

# 汇率决定与央行干预\*

——1994~2005 年的人民币汇率决定研究

□林伟斌 王艺明

**摘要** 本文基于 1994~2005 年人民币外汇市场制度特征 构建了一个央行频繁干预情形下的人民币汇率决定的市场微观结构模型。该模型发现 即使宏观基本面没有出现变化 汇率也依然会发生波动 指令流的变动是短期汇率波动的根本推动力。指令流通过交易商层面的短暂性资产组合效应和市场层面的持久性资产组合效应对汇率波动产生影响。我国中央银行为了维护日内涨跌幅限制下外汇市场有充分的流动性 必须被动地入市干预 中央银行的干预量由汇率决定模型内生决定。本文为人民币外汇市场参与者和监管当局初步打开了人民币汇率形成的“黑匣子”。

**关键词** 人民币汇率决定 市场微观结构 央行干预

## 一、引言

人民币汇率决定和制度安排一直都是我国经济理论界和实务界的难点和热点。1994 年以前,我国先后经历了固定汇率制和双轨汇率制。从 1994 年 1 月 1 日开始,我国将汇率双轨制并轨,实行以市场供求为基础的,单一的、有管理的浮动汇率制度。这里的所谓“管理”有三个方面的含义:第一,国际收支经常项目和资本项目的区别管理;第二,强制结售汇;第三,银行间外汇交易会员的数量、最高持汇规模以及汇率日波幅涨跌停的三重限制。根据 IMF (2004)的实际分类表(de facto Classification),我国的“有管理浮动汇率制”仅仅是官方宣告,并不是真正的浮动汇率制。人民币汇率制度应属于“传统的固定盯住制”(Conventional Fixed Peg Arrangements),在这种汇率制度下,一国名义汇率可以盯住另一国货币或一篮子货币,并在中心汇率上下小于 1%的幅度内波动。货币当局通过直接干预(通过买卖外汇)或者间接干预(例如运用利率政策、外汇管理、约束外汇交易的道德规劝或其他公共机构干预)来维持固定的平价(IMF,2004)。

2005年7月21日,我国对外汇形成机制和外汇市场运作进行了调整,开始实行“以市场供求为基础,参考一篮子货币进行调节、有管理的浮动汇率制度”,并提出了“提高金融机构自主定价能力”的汇率改革目标。在随后的配套改革中,我国在银行间外汇市场引入了做市商制度和询价交易方式,并将人民币兑美元的日波幅限制扩大至 $\pm 0.5\%$ 。新时期的人民币汇率制度尽管在盯住对象上有所改变,而且扩大了双向浮动空间和汇率波动弹性,但“管理”的3个特征依然存在,人民币汇率决定很大程度上仍然是“传统的固定盯住制”或“可调整的盯住”,外汇市场的非均衡必然会经常出现。尽管如此,但我国人民币汇率制度改革的前景依然清晰可见:遵循国际外汇市场发展规律,逐步放开资本账户管制、取消结售汇制,拓展外汇市场的广度和深度,形成多种交易方式并存、分层有序的外汇市场体系,最终形成人民币的有管理浮动汇率制甚至自由浮动汇率制。就目前而言,新时期人民币汇率形成机制改革和外汇市场建设过程中,央行频繁干预的人民币外汇市场特征,为我们研究人民币汇率决定提供了新的契机。

\* 本文为北京大学汇丰金融研究院 2009 年课题、国家社科基金青年项目 (09CJY083)、国家社科基金重点课题 (08ATL007)、教育部人文社科基金青年项目(08JC790038)、教育部人文社科重点研究基地重大项目(05JJD790075)、国家自然科学基金项目(70673116)、广东省哲学社会科学“十一五”规划青年项目(08YE-02)、中山大学“985 工程”产业与区域发展研究创新基地、及广东省普通高校人文社会科学重点研究基地经费资助成果之一。

一直以来,主流的汇率决定理论是宏观汇率决定模型,人民币汇率决定理论也不例外。20世纪70年代以前,汇率决定理论主要是考察商品市场的均衡,购买力平价是该类模型的代表。70年代以后,汇率决定的资产市场理论将汇率决定的视野拓展到资产市场,该类理论认为汇率是由宏观变量(例如利率、货币供给、国际收支平衡等)决定的。但是,宏观汇率决定模型一般难于解释和预测汇率的中短期走势,各种宏观模型面临着不被实证检验支持的危险(Meese and Rogoff, 1983a, 1983b; Frankel and Rose, 1995; Evans and Lyons, 2005),就是所谓的“汇率决定之谜”。20世纪90年代兴起的外汇市场微观结构理论,是对宏观汇率决定模型的重要补充。在宏观模型中,汇率被看作相对价格(它由宏观经济因素决定),而外汇市场微观结构理论则假定外汇投资者预期是多样化的,并认为指令流等市场微观结构变量是影响汇率行为的最主要因素之一(Lyons, 2001)。外汇市场微观结构理论的产生和发展对汇率价格决定和波动的解释富有很大的启发性,其分析汇率的视角由宏观基本因素转向考察外汇市场本身的具体情况,诸如从外汇市场结构、市场参与者的信息传递、投资者预期的异质性以及波动异质性等方面来研究汇率,这无疑是在汇率经济学研究方法上的一个重要突破。

本文尝试在人民币汇率改革初步启动的时间点上,从市场微观结构的角度探讨我国特殊的汇率形成机制,即央行干预下的人民币汇率决定机制。特别是从外汇市场微观结构角度出发,探讨日内汇率运动过程以及我国中央银行对人民币汇率的日内干预机制,为我国深化汇率制度改革提供理论依据和实践参考。本文的结构安排如下:第二部分是人民币外汇市场的交易机制分析和模型设定;第三部分是模型的求解和对人民币汇率决定的探讨;最后是结论和建议。

## 二、交易机制与模型设定

### (一)交易机制

我国外汇市场包括银行间外汇市场(批发市场)和银行的柜台市场(零售市场)2个层次,市场参与者主要分为:大量的客户(包括机构和个人)、银行间外汇交易会员以及中央银行。由于我国采取强

制结售汇制,客户必须将外汇资产结汇给外汇指定银行,当需要外汇资产时再向交易商购买外汇。因此,我国外汇市场上的客户与国际外汇市场不同,它无法自主持有外汇头寸。银行间外汇交易会员,也称外汇交易指定银行(以下简称外汇交易商),主要包括四大国有商业银行、部分股份制商业银行、外资银行,以及非银行类金融机构等。交易商在零售市场上向客户提出报价并与客户交易外汇资产,也在批发市场上向其他交易商(包括央行)提出报价并交易外汇资产。中央银行是银行间外汇市场上的重要交易商,它会根据外汇市场的交易状况,适时入市干预,其主要目的是增强外汇市场流动性和稳定汇率价格。

根据我国的外汇制度安排和实际运行情况,将我国外汇市场的日内交易流程概括如下:(1)每日开盘后,交易商在中间价附近提出买卖报价为客户提供结售汇和经纪服务,客户接受报价并向交易商下订单。(2)交易商先将各分支行的内部总头寸轧平,并将多余的头寸在银行间外汇市场上同其他交易商(包括央行)进行交易。交易商在实际交易过程中,会根据市场交易状况重新估计外汇走势并制定新的报价和交易策略。(3)由于交易商对风险采取较为保守的态度以及受到最高持汇规模的限制,一般会在收市前将当天交易的净头寸平仓,即将当天的多余头寸以适当报价转移给风险承受能力较强的客户。(4)中央银行可以观测到整个外汇市场的净交易头寸,当净交易头寸超出中央银行预警范围时,央行进入市场进行干预,使得交易商报价不超出涨跌幅限制,并使得市场保持充分的流动性。

