

基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制策略

师佳¹ 江青茵¹ 曹志凯¹ 周华¹ 高福荣²

摘要 将迭代学习控制 (Iterative learning control, ILC) 系统看作一类具有 2 维动态特性的控制系统, 根据模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 和性能参考模型控制思想, 提出了一种基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制系统设计方案. 在该控制系统设计方案中, 可以通过选择适当的 2 维性能参考模型来构造 2 维动态变化的设定值信号和预测控制信号, 从而引导迭代学习控制系统收敛到合理的控制性能, 并有效避免系统性能收敛过程中控制输入可能发生的剧烈波动. 通过对控制系统的结构分析可知, 所得的迭代学习控制器本质上是由沿时间指标的参考模型预测控制器和沿周期指标的迭代学习控制器组成, 闭环系统的收敛性等价于一个 2 维滤波系统的稳定性. 数值仿真结果证明了该设计方案的有效性和鲁棒性.

关键词 迭代学习控制, 模型预测控制, 2 维系统, 性能参考模型

引用格式 师佳, 江青茵, 曹志凯, 周华, 高福荣. 基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制策略. 自动化学报, 2013, 39(5): 565–573

DOI 10.3724/SP.J.1004.2013.00565

Two-dimensional Model Predictive Iterative Learning Control Scheme Based on a Two-dimensional Performance Model

SHI Jia¹ JIANG Qing-Yin¹ CAO Zhi-Kai¹ ZHOU Hua¹ GAO Fu-Rong²

Abstract By representing an iterative learning control (ILC) system as a two-dimensional system and using the philosophy of model predictive control (MPC) and performance model reference control, a two-dimensional performance model based model predictive iterative learning control scheme is proposed in this paper. Through the design of two-dimensional dynamics of the performance model to generate more proper reference trajectories and predictive control signals for each cycle, the convergence pattern of the iterative learning control system can be guided to avoid the issue of possibly violent oscillation of input signal. The structure analysis indicates that the resulted control is composed of the time-wise performance model based model predictive control and cycle-wise iterative learning control, and that the convergence of the closed loop control system is equivalent to the stability of a two-dimensional filter. Numerical simulations illustrate the effectiveness and robustness of the proposed control scheme.

Key words Iterative learning control (ILC), model predictive control (MPC), two-dimensional systems, performance model

Citation Shi Jia, Jiang Qing-Yin, Cao Zhi-Kai, Zhou Hua, Gao Fu-Rong. Two-dimensional model predictive iterative learning control scheme based on a two-dimensional performance model. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 565–573

迭代学习控制 (Iterative learning control, ILC) 是针对重复/周期/批次过程而提出的一种计算机先进控制技术. 该控制技术的主要特点是能够利用过程的重复运行特性, 根据过程历史周期的控制性能来不断修正其控制行为, 以达到系统控制性能沿周

期指标不断改善的目标. 这种控制技术自 1978 年提出以来^[1], 不仅在理论研究上广受关注^[2–5], 同时也在工业机器人的运动控制、数控加工设备控制、注射成型过程控制、间歇式反应过程控制、集成电路生产过程控制等多种具有重复操作特点的生产过程中得到广泛应用^[6–8].

根据迭代学习控制算法中所依赖的过程历史信息类型不同, 传统迭代学习控制可分为开环迭代学习控制和闭环迭代学习控制^[4]. 所谓开环迭代学习控制是指控制信号的改进仅依赖于重复过程历史周期的控制信息, 而闭环迭代学习控制是指控制信号的改进仅依赖于当前周期的历史控制信息. 但无论是开环迭代学习控制还是闭环迭代学习控制, 从信息利用的角度来看都是不充分的. 更好的迭代学习控制系统是能够同时利用过程历史周期的信息和当

收稿日期 2012-05-11 录用日期 2012-08-31
Manuscript received May 11, 2012; accepted August 31, 2012
国家自然科学基金 (61174093) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61174093)

本文客座编委 王宏

Recommended by Guest Editor WANG Hong

1. 厦门大学化学化工学院化学工程与生物工程系 厦门 361005

2. 香港科技大学化学工程与生物分子工程系 香港

1. Department of Chemical and Biochemical Engineering, School of Chemistry and Chemical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005 2. Department of Chemical and Biomolecular Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong

