

# 内生初始假定下动态空间固定效应模型的拟极大似然估计

郭鹏辉

**内容提要:** 本文提出了基于初始值为内生确定下的动态空间固定效应模型,综合考虑了可直接观测和不可直接观测或无法观测的空间效应;推导了模型参数拟极大似然估计量具有的渐近性质及其渐近分布。对参数估计量性质的模拟检验结果表明,似然估计量的渐近性质随着样本容量的增加而改善,且其改善程度对时间维度变化较对空间维度变化更为敏感,在空间单元限定情形下有效增加时间维度可以显著改善估计量性质。中国省域经济收敛性的实证案例分析结果显示,本文构建的综合考虑双重空间结构的空量模型具有适用性和合理性。

**关键词:** 动态;空间计量;拟极大似然;收敛性

中图分类号: O212

文献标识码: A

文章编号: 1002-4565(2011)10-0103-08

## Quasi Maximum Likelihood Estimation of A Dynamic Spatial Fixed Effect Model Based on Endogenous Initial Value

Guo Penghui

**Abstract:** Considering both observable and unobservable spatial effects, this paper constructs and estimates a dynamic fixed effect model based on endogenous initial value. The simulation test shows that, the asymptotic characteristics of QMLE improve as the sample size grows, and which seems more sensitive to time than to space change. The empirical results from convergence analysis of China's provincial economy validate the applicability and rationality of the dynamic spatial model which considers both SAR and SEM structure.

**Key words:** Dynamic; Spatial Econometrics; Quasi Maximum Likelihood; Convergence

Elhorst(2001)对时空数据的动态性讨论为空间计量模型的动态化开启先头;Elhorst(2005)提出了空间误差自相关的动态固定效应模型,并指出可利用 Bhargava 和 Sargan 逼近或 Nerlove 和 Balestra 逼近得到模型的无条件极大似然估计量(UMLE);Yu et. al.(2006)建立动态空间自相关固定效应模型,通过拟极大似然方法推导出模型在大  $N$  和大  $T$  下的一致估计量;Su 和 Yang(2007)在误差成份中考虑空间相关因素,综合固定效应和随机效应构建模型,分别考虑了初始值  $Y_0$  为外生给定和内生确定两种情况,并基于拟极大似然方法推导出在大  $N$  且  $T$  有限情形下的一致估计量。

Elhorst(2005)和 Su 和 Yang(2007)仅考虑经济系统中无法直接观测或不可观测的空间效应而放置

于模型误差项中加以阐释;与之相反,Yu et. al.(2006)仅考虑经济系统中可直接观测的空间效应而放置于模型解释变量中加以阐释。两者都忽视一种可能性,即经济系统中可能同时存在可直接观测和无法直接观测或不可观测的空间因素。当这种可能性实现时,上述模型均无法完全解释实际经济。因此,这种可能性对动态空间计量经济学更具有一般意义的模型提出了要求。本文同时考虑空间自回归和空间误差结构,构建一般化动态空间固定效应模型,并基于拟极大似然方法(QMLE)进行参数估计。

### 一、模型建立与估计

综合 Elhorst(2005)和 Yu et. al.(2006)的研究成果,本文在模型中同时考虑因变量和误差项的一阶空间滞后因子,并考虑一阶时间滞后因子。与其

他研究学者类似,本文重点关注空间差异,即模型中仅考虑个体效应,而假定时间效应不存在。构造本文模型如下:

$$Y_t = \mu_N + \tau Y_{t-1} + \lambda W_N Y_t + \gamma W_N Y_{t-1} + X_t \beta + U_t, U_t = \rho M_N U_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_0^2 I_N) \quad (1)$$

其中,  $Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{Nt})$ ,  $N$  表示空间维度,  $T$  表示时间维度;  $\mu_N$  表示非随机固定效应;  $X_t$  为外生解释变量,  $\beta$  为其对应的系数;  $W_N, M_N$  均为  $N \times N$  空间权重矩阵,  $\lambda, \gamma, \rho$  为其各自对应的空间自相关系数;  $\tau$  为时间自相关系数。

相比于 Elhorst(2005) 和 Yu et. al. (2006) 等建立的空间固定效应模型,模型(1)提供了模型之间的一种方便的退化。当  $\lambda = \gamma = 0$  时,模型(1)等价于 Elhorst(2005) 的动态空间误差自回归固定效应模型;当  $\rho = 0$  时,模型(1)等价于 Yu et. al. (2006) 的动态空间自回归固定效应模型;当  $\tau = 0, \gamma = 0$ , 模型(1)等价于 Lee 和 Yu(2008) 的一般化静态空间固定效应模型。当模型(1)中释放固定效应的非随机约束,对个别参数施加零约束条件下,可以分别等价于 Elhorst(2003)、Baltagi et. al. (2007) 等的空间随机效应模型。

为书写简便,模型(1)变换为如下形式:

$$Y_t = S_N^{-1}(\lambda) \mu_N + S_N^{-1}(\lambda) Z_t \delta + S_N^{-1}(\lambda) B_N^{-1}(\rho) \varepsilon_t(\varphi) \quad (2)$$

注意到,动态模型的估计依赖于初始观测值的确定。本文暂仅考虑初始值为内生给定的情形。在此情形下,模型(1)、(2)并不适合直接用于似然函数的构造,需要推导  $\{Y_t\}$  与  $Y_0$  的联合概率分布函数,并以该分布函数为基础建立似然函数进行估计。

首先对模型(1)进行一阶差分消除固定效应项  $\mu_N$ , 则

$$\Delta Y_t = S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma) \Delta Y_{t-1} + S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_t \beta + S_N^{-1}(\lambda) B_N^{-1}(\rho) \Delta \varepsilon_t(\varphi) \quad (t = 2, 3, \dots, T) \quad (3)$$