交易规则方面,交易商按以下规则进行报价与交易:一、报价规则:(R1)交易商在每阶段的报价都是瞬时、独立的;(R2)报价能够被市场的所有参与者观察到;(R3)每个交易商只报一个价格,并愿意在此价格上买卖任何数量的外汇资产。二、交易规则:(R4)每笔交易都是瞬时、独立的;(R5)交易商可以同多个交易对手交易;(R6)相同报价的交易量相同,即提出相同报价的交易商平分某个价格上成交的交易量。

我国外汇市场的交易制度要求各个交易商能够独立、同时报价(Simultaneous Quote)(规则R1),这说明交易商在同一时刻发生交易,其交易决策并

不依赖于其他交易商的交易信息。交易商的报价能够被其他交易商及客户观察到(规则 R2),法律要求交易商在报价上接受客户任意数量的交易(规则 R3)。交易规则 R4 和 R5 意味着,交易商在根据其他交易商的报价提出买卖要求时,也接受了其他交易商向它提出的买卖要求。交易规则 R6 是电子撮合系统撮合成交时的内在要求。

因此,按照上述的交易机制和交易规则,本文所构建的理论模型称为同时交易模型(Simultaneous Trade Model, Lyons, 1996, 1997, 2001)。该模型区别于序贯交易模型(Sequential Trade Model, Glosten and Milgrom, 1985)以及批量模型(Auction Model, Kyle, 1985)。同时交易模型在技术层面上可视为一个(四阶段)动态不完全信息博弈。日内外汇交易的每一个阶段都是不完全信息静态博弈,外汇市场参与者都是同时交易(Simultaneous Trade),并不条件依赖于同一阶段其他人的信息。每一阶段市场参与者的报价和交易依赖于上一阶段结束后公开的信息以及私有信息,利用贝叶斯学习规则来更正判断和决策<sup>⑥</sup>。

## (二)模型设定

假设纯交换经济体(Pure-exchange Economy)有两种资产——无风险资产和风险资产<sup>⑦</sup>, 风险资产价格代表汇率。该风险资产在每个交易日内都会获得一个随机收益  $R_t$ , 代表第  $t$  日宏观基本面变化(如利率变化)所带来的风险收益,并假设服从正态分布  $N(0, \sigma_R^2)$ 。市场上共有 3 类参与者:  $N$  个交易商、大量的客户(连续统, Continuum,  $z \in [0, 1]$ ) 和一个央行。交易商是理性的,能够进行财富效用的跨期优化,央行的目标则是维持汇率稳定和市场流动性。以下是外汇的日内交易流程,我们具体分析每一阶段的报价和交易情形。

### 1. 第一阶段

每日开市后,客户在零售市场上向交易商提出买卖要求,一个交易商可与多个客户交易,但一个客户一般只选择一个交易商交易。假设交易商收到的客户净指令流为  $C_{i1}$ , 并且服从正态分布  $N(0, \sigma_C^2)$ 。 $C_{i1} > 0 (< 0)$  是指客户的净买入(卖出)指令,即该交易商的净卖出(买入)。其他交易商仅仅观察到交易商  $i$  向客户提出的报价  $P_{i1}$ , 却无法观察到  $C_{i1}$ , 这与现实相符,因为银行与客户的交易规模往往是商

业机密。所有交易商收到的净头寸加总  $C_1 = \sum_{i=1}^n C_{i1}$ , 就是市场上公众(Public)的资产组合总头寸变动(Portfolio Shifts, Evans and Lyons, 2002)。

### 2. 第二和第三阶段

第二和第三阶段是银行间外汇市场的交易过程。令  $T_{ik} (k=2, 3)$  表示交易商  $i$  在第  $k$  阶段向其他交易商提出的净指令流,  $T_{ik} > 0 (< 0)$  是指该交易商的净买入(卖出)指令。令  $T_{ik}' (k=2, 3)$  表示交易商接收到的其他交易商所提出的净指令流。报价规则 R1 和交易规则 R4、R5 意味着,  $T_{ik}$  和  $T_{ik}'$  不相关,  $T_{ik}'$  是交易商  $i$  被动持有的头寸。令  $D_{ik} (k=2, 3)$  是交易商  $i$  的投机需求头寸(Speculative Demands), 它是由于交易商  $i$  根据私有信息  $C_{i1}$  而产生的投机冲动。

$$T_{i2} = D_{i2} + C_{i1} + E[T_{i2}' | \Omega_{i2}] \quad (1)$$

其中  $\Omega_{i2}$  表示交易商在第二阶段的私有信息集。

令银行间外汇市场发生的总头寸为  $X_2 = \sum_{i=1}^N T_{i2}$ ,

$X_2$  被认为是外汇价格发现的信息来源(Lyons, 1996, 1997, 2001), 交易商们观察到  $X_2$  后重新估计外汇价格和头寸持有策略。央行观察到  $X_2$  后, 评估  $X_2$  对外汇价格和交易商最高持汇规模的影响, 决定是否入市。交易商和央行进入第三阶段的交易, 交易商提出报价  $P_{i3}$ , 并发生  $T_{i3}$  的交易头寸。

$$T_{i3} = (D_{i3} - D_{i2}) + (T_{i2}' - E[T_{i2}' | \Omega_{i2}]) + E[T_{i3}' + I_{i3} | \Omega_{i3}] \quad (2)$$

其中,  $I_{i3}$  表示央行向交易商  $i$  下的订单规模, 由于是秘密干预, 交易商无法将  $I_{i3}$  和接收到的其他交易商所提出的净指令流  $T_{i3}'$  区分出来。在第三阶段末期, 交易商们观测到市场发生的  $X_3 = \sum_{i=1}^N T_{i3}$  的净交易总头寸。

### 3. 第四阶段

第四阶段一般是指临近收盘的最后交易阶段。交易商们为了不持有隔夜的外汇风险, 它们必须将当天持有的净头寸转移给市场公众(Public)。假设市场上愿意承受隔夜汇率风险的(策略性)客户有(Strategic Customs)  $m$  个, 且  $m$  远远大于  $n$ , 尽管单个客户和单个交易商拥有同样的风险厌恶系数, 但所有客户的总风险承受能力远远强于交易商。(策

略性的)客户在第四阶段最优化财富效用函数的基础上持有最优头寸,它区别于第一阶段的客户随机交易策略。它们根据已有的信息估计出愿意接受的价格,只要有合适的价格,(策略性的)客户总愿意承担风险,因此第四阶段博弈的主导权掌握在(策略性的)客户手里。交易商为了将净头寸全部转移给市场,会根据博弈结果推断出(策略性的)客户愿意接受的价格,并报出该价格  $P_{i4}$ 。交易商为了推断(策略性的)客户愿意接受的价格  $P_{i4}$ ,必须清楚两种信息:(1)市场发生的总头寸规模;(2)(策略性的)客户的风险承受能力。与 Evans 和 Lyons (2000, 2001, 2002)一样,本文利用 O'Hara (1995)关于风险资产收益服从正态分布以及财富负指数效用函数下的最优资产需求量通用公式,假定第四阶段市场对风险资产的总需求为  $C_4$ :

