

黏性土填料下考虑土拱效应的挡土墙 被动土压力计算

周晓龙¹, 马 亢², 钱 明³, 刘德稳⁴, 赵 琦⁵

(1. 杭州科技职业技术学院 城市建设学院, 杭州 311402; 2. 厦门大学 土木工程系, 福建 厦门 361005;
3. 中国石油天然气华东勘察设计研究院 岩土工程处, 山东 青岛 266071; 4. 西南林业大学 土木工程学院, 昆明 650000;
5. 北方工业大学 建筑工程学院, 北京 100144)

摘 要: 为解释挡土墙后填土被动土压力的非线性分布现象, 在考虑土拱形状为圆弧, 滑裂面采用朗肯滑裂面的基础上, 给出考虑土拱效应的被动土压力系数 K_{awn} , 进而基于应力状态法及土楔形体静力平衡两种思想求解了竖向平均应力 $\bar{\sigma}_v$ 公式, 在该基础上, 给出黏性土填料下的挡土墙被动土压力分布公式、合力公式及作用点高度计算公式。通过与试验与其他方法对比, 文中提出的方法得到验证。最后, 研究了黏性土填料下的挡土墙被动土压力变化规律, 即考虑土拱效应求得的黏性土填料的被动土压力分布呈现上小下大的指数型分布。此外, 随着 δ/φ (δ 为墙土摩擦角, φ 为内摩擦角) 的增大, 土拱效应逐渐增强, 土压力合力点逐渐降低。

关 键 词: 挡土墙; 被动土压力; 土拱效应; 应力状态法; 静力平衡法

中图分类号: TU 47

文献标识码: A

Calculation of passive earth pressures on retaining wall considering soil arching effects of backfill clayey soil

ZHOU Xiao-long¹, MA Kang², QIAN Ming³, LIU De-wen⁴, ZHAO Qi⁵

(1. Institute of Urban Construction, Hangzhou College of Scientific Professional Technology, Hangzhou 311402, China;
2. Department of Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China; 3. Geotechnical Engineering Branch of CPECC, Qingdao, Shandong 266071, China; 4. College of Civil Engineering, Southwest Forestry University, Kunming 650224, China;
5. College of Architecture Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

Abstract: The nonlinear phenomenon which the passive earth pressure behind the retaining wall of both sand and cohesive soil is nonlinear distribution could be explained by the soil arching effect theory. The formula which calculated passive earth pressure coefficient of which assumed the stress state method and the soil wedge static equilibrium method were derived considering the soil arching effect, assumed arch as circle and the angle of slip surface as Rankine's theory. Then, the distribution of lateral earth pressure considering the soil arching was derived by the above formulations; also the formulas that calculating the magnitude and the point of application of lateral passive earth pressure were derived. The accuracy of proposed method is confirmed by comparing with the experimental tests and values from existing equations. Finally, the trends of distribution and the height of total passive earth pressure of clayey soil are studied; distribution of passive earth pressures considering the soil arching is likely an exponential curve; and the height of resultant earth pressure point is gradually reducing with increasing the ratio of soil-wall friction angle to internal angle δ/φ .

Key words: retaining wall; passive earth pressure; soil arching effect; stress state method; static equilibrium method

1 引 言

计算挡土墙被动土压力的 2 个参数是被动土压力系数 K_{awn} 和竖向平均应力 $\bar{\sigma}_v$ 。众多的室内试验

及模型测试表明^[1-3], 挡土墙被动土压力呈非线性分布, 并且与墙体的位移模式有较大的关系, 传统的 Rankine 及 Coulomb 理论无法解释这种现象, 为了解释这种现象及找到合适的计算理论, 林宇亮

收稿日期: 2013-11-27

基金项目: 国家自然科学基金资助 (No. 51209180); 浙江省自然科学基金资助 (No. Y1091175)。

第一作者简介: 周晓龙, 男, 1969 年生, 硕士, 副教授, 从事力学与岩土方向研究。E-mail: 723375862@qq.com

通讯作者: 马亢, 男, 1981 年生, 博士, 讲师, 主要从事岩土工程研究。E-mail: makangscu@126.com

$$dV' = \frac{\sigma'_3}{1 - \sin \varphi} (1 - \cos \theta_D \sin \varphi) dL \quad (9)$$

土拱的半径 R 为

$$R = \frac{B_z}{\cos \theta} \quad (10)$$

则可知竖向平均应力在变换坐标系下有

$$\bar{\sigma}'_V = \frac{1}{B_z} \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma'_3}{1 - \sin \varphi} (1 - \cos(2\psi) \sin \varphi) R \sin \psi d\psi = \sigma'_3 \left[1 + \frac{K_p - 1}{3} \cos^2 \theta \right] \quad (11)$$