其中,  $A_N(\tau, \gamma) = \tau I_N + \gamma W_N$ , 其他项的定义与模型(2)相同。对式(3)进行迭代得到

$$\begin{aligned} \Delta Y_t &= [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^m \Delta Y_{t-m} \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^i S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_{t-i} \beta \\ &+ \sum_{j=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^j [S_N^{-1}(\lambda) B_N^{-1}(\rho)] \Delta \varepsilon_{t-j}(\varphi) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_t &= [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^m \Delta Y_{t-m} \\ &+ \sum_{i=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^i S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_{t-i} \beta \\ &+ \sum_{j=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^j [S_N^{-1}(\lambda) B_N^{-1}(\rho)] \Delta \varepsilon_{t-j}(\varphi) \end{aligned} \quad (5)$$

注意,因为  $\Delta X_{-i} (i = 1, \dots)$  不可观测,所以  $\Delta Y_t$  的概率函数也无法确定。为确定  $\Delta Y_t$ , 本文基于 Hsiao et. al. (2002) 的假设<sup>②</sup>; 关于  $\Delta X_{-i} (i = 1, \dots)$  的确定, Bhargava 和 Sargan(1983) 建议可利用所有外生解释变量  $\Delta X_{it} (i = 1, \dots, T)$  进行预测, 则有

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^i S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_{t-i} \beta &= \pi_0 1_N \\ &+ \sum_{i=1}^T \Delta X_{it} \pi_i + \xi \\ E\left(\sum_{i=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^i S_N^{-1}(\lambda)\right) \\ \Delta X_{t-i} \beta | \Delta X_{it} (i = 1, \dots, T) &= \pi_0 1_N + \sum_{i=1}^T \Delta X_{it} \pi_i \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\xi \sim iid(0, \sigma_\xi^2 I_N)$ ,  $E(\xi | \Delta X_{it} | i = 1, \dots, T) = 0$ 。注意到,式(6)中含有  $(1 + Tk)$  个待估系数,且随着时间维度  $T$  的增加而增加,则出现伴生参数问题,且当  $T \rightarrow \infty$  时,估计将无法实现。为减少待估系数,方法之一即用  $\Delta X_{it}$  的均值代替 (Su and Yang 2007), 则

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^i S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_{t-i} \beta &= \pi_0 1_N + \overline{\Delta X} \pi + \xi \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\overline{\Delta X} = \frac{1}{T-1} \sum_{i=2}^T \Delta X_{it}$ 。注意到,式(7)中仅含有  $(1 + k)$  个待估系数,其中  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_k)'$  为  $k$  维参数列向量。把式(7)代入式(5)得到

$$\Delta Y_t = \pi_0 1_N + \overline{\Delta X} \pi + e_1(\cdot) \quad (8)$$

其中,  $e_1(\cdot) = \xi + \sum_{j=0}^{m-1} [S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma)]^j [B_N(\rho) S_N(\lambda)]^{-1} \Delta \varepsilon_{t-j}(\varphi)$ ,  $e_t(\varphi) = [B_N(\rho) S_N(\lambda)]^{-1} \Delta \varepsilon_t(\varphi)$ ,  $(t = 2, 3, \dots, T)$ 。

① 定义  $Z_t = (Y_{t-1}, W_N Y_{t-1}, X_t)$ ,  $\theta = (\delta', \lambda, \rho, \sigma^2)'$ ,  $\delta = (\tau, \gamma, \beta)'$ ,  $\varphi = (\delta', \lambda, \rho) S_N(\lambda) = I_N - \lambda W_N - \rho M_N$ 。

② 即  $E(\Delta Y_t) = 0$ , 该假设认为数据生成过程始于离第零期无穷远的过去,即要求  $m \rightarrow \infty$  且  $|\tau| < 1$ 。

定义  $e = (e_1' e_2' \dots e_T')'$ ,  $\omega = (\psi' \pi' \gamma' \lambda' \rho')$  则

$$\text{cov}(e, e) = \sigma^2 ((I_T \otimes B_N(\rho) S_N(\lambda))^{-1}) R_{NT} \\ (I_T \otimes ((B_N(\rho) S_N(\lambda)))^{-1}) = \sigma^2 \Omega(\omega) \quad (9)$$

其中

$$V_N(\tau, \gamma, \lambda) = 2 [(I_N + (S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma))^{2m-1}) \\ (I_N + S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma))^{-1}] \\ \psi^2 = \sigma_\xi^2 / \sigma^2 R_N(\psi, \pi, \gamma, \lambda, \rho) \\ = \psi^2 (B_N(\rho) S_N(\lambda)) (B_N(\rho) S_N(\lambda))' + V_N$$

$$R_{NT} = \begin{pmatrix} R_N & -I_N & 0 & \dots & 0 \\ -I_N & 2I_N & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2I_N & -I_N \\ 0 & \dots & 0 & -I_N & 2I_N \end{pmatrix}_{NT \times NT}$$

利用式 (9) 可得到  $\Delta Y_t (t = 1, \dots, T)$  的联合概率分布函数并构造式 (3) 的对数似然函数

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) - \frac{NT}{2} \ln(\sigma^2) \\ -\frac{1}{2} \ln |\Omega(\omega)| - \frac{1}{2\sigma^2} e(v)' \Omega^{-1}(\omega) e(v) \quad (10)$$

其中,  $\theta = (\pi_0' \pi' \beta' \pi' \gamma' \lambda' \rho' \psi' \sigma^2)'$ ,  $v = (\tau' \gamma' \lambda' \beta)'$ ,  $Z_t (t = 2, 3, \dots, T)$  如前定义; 定义  $\zeta = (\pi_0' \pi' \beta)'$ ,  $\varphi = (\tau' \gamma' \lambda' \rho)'$ , 则  $\theta = (\zeta' \varphi' \psi' \sigma^2)'$ . 给定  $\varphi = (\tau' \gamma' \lambda' \rho)'$  和  $\psi$ , 最大化式 (10) 得到  $\sigma^2$  和  $\zeta = (\pi_0' \pi' \beta)'$  的拟极大似然估计量

$$\sigma^2(\hat{\varphi}' \psi) = \frac{1}{NT} e(v)' \Omega^{-1}(\omega) e(v) \zeta(\hat{\varphi}' \psi) \\ = (\tilde{X} \Omega^{-1}(\omega) \tilde{X})^{-1} \tilde{X} \Omega^{-1}(\omega) \tilde{Y} \quad (11)$$