$$C_4 = \gamma [E(P_{4,t+1} | \Omega_4) - P_{4,t}] \quad (3)$$

其中,系数  $\gamma$  代表了(策略性的)客户的风险承受能力,且  $\gamma > 0$ 。

#### 4. 市场出清

外汇市场要达到均衡,必须要求在交易日内的每一个阶段都必须市场出清。在第一阶段,交易商们以  $P_1$  的价格吸收了客户的所有指令,即  $E(C_1 | \Omega_1) + E[NS_1(P_1) | \Omega_1] = 0$ ,其中,  $NS_1(P_1)$  表示交易商们在  $P_1$  价格下对外汇资产的净流动性供给(Net Supply)。在第二阶段,交易商们在银行间市场上以  $P_2$  的价格重新分配了第一阶段的总头寸,即  $E(C_1 | \Omega_2) + E[NS_2(P_2) | \Omega_2] = 0$ 。在第三阶段,交易商们和央行(如果有入市干预)在银行间市场上以  $P_3$  的价格重新分配了第二阶段的总头寸,即  $E(C_1 | \Omega_3) + E[NS_3(P_3) | \Omega_3] = E(I_3(P_3) | \Omega_3)$ 。在最后交易阶段,交易商们以  $P_4$  的价格将第三阶段的总头寸转给(策略性的)客户,即  $E(C_1 - I_3 | \Omega_4) + E[C_4(P_4) | \Omega_4] = 0$ ,其中,  $C_4(P_4)$  表示(策略性的)客户在  $P_4$  价格下对外汇资产的投资需求。此时,(策略性的)客户吸收的总头寸恰好等于被央行吸收一部分之后的市场初始头寸(指令流方向相反),即

$$C_4(P_4) = -(C_1 - I_3) \quad (4)$$

以上就是每个交易阶段的市场出清条件,交易商们在市场出清的约束条件下进行财富效用最大化,所解出的报价策略和交易策略就是整个市场的

均衡解。

#### 5. 优化问题

由于交易商不持有隔夜风险头寸,只是面临当天的交易风险,当天的报价和交易策略的最优解就是整个生命周期的跨期优化问题的最优解。本文直接采用 Lyons (1997, 2001)有关交易商的财富效用函数是负指数效用函数的设定:

$$\begin{aligned} & \underset{(P_1, P_2, P_3, P_4, T_{12}, T_{13})}{MAX} E[-\exp(-\theta W_{i4}) | \Omega_{i1}] \\ s.t. \quad & W_{i4} = W_{i0} + C_{i1}(P_{i1} - P'_{i2}) + T'_{i2}(P_{i2} - P'_{i3}) \\ & + (T'_{i3} + I_{i3})(P_{i3} - P_{i4}) + (T_{i2} - C_{i1})(P'_{i3} - P'_{i2}) \\ & + (T_{i2} + T_{i3} - C_{i1} - T'_{i2})(P_{i4} - P'_{i3}) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\theta$  代表风险厌恶系数,  $\Omega_{ik}$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ) 是第  $i$  个交易商在第  $t$  天的 4 个交易阶段的信息集,  $W_{i0}$  和  $W_{i4}$  分别表示第  $i$  个交易商在第  $t$  交易日的期初和期末财富;  $P_{ik}$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ) 则表示该交易商在各阶段所接受到的其他交易商的报价。其他变量的定义(诸如  $C_{i1}, R_i, T_{ik}, P_{ik}$ )与前文的定义相同。

### 三、人民币汇率决定与央行干预

本文的同时交易模型可以视为一个四阶段的动态不完全信息博弈模型,将采用对称精炼贝叶斯均衡(Symmetric Perfect Bayesian Equilibrium)的求解方法,找出该模型的均衡状态。通过求解,我们可以得到交易商的均衡报价策略,从而组成了中短期汇率决定的运动方程。

命题 1 上述同时交易模型有对称的精炼贝叶斯均衡解的必要条件是:

(1) 同一个交易阶段内的交易商报价都相等,称为共同报价(Common Quote);

(2) 第一阶段的报价  $P_{1,t}$  和第二阶段的报价  $P_{2,t}$  相等,且等于前一天收盘价  $P_{4,t-1}$  与当天开盘时发生的隔夜风险收益  $R_t$  之和,即  $P_{4,t-1} + R_t = P_{1,t} = P_{2,t}$ ;

无套利原则要求所有的交易商都必须在同一个交易阶段内报出共同报价(Common Quote),一旦某一个交易商报出不同于市场的共同报价,市场参与者会迅速进行套利,使得该交易商的报价向共同报价趋同。而且,共同报价要求交易商报价只需依赖公众都可以观测到的共同信息(Common Information)。由于第一阶段除了当天的外汇资产收益  $R_t$  出现之外,没有新的共同信息出现(客户和央行的指

令都是私有信息,并不是共同信息),所以第一阶段的共同报价  $P_{1,t}$  应等于上一交易日的收盘价  $P_{4,t-1}$  加上外汇资产收益  $R_t$ 。特别是当  $R_t$  为两国利率之差时  $P_{1,t}=P_{4,t-1}+R_t$ , 等价于无抵补利率平价公式(UIP)。类似地,第二阶段的共同信息集也没有新的信息出现,因此该阶段的共同报价  $P_{2,t}$  等于第一阶段的报价,即  $P_{2,t}=P_{1,t}=P_{4,t-1}+R_t$ 。

命题2 上述同时交易模型有对称的精炼贝叶斯均衡解的必要条件是:

(1) 第三阶段报价  $P_{3,t}$  为:  $P_{3,t}=P_{2,t}+\lambda_2 X_2$ , 其中  $\lambda_2 > 0$ ;

(2) 第四阶段报价  $P_{4,t}$  为:  $P_{4,t}=P_{3,t}+\lambda_3 X_3-\lambda_4 I_3$ , 其中  $\lambda_3 < 0$ ;

(3) 两个交易日之间的汇率波动幅度  $\Delta P_t$  为:  $\Delta P_t=P_{4,t}-P_{4,t-1}=R_t+(1/\gamma)(C_{1,t}-I_{3,t})$

该命题刻画了日内的汇率决定机制。第二个交易阶段和第三个交易阶段的价格波动幅度为  $P_{3,t}-P_{2,t}=\lambda_2 X_2$ , 第三个交易阶段的报价和收盘价之间的波幅为  $P_{4,t}-P_{3,t}=\lambda_3 X_3-\lambda_4 I_3$ 。可以发现,日内的汇率报价波动幅度成比例于银行间市场发生的总交易头寸(指令流),交易头寸(指令流)的变动是日内汇率决定的根本原因。该命题也刻画了两个交易日之间的汇率波动  $\Delta P_t=R_t+(1/\gamma)(C_{1,t}-I_{3,t})$ , 即使宏观基本面没有出现变化 ( $R_t=0$ ), 汇率也依然会发生波动 ( $(1/\gamma)(C_{1,t}-I_{3,t}) \neq 0$ )。这在一定程度上解释了中短期“汇率决定之谜”。

推论1 即使中短期内的宏观基本面没有发生变化,汇率仍然会出现波动,这取决于外汇市场上指令流(Order Flow)的资产组合效应(Portfolio-balance Effect)。

结合命题1和命题2,我们可以得到日内的汇率波动方程组:

$$\begin{cases} P_{2,t} - P_{1,t} = 0; \\ P_{3,t} - P_{2,t} = \lambda_2 X_2; \\ P_{4,t} - P_{3,t} = \lambda_3 X_3 - \lambda_4 I_3; \end{cases}$$

以及两个交易日之间的汇率波动方程:  $\Delta P_t=P_{4,t}-P_{4,t-1}=R_t+(1/\gamma)(C_{1,t}-I_{3,t})$ 。通过考察这两个运动方程,可以帮助我们理解指令流对汇率决定的作用。