前周期的信息来改善其控制行为, 这种迭代学习控制方案可以称为复合迭代学习控制^[9]. 从本质上讲复合迭代学习控制系统是由沿时间指标的反馈控制和沿周期指标的开环迭代学习控制两部分组成. 针对复合迭代学习控制, 早期的设计方案是对反馈控制和开环迭代控制分别进行独立的设计^[10], 这种设计方法较难保证两种控制作用的有效结合. 从本质上看, 开环迭代学习控制仅是一种沿周期指标的反馈控制, 复合迭代学习控制可以看作一个沿时间指标和周期指标同时具有反馈控制作用的 2 维反馈控制系统. 基于这种视角, 复合迭代学习控制系统的分析和设计完全可以在 2 维反馈控制系统理论的框架下进行. 在 2 维系统理论框架下, 考虑复合迭代学习控制系统的分析和设计的好处在于, 可以跳出传统迭代学习控制的框架, 将各种 1 维反馈控制的思想、技术和方法引入 2 维反馈控制系统的分析和设计中, 实现复合迭代学习控制系统中实时反馈控制和迭代学习控制在 2 维系统理论框架下的统一设计和分析. 基于这种思路的迭代学习控制系统设计方法已经成为了迭代学习控制技术研究发展的一个主要方向^[9, 11-16].

大多数迭代学习控制系统的设计目标是保证控制系统在每个周期内自动地跟踪一个具有固定变化模式的设定值信号. 对于收敛的迭代学习控制系统而言, 控制器的输出将随着控制误差的不断减小而逐渐趋向于过程的逆模型输出. 对于这种逐渐趋于过程逆模型输出的控制过程来说, 存在的主要问题是控制器输出对高频输入信号会越来越敏感, 特别是当实际过程为慢响应系统或逆模型为非稳定系统(如非最小相位系统)时, 控制器输出会因为期望信号的突变而发生剧烈震荡, 难以符合实际工程应用需求. 针对上述问题, 在文献 [17] 中提出的广义 2 维模型预测迭代学习控制系统设计方案的基础上, 基于 2 维模型预测控制思想, 本文进一步提出了一种基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制系统设计方案. 在该设计方案中, 通过引入一个适当的 2 维性能参考模型, 构造出迭代学习控制系统的在不同周期上的期望输出信号和预测控制输入信号, 并以此为基础来指定迭代学习控制在不同周期的控制性能指标, 从而实现对控制性能收敛过程的引导, 保证闭环控制系统更快速稳定地收敛到一个合理的控制性能. 通过对控制系统的结构分析发现, 在该设计方案下获得的闭环控制器本质上是由沿时间指标的模型参考预测控制器和沿周期指标的迭代学习控制器组成, 闭环控制系统本质上等价于一个 2 维滤波系统, 可以利用针对 2 维系统的稳定性分析方法来分析系统的稳定性^[18-19]. 通过相同性能指标函数下与广义 2 维模型预测迭代学习控制方案^[17] 的数值仿真性能对比, 证明了本文所提出的迭

代学习控制方案可以保证系统更快、更有效地收敛于合理的控制性能, 同时闭环控制系统也具有较好的鲁棒性.

1 问题描述

为了描述的简洁, 本文将针对单输入单输出模型讨论 2D 模型预测迭代学习控制问题. 不难看出, 本文的所有算法和结论可以直接推广到多输入多输出的情况.

1.1 重复过程与迭代学习控制律

本文考虑可由如下 CARIMA (Controlled auto-regressive integrated moving average) 离散时间系统模型描述的重复过程:

$$\Sigma_r : A(q_t^{-1})y(t, k) = B(q_t^{-1})u(t, k) + \frac{w(t, k)}{\Delta_t},$$

$$t = 0, 1, \dots, T; \quad k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