其中

$$\tilde{X} = \begin{pmatrix} 1_N & \tilde{\Delta X} & 0_{N \times k} \\ 0_{N \times 1} & 0_{N \times k} & S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0_{N \times 1} & 0_{N \times k} & S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_T \end{pmatrix}_{NT \times (2k+1)}$$

$$\tilde{Y} = \begin{pmatrix} \Delta Y_1 \\ (\Delta Y_2 - \tau S_N^{-1}(\lambda) \Delta Y_1 - \gamma S_N^{-1}(\lambda) W_N \Delta Y_1) \\ \vdots \\ (\Delta Y_T - \tau S_N^{-1}(\lambda) \Delta Y_{T-1} - \gamma S_N^{-1}(\lambda) W_N \Delta Y_{T-1}) \end{pmatrix}_{NT \times 1}$$

把式 (11) 的估计量代入式 (10) 得到集中对数似然函数

$$l(\theta | \hat{\sigma}^2, \hat{\zeta}) = -\frac{NT}{2} (\ln(2\pi) + \ln(\hat{\sigma}^2(\hat{\varphi}' \psi)))$$

$$-\frac{1}{2} \ln |\Omega(\omega)| - \frac{1}{2\sigma^2} e(v)' \Omega^{-1}(\omega) e(v) \quad (12)$$

式 (12) 中含有待估参数  $\varphi = (\tau' \gamma' \lambda' \rho)'$  和  $\psi$ , 最大化集中对数似然函数即可得到待估参数的拟极大似然估计量  $\hat{\varphi}$  和  $\hat{\psi}$ , 最终得到  $\theta$  的似然估计量  $\hat{\theta}$ .

## 二、 $\hat{\theta}$ 的渐近性质和渐近分布

为证明估计量的性质, 本文作如下假设:

假设 1: 误差项  $\{\varepsilon_{it}\} (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T)$  服从均值为零, 方差为  $\sigma_0^2$  的独立同分布 (i. i. d) ( $\forall i, t$ ), 且  $E|\varepsilon_{it}|^{4+\zeta} < \infty (\zeta > 0)$ .

假设 2: 解释变量  $\{x_{it}\} (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T)$  严格外生、非随机, 且一致有界 ( $\forall i, t$ );  $\{x_t\} (t = 1, \dots, T)$  为平稳序列。

假设 3: 空间权重矩阵  $W_N$  和  $M_N$  中各元素非随机, 且  $w_{ii} = m_{ii} = 0 (\forall i)$ , 其拥有实特征根, 且特征根可计算; 且  $W_N$  和  $M_N$  的行、列加总均一致有界。

假设 4:  $S_N(\lambda)$ 、 $B_N(\rho)$  和  $A_N(\tau, \gamma)$  对任意的  $\lambda \in \Lambda_\lambda$ 、 $\rho \in \Lambda_\rho$ 、 $\tau \in \Lambda_\tau$  和  $\gamma \in \Lambda_\gamma$  可逆,  $\Lambda_\kappa (\kappa = \tau, \gamma, \lambda, \rho)$  均为紧参数空间, 真实值  $\tau_0$ 、 $\gamma_0$ 、 $\lambda_0$  和  $\rho_0$  均分别在  $\Lambda_\kappa (\kappa = \tau, \gamma, \lambda, \rho)$  内部; 且  $A_N^{-1}(\tau, \gamma)$ 、 $S_N^{-1}(\lambda)$  和  $B_N^{-1}(\rho)$  的行、列加总分别在  $\Lambda_\kappa (\kappa = \tau, \gamma, \lambda, \rho)$  一致有界。

假设 5: 初始值  $Y_0$  内生确定, 其数据生成过程 (DGP) 与  $Y_t (t = 1, \dots, T)$  相同且有界,  $\{Y_t\} (t = 1, \dots, T)$  为平稳序列。

假设 6: 参数  $\theta$  的真实值  $\theta_0$  位于紧参数空间  $\Theta$  内部, 且在  $\Theta$  上一致有界。

假设 7: 时间维数  $T \rightarrow \infty$ , 空间维数  $N$  有限或  $N \rightarrow \infty$ 。

假设 1 为计量经济学中的常见假设。当模型中存在外生变量时, 通常假设其严格外生, 且一致有界, 如假设 2 所置。假设 3 为空间计量经济学标准假设,  $w_{ii} = m_{ii} = 0 (\forall i)$  为避免出现空间自影响。假设 4 的设置确保了模型 (2) 能够成立, 且  $A_N^{-1}(\tau, \gamma)$ 、 $S_N^{-1}(\lambda)$  和  $B_N^{-1}(\rho)$  以及  $W_N$  和  $M_N$  的行、列加总一致有界性确保空间相关性限定在可处理的范围内, 该假设由 Kelejian 和 Prucha (1998, 2001) 建议使用, Lee (2004) 在证明极大似然估计量的渐近性质时使用了该假设。假设 5 为本文考虑的初始值设定情形, 其平稳性假定避免出现非平稳因变量问题。

假设6为模型估计中的常规假设。假设7使得推导拟极大似然估计量的大样本渐近性质能够实现。

为证明的完整性,本文还需引入如下几个假设:

假设8:定义  $|EH| = 0$  ①,  $EH$  非奇异。

假设8的引入是保证信息矩阵非奇异的充分但非必要条件。当假设8不成立时,即  $|EH| = 0$ ,则需要施加另一个假设9。

假设9:  $\Phi_N = \frac{1}{2N^2} [tr(C_N^S C_N^S) tr(D_N^S D_N^S) - tr^2(C_N^S D_N^S)] > 0$ 。

White(1994)指出,当应用拟极大似然方法估计时,证明估计量的渐近一致性可施加如下假设:

White假设:式(4)中  $l(\theta)$  在  $\Theta$  具有惟一的、可识别的最大解  $\theta_0$ 。

(一)  $\hat{\theta}$  的渐近性质

基于上述假设条件,本文模型的拟极大似然估计量具有良好的大样本渐近性质。

推论1:在假设1-7成立下,  $\frac{1}{NT}l(\theta) - \frac{1}{NT}E[l(\theta)] \xrightarrow{p} 0$ , 且  $Q(\theta) = \frac{1}{NT}E[l(\theta)]$  在  $\Theta$  上具有一致连续性。