每天外汇市场开盘后,市场公众向外汇交易商下订单  $C_t$ ,交易商们接受了这些订单,从而被迫改变了他们的原始头寸。为了补偿所承受的风险,交

易商们会要求日内风险溢酬率 (Intraday Risk Premium)  $\lambda_2 > 0$  和  $\lambda_3 < 0$ ,从而导致了短暂的资产组合效应 (Temporary Portfolio-balance Effect)  $\lambda_2 X_2$  和  $(\lambda_3 X_3 - \lambda_4 I_3)$ ,而该效应取决于市场总指令流  $X_2 = \alpha C_1$  和  $X_3 = \beta C_1 + \eta I_3$  (如果没有央行干预则为  $X_3 = \beta C_1$ ) 的规模 and 方向<sup>⑧</sup>。交易进行到临近收盘,交易商们将当日所持的净头寸转移给市场公众,以规避隔夜的汇率风险。由于货币之间的不完全替代性<sup>⑨</sup>(Imperfect Substitutes),即持有外汇资产具有一定的风险,市场公众对外汇的需求弹性不是完全弹性的 (Not Perfectly Elastic),他们持有外汇资产就必然会索要风险溢酬率。从整个外汇市场层面看来,市场最初的头寸变动  $C_1$  仍然最终被市场所消化,且最终吸收的头寸是  $(C_{1,t}-I_{3,t})$ 。但由于货币之间的不完全替代性,一部分公众吸收另一部分公众的外汇资产头寸,会对汇率价格产生持久性的资产组合效应 (Persistent Portfolio-balance Effect)  $\Delta P_t=R_t+(1/\gamma)(C_{1,t}-I_{3,t})$ 。传统的汇率定价资产组合理论只抓住了宏观经济变量的资产组合效应,却忽略了持久性资产组合效应中指令流所起到的作用,更是忽略了指令流的短暂资产组合效应对日内汇率波动的决定性影响,当然就无法解释“汇率决定之谜”。

推论2 市场公众的风险承受能力是制度性依赖的 (Regime Dependent),因此,不同汇率制度下指令流的资产组合效应也不同。

根据市场微观结构理论,正数  $\gamma$  代表了(策略性的)客户的风险承受能力,也代表了客户对风险资产的需求价格弹性 ( $\gamma \rightarrow +\infty$  时表示完全需求弹性, Infinitely Elastic Demand)。一般而言,  $\gamma$  可假设为  $\gamma = \theta^{-1} \text{Var}^{-1}[E(P_{4,t+1} | \Omega_4) - P_{4,t}]$ , 其中  $\theta$  表示风险厌恶系数 (O'Hara, 1995)。当一国货币当局采取固定汇率制时,汇率的波动率较低,甚至接近于零,即  $\text{Var}[E(P_{4,t+1} | \Omega_4) - P_{4,t}] = \text{Var}(\Delta P_t) \rightarrow 0$ , 此时,  $\gamma \rightarrow +\infty$ , 这也意味着公众对外汇资产的需求价格弹性趋于无穷弹性,再多的交易量都很难使价格有稍微的变动。

当一国采取浮动汇率制时,汇率价格的变化较为频繁,波动率也较大,此时,  $\gamma$  是一个有限的正数。有限的正数  $\gamma$  意味着两国货币之间的不完全替代性(即传统资产组合分析法的内外资产不具有完全可替代性的假设, Branson, Halttunen and Masson,

1977), 也意味着公众因为货币之间的不完全替代性而愿意持有部分的外汇资产, 当然他们也索取由此导致的风险溢酬。因此, 公众对外汇资产需求价格弹性系数  $\gamma$  的制度依赖性(Regime Dependent)的特征表现在: 固定汇率制下的  $\gamma_{fix}$  大于浮动汇率制下的  $\gamma_{flexible}$ , 即  $\gamma_{fix} > \gamma_{flexible}$  (参见图 1)。

由于固定汇率制下的  $\gamma_{fix}$  大于浮动汇率制下的  $\gamma_{flexible}$ , 即  $\gamma_{fix} > \gamma_{flexible}$ 。则有,

$$\frac{1}{\gamma_{fix}}(C_{1,t} - I_{3,t}) < \frac{1}{\gamma_{flexible}}(C_{1,t} - I_{3,t}) \quad (6)$$

上式意味着固定汇率制下客户和央行指令流的资产组合效应小于浮动汇率制。这个结论直观上也比较容易理解, 固定汇率制下人们对价格波动的预期比较明确, 该风险资产的风险溢酬自然要减小, 从而无论是暂时性的还是持久性的资产组合效应都要减弱。由于指令流的资产组合效应较弱, 固定汇率制下的央行干预也比较轻松, 它可利用  $\gamma_{fix}$  较高的杠杆性来“中和”客户指令流  $C_1$ , 使得  $(1/\gamma)(C_1 - I_3)$  不会对价格波动  $\Delta P_t$  产生过多的影响。即使外部环境相同(宏观基本面、市场公众初始指令流的规模和方向), 因为不同汇率制度下的资产组合效应系数不尽相同, 指令流的资产组合效应也会不同, 从而导致汇率波动的差异。该推论从汇率波动的形成机制上解释了“汇率制度之谜”。

推论 3 我国中央银行为了维护日内涨跌幅限制下市场有充分的流动性, 必须被动地进行反向操作, 即  $I_3$  由系统内生。

现实的央行干预目标会比较复杂, 可能涉及到政治、经济、社会等各类因素。但一般来说, 央行希望通过必要的干预来维持汇率价格稳定以及使得外汇市场有足够的流动性。在本模型中, 我们假设央行参与市场交易是为市场提供足够的流动性供给, 以保证日内的会员能够在涨跌幅之内报价并愿意成交。一旦央行利用最小成本就能够达到上述目标, 并且市场出清(不存在超额需求), 我们则认为此时的央行干预量是精炼贝叶斯均衡解。由命题 2:  $\Delta P_t = P_{4,t} - P_{3,t} = R_t + (1/\gamma)(C_{1,t} - I_{3,t})$ , 我们可以解得:

$$I_{3,t} = \frac{\beta\lambda_3 - \alpha\lambda_2}{\alpha(\lambda_4 - \lambda_3\eta)} X_{2,t} - \frac{P_{2,t}}{(\lambda_4 - \lambda_3\eta)} \varphi \quad (7)$$

其中  $\varphi = (P_{4,t} - P_{3,t})/P_{3,t}$  表示日内汇率波动幅度。央行在第三阶段的干预量  $I_{3,t}$  内生取决于交易商的风险溢酬率  $\lambda_2$  和  $\lambda_3$ 、最优交易策略  $\alpha$  和  $\beta$ 、第二阶段末期观察到的市场交易总头寸, 以及涨跌停限制幅度  $\varphi$  等因素。反过来, 我们也可以解出日内汇率波动幅度  $\varphi$  有关于央行干预  $I_{3,t}$  的函数。当概率  $\text{Prob} = \{[E(\theta | \Omega_3) = \varphi^* - \delta] \cup [E(\theta |$

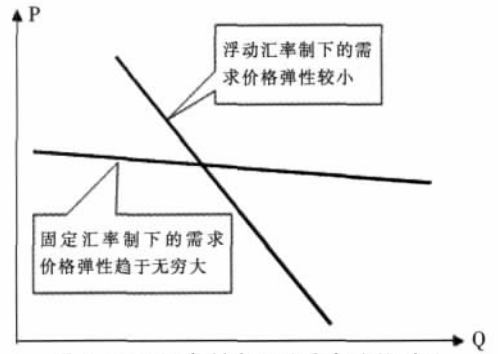


图 1 不同汇率制度下的需求价格弹性

$\Omega_3) = \varphi^* + \delta] = 1$  时(其中  $\delta$  是  $\delta \rightarrow 0$  的正数), 即日内波动幅度频繁触到涨跌停板时, 央行就必须被动入市干预, 使得会员能够在涨跌停幅度内愿意提供报价和交易, 从而为市场提供流动性。