其中, t 表示重复过程在每个执行周期内的离散时间指标, T 为每个执行周期的固定时间长度, k 表示重复周期指标, $y(t, k)$, $u(t, k)$, $w(t, k)$ 分别表示重复过程在第 k 个执行周期内 t 时刻的过程输出、输入以及未知的扰动信号, 符号 q_t^{-1} 表示沿离散时间指标 t 的单位平移算子, 算符 $\Delta_t = 1 - q_t^{-1}$, $A(q_t^{-1})$, $B(q_t^{-1})$ 分别表示输出和输入信号的算子多项式, 定义如下:

$$A(q_t^{-1}) = 1 + a_1 q_t^{-1} + \dots + a_n q_t^{-n} \quad (2)$$

$$B(q_t^{-1}) = b_1 q_t^{-1} + b_2 q_t^{-2} + \dots + b_m q_t^{-m} \quad (3)$$

虽然在形式上上述模型把过程的输入、输出和扰动变量均看作时间 t 和周期指标 k 的函数, 但从表征过程动态特性的算子多项式 (2) 和 (3) 可以看出, 模型只描述了过程沿时间指标的动态特性, 并不包含沿重复指标 k 的动态. 如果扰动信号 $w(t, k)$ 在每个批次都是完全相同的 (即满足 $w(t, k) = w(t, k-1)$, $\forall k = 1, 2, \dots$), 则重复过程的动态与周期指标无关, 过程称为完全重复的.

针对由模型 (1) 描述的重复过程, 本文考虑设计如下形式的迭代学习控制律:

$$\Delta_t u(t, k) = \Delta_t u(t, k-1) + l(t, k),$$

$$\Delta_t u(t, 0) = 0, \quad t = 0, 1, \dots, T \quad (4)$$

其中, $l(t, k)$ 为待设计的迭代更新律, $\Delta_t u(t, 0)$ 为初始周期的控制增量信号.

由过程 (1) 和控制律 (4) 组成的控制系统称为迭代学习控制系统. 迭代学习控制系统的设计目标就是确定恰当的迭代更新律 $l(t, k)$, 使得重复过程对给定的期望轨迹 $r(t)$ 的跟踪性能能够随着过程的不断重复得到不断的改善.

1.2 迭代学习控制系统的 2 维表达

定义记法:

$$\Delta_k f(t, k) = f(t, k) - q_k^{-1} f(t, k) = f(t, k) - f(t, k-1) \quad (5)$$

其中, q_k^{-1} 表示沿周期指标 k 的单位平移算子, 根据式 (4) 有:

$$\Delta_k \Delta_t u(t, k) = l(t, k) \quad (6)$$

将上式代入过程模型 (1), 可得:

$$\Sigma_{2D-P} : \Delta_t A(q_t^{-1}) y(t, k) = \Delta_t A(q_t^{-1}) \times y(t, k-1) + B(q_t^{-1}) l(t, k) + \Delta_k w(t, k), \quad t = 0, 1, \dots, T \quad (7)$$

从上式可以看出: 在引入迭代学习控制律 (4) 后, 闭环控制系统的输出 $y(t, k)$ 不仅依赖于迭代学习律 $l(t, k)$, 同时还依赖于过程在上一个工作周期的输出信号 $y(t, k-1)$ 以及扰动信号沿周期指标的变化量 $\Delta_k w(t, k)$. 如果将 $y(t, k)$, $l(t, k)$, $\Delta_k w(t, k)$ 分别看作过程的输出、输入以及不确定扰动信号, 模型 (7) 本质上描述的是一个具有 2 维动态特性的离散时间过程, 针对迭代学习控制律 (4) 的设计问题等价于针对 2 维离散时间模型 (7) 的控制系统设计问题.

1.3 基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制问题

由式 (6) 有:

$$u(t, k) = \frac{1}{1 - q_t^{-1}} \frac{1}{1 - q_k^{-1}} l(t, k) \quad (8)$$

上式表明, 迭代学习控制律 (4) 本质上是一个沿时间指标 t 和周期指标 k 的 2 维积分器, 其中, 沿时间指标的积分作用保证了控制误差沿时间轴的收敛, 而沿周期指标的积分作用保证控制误差沿周期指标的收敛. 而沿周期指标的收敛一方面体现为过程在不同时间点上的控制误差沿周期指标逐渐减小到零; 另一方面也表明每个周期控制器的输出将逐渐趋于过程的逆动态输出. 对于大多数慢响应过程或非最小相位系统而言, 当期望输出含有高频成分 (如阶跃信号) 时, 过程的逆动态输出一般为高频振荡信号, 这种信号很难符合实际工程应用需求. 为了避免这种情况的发生, 必须对期望输出和输入信号进行合理的处理.