式中： K_p 为朗肯被动土压力系数，大小为 $\tan^2(\pi/4 + \varphi/2)$ 。由式 (11) 可知砂性土被动土压力侧向土压力系数定义为

$$K_{awn} = \frac{\sigma_{awn}}{\bar{\sigma}_V} \frac{(\cos^2 \theta + K_p \sin^2 \theta) - \frac{c}{(\gamma z + q) \tan \varphi + c}}{\frac{(\gamma z + q) \tan \varphi}{(\gamma z + q) \tan \varphi + c} + \frac{K_p - 1}{3} \cos^2 \theta} \quad (12)$$

退化为砂土时被动土压力侧向土压力系数为

$$K'_{awn} = \frac{(\cos^2 \theta + K_p \sin^2 \theta)}{1 + \frac{K_p - 1}{3} \cos^2 \theta} \quad (13)$$

砂土与黏性土最大的区别在于黏性土侧向土压力系数沿着墙高不变，而黏性土是变化的。

3 竖向平均应力 $\bar{\sigma}_V$ 求解

3.1 应力状态法求解

应力状态法分析时将右侧三角形区域单独拿出来分析，右侧三角形区域已平衡，针对左侧建立微分方程式 (14) 即可。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}_V}{dz} &= \gamma + \frac{\tau_w - \tau_f}{H - z} \tan \beta \\ \tau_w &= K_{awn} \bar{\sigma}_V \tan \delta + c \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

已知滑裂面倾角即已知该点应力状态，可知图 3、4 中：

$$\tau_f = \frac{\sigma'_3}{1 - \sin \varphi} \sin \left[2 \left(\beta - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right) \right] \quad (15)$$

本文假定滑裂面为朗肯滑裂面 $\beta = \pi/4 - \varphi/2$ ，因而 τ_f 为 0。

由于 K_{awn} 是关于 z 的函数，而式 (13) 定义砂性土被动土压力系数，事实上也满足：

$$K'_{awn} = \frac{\sigma'_{awn}}{\bar{\sigma}'_V} \quad (16)$$

二者满足下面的关系：

$$K_{awn} = K'_{awn} + \frac{K'_{awn} - 1}{\bar{\sigma}_V} \sigma_0 \quad (17)$$

定义下式：

$$a = K'_{awn} \tan \beta \tan \delta; \quad b = K'_{awn} c \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \tan \beta \quad (18)$$

式 (14) 可写为

$$\frac{d\bar{\sigma}_V}{dz} = \gamma + \frac{1}{H - z} (d\bar{\sigma}_V + b) \quad (19)$$

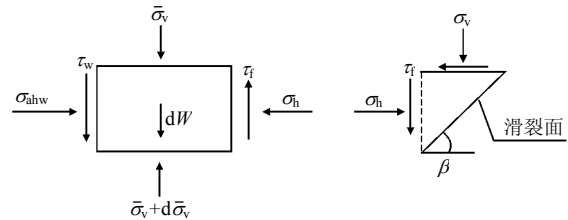


图 3 水平微分单元应力状态法模型

Fig.3 Analysis model for horizontal differential element behind retaining wall using stress state method

3.2 静力平衡法求解

水平向微分方程为

$$\sigma_{ahw} dz - c \frac{\cos \beta}{\sin \beta} dz - \sigma_F \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\sin \beta} dz = 0 \quad (20)$$

竖向微分方程为

$$\bar{\sigma}_V (H - z) \cot \beta + dW - (\bar{\sigma}_V + d\bar{\sigma}_V)(H - z - dz) \cdot \cot \beta + cdz + \tau_w dz - \sigma_F \frac{\cos(\beta + \varphi)}{\sin \beta} dz = 0 \quad (21)$$

式中：切应力计算公式为

$$\left. \begin{aligned} \tau_w &= \sigma_{ahw} \tan \delta + c = \bar{\sigma}_V K_{awn} \tan \delta + c \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \\ dW &= \frac{\gamma dz}{2} [(H - z) + (H - z - dz)] \cot \beta \approx \gamma (H - z) \cot \beta dz \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

由式 (20) 可得

$$\sigma_F = \sin \beta \frac{K_{awn} \bar{\sigma}_V - c \cot \beta}{\sin(\beta + \varphi)} \quad (23)$$