央行的干预过程如图 2 所示, 横轴代表外汇交易量, 纵轴代表汇率价格, A 点为前一个交易日的汇率价格 P 和外汇交易量 Q 的事后均衡点。P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 分别是汇率的日波幅上限和下限。假设当日的需求曲线发生移动, 新的均衡点 B 对应的汇率价格将超过汇率上限 P<sub>1</sub>, 根据市场制度, 买卖双方必须在 P<sub>1</sub> 处下方交易, 但由于 P<sub>1</sub> 不是卖方的理想价格水平, 外汇供给几乎为零, 使得市场流动性急剧下降。此时, 央行必须被动参与交易, 卖出外汇, 将供给曲线右移至合适的位置, 使得新的均衡点处在 P<sub>1</sub> 与 P<sub>2</sub> 之间, 例如 C 点。同样的, 当供给线发生移动时(例如供给增加), 新的均衡点 B 对应的汇率价格将超过汇率上限 P<sub>1</sub>, 此时, 央行必须被动参与交易, 买入外汇, 将需求曲线右移至合适的位置,

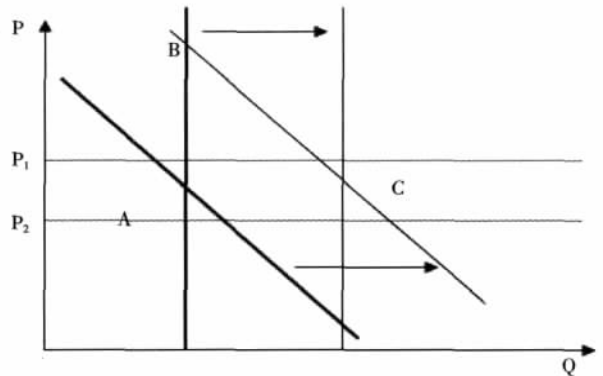


图 2 涨跌幅限制的均衡分析

使得新的均衡点处在  $P_1$  与  $P_2$  之间。

我国人民币汇率“固定盯住制”的一个重要特征就是央行频繁干预。尽管近年来我国外汇市场上的美元外汇一直供大于求,但是美元兑人民币汇率仍然处于超稳定的水平(如图3所示),特别是2001~2005年7月的汇改之前,美元兑人民币汇率一直处在

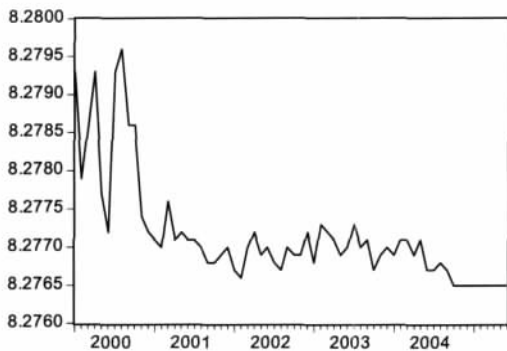


图3 2000年1月~2005年7月美元兑人民币月度平均汇率的时序图

数据来源:Wind资讯。

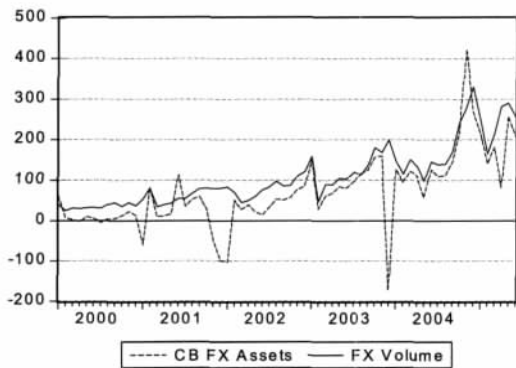


图4 我国央行的国外资产增量与外汇市场交易量的时序图

注:虚线代表央行国外资产的月度增量(单位:亿美元),实线代表外汇市场的月度交易量(单位:亿美元)。数据来源:Wind资讯。

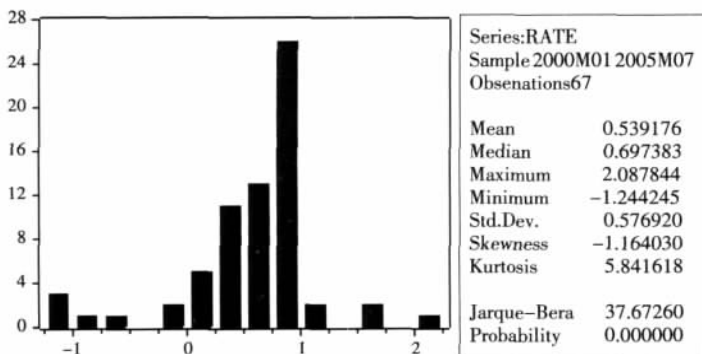


图5 央行买入量占外汇市场交易量比重的描述统计图

注:横轴刻度表示央行买入量占外汇市场交易量的比重,纵轴刻度指相应比重区间的月数。数据来源:Wind资讯。

8.2770附近,日波动幅度还不到10个基点,远远小于我国规定的涨跌停板( $\pm 0.3\%$ ),更达不到IMF定义的 $\pm 1\%$ 波幅。之所以如此,其中很大程度上是因为我国央行在外汇市场上的直接干预,大量买入美元外汇而成为“外汇资产需求方”,使得美元兑人民币汇率在“市场供求调节”下达到均衡。在我国,由于日内报价波动幅度限制在极小的范围内(例如美元兑人民币波幅 $\pm 0.3\%$ ,实际运行期间波幅往往连 $\pm 0.1\%$ 都达不到),以及会员受到最高持汇规模的限制,央行与流动性供给者共同承担流动性需求者总头寸的变动。但由于我国对境内居民持汇限制较严,流动性供给者的供给能力不足,央行被迫承担流动性需求者总头寸变动的绝大部分。因此,央行干预已成为银行间外汇市场交易的重要部分,控制了较大比例的外汇买卖,左右了市场供求的基本格局,导致了1994~2005年期间美元兑人民币汇率保持在8.27左右长达11年的超稳定状态。可见,我国央行外汇干预的金额和数量直接影响到银行间外汇市场基准汇率的形成。这点可以从我国货币当局的资产负债表观察到:将国外资产项目中的外汇资产增量作为央行在外汇市场上买入量的代理变量。从图4可以看到,我国货币当局2000年1月~2005年7月的国外资产增量与外汇市场交易量之间存在着很大的相关性,相关系数达0.7354。央行的外汇买入量占外汇市场交易量比重的均值为53.92%,标准差为0.5769(如图5所示),我国央行事实上已经成为我国外汇市场上的最大买主,这也从侧面反映了我国央行不断被动入市干预的事实。

#### 四、结论与建议

本文在详细分析人民币外汇市场制度特征的基础上,构建了一个有央行干预的人民币汇率决定的市场微观结构模型。通过对模型求解,我们得到人民币中短期汇率运动方程,并有如下结论和建议:

(1)即使宏观基本面没有出现变化,汇率也依然会发生波动,这是因为短期汇率的波动幅度成比例于银行间外汇市场发生的指令流,指令流的变动是短期汇率波动的根本推动力。指令流通过交易商层面的短暂性资产组合效应和市场层面的持久性资产组合效应对汇率价格波动产生影响。传统的汇率定价资产组合理论只抓住了宏观经济变量的资产组合效应,却忽略了持久性资产组合效应中指令流所起到的作用,更是忽略了交易商的短暂资产组合