所谓基于性能参考模型的控制, 是指给定一个具有满意动态特性的参考模型, 然后, 利用该参考模型的输入输出信号设计控制系统, 使得闭环控制系统具有与参考模型尽可能相近的输入输出动态特性. 针对迭代学习控制系统的 2 维动态特性, 通过合理

地选择 2 维的性能参考模型, 可以为迭代学习控制系统设计出更为合理的期望输入和输出轨迹, 从而引导迭代学习控制系统的 2 维收敛行为.

针对 2 维系统 (7), 本文考虑设计如下的 2 维性能参考模型:

$$\Sigma_{PM1} : A_r(q_t^{-1}, q_k^{-1}) y_r(t, k) = \kappa B(q_t^{-1}) r(t) \quad (9)$$

其中, $y_r(t, k)$ 为过程在 k 周期 t 时刻的期望输出, $A_r(q_t^{-1}, q_k^{-1})$ 为给定的 2 元算子多项式, 表征期望的 2 维动态, 一般可取为

$$A_r(q_t^{-1}, q_k^{-1}) = A_{r1}(q_t^{-1}) A_{r2}(q_k^{-1}) \quad (10)$$

其中, $A_{r1}(q_t^{-1})$ 和 $A_{r2}(q_k^{-1})$ 分别为给定的沿时间指标和周期指标算子多项式, 分别表征沿时间和周期指标的期望动态特性:

$$A_{r1}(q_t^{-1}) = 1 + a_{11} q_t^{-1} + \dots + a_{1n_t} q_t^{-n_t} \quad (11)$$

$$A_{r2}(q_k^{-1}) = 1 + a_{21} q_k^{-1} + \dots + a_{2n_k} q_k^{-n_k} \quad (12)$$

对于 $A_{r1}(q_t^{-1})$ 和 $A_{r2}(q_k^{-1})$ 的选择, 必须首先保证 2 维系统 (9) 稳定, 可以通过指定零点来设计合适的模型参数, 保证 2 维系统具有期望的动态特性. κ 为常数, 用以保证 2 维模型具有单位的 2 维稳态增益.

为了保证过程具有期望的输出 $y_r(t, k)$, 根据过程模型 (1) 可知, 期望的控制输入为

$$\Sigma_{PM2} : u_r(t, k) = \frac{\kappa A(q_t^{-1})}{A_r(q_t^{-1}, q_k^{-1})} r(t) \quad (13)$$

上述系统仍然为稳定的 2 维系统. 由此可知, 期望的迭代更新律为

$$l_r(t, k) = \Delta_t \Delta_k u_r(t, k) \quad (14)$$

基于上述 2 维性能参考模型, 考虑如下 2 维性能指标函数:

$$J(\{l(t+i-1, k)\}_{i=1,2,\dots,M}) = \sum_{i=1}^N \alpha(i) [\hat{y}(t+i|t, k|k) - y_r(t+i, k)]^2 + \sum_{i=1}^M \beta(i) [l(t+i-1, k) - l_r(t+i-1, k)]^2 \quad (15)$$

其中, $\hat{y}(t+i|t, k|k)$ 表示在第 k 个周期 t 时刻对 $t+i$ 时刻过程输出的预测, N 和 M 分别称为预测步长和控制步长, 一般满足 $N \geq M$. $\alpha(i) \geq 0$, $\beta(i) > 0$ 为选定的性能指标加权序列, 反映了设计者对系统控制性能的需求.

基于 2 维性能参考模型 (9), 2 维模型预测迭代学习控制的设计目标就是在过程的任意工作周期 k 和离散时刻 t , 设计迭代更新律 $l(t, k)$ 使得预测目标函数 (15) 的取值尽可能地小.

2 2 维模型预测控制

2.1 构造预测误差模型

为了优化预测性能指标函数 (15), 需要确定合理的误差预测模型. 结合式 (9), (13), (14) 有:

$$A(q_t^{-1})\Delta_t y_r(t, k) = A(q_t^{-1})\Delta_t y_r(t, k-1) + B(q_t^{-1})l_r(t, k) \quad (16)$$

进一步结合模型 (7) 可得性能误差模型:

$$\tilde{A}(q_t^{-1})\tilde{y}(t, k) = B(q_t^{-1})\tilde{l}(t, k) + \tilde{A}(q_t^{-1})\times \tilde{y}(t, k-1) + \Delta_k w(t, k) \quad (17)$$