将式 (22)，(23) 代入式 (21)，可得

$$\frac{d\bar{\sigma}_v}{dz} = \gamma + \frac{1}{H-z} \left\{ \bar{\sigma}_v - \left[\frac{K'_{awn} \bar{\sigma}_v - c \cot \beta}{\sin(\beta + \varphi)} \cos(\beta + \varphi) - \bar{\sigma}_v K'_{awn} \tan \delta - c \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} - c \right] \tan \beta \right\} \quad (24)$$

定义下式:

$$\left. \begin{aligned} a &= 1 - \frac{K'_{awn} \cos(\beta + \varphi + \delta)}{\sin(\beta + \varphi) \cos \delta} \tan \beta \\ b &= \frac{\cos \varphi}{\sin(\beta + \varphi) \cos \beta} c + c \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \tan \beta + \\ &\quad (1 - K'_{awn}) c \frac{\tan \beta \cos(\beta + \varphi + \delta)}{\tan \varphi \cos \delta \sin(\beta + \varphi)} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式(24)也可写为

$$\frac{d\bar{\sigma}_v}{dz} = \gamma + \frac{1}{H-z} (a\bar{\sigma}_v + b) \quad (26)$$

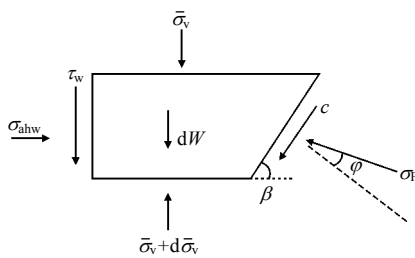


图4 水平微分单元水平静力平衡法模型

Fig.4 Analysis model for horizontal differential element behind retaining wall using horizontal static equilibrium method

3.3 基于统一表达式下的解

求解微分方程式(19),(26),边界条件为 $z=0, \bar{\sigma}_v=q$, 可解得平均竖向应力为

$$\bar{\sigma}_v = \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{-a} \frac{(\gamma H + q + qa)}{(1+a)} - \frac{\gamma H}{(1+a)} + \frac{b}{a} \left[\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{-a} - 1 \right] \quad (27)$$

根据式(27),平均竖向应力乘以侧向土压力系数可得任意深度 z 处的水平向主动土压力为

$$\bar{\sigma}_{ahw} = K'_{awn} \left\{ \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{-a} \frac{(\gamma H + q + qa)}{(1+a)} - \frac{\gamma H}{(1+a)} + \frac{b}{a} \left[\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{-a} - 1 \right] \right\} \quad (28)$$

式中: a 为内摩擦角的影响; b 为黏聚力的影响。

当 $\delta = 0^\circ$ 时,即不存在土拱效应时式(28)求出的竖向平均应力与 Rankine 一样,为 $\bar{\sigma}_v = \gamma z + q$ 。

3.4 基于统一表达式下的被动土压力合力及其作用点高度公式

根据式(28)可推出水平主动土压力合力为

$$P_{ah} = K'_{awn} \left\{ \left(q + \frac{\gamma H}{1+a} \right) \frac{H}{1-a} - \frac{\gamma}{1+a} \frac{H^2}{2} + \frac{bH}{1-a} \right\} - \sigma_0 (1 - K'_{awn}) H \quad (29)$$

挡土墙总压力为

$$P = \frac{P_{ah}}{\cos \delta} \quad (30)$$

倾覆力矩为

$$M = \int_0^H \sigma_{ahw} (H-z) dz = K'_{awn} \left\{ \left(q + \frac{\gamma H}{1+a} \right) \frac{H^2}{2-a} - \frac{\gamma}{1+a} \frac{H^3}{3} + \frac{bH^2}{2(2-a)} \right\} - \sigma_0 (1 - K'_{awn}) \frac{H^2}{2} \quad (31)$$

合力作用点高度可求得

$$h = \frac{M}{P_{ah}} \quad (32)$$

本文给出了分别基于应力状态法和水平静力法两种方法的统一表达式被动土压力解,区别主要体现在参数 a 、 b 的取值上,其中 a 代表土的内摩擦角的影响; b 表示黏聚力的影响。当 b 取为 0 时即 $c = 0$ kPa, 本文给出的公式便可退化为砂土。

从式(29)~(32)可知, a 的范围在 0~1。若 $a < 0$, 求出来的应力分布为上大下小,与实际不符; $a > 1$, 则所求出来的合力为无穷大,无法求出合力,这与实际也不相符。这条也是衡量土拱理论对求解被动土压力适用范围的一条准则,当 a 超过上述范围,则无法应用。