效应,当然就无法解释“中短期汇率决定之谜”。

(2)由于国内外货币资产的不完全替代性和市场公众需求价格弹性的制度性依赖,不同汇率制度下汇率波动率的形成机制也不同。即使外部环境相同(宏观基本面、市场公众初始指令流的规模和方向),因为不同汇率制度下的资产组合效应系数不尽相同,指令流的资产组合效应也会不同,从而导致汇率波动的差异。一般而言,固定汇率制下指令流的资产组合效应要小于浮动汇率制,从而汇率波动率也会小很多。

(3)我国中央银行为了维护日内涨跌幅限制下市场有充分的流动性,必须被动地进行反向操作,中央银行的干预量由汇率决定模型内生决定。在我国,由于日内报价波动幅度限制在极小的范围内,以及会员最高持汇规模的限制,央行与流动性供给者共同承担流动性需求者总头寸的变动。但由于我国对境内居民持汇限制较严,流动性供给者的供给能力不足,央行被迫承担流动性需求者总头寸变动的绝大部分。从我国实际执行情况看,央行干预已成为银行间外汇市场交易的重要部分,控制了较大比例的外汇买卖,左右了市场供求的基本格局,导致了1994~2005年期间美元兑人民币汇率保持在8.27左右长达11年的超稳定状态。

本文从市场微观结构角度,为市场参与者以及监管当局初步打开了人民币汇率形成的“黑匣子”。我国外汇监管当局可以参考本文所建立的微观结构模型,完善目前的人民币汇率形成机制。例如:(1)在日内的银行会员报价和交易方面,放松涨跌幅限制和最高持汇规模限制,能够一方面使得银行会员在交易和持有外汇资产方面具有更大的主动性和灵活性,加强银行会员的自主定价能力;一方面使得银行会员不仅仅只是充当流动性中介,而是更大作用地发挥做市商功能,发现价格和维护市场流动性。(2)我国央行干预的内生性问题导致了巨大的干预成本和风险。根据本文对央行干预影响因素的分析,要解决长期积累的根本性失衡问题,增强央行干预的主动性和降低干预成本,需要从以下两方面入手:第一,应该对资本流入和流出实行平衡管理,化解资本持续内流的压力。在本文的大部分研究期间(1994~2005年),我国的资本跨境流动管理“轻流入,重流出”,即对资本流入管制较松,对

资本流出管制较严,呈现出一种不对称的管理模式。资本的持续流入导致央行被迫大量买入外汇,集中承担大量汇率风险,也导致大量热钱流入,投机人民币升值。直至2008年上半年以来热钱流入形势严峻;2008年下半年国家外汇管理局才根据热钱流入的渠道,出台了一系列管理办法,形成了流入和流出“两头严控”的管制办法。由此可见,我国应尽快摆脱对频繁冲销干预的依赖,及时调整资本跨境流动管理政策,既要规范资本流入的管理,也要疏通资本流出的渠道。第二,推行“藏汇于民”的战略,通过扩大银行会员的最高持汇规模、放松日内汇率的波动幅度以及提高意愿结售汇率程度等手段,让民间能够吸纳部分的资本内流,从而加强流动性供给者的供给能力,以及会员的持汇意愿,为央行分担更多的汇率风险。通过这两个途径,可以提高外汇流动性的供给能力,减轻央行的压力。(3)此外,要增强市场透明度,加强OTC询价交易方式的市场信息披露,使得信息更快更为准确的融入价格,从而增强流动性供给者分担价格风险的意愿。

(作者单位:林伟斌,中国金融期货交易所;王艺明,厦门大学财政系;责任编辑:蒋东生)

### 注释

这里的均衡汇率是指外汇市场上由供求力量作用的即期名义汇率,也称为“市场均衡汇率”,它区别于国际经济学中的“均衡实际汇率”或“长期均衡汇率”,即一国能够保持内外均衡的实际汇率水平。市场均衡汇率或非均衡汇率都是指市场供求力量作用下的供求曲线的交点,它不包括中央银行的头寸变动,因为在中央银行的干预下,外汇市场总是事后(ex post)均衡的。

除了“汇率决定之谜”外,外汇市场还有另外3个谜团:一是交易量放大之谜(Trade Volume Amplification Puzzle),即宏观汇率模型无法解释外汇市场上的巨额交易量,仅仅依靠宏观经济基本面的变化无法导致如此巨大的交易量;二是过度波动之谜(Excess Volatility Puzzle),人们发现浮动汇率的波动幅度远远大于固定汇率制度,存在过度波动现象,而基本面却没有发生很大的变化,宏观汇率模型再一次失效;三是远期汇率偏移之谜(Forward Bias Puzzle),宏观汇率模型假设无抵补利率平价成立,即汇率的远期差价等于货币的利差,但大量实证发现,远期差价与货币利差并不相等,汇率远期差价总是升水或贴水。上述4个谜团可归结为一点:宏观汇率理论无法解释汇率的形成与波动,无法被实证证据所支持,宏观经济变量与汇率之间没有显著关联(Obstfeld and Rogoff, 2000a, 2000b)。

截至2007年4月,银行间即期外汇市场会员数达265家;银行间远期外汇市场会员数达80家;即期和远期的结售汇市场做市商有22家。

细节可参考《银行间外汇市场人民币外汇即期交易规则(全文)》和《银行间外汇市场做市商指引(暂行)》等法律文件。



⑤国际外汇市场一般也是类似的情况,见 Lyons(1997), Bjonnes 和 Rime(2005a,2005b)。

⑥本模型的“一个阶段”可视为发生一次交易时占用的时间,其测量单位是秒或分钟,而不是小时、天或周,与 Lyons(1996)的定义类似。

⑦本文把无风险收益设为1,以简化模型的符号运算,这对模型分析没有影响。

⑧市场总指令流  $\begin{cases} X_2 = \alpha C_{11}; \\ X_3 = \beta C_{11} + \eta I_{13} \end{cases}$  是交易商均衡交易策略  $\begin{cases} T_{12} = \alpha C_{11} \\ T_{13} = \beta C_{11} + \eta I_{13} \end{cases}$  的推论,详见附录。

⑨根据对国内外资产是否具有完全可替代性(Perfect Substitutes),现代汇率决定理论——资产市场论可以分为2个分支:货币分析法和资产组合分析法。货币分析法假定国内外资产具有完全可替代性,根据对价格的假设条件不同,货币分析法可进一步分为弹性价格货币分析法和粘性价格货币分析法。本文的微观资产组合模型就是采用了传统资产组合分析法(Branson, Halttunen and Masson,1977)的内外资产不具有完全可替代性的假设。

⑩我国货币当局的国外资产项目主要由3个项目组成:外汇、货币黄金和其他国外资产。国外资产项目的增量主要由央行不断买入的美元外汇所导致的。与外汇增长相比,货币黄金和其他国外资产的增长则十分缓慢。

#### 参考文献

- (1)Bjonnes, G. and D. Rime, 2005a, "Dealer Behavior and Trading Systems in Foreign Exchange Markets", *Journal of Financial Economics*.
- (2)Bjonnes, G., D. Rime and H. Solheim, 2005b, "Liquidity Provision in the Overnight Foreign Exchange Market", *Journal of International Money and Finance*, 24, pp.177-198.
- (3)Branson, W., H. Halttunen and Masson, P., 1977, "Exchange Rates in the Short Run the Dollar Deutschemark Rate", *European Economic Review*, pp.303-324.
- (4)Evans, M. and R. Lyons, 2000, "The Price Impact of Currency Trades: Implications for Intervention", Working paper, UC, Berkeley.
- (5)Evans, M. and R. Lyons, 2001, "Portfolio Balance, Price Impact and Secret Intervention", NBER working paper series, W8356.
- (6)Evans, M. and R. Lyons, 2002, "Order Flow and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy*, 110, pp.170-180.
- (7)Evans, M. and Lyons, R., 2005, "Meese-Rogoff Redux: Micro-based Exchange Rate Forecasting", *American Economic Review*, May.
- (8)Frankel, J. and A. Rose, 1995, "Empirical Research on Nominal Exchange rates", in G. Grossman and K. Rogoff (ed.) *Handbook of International Economics*, Elsevier Science: Amsterdam, pp.1689-1729.
- (9)Glosten, L. and P. Milgrom, 1985, "Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders", *Journal of Financial Economics*, 14, pp.71-100.
- (10)IMF, 2004, "Classification of Exchange Rate Arrangements and Monetary Policy Frameworks", <http://www.imf.org/external/np/mfd/er/2004/eng/1204.htm>.
- (11)Kyle, A., 1985, "Continuous Auctions and Insider Trading", *Econometrica*, 53, pp.1315-1335.
- (12)Lyons, R. K., 1996, "Optimal Transparency in a Dealer

Market with an Application to Foreign Exchange", *Journal of Financial Intermediation*, 5, pp.225-254.