其中

$$\tilde{y}(t, k) = y(t, k) - y_r(t, k) \quad (18)$$

$$\tilde{l}(t, k) = l(t, k) - l_r(t, k) \quad (19)$$

$$\tilde{A}(q_t^{-1}) = A(q_t^{-1})(1 - q_t^{-1}) =: 1 + \tilde{a}_1 q_t^{-1} + \tilde{a}_2 q_t^{-2} + \dots + \tilde{a}_{n+1} q_t^{-n+1} \quad (20)$$

模型 (17) 代表的仍然是一个 2 维动态系统, 在任意时刻 t , 该系统的输入输出信息可分为已知和未知两部分, 满足如式 (29)~(32) 的关系.

注意到 A_1 为非奇异矩阵, 向量 $\Delta_k(\mathbf{w}_k(|_{t+N}^{t+1}, k))$ 只与 t 时刻以后的非重复性扰动有关, 若假定 $\Delta_k(\mathbf{w}_k(|_{t+N}^{t+1}, k))$ 为零均值白噪声信号, 则在 k 周期 t 时刻最佳的预测误差可选为

$$\hat{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}|t, k|k) = A_1^{-1}B_1\tilde{\mathbf{l}}(|_{t+N-1}^t, k) + A_1^{-1}B_0 \times \tilde{\mathbf{l}}(|_{t-1}^{t-m+1}, k) - A_1^{-1}A_0\Delta_k\tilde{\mathbf{y}}(|_t^{t-n}, k) + \tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} A_0 & A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}(|_t^{t-n}, k) \\ \tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 & B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{l}}(|_{t-1}^{t-m+1}, k) \\ \tilde{\mathbf{l}}(|_{t+N-1}^t, k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_0 & A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}(|_t^{t-n}, k-1) \\ \tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) \end{bmatrix} + \Delta_k(\mathbf{w}(|_{t+N}^{t+1})) \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{f}(|_{t_2}^{t_1}, k) = [f(t_1, k) \quad f(t_1+1, k) \quad \dots \quad f(t_2, k)]^T, \quad f \in \{y, l, w, u\} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} A_0 & | & A_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{n+1} & \tilde{a}_n & \tilde{a}_{n-2} & \dots & \tilde{a}_1 & | & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{a}_{n+1} & \tilde{a}_n & \dots & \tilde{a}_2 & | & \tilde{a}_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{a}_{n+1} & \dots & \tilde{a}_3 & | & \tilde{a}_2 & \tilde{a}_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & * & | & * & * & \dots & \tilde{a}_1 & 1 \end{bmatrix}_{N \times (N+n+1)} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} B_0 & | & B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_m & b_{m-1} & b_{m-2} & \dots & b_2 & | & b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b_m & b_{m-1} & \dots & b_3 & | & b_2 & b_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_m & \dots & b_4 & | & b_3 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & * & | & * & * & \dots & b_2 & b_1 \end{bmatrix}_{N \times (N+m-1)} \quad (32)$$

若定义

$$G = A_1^{-1}B_1 \quad (22)$$

$$\mathbf{F}(t, k) = -A_1^{-1}A_0\Delta_k\tilde{\mathbf{y}}(|_t^{t-n}, k) + A_1^{-1}B_0\tilde{\mathbf{l}}(|_{t-1}^{t-m+1}, k) \quad (23)$$

则有

$$\hat{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}|t, k|k) = \tilde{G}\tilde{\mathbf{l}}(|_{t+N}^t, k) + \tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) + \mathbf{F}(t, k) \quad (24)$$

注意, 上述性能误差预测模型只对 $N = M$ 的情况适用, 当 $N > M$ 时, 应假定 $\mathbf{l}(|_{t+N-1}^{t+M}, k) = \mathbf{l}_r(|_{t+N-1}^{t+M}, k), \forall k > N$, 则删除 G 后面的 $N - M$ 列即可, 此时, 预测模型 (28) 可重写为

$$\hat{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}|t, k|k) = \tilde{G}\tilde{\mathbf{l}}(|_{t+M-1}^t, k) + \tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) + \mathbf{F}(t, k) \quad (25)$$