定理1:定义  $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta_0$ , 在假设1-7,假设8或假

设9,以及White假设条件成立下,  $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta_0$ 。

根据White(1994)的结论,要证明  $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta_0$ ,需要以下两个条件得到满足

(1)  $\frac{1}{NT}l(\theta) - \frac{1}{NT}E[l(\theta)] \xrightarrow{p} 0$ , 且  $Q(\theta) = \frac{1}{NT}E[l(\theta)]$  在  $\Theta$  上具有一致连续性;

(2)  $\limsup_{N \rightarrow \infty} [\max_{\theta_0 \in N_\zeta^C(\theta_0)} \frac{1}{NT}l(\theta) - \frac{1}{NT}E[l(\theta)]] \rightarrow 0 < 0, \forall \zeta > 0$ 。其中,  $N_\zeta^C(\theta_0)$  为  $\theta_0$  在空间  $\Theta$  上的开邻域。

条件(1)由推论1得到;易证条件(2)实际上是一个关于  $\theta_0$  在  $\Theta$  上的可识别性定义。

(二)  $\varepsilon_i$  的渐近分布

基于对数似然函数(10)的一阶导数和二阶导数,可得到  $E\left[\frac{1}{\sqrt{NT}} \frac{\partial l(\theta_0)}{\partial \theta} \frac{1}{\sqrt{NT}} \frac{\partial l(\theta_0)}{\partial \theta'}\right]$

$= \sum_{\theta_0, NT} + \Omega_{\theta_0, NT} + O\left(\frac{1}{T}\right)$ , 定义信息矩阵  $\sum_{\theta_0} = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{\theta_0, NT}$  及  $\Omega_{\theta_0} = \lim_{T \rightarrow \infty} \Omega_{\theta_0, NT}$ 。其中②

$$\Omega_{\theta_0}^c = \frac{\mu_4 - 3\sigma_0^4}{4\sigma_0^4 NT} \times$$

$$\begin{pmatrix} 0^{(2k+1) \times (2k+1)} * & * & * & * & * & * \\ 0^{(2k+1) \times 1} & \frac{NT}{\sigma_0^4} & * & * & * & * & * \\ 0^{(2k+1) \times 1} & \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\rho)_{ii} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0^{(2k+1) \times 1} & \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\psi)_{ii} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0^{(2k+1) \times 1} & \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\lambda)_{ii} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & + Tr(C_N F_N) & & & & & \\ & - tr((C_N F_N) R_N) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0^{(2k+1) \times 1} & \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\gamma)_{ii} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & + Tr(C_N) & & & & & \\ & - tr(C_N R_N) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0^{(2k+1) \times 1} & \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\tau)_{ii} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & + Tr(S_N^1) & & & & & \\ & - tr(S_N^1 R_N) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\rho)_{ii}^2 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\rho)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\psi)_{ii} & * & * & * & * \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\rho)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\lambda)_{ii} + tr(\Omega^{-1} \Omega_\rho (C_N F_N) \otimes I_T) & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\psi)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\lambda)_{ii} & * & * & * \\ & + tr(\Omega^{-1} \Omega_\psi (C_N F_N) \otimes I_T) & & & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\rho)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\gamma)_{ii} + tr(\Omega^{-1} \Omega_\rho (C_N \otimes I_T)) & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\psi)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\gamma)_{ii} & * & * & * \\ & + tr(\Omega^{-1} \Omega_\psi (C_N \otimes I_T)) & & & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\rho)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\tau)_{ii} + tr(\Omega^{-1} \Omega_\rho (S_N^1 \otimes I_T)) & \sum_{i=1}^{NT} (\Omega^{-1} \Omega_\psi)_{ii} (\Omega^{-1} \Omega_\tau)_{ii} & * & * & * \\ & + tr(\Omega^{-1} \Omega_\psi (S_N^1 \otimes I_T)) & & & & & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

①  $EH = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^T (B_N \tilde{Z}_i, B_N G_N \tilde{Z}_i, \delta)$ 。其中  $\tilde{Z}_i = (\bar{Y}_{i-1}, W_N \bar{Y}_{i-1}, \bar{X}_i)$ ,  $B_N(\rho) = I_N - \rho M_N$ ,  $G_N(\lambda) = W_N S_N(\lambda)$ 。  
② 其中  $\Omega(\omega) = ((I_T \otimes B_N(\rho) S_N(\lambda))^{-1}) R_{NT} (I_T \otimes ((B_N(\rho) S_N(\lambda))^{-1})^{-1}) \Omega_k$ ,  $k = (\rho, \psi, \lambda, \tau)$  分别表示  $\Omega(\omega)$  对各参数和一阶偏导。

进一步可推导出拟极大似然估计量的渐近分布。

推论 2: 在假设 1 - 7 成立下,  $\frac{1}{\sqrt{NT}} \frac{\partial l(\theta_0)}{\partial \theta} \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^e + \Omega_{\theta_0}^e)$ ; 当误差项  $\varepsilon_t$  服从正态分布时,  $\frac{1}{\sqrt{NT}} \frac{\partial l(\theta_0)}{\partial \theta} \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^e)$ 。

定理 2: 在假设 1 - 7, 假设 8 或假设 9 成立下,  $\sqrt{NT}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^{e-1} (\sum_{\theta_0}^e + \Omega_{\theta_0}^e) \sum_{\theta_0}^{e-1})$ ; 当误差项  $\varepsilon_t$  服从正态分布时,  $\sqrt{NT}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^{e-1})$ 。

欲证明  $\hat{\theta}$  的渐近分布, 在  $\theta_0$  处对式 (12) 中的  $\frac{\partial l(\hat{\theta})}{\partial \theta}$  作泰勒级数展开:

$$0 = \frac{\partial l(\hat{\theta})}{\partial \theta} = \frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta_0} + (\hat{\theta} - \theta_0) \frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta^2} \Big|_{\bar{\theta}}$$