(13)Lyons, R. K., 1997, "A Simultaneous Trade Model of the Foreign Exchange Hot Potato", *Journal of International Economics*, 42, pp.275-298.

(14)Lyons, R., K., 2001, *The Microstructure Approach to Exchange Rates*, MIT Press.

(15)Meese, R. and K. Rogoff, 1983a, "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies", *Journal of International Economics*, 14, pp.3-24.

(16)Meese, R. and K. Rogoff, 1983b, "The Out-of-sample Failure of Empirical Exchange Rate Models", in J. Frenkel (ed.) *Exchange Rate and International Macroeconomics*, University of Chicago Press.

(17)Obstfeld, M. and Rogoff, K., 2000a, "New Direction for Stochastic Open Economy Models", *Journal of International Economics*, 50, pp.117-153.

(18)Obstfeld, M. and Rogoff, K., 2000b, "The Six Major Puzzle in International Macroeconomics: Is There a Common Cause?", in *NBER Macroeconomics Annual*, pp.339-390.

(19)O'Hara, Maureen, 1995, *Market Microstructure Theory*, Basil Blackwell, Cambridge, Mass.

#### 数学附录

命题2的证明:

该命题的证明,需要利用另一个在正文中并未出现的命题,称之为命题3。

利用命题3:  $T_{13} = \beta C_{11} + \eta I_{13}$ , 即  $X_3 = \sum_{t=1}^N T_{13} = \beta C_{11} + \eta I_{13}$ ,  $C_{11} = (1/\beta)(X_3 - \eta I_{13})$ , 则有:  $C_4(P_t) = -(1/\beta)[X_3 - (\eta + \beta)I_{13}]$ 。

由正文中的模型设定:  $C_4 = \gamma[E(P_{4,t+1} | \Omega_4) - P_{4,t}]$ , 该设定利用了 O'Hara(1995, P.156-158)关于风险资产收益服从正态分布以及财富负指数效用函数下的最优资产需求量通用公式。带入  $C_4 = -(1/\beta)[X_3 - (\eta + \beta)I_{13}]$  并整理, 可得:

$$P_{4,t} = E(P_{4,t+1} | \Omega_4) + \frac{1}{\beta\gamma} [X_3 - (\eta + \beta)I_{13}] \quad (A3)$$

利用命题1:  $P_{4,t+1} + R_t = P_{4,t} + P_{2,t}$ , 并经过迭代, 可得第t日的收盘价:

$$P_{4,t} = \sum_{r=1}^t \left( R_r + \frac{1}{\beta\gamma} [X_{3,r} - (\eta + \beta)I_{13,r}] \right) \quad (A4)$$

从而, 日间的汇率波动幅度为:

$$\Delta P_t = P_{4,t} - P_{4,t-1} = R_t + \frac{1}{\beta\gamma} [X_{3,t} - (\eta + \beta)I_{13,t}] \quad (A5)$$

现在证明  $P_{3,t} = P_{2,t} + \lambda_2 X_2$ , 其中  $\lambda_2 > 0$ 。

与正文中的模型设定  $C_4 = \gamma[E(P_{4,t+1} | \Omega_4) - P_{4,t}]$  类似, 也可以设定第二回合交易商的投机需求头寸  $D_{2t} = \gamma[E(P_3 | \Omega_{2t}) - P_2]$  成立。

带入命题3:  $T_{12} = \alpha C_{11}$ , 且  $\alpha > 1$  的推论:  $D_{2t} = (\alpha - 1)C_{11}$ , 则有:

$$\frac{1}{\gamma} D_{2t} = \frac{1}{\gamma} (\alpha - 1) C_{11} = [E(P_3 | \Omega_{2t}) - P_2] \quad (A6)$$

从而, 在对称贝叶斯纳什均衡条件下, 有,

$$P_3 - P_2 = \frac{1}{\gamma} D_{2t} = \frac{1}{\gamma} (\alpha - 1) C_{11} = \frac{\alpha - 1}{\alpha\gamma} X_2 = \lambda_2 X_2 \quad (A7)$$

其中,  $\lambda_2 = (\alpha - 1) / \alpha\gamma > 0, \alpha > 1, \gamma > 0$ 。

又因为  $\Delta P_t = P_{4,t} - P_{4,t-1} = R_t + (1/\beta\gamma) [X_{3,t} - (\eta + \beta)I_{13,t}]$ , 则

$$\begin{aligned} P_{4,t} &= P_{4,t-1} + R_t + \frac{1}{\beta\gamma} X_{3,t} = P_{2,t} + \frac{1}{\beta\gamma} X_{3,t} \\ &= P_{3,t} - \lambda_2 X_2 + \frac{1}{\beta\gamma} [X_{3,t} - (\eta + \beta)I_{13,t}] \end{aligned} \quad (A8)$$

从而,

$$P_{4,t} - P_{3,t} = -\lambda_2 X_{2,t} + \frac{1}{\beta\gamma} [X_{3,t} - (\eta + \beta) I_{3,t}] \quad (A9)$$

将  $\lambda_2 = (\alpha - 1) / \alpha\gamma$ ,  $X_2 = \alpha C_1$ ,  $X_3 = \beta C_1 + \eta I_3$  带入上式, 并整理得到:

$$\begin{aligned} P_{4,t} - P_{3,t} &= \frac{2-\alpha}{\gamma} C_{1,t} - \frac{1}{\gamma} I_{3,t} \\ &= \frac{2-\alpha}{\beta\gamma} X_{3,t} - \frac{(2-\alpha)\eta + \beta}{\beta\gamma} I_{3,t} = \lambda_3 X_{3,t} - \lambda_4 I_{3,t} \end{aligned} \quad (A10)$$

一般而言,  $2-\alpha > 0$ , 而  $\beta < 0$ , 因此有  $\lambda_3 = (2-\alpha) / \beta\gamma < 0$ .