2.2 2 维模型预测迭代学习控制律

将目标函数 (15) 表示为矩阵形式:

$$J(\{l(t+i-1, k)\}_{i=1,2,\dots,M}) = \hat{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}|t, k|k)^T Q \hat{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}|t, k|k) + \tilde{\mathbf{l}}(|_{t+M-1}^t, k)^T R \tilde{\mathbf{l}}(|_{t+M-1}^t, k) \quad (26)$$

其中

$$Q = \text{diag}\{\alpha(1), \dots, \alpha(N)\} \quad (27)$$

$$R = \text{diag}\{\beta(1), \dots, \beta(M)\} \quad (28)$$

根据预测模型 (25) 及优化算法可知, 使得目标函数 (26) 取极小值的最优控制为

$$\tilde{\mathbf{i}}^*(|_{t+M-1}^t, k) = -(R + G^T Q G)^{-1} G^T Q \times [\tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) + \mathbf{F}(t, k)] \quad (33)$$

根据模型预测控制“滚动优化”的思想, 在重复过程的第 k 周期 t 时刻的模型预测迭代学习控制律取为

$$\Sigma_{2D-PMBILC} : \Delta_t u(t, k) = \Delta_t u(t, k-1) + l_r(t, k) + \mathbf{K}_0 [\tilde{\mathbf{y}}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) + \mathbf{F}(t, k)] \quad (34)$$

其中, 行向量

$$\mathbf{K}_0 = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_N] \quad (35)$$

为矩阵 $-(R + G^T Q G)^{-1} G^T Q$ 的第一行.

3 控制系统结构及稳定性分析

3.1 控制系统结构分析

根据定义 (23), 若令 $\mathbf{K}_1 = -\mathbf{K}_0 A_1^{-1} A_0$, $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_0 A_1^{-1} B_0$, 则迭代学习控制律 (34) 可写为式 (36) 的形式.

$$\Sigma_{2D-PMBILC} : \Delta_t u(t, k-1) + l_r(t, k) + [\mathbf{K}_0 \quad \mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2 \times]$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) - \mathbf{y}_r(|_{t+N}^{t+1}, k-1) \\ \Delta_k (\mathbf{y}(|_t^{t-n}, k) - \mathbf{y}_r(|_t^{t-n}, k)) \\ \Delta_k (\Delta_t \mathbf{u}(|_{t-1}^{t-m+1}, k) - \Delta_t \mathbf{u}_r(|_{t-1}^{t-m+1}, k)) \end{bmatrix} \quad (36)$$

由过程 (1) 和控制律 (36) 组成的控制系统可用图 1(a) 所示的结构框图表示, 从 2 维系统控制的角度看, 该控制系统是一个基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测控制系统.

从迭代学习控制的角度考察, 控制律 (36) 可以分解为

$$\Delta_t u(t, k) = u_{ILC}(t, k) + u_{PMBC}(t, k) \quad (37)$$

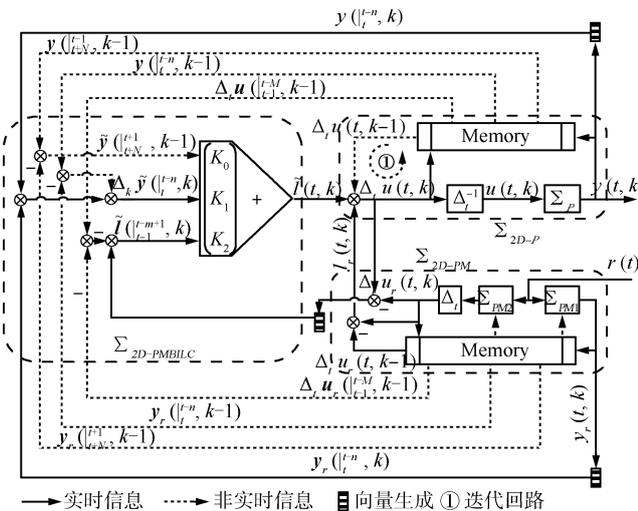
其中, $u_{ILC}(t, k)$ 代表了沿周期指标 k 的迭代学习控制律, 由如下方程描述:

$$\Sigma_{ILC} : u_{ILC}(t, k) = u_{ILC}(t, k-1) + \mathbf{K}_0 [\mathbf{y}(|_{t+N}^{t+1}, k-1) - \mathbf{y}_r(|_{t+N}^{t+1}, k-1)] \quad (38)$$