其中  $\bar{\theta}$  介于  $\hat{\theta}$  与  $\theta_0$  之间, 因此当  $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta_0$  时,  $\bar{\theta} \xrightarrow{p} \theta_0$ 。因为  $\bar{\theta} \xrightarrow{p} \theta_0$ , 所以

$$\frac{1}{NT} \frac{\partial^2 l(\bar{\theta})}{\partial \theta^2} - \frac{1}{NT} \frac{\partial^2 l(\theta_0)}{\partial \theta^2} = o_p(1)$$

基于信息矩阵  $\sum_{\theta_0}^e$ , 进一步可得

$$\frac{1}{NT} E \frac{\partial^2 l(\theta_0)}{\partial \theta^2} \xrightarrow{p} \sum_{\theta_0}^e \frac{1}{NT} \frac{\partial^2 l(\theta_0)}{\partial \theta^2} - \frac{1}{NT} E \frac{\partial^2 l(\theta_0)}{\partial \theta^2} \xrightarrow{p} 0, \frac{1}{\sqrt{NT}} \frac{\partial l(\theta_0)}{\partial \theta} \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^e + \Omega_{\theta_0}^e)$$

且  $\sum_{\theta_0}^e$  非奇异, 则  $\sqrt{NT}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^{e-1} (\sum_{\theta_0}^e + \Omega_{\theta_0}^e) \sum_{\theta_0}^{e-1})$ ; 当误差项  $\varepsilon_t$  服从正态分布时,  $\sqrt{NT}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\theta_0}^{e-1})$ 。

### 三、Monte-Carlo 检验和实证分析

#### (一) Monte-Carlo 模拟检验

假设解释变量  $X_i(t = 1, \dots, T)$ 、误差项  $\varepsilon_i(t = 1, \dots, T)$  服从独立的标准正态分布  $N(0, 1)$ 。基于消除固定效应项的模型生成因变量样本:

$$\Delta Y_1 = \pi_0 1_N + \Delta X \pi + e_1(\cdot) \quad \Delta Y_t = S_N^{-1}(\lambda) A_N(\tau, \gamma) \Delta Y_{t-1} + S_N^{-1}(\lambda) \Delta X_t \beta + S_N^{-1}(\lambda) B_N^{-1}(\rho) \Delta \varepsilon_t(\varphi) \quad (t = 2, 3, \dots, T)$$

选择模型参数真值为  $(1, 2, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5)'$ ,  $(\pi_0, \pi_1, \mu_0)'$  的真实值取为  $(1, 2, 1)'$ 。空间权重矩阵  $W$  和  $M$  选择 Rook 相邻型<sup>①</sup> 空间权重矩阵, 同样随机生成; 空间维度  $N$  和时间维度  $T$  分别取  $(9, 25, 49)$  和  $(5, 20, 40)$  三个值进行组合; 模拟 10000 次, 分别记录每次估计结果, 并计算相应的估计量均值 (Mean) 和根均方误 (RMSE), 结果见表 1。

表 1 初始值内生确定假设下的蒙特卡洛模拟结果

(N, T)	$\sigma_0^2 = 1$		$\beta_0 = 2$		$\tau_0 = 0.2$	
	Mean	RMSE	Mean	RMSE	Mean	RMSE
(9, 5)	1.0826	0.2465	1.9935	0.2756	0.1705	0.0635
(9, 20)	1.0271	0.1134	2.0063	0.1382	0.1947	0.0261
(9, 40)	1.0103	0.0752	2.0009	0.0955	0.1969	0.0185
(25, 5)	1.0697	0.1587	2.0095	0.1534	0.1720	0.0393
(25, 20)	1.0201	0.0706	1.9978	0.0743	0.1933	0.0160
(25, 40)	1.0118	0.0469	1.9961	0.0518	0.1971	0.0108
(49, 5)	1.0647	0.1203	2.0005	0.1038	0.1792	0.0266
(49, 20)	1.0209	0.0507	1.9991	0.0484	0.1947	0.0115
(49, 40)	1.0108	0.0348	2.0001	0.0357	0.1975	0.0081
(N, T)	$\gamma_0 = 0.3$		$\lambda_0 = 0.4$		$\rho_0 = 0.5$	
	Mean	RMSE	Mean	RMSE	Mean	RMSE
(9, 5)	0.3091	0.1037	0.3998	0.2999	0.4988	0.2877
(9, 20)	0.3028	0.0439	0.3926	0.1445	0.5066	0.1459
(9, 40)	0.3018	0.0293	0.4012	0.1024	0.5007	0.1012
(25, 5)	0.3223	0.0643	0.3959	0.1791	0.5050	0.1916
(25, 20)	0.3048	0.0264	0.3983	0.0658	0.5007	0.0841
(25, 40)	0.3024	0.0185	0.3991	0.0837	0.5017	0.0619
(49, 5)	0.3133	0.0447	0.4059	0.1345	0.4964	0.1320
(49, 20)	0.3038	0.0197	0.3990	0.0599	0.4971	0.0599
(49, 40)	0.3026	0.0143	0.3999	0.0407	0.5021	0.0418
(N, T)	$\pi_0 = 1$		$\pi_1 = 2$		$\psi_0 = 1$	
	Mean	RMSE	Mean	RMSE	Mean	RMSE
(9, 5)	0.9908	0.1494	2.0003	0.1508	1.0020	0.2199
(9, 20)	0.9974	0.0732	2.0018	0.0762	1.0024	0.1050
(9, 40)	0.9958	0.0532	1.9993	0.0517	1.0030	0.0753
(25, 5)	0.9956	0.0872	1.9988	0.0921	0.9929	0.1243
(25, 20)	0.9994	0.0427	2.0004	0.0460	1.0016	0.0641
(25, 40)	1.0001	0.0311	1.9996	0.0315	0.9990	0.0443
(49, 5)	1.0002	0.0620	1.9971	0.0633	1.0008	0.0917
(49, 20)	0.9981	0.0312	1.9992	0.0320	1.0001	0.0447
(49, 40)	1.0007	0.0220	1.9999	0.0225	0.9996	0.0329