4 算例研究

4.1 砂性土土压力计算研究

选用文献[2]的试验结果,土工试验参数为 $q = 0$ kN/m, $\gamma = 15.64$ kN/m³, $c = 0$ kPa, $\delta = 2/3\varphi$, $\varphi = 34.2^\circ$, 挡土墙高 $H = 1$ m。

图5和表1表明,静力平衡法得到的被动土压力分布与侯键法求得的结果在 $0.95H$ 高度范围内较为相似,因为二者的本质都是基于土楔形体静力平衡,区别在于两者采用的滑裂面不同。应力状态法

较前面这种方法计算结果小一些。表 1 为 4 种方法总压力及其作用点高度计算结果，应力状态法给出的结果与 Rankine 相近。应用文献[10]的方法无法求得合力大小，其原因是其系数 $a > 1$ ，其合力趋于无穷大。

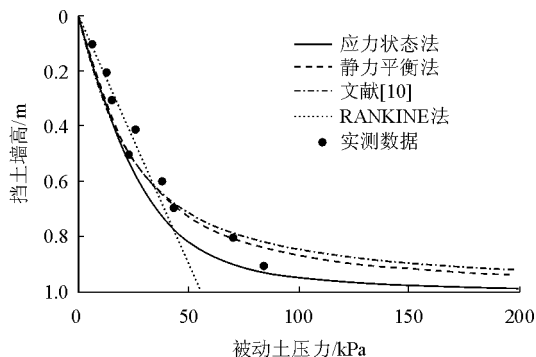


图 5 不同方法计算结果对比
Fig.5 Comparison among experimental results and different results by different theory

表 1 各种方法计算结果对比
Table 1 Comparison with results of active pressure behind retaining wall

项目 (每延米)	应力状态法	静力平衡法 (朗肯滑裂面)	文献[10]	Rankine 法
P_{ah}/kN	34.520 80	135.361 0		27.894 60
$M/(kN\cdot m)$	7.716 25	10.285 3	无法求得	9.298 19
h/m	0.223 52	0.075 98		0.333 33

4.2 黏性土土压力计算研究

图 6 的算例条件为：挡土墙高 $H = 1\text{ m}$ ，超载 $q = 0\text{ kN/m}$ ，黏聚力 $c = 20\text{ kPa}$ ，内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$ ，墙土摩擦角 $\delta = 0.8$ ， $\varphi = 24^\circ$ ，土体重度 $\gamma = 18\text{ kN/m}^3$ 。由图可见，黏性土填料下的挡土墙被动土压力分布也呈现上小下大的指数型形状，并且静力平衡法求得结果较应力状态法求得的结果更大。

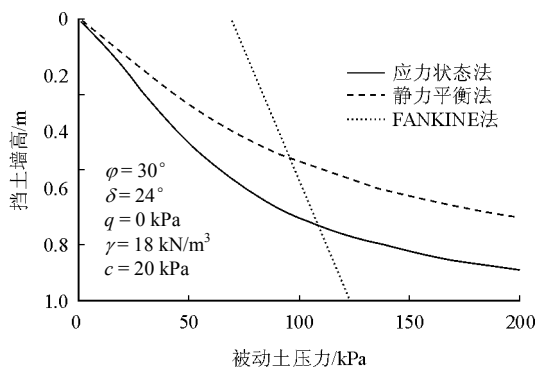


图 6 黏性土被动土压力计算比较
Fig.6 Comparison with results of passive earth pressures behind retaining wall of cohesive clay

图 7 的算例条件除了墙土摩擦角为一变值外，其他条件均与图 6 的条件一致。由图可见，从作用点高度来看，随着 δ/φ 的增大，土拱效应逐渐增强，下部土体应力比重越来越大，土体合力点逐渐下降。采用静力平衡法求得的土压力作用点高度随着 δ/φ 的增大，作用点高度逐渐趋于 0，其原因就在于 a 值趋于 1。

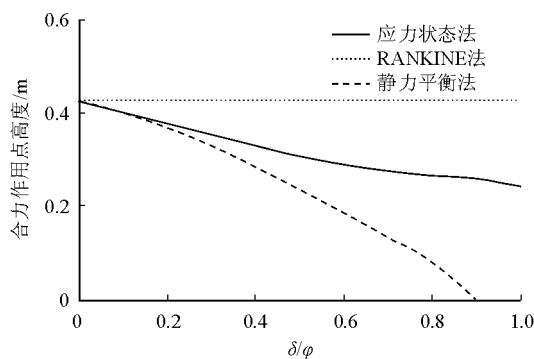


图 7 黏性土被动土压力作用点高度计算比较
Fig.7 Comparison with heights of resultant passive earth pressure behind retaining wall of cohesive clay