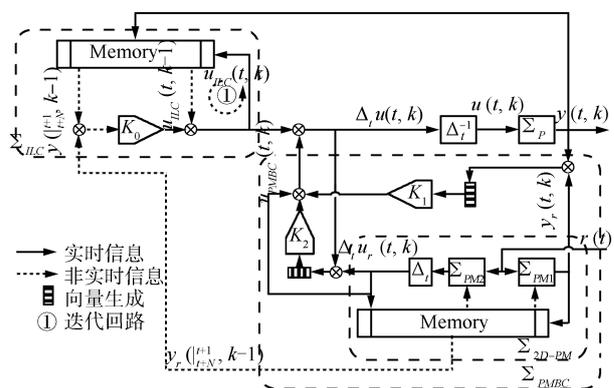
$u_{PMBC}(t, k)$ 代表基于性能参考模型的模型预测控制律, 由如下方程描述:

$$\Sigma_{PMBC} : u_{PMBC}(t, k) = \Delta_t u_r(t, k) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{y}(|_t^{t-n}, k) - \mathbf{y}_r(|_t^{t-n}, k)] + \mathbf{K}_2 [\Delta_t \mathbf{u}(|_{t-1}^{t-m+1}, k) - \Delta_t \mathbf{u}_r(|_{t-1}^{t-m+1}, k)] \quad (39)$$

控制系统结构框图如图 1(b) 所示. 显然, 迭代学习控制律 (38) 主要用于保证预测控制误差沿周期



(a) 2 维控制系统
(a) Two-dimensional control system



(b) 迭代学习控制系统
(b) Iterative learning control system

图 1 控制系统结构框图

Fig. 1 Block diagrams of control system

指标的收敛, 而沿时间指标基于性能参考模型的预测控制律 (39) 主要负责控制每个重复周期闭环系统的输出收敛到参考模型决定的输出, 因此, 选择合理的参考模型能够对系统的收敛过程实施引导, 从而保证收敛过程的合理与稳定.

3.2 控制系统稳定性分析

为了实现对闭环控制系统的稳定性分析, 首先需要介绍文献 [18] 中 (定理 11.1) 关于 2 维系统稳定性的判定方法.

引理 1^[18]. 考虑由如下 2 维离散时间传递函数模型描述的 2 维动态系统:

$$y(n_1, n_2) = \frac{A(z_1^{-1}, z_2^{-1})}{B(z_1^{-1}, z_2^{-1})} u(n_1, n_2) \quad (40)$$

其中, $A(z_1^{-1}, z_2^{-1})$, $B(z_1^{-1}, z_2^{-1})$ 为描述系统动态特性的 2 元算子多项式:

$$A(z_1^{-1}, z_2^{-1}) = \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{N_1} a_{mn} z_1^{-m} z_2^{-n} \quad (41)$$

$$B(z_1^{-1}, z_2^{-1}) = \sum_{m=0}^{M_2} \sum_{n=0}^{N_2} b_{mn} z_1^{-m} z_2^{-n} \quad (42)$$

2 维系统 (40) 为 Schur 稳定的充分必要条件为

- 1) $B(z_1^{-1}, 1) \neq 0, \forall |z_1| \geq 1$;
 - 2) $B(z_1^{-1}, z_2^{-1}) \neq 0, \forall |z_1| = 1$ 和 $\forall |z_2| \geq 1$.
- 将迭代学习控制律 (36) 表达为

$$\begin{aligned} \tilde{l}(t, k) = & \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_t(|_0^n) \\ \mathbf{q}_t(|_N^1) \end{bmatrix} \tilde{y}(t, k-1) + \\ & \mathbf{K}_1 \mathbf{q}_t(|_0^n) \tilde{y}(t, k) + \mathbf{K}_2 \mathbf{q}_t(|_{-1}^m) \tilde{l}(t, k) \end{aligned} \quad (43)$$

其中, $\mathbf{q}_t(|_{n_2}^{n_1}) = [q_t^{n_1} \quad q_t^{n_1+1} \quad \dots \quad q_t^{n_2}]^T$ 为算子列向量. 若定义:

$$R(q_t^{-1}) = 1 - \mathbf{K}_2 \mathbf{q}_t(|_{-1}^m) \quad (44)$$

$$S(q_t^{-1}) = \mathbf{K}_1 \mathbf{q}_t(|_0^n) \quad (45)$$

$$T(q_t) = \mathbf{K}_0 \mathbf{q}_t(|_N^1) \quad (46)$$

结合式 (19) 和 (43) 可得:

$$\begin{aligned} R(q_t^{-1})l(t, k) = & [T(q_t) - S(q_t^{-1})] \tilde{y}(t, k-1) + \\ & S(q_t^{-1}) \tilde{y}(t, k) + R(q_t^{-1})l_r(t, k) \end{aligned} \quad (47)$$