从表 1 中模拟结果对比发现, 就总体而言, 在有限样本下, 当样本容量最小 ( $N = 9, T = 5$ ) 时, 参数估

① 所谓 Rook 相邻型, 是相对于 Queen 相邻型而言的一种称谓, 它们是空间计量经济学中两种主要的空间权重矩阵类型。前者定义相邻仅指每一个空间单元与其成直角关系的空间单元的连接, 居中的单元具有四个相邻空间, 边界的单元具有三个相邻空间, 角落的单元则仅具有两个相邻空间; 后者定义相邻则将连接从成直角关系扩展到斜角, 即从最多的四个相邻空间扩展到最多八个相邻空间, 边界和角落的单元的相邻空间依此推理 (Lesage (1999))。

计量与真实值之间具有最大的偏误,主要表现为 RMSE 最大(以  $\sigma^2$  为例,  $RMSE = 0.2465$ );随着样本容量的扩大, RMSE 得到不断改善,而当样本容量最大( $N = 49, T = 40$ )时,参数估计量的 RMSE 最小(以  $\sigma^2$  为例,  $RMSE = 0.0348$ ),与真实值之间的偏误最小(误差率为 3.5%),这反映了拟极大似然估计的大样本渐近性质,而在小样本下则不一定具有优良的理论性质。就参数估计量性质对不同的空间维度  $N$  和时间维度  $T$  变化敏感性而言,在固定空间维度  $N$  下,随着时间维度  $T$  的增加,参数估计量的性质得到迅速改善,以  $\beta$  为例,当  $N = 9$  时,在  $T = 5$  时的 RMSE 为 0.2756(误差率为 13.8%),随着  $T$  增加到 20 和 40,相应的 RMSE 迅速减小,分别为 0.1382(误差率为 6.9%)和 0.0955(误差率为 4.8%);当  $N = 25$  和 49 时,随着  $T$  的增加,相应的 RMSE 同样得到迅速改善,其他参数估计量均表现类似的规律。在固定时间维度  $T$  下,随着空间维度的增加,一般情况下参数估计量性质均能得不同程度的改善,但显然其反应的敏感性不如在固定  $N$  时  $T$  增加情形下的强烈,以  $\beta$  为例,当  $T = 5$  时,在  $N = 9$  时的 0.2756(误差率为 13.8%),随着  $N$  增加到 25 和 49 相应的 RMSE 均分别下降为 0.1534(误差率为 7.7%)和 0.1038(误差率为 5.2%),但改善的幅度较小,其他参数估计量也表现出类似的规律。

综合模拟结果,拟极大似然估计量良好的渐近性质是建立在大样本性质基础之上的,因此在样本容量较小时,估计量的表现并不理想。从本文的模拟结果看,当样本容量( $N \times T$ )在 125 与 180 之间时,似然估计量的 RMSE 基本上能控制在 0.1 以下,但误差率仍然较大;当样本容量介于 180 与 500 之间时, RMSE 基本上在 0.08 以下,相应的误差率平均水平下迅速下降为 10% 左右,估计结果基本上能够接受;当样本容量超过 500 时,估计结果的渐近性质明显改善, RMSE 基本上在 0.05 以下,相应的误差率平均水平基本上在 5% 以下。相对于不同的  $N$  和  $T$  的组合,根据本文的模拟结果所表现的规律得到的启示是:在空间维度  $N$  限定下尽可能地延长时间维度  $T$  能够有效地改善估计性质。

(二) 实证案例分析

为验证模型的合理性和适用性,本文以中国省域经济收敛问题为例构建考虑双重结构的动态空间面板数据模型,并与其他模型进行实证对比分析。

本文基于新古典经济增长理论,利用扩展的柯布-道格拉斯(Augmented Cobb-Douglas)生产函数,结合本文的动态空间固定效应模型构建有关中国省域之间经济增长收敛性的理论模型。

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (13)$$

其中,  $Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{Nt})'$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ) 表示经济总产出,  $T$  为时间维度,  $N$  空间维度;  $K_t = (K_{1t}, K_{2t}, \dots, K_{Nt})'$  表示资本,  $L_t = (L_{1t}, L_{2t}, \dots, L_{Nt})'$  表示劳动力,  $A_t = (A_{1t}, A_{2t}, \dots, A_{Nt})'$  表示劳动效率。令  $y = Y/AL$  和  $k = K/AL$  分别表示单位有效劳动的产出和资本。本文以两种途径引入空间效应,一是技术溢出,二是要素(劳动力和资本)流动<sup>①</sup>。

1. 技术溢出(Technical Spillover)。假设经济区域  $i$  的技术水平  $A_{it}$  由两个因素决定,一是以外生速度  $g$  增长的初始技术水平  $A_{i0}$ ;二是与区域  $i$  相邻的区域  $j$  的技术水平  $A_{jt}$ ,这种技术溢出倾向于呈现地理相邻且随着地理空间的推移迅速弱化(Griliches, 1992),其程度由参数  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 的大小决定。

则技术溢出定义为  $A_{it} = A_{i0} e^{gt} \prod_{j \neq i}^N A_{jt}^{\alpha w_{ij}}$ , 其中  $w_{ij} = 1$  当区域  $i$  和区域  $j$  在地理上相邻,否则  $w_{ij} = 0$ 。

2. 要素流动(Factor Mobility)。假设要素包括有劳动力和资本两类,且要素由低回报率的区域向高回报率的区域流动,正号表示要素流入,负号表示要素流出。根据 Yu(2007) 构造的劳动力迁移函数

$$m_i^L(k_i) = b^L (\ln k_i - \sum_{j \neq i}^N m_{ij} \ln k_j) \quad \text{其中 } b^L > 0$$

假设区域  $i$  的初始劳动力水平为  $L_{i0}$ ,该区域的劳动力来自两个方面:一是在没有劳动力流动的情形下以外生速率  $n$  的自然增长;二是由于劳动力流动函数  $m_i^L(k_i)$  所产生的劳动力流入或流出。当区域  $i$  的单位有效劳动的资本  $\ln k_i$  高于相邻域的平均单位有效劳动资本  $\sum_{j \neq i}^N m_{ij} \ln k_j$  时,区域  $i$  将吸引相邻区域的劳动力流入;反之,区域  $i$  的劳动力将流出到其他区域。