即证。

命题 3 的证明:

命题 3 交易商的交易策略流  $\{T_{i2}, T_{i3}\}_{i=1}^N$  是上述动态不完全信息博弈的对称贝叶斯均衡解, 即

$$\begin{cases} T_{i2} = \alpha C_{i1}, \text{ 且 } \alpha > 1; \\ T_{i3} = \beta C_{i1} + \eta I_{i3}; \end{cases}$$

证明过程如下:

本文的四阶段动态不完全信息模型中, 交易商是在各交易回合进行同时博弈 (Simultaneous game), 整个博弈过程的最优策略等价于交易商在每个回合的报价策略和交易策略都是最优的。

假设某一随机变量  $W$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 其效用函数  $U(W) = -\exp(-\theta W)$ , 其中  $\theta$  是相对风险厌恶系数。则有:  $E[U(W)] = -\exp[-\theta(\mu - (\theta\sigma^2/2))]$ 。因此, 对  $E[U(W)]$  的最大化等价于对  $[\mu - (\theta\sigma^2/2)]$  的最大化。

由于我们假设交易商的目标是关于财富  $W$  的负指数效用函数最大化, 利用上述随机过程的结论我们先逆向求解, 第三回合中有关最优投机需求头寸  $D_{i3}$  的财富最大化问题可表述为:

$$\text{Max}_{D_{i3}} [E(P_4 | \Omega_{i3}) - P_3] D_{i3} - \frac{\theta\sigma^2}{2} D_{i3}^2 \quad (A11)$$

其中,  $\sigma^2$  表示  $[E(P_4 | \Omega_{i3}) - P_3]$  的条件方差。利用命题 2:  $P_{4,t} = P_{3,t} + \lambda_3 X_{3,t}$ , 则有,

$$\begin{aligned} [E(P_4 | \Omega_{i3}) - P_3] &= E(\lambda_3 X_{3,t} - \lambda_4 I_{3,t} | \Omega_{i3}) \\ &= E[\lambda_3 (T_{i3} + T_{i-3}) - \lambda_4 (I_{i3} + I_{i-3}) | \Omega_{i3}] \end{aligned} \quad (A12)$$

由于本文的模型设定要求交易商们在同一阶段当中是同时博弈, 而非序贯交易, 即不依赖于其他交易商的交易情况。此外, 由于本文模型假设客户的交易头寸  $C_{i1}$  服从均值为零的正态分布, 在第三回合交易过程中并没有出现新的公共信息 (Common Information) 的情况下, 第  $i$  个交易商基于其私有信息集  $\Omega_{i3}$ , 会认为其他交易者第三回合交易头寸的条件期望为零,  $E(T_{i-3} | \Omega_{i3}) = 0$  和  $E(I_{i-3} | \Omega_{i3}) = 0$ 。从而,

$$[E(P_4 | \Omega_{i3}) - P_3] = E[\lambda_3 T_{i3} - \lambda_4 I_{i3} | \Omega_{i3}] \quad (A13)$$

在  $T_{i3} = (D_{i3} - D_{i2}) + [T'_{i2} - E(T'_{i2} | \Omega_{i2})] + E(T'_{i3} + I_{i3} | \Omega_{i3})$  两边取关于  $\Omega_{i3}$  的条件期望, 并利用均衡情况下  $E(T'_{i3} | \Omega_{i3}) = 0$  的条件, 可得到  $E(\lambda_3 T_{i3} | \Omega_{i3}) = \lambda_3 (D_{i3} - D_{i2} + I_{i3})$ 。

从而, 交易商第三回合的财富优化问题可改写为:

$$\text{Max}_{D_{i3}} [\lambda_3 (D_{i3} - D_{i2} + I_{i3}) - \lambda_4 I_{i3}] D_{i3} - \frac{\theta\sigma^2}{2} D_{i3}^2 \quad (A14)$$

对  $D_{i3}$  求一阶条件:  $2\lambda_3 D_{i3} - \lambda_3 D_{i2} + (\lambda_3 - \lambda_4) I_{i3} - \theta\sigma^2 D_{i3} = 0$ , 可解得:

$$D_{i3} = \frac{-\lambda_3}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_3} D_{i2} + \frac{\lambda_3 - \lambda_4}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_3} I_{i3} \quad (A15)$$

从而, 在对称贝叶斯纳什均衡条件下,

$$T_{i3} = D_{i3} - D_{i2} + I_{i3} = \frac{\lambda_3 - \theta\sigma^2}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_3} D_{i2} + \frac{\theta\sigma^2 - \lambda_3 - \lambda_4}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_3} I_{i3} \quad (A16)$$

接下来先证明  $T_{i2} = \alpha C_{i1}$ ,  $\alpha > 1$  成立, 进一步再证明  $T_{i3} = \beta C_{i1} + \eta I_{i3}$  成立。

第二回合中有关最优投机需求头寸的财富最大化问题可表述为:

$$\text{Max}_{D_{i2}} [E(P_3 | \Omega_{i2}) - P_2] D_{i2} - \frac{\theta\sigma^2}{2} D_{i2}^2 \quad (A17)$$

其中,  $\sigma^2$  表示  $[E(P_3 | \Omega_{i2}) - P_2]$  的条件方差。利用命题 2:  $P_{3,t} = P_{2,t} + \lambda_2 X_{2,t}$ , 则有,

$$[E(P_3 | \Omega_{i2}) - P_2] = E(\lambda_2 X_{2,t} | \Omega_{i2}) = E[\lambda_2 (T_{i2} + T_{i-2}) | \Omega_{i2}] \quad (A18)$$

类似地, 第  $i$  个交易商基于其私有信息集  $\Omega_{i2}$ , 会认为其他交易者第二回合交易头寸的条件期望为零,  $E(T_{i-2} | \Omega_{i2}) = 0$ 。从而,

$$[E(P_3 | \Omega_{i2}) - P_2] = E(\lambda_2 X_{2,t} | \Omega_{i2}) = E[\lambda_2 T_{i2} | \Omega_{i2}] \quad (A19)$$

在  $T_{i2} = C_{i1} + D_{i2} + E(T'_{i2} | \Omega_{i2})$  两边取关于  $\Omega_{i2}$  的条件期望, 并利用均衡情况下  $E(T'_{i2} | \Omega_{i2}) = 0$  的条件, 可得到:

$$E[\lambda_2 T_{i2} | \Omega_{i2}] = \lambda_2 (D_{i2} + C_{i1}) \quad (A20)$$

从而, 交易商第二回合的财富优化问题可改写为:

$$\text{Max}_{D_{i2}} \lambda_2 (D_{i2} + C_{i1}) D_{i2} - \frac{\theta\sigma^2}{2} D_{i2}^2 \quad (A21)$$

对  $D_{i2}$  求一阶条件:  $2\lambda_2 D_{i2} + \lambda_2 C_{i1} - \theta\sigma^2 D_{i2} = 0$ 。可解得:

$$D_{i2} = \left( \frac{\lambda_2}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_2} \right) C_{i1} \quad (A22)$$

从而, 在对称贝叶斯纳什均衡条件下,

$$T_{i2} = D_{i2} + C_{i1} = \left( \frac{\lambda_2}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_2} + 1 \right) C_{i1} = \alpha C_{i1} \quad (A23)$$

由于  $D_{i2}$  对二阶条件, 要求  $2\lambda_2 - \theta\sigma^2 < 0$ , 且利用命题 2:  $\lambda_2 > 0$ , 从而有  $\alpha > 1$ 。

最后, 将  $D_{i2} = [\lambda_2 / (\theta\sigma^2 - 2\lambda_2)] C_{i1}$  带入  $T_{i3} = [(\lambda_3 - \theta\sigma^2) / (\theta\sigma^2 - 2\lambda_3)] D_{i2} + [(\theta\sigma^2 - \lambda_3 - \lambda_4) / (\theta\sigma^2 - 2\lambda_3)] I_{i3}$  得到:

$$T_{i3} = \beta C_{i1} + \eta I_{i3} \quad (A24)$$

$$\text{其中 } \beta = \left( \frac{\lambda_3 - \theta\sigma^2}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_3} \right) \left( \frac{\lambda_2}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_2} \right), \eta = \frac{\theta\sigma^2 - \lambda_3 - \lambda_4}{\theta\sigma^2 - 2\lambda_3}。$$

即证。