5 结 论

(1) 基于圆弧土拱及朗肯滑裂面，本文给出了考虑土拱效应的被动土压力侧向土压力系数，分别基于滑裂面处应力状态及土楔形体静力平衡给出了挡土墙竖向平均应力分布公式 $\bar{\sigma}_v$ 。

(2) 得到了挡土墙被动土压力膜分布规律及土压力合力，倾覆力矩及作用点高度计算公式，不管是黏性土，还是砂土，挡土墙被动土压力分布都呈上小下大的指数型形状。

(3) 随着 δ/φ 的增大，土拱效应逐渐增大，土体下部应力逐渐增大，挡土墙作用点高度逐步下降。

(4) 判断土拱理论求解挡土墙被动土压力的标准为： $0 < a < 1$ 。若 $a > 1$ ，则所求得挡土墙被动土压力合力为无穷大，而作用点高度趋于 0。

参 考 文 献

[1] FANG Yung-show, HO Ying-chieh, CHEN Tsang-jiang. Passive earth pressure with critical state concept[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, 128(8): 651—659.
[2] 陈页开. 挡土墙上土压力的试验研究与数值分析[D]. 杭州: 浙江大学, 2001.

- [3] MATSUO M., KENMOCHI S, YAGI H. Experimental study on earth pressure of retaining wall by field tests[J]. **Soils and Foundations**, 1978, 18(3): 27—41.
- [4] 林宇亮, 杨果林, 黄向京. 膜挡墙后黏性土被动土压力的薄层微元法[J]. 公路交通科技, 2011, 28(3): 12—19.
LIN Yu-liang, YANG Guo-lin, HUANG Xiang-jing. Thin-layer micro-element method for computing passive earth pressure of back filled cohesive soil on retaining wall[J]. **Journal of Highway and Transportation Research and Development**, 2011, 28(3): 12—19.
- [5] 王元战, 李珊珊, 李新国. 挡土墙被动土压力分布与被动侧压力系数[J]. 中国港湾建设, 2006, 144(4): 9—12.
WANG Yuan-zhan, LI Shan-shan, LI Xin-guo. Passive earth pressure on a retaining wall and lateral coefficient of passive earth pressure[J]. **China Harbour Engineering**, 2006, 144(4): 9—12.
- [6] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, 1943: 66—76.
- [7] 彭述权, 周健, 樊玲, 等. 考虑土拱效应刚性挡墙土压力研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2701—2707.
PENG Shu-quan, ZHOU Jian, FAN Ling, et al. Research on earth pressure of rigid retaining wall considering soil arching[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(10): 2701—2707.
- [8] 李永刚. 挡土墙被动土压力研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 273—276.
LI Yong-gang. Study on passive earth pressure of retaining wall[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(2): 273—276.
- [9] 吴明, 彭建兵, 徐平, 等. 考虑土拱效应的挡墙后土压力研究[J]. 工程力学, 2011, 28(11): 85—95.
WU Ming, PENG Jian-bing, XU Ping, et al. Study on earth pressure against rigid retaining walls considering soil arching effects[J]. **Engineering Mechanics**, 2011, 28(11): 85—95.
- [10] 侯键, 夏唐代, 孔祥冰, 等. 基于土拱效应原理求解挡土墙被动土压力[J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 2296—3000.
HOU Jian, XIA Tang-dai, KONG Xiang-bing, et al. Passive earth pressure on retaining walls calculated by principle of soil arching effect[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(10): 2296—3000.
- [11] 王立国, 王志凯. 考虑土拱效应的挡土墙被动土压力分析[J]. 水利与建筑工程学报, 2010, 8(4): 146—149.
WANG Li-guo, WANG Zhi-kai. Analysis on passive earth pressure for retaining walls considering soil arching[J]. **Journal of Water Resources and Architectural Engineering**, 2010, 8(4): 146—149.
- [12] QUINLAN J F. Discussion of the arch in soil arching[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1987, 113(3): 272—274.
- [13] PAIK K H, SALGADO R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(7): 643—653.
- [14] 涂兵雄, 贾金青. 考虑土拱效应的黏性填土挡土墙主动土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(5): 1064—1070.
TU Bing-xiong, JIA Jin-qing. Research on active earth pressure behind rigid retaining wall from clayey backfill considering soil arching effects[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(5): 1064—1070.