类似地,构造资本流动函数  $m_i^K(k_i) = b^K (\ln k_i - \sum_{j \neq i}^N m_{ij} \ln k_j)$  其中  $b^K < 0$ 。假设区域  $i$  的储蓄率为

<sup>①</sup> 有关空间效应在技术溢出和要素流动上的设置借鉴 Yu (2007) 的三个假设。

$s_i$  资本折旧率为  $\delta_i$  ①, 当区域  $i$  的单位有效劳动的资本  $\ln k_i$  高于相邻域的平均单位有效劳动资本  $\sum_{j \neq i}^N m_{ij} \ln k_j$  时, 区域  $i$  的资本将流出到其他相邻区域; 反之, 区域  $i$  将吸引其他相邻区域的资本流入。

定义人均产出为  $y_{it}^L \equiv Y_{it}/L$ , 则有  $\ln y_{it}^L = \ln y_{it} + \ln A_{it}$ 。根据生产函数的动态均衡, 得到如下的有关人均产出的模型:

$$\ln y_{it}^L = e^{\lambda_i(t_2-t_1)} \ln y_{it_1}^L + \ln A_{it_2} - e^{-\lambda_i(t_2-t_1)} \ln A_{it_1} + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{s_i(1-e^{-\lambda_i(t_2-t_1)})}{n+g/(1-\alpha)+\delta_i} \quad (14)$$

综合式 (13) 和式 (14) 整理可得

$$\ln y_{it}^L = \mu_N + \rho_i + \alpha(W_N \ln y_{it_1}^L) + e^{-\lambda\tau} \ln y_{it_1}^L - \alpha e^{-\lambda\tau} (W_N \ln y_{it_1}^L) + u_i \quad (15)$$

其中,  $\mu_N = (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln A_0 + \frac{\alpha(1 - e^{-\lambda\tau})}{1 - \alpha} (I_N$

$- \alpha W_N) \ln(\frac{s}{n + g/(1 - \alpha) + \delta})_{N \times 1}$  表示固定效应,

假定储蓄率  $s_i$  和折旧  $\delta_i$  为常数;  $\rho_i = g(1 - e^{-\lambda\tau})(t_2 - e^{-\lambda\tau}t_1) L_N$  表示时间效应, 其中  $\tau = t_2 - t_1 = 3$  ②。考虑到模型可能忽略解释变量或存在不可直接测度或尚未纳入经济核算范围等因素, 模型 (15) 右侧无法完全解释全部的空间效应。因此, 引入误差项的空间结构, 构建模型如下:

$$\ln y_{it} = \mu_N + \rho_i + \beta_1 \ln y_{it-1} + \beta_2 (W_N \ln y_{it}) + \beta_3 (W_N \ln y_{it-1}) + u_i$$

$$u_i = \beta_4 M_N u_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim iid(0, \sigma^2 I_N) \quad (16)$$

其中,  $y$  表示消除价格因素的人均 GDP;  $W_N$  和  $M_N$  均选择二元相邻空间权重矩阵, 为作区别, 对  $W_N$  实施行标准化处理, 而对  $M_N$  则仅做消除量纲处理。

本文研究样本选择 1979 年至 2007 年除西藏和重庆外的大陆 29 个省市的国内生产总值 (GDP) 和人口数据, 数据均进行消除价格因素处理得到以 1979 年为基期的可比价人均 GDP, 数据来源于各年《中国统计年鉴》以及国家统计局官方网站。

基于本文研究目的, 选择如下 Badinger et. al. (2002) 和 Yu (2007) 的模型以及未考虑任何空间效应的动态模型进行比较。

比较模型 1:  $\ln y_{it} = \mu_N + \rho_i + \beta_1 \ln y_{it-1} + u_i, \mu_i = \beta_4 M_N u_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim iid(0, \sigma^2 I_N)$

比较模型 2:  $\ln y_{it} = \mu_N + \rho_i + \beta_1 \ln y_{it-1} + \beta_2 (W_N \ln y_{it}) + \beta_3 (W_N \ln y_{it-1}) + u_i, \mu_i \sim iid(0, \sigma^2 I_N)$

比较模型 3:  $\ln y_{it} = \mu_N + \rho_i + \beta_1 \ln y_{it-1} + u_i, \mu_i \sim iid(0, \sigma^2 I_N)$

对变量  $\Delta \ln y_{it}$  进行单位根检验, 结果见表 2。模型变量均在 1% 显著性水平下拒绝存在共同或个体单位根的原假设, 变量服从面板数据的平稳性要求。

表 2 单位根检验结果

方法	统计量	P 值	截面单元	样本容量
(1) LLC 检验	-2.38	0.0088	29	783
(2) IPS 检验	-10.27	0	29	783
(3) ADF - Fisher 卡方检验	210.65	0	29	783

注: (1) 检验面板数据中是否存在共同的单位根过程, 原假设假定存在着共同的单位根过程; (2) (3) 检验面板数据中的个体单位根过程, 原假设假定存在着个体的单位根过程。

利用拟极大似然估计方法对模型 (16) 进行估计并进行模型比较, 结果见表 3。根据表 3 结果, 并结合中国经济发展实际分析如下:

1. 中国省域经济之间存在显著的经济趋同现象。根据表 3 结果, 反映经济收敛 (趋同) 的参数指标  $\beta_1$  显著且小于 1, 计算得到的经济收敛速度  $\lambda$  为正, 这符合新古典经济增长理论的结论, 表明中国自改革开放以来, 经济发展落后省份的人均 GDP 与经济发达的省份之间的差距在一定程度上呈缩小趋势。

2. 中国省域经济之间存在着显著的“空间聚集”。根据表 3 中第二列和第三列两模型估计结果的对比, 反映可直接观测空间效应的系数  $\beta_2$  和  $\beta_3$  分别在 5% 和 10% 水平下显著, 且  $(\beta_2 + \beta_3)$  等于 0.1515 为正, 这表明相邻区域较快的经济增长能够在一定程度上拉动该区域的经济增长, 在经济地理上呈现一定的“空间聚集”。

