, 2007, 60(6): 863-868.
- [10] 付胜华, 檀向球. 股指期货套期保值研究及其实证分析 [J]. 金融研究, 2009(4): 113-119.
Fu S H, Tan X Q. An empirical analysis of hedging of stock index futures[J]. Journal of Financial Research, 2009(4): 113-119.
- [11] 郑尊信, 徐晓光. 基差、随机冲击与不对称相关结构下的期货套期保值 —— 来自亚洲股指期货市场的证据 [J]. 数量经济技术经济研究, 2009(3): 91-104.
Zheng Z X, Xu X G. Basis, stochastic impulse and futures hedging with asymmetric correlation — Evidence from Asian stock index futures markets[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2009(3): 91-104.
- [12] Hamilton J D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle[J]. Econometrica, 1989, 57: 357-384.
- [13] 张鹤, 黄琨. 国内外金属期货市场价格联动的比较研究 [J]. 世界经济, 2007(7): 67-73.
Zhang H, Huang K. A comparative study on the prices comovement between domestic and foreign metal futures markets[J]. The Journal of World Economy, 2007(7): 67-73.
- [14] 赵华, 燕焦枝. 汇改后人民币汇率波动的状态转换行为研究 [J]. 国际金融研究, 2010(1): 60-67.
Zhao H, Yan J Z. A study on regime-switching behaviors of the RMB exchange rate volatility after 2005 exchange rate reform[J]. Studies of International Finance, 2010(1): 60-67.
- [15] Engle R F, Kroner K F. Multivariate simultaneous generalized ARCH[J]. Econometric Theory, 1995, 11(1): 122-150.
- [16] Viswanath P V. Efficient use of information, convergence adjustments, and regression estimates of hedge ratios[J]. The Journal of Futures Markets, 1993, 13: 43-53.
- [17] Chen C C, Tsay W J. A Markov regime-switching ARMA approach for hedging stock indices[J]. The Journal of Futures Markets, 2011, 31(2): 165-191.