3. 中国省域经济中存在着部分不可直接测度或尚未纳入经济核算或理论模型中忽略的因素, 且这种因素对经济增长的影响也是正向的。根据表 3 中第二列所示, 误差项的空间效应系数 (0.1886) 为

① 储蓄率和折旧率在不同区域间可以不同, 但在研究一国内部时通常假设  $s_i$  和  $\delta_i$  为常数。

② 经济增长收敛性研究中要求选择一个合适的时间跨度, 仅用一个年度的数据难以反映出技术溢出以及劳动力和资本决策的选择问题, 而时间跨度过长则可能抹杀经济周期的表现和误差项的序列相关。有关时间跨度  $t$  的选择, Yu (2007) 研究美国经济和 Badinger et. al. (2002) 欧洲经济的收敛时均选择 5 年平均值, 考虑到现所能收集的有关中国经济增长时期数据较短 (本文选用 1979 到 2007 年的经济数据, 以 1979 年为基期, 共 28 个年度), 本章对时间跨度  $t$  选择为 3 年平均值。

正且显著,而当假设所有空间效应已被观测和体现的比较模型3(结果见表2第四列),其对应的解释变量空间影响力( $\beta_2 + \beta_3$ )为0.1692,高于放松该假设的模型(16)中的0.1515。显然,正且显著的 $\beta_4$ 拒绝了比较模型3对误差项不存在空间效应的这一假设;这表明,当错误施加这一假设时,模型将高估实际已观测和体现的空间影响程度。

4. 技术、劳动力和资本在各省区之间的溢出或流动加速省域之间的经济收敛。比较表3中第二至四列与第五列中的收敛速度 $\lambda$ 可以发现,考虑空间效应下的经济收敛速度(0.0619, 0.0526, 0.0596)要快于假设不存在空间效应下的收敛速度(0.0107),这表明技术溢出和要素流动在经济空间上的作用不可忽略,其对省域之间的经济趋同起着加速作用。

表3 估计结果对比

参数	本文模型(16)	比较模型1	比较模型2	比较模型3
	估计量	估计量	估计量	估计量
$\beta_1$	0.8304 *** (35.969)	0.9553 *** (39.418)	0.8362 *** (41.8)	0.9683 *** (11.307)
$\beta_2$	0.2907 ** (2.2597)		0.7639 ** (3.2597)	
$\beta_3$	-0.1392 * (-1.1597)		-0.5948 *** (-18.396)	
$\beta_4$	0.1886 *** (8.6611)	0.2159 *** (23.646)		
对数似然值	-2029.6	-2009.3	-2059.7	-1783.9
收敛速度 $\lambda$	0.0619	0.0526	0.0596	0.0107

注:括号内为参数估计量的渐近t统计量,\*\*\*表示在1%水平下显著,\*\*表示在5%水平下显著,\*表示在10%水平下显著。收敛速度 $\lambda$ 非估计结果,而是由 $\beta_1$ 的估计量计量得到, $\lambda = -\ln(\beta_1) / 3$ 。

#### 四、研究结论

本文构建的空间计量模型,是在综合了空间自回归和空间误差双重结构的基础上进行了动态化演进。在施加适当假设情形下,本文模型参数的拟极大似然估计量具有良好的渐近性质和渐近分布。基于新古典经济增长理论与扩展的柯布-道格拉斯函数的中国省域经济增长的收敛实证研究验证了本文模型的适用性和合理性。

#### 参考文献

[1] Badinger, H., Muller, W. G., and Tondl, G. Regional Convergence

in the European Union (1985 - 1999): A Spatial Dynamic Panel Analysis [W]. Vienna University, Austria, 2002.

[2] Bhargava, A., and J. D. Sargan. Estimation Dynamic Random Effects Models from Panel Data Covering Short Time Periods [J]. *Econometrica*, 1983, Vol. 51: 1635 - 1659.

[3] Elhorst, J. Paul. Dynamic Models in Space and Time [J]. *Geographical Analysis*, 2001, Vol. 33: 119 - 140.

[4] Elhorst, J. Paul. Unconditional Maximum Likelihood Estimation of Linear and Log-linear Dynamic Model for Spatial Panels [J]. *Geographical Analysis*, 2005, Vol. 37: 85 - 106.

[5] Hsiao, C., Pesaran, M. H., and Tahmiscioglu, A. K. Maximum Likelihood Estimation of Fixed Effects Dynamic Panel Data Models Covering Short Time Periods [J]. *Journal of Econometrics*, 2002, Vol. 109: 107 - 150.

[6] Kelejian, Harry H. and Prucha, Ingmar. A Generalized Spatial Two-stage Least Squares Procedure for Estimating a Spatial Autoregressive Model with Autoregressive Disturbance [J]. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 1998, Vol. 17, Issue. 1: 99 - 121.

[7] Kelejian, Harry H. and Prucha, Ingmar. On the Asymptotic Distribution of the Moran I Test Statistic with Applications [J]. *Journal of Econometrics*, 2001, Vol. 104: 219 - 257.

[8] Lee, L. F. Asymptotic Distributions of Quasi-Maximum Likelihood Estimators for Spatial Econometric Models [J]. *Econometrica*, 2004, Vol. 72: 1899 - 1925.

[9] Lee, L. F., and Yu, J. Estimation of Spatial Autoregressive Panel Data Models with Fixed Effects [J]. *Journal of Econometrics*, 2010, 154(2): 165 - 185.

[10] Su, L. J., and Yang, Z. L. QML Estimation of Dynamic Panel Data Models with Spatial Errors [W]. Singapore Management University, 2007.

[11] White, H. Estimation, Inference and Specification Analysis [M]. *Econometric Society Monographs*, No. 22, Cambridge University Press, 1994.

[12] Yu, J., R. de long and L. F. Lee. Quasi-maximum Likelihood Estimators for Spatial Dynamic Panel Data with Fixed Effects when both n and T are Large [W]. The Ohio State University, 2006.

[13] Yu, J. Essays on Spatial Dynamic Panel Data Model: Theories and Application [D]. The Ohio State University, 2007.

#### 作者简介

郭鹏辉,男,1982年生,福建南安人,博士,厦门大学经济学院助理教授。研究方向:数量经济学、统计学方法与应用。

(责任编辑:程 晔)