将上式代入过程模型 (7), 同时结合模型 (9), (13), (14), (18) 可得:

$$\begin{aligned} [A(q_t^{-1})R(q_t^{-1})\Delta_t\Delta_k - B(q_t^{-1})S(q_t^{-1})]y(t, k) = & \\ [A(q_t^{-1})R(q_t^{-1})\Delta_t\Delta_k - B(q_t^{-1})S(q_t^{-1})]y_r(t, k) + & \\ [T(q_t) - S(q_t^{-1})] \tilde{y}(t, k-1) + R(q_t^{-1})\Delta_k w(t, k) \end{aligned} \quad (48)$$

由此可得闭环传递函数为

$$\tilde{y}(t, k) = \frac{R(q_t^{-1})\Delta_k w(t, k)}{A(q_t^{-1})R(q_t^{-1})\Delta_t\Delta_k - B(q_t^{-1})S(q_t^{-1}) - (T(q_t) - S(q_t^{-1}))q_k^{-1}} \quad (49)$$

上述系统可以看作一个 2 维滤波器, 当未知信号 $w(t, k)$ 为有界扰动信号时, 该滤波器沿周期指标的稳定性与迭代学习控制系统控制误差沿周期指标的收敛性相对应. 因此, 根据引理 1 有如下结论:

定理 1. 由模型 (49) 所描述的 2 维闭环控制系统 2 维渐近稳定的充要条件为

- 1) $S(q_t^{-1}) - T(q_t) - B(q_t^{-1})S(q_t^{-1}) \neq 0$, 对于任意 $|q_t| \geq 1$;
- 2) 对于任意 $|q_t| = 1$ 以及 $|q_k| \geq 1$, 满足:

$$\begin{aligned} A(q_t^{-1})R(q_t^{-1})\Delta_t\Delta_k - B(q_t^{-1})S(q_t^{-1}) - \\ [T(q_t) - S(q_t^{-1})]q_t^{-1} \neq 0 \end{aligned}$$

证明. 根据引理 1 可直接证明上述定理. \square

注 1. 定理 1 给出的是 2 维系统 (49) 稳定的条件, 即考虑的是 2 维过程系统的 2 维指标同时趋向于无穷时系统的稳定性. 考虑到重复过程在每个周期内的运行时间是有限的, 在分析系统稳定性时, 应主要考虑沿周期指标的稳定性, 因此, 采用定理 1 来分析迭代学习控制系统的收敛性时, 可能仍具有一定的保守性.

注 2. 定理 1 仅给出了闭环控制系统稳定的分析方法. 从条件 1) 和 2) 可以看出, 控制系统的设计参数 (如性能指标中的加权矩阵 Q, R 以及预测步长 N 和控制步长 M) 对闭环系统的稳定性都有影响, 但这种影响是较为复杂的. 对于设计参数与迭代学习控制系统稳定性以及收敛性之间的关系是需要进一步深入研究的课题.

4 数值仿真

为了验证本文所提出的迭代学习控制策略的有效性, 考虑如下具有未知扰动的离散时间高阶重复过程:

$$\begin{aligned} (1 - 1.454q_t^{-1} + 0.529q_t^{-2} - 0.0474q_t^{-3})y(t, k) = & \\ (0.00829q_t^{-1} + 0.0166q_t^{-2} + 0.00181q_t^{-3})u(t, k) + & \\ w(t, k) \end{aligned} \quad (50)$$

其中, $w(t, k)$ 为未知的扰动信号. 对于上述高阶系统, 假定在工程中利用模型辨识算法所获得的是如下—阶加纯滞后的简化离散时间模型:

$$y(t, k) = \frac{0.0465q_t^{-1}}{1 - 0.9535q_t^{-1}} q_t^{-1} u(t, k) \quad (51)$$

为了说明本文提出的基于性能参考模型的 2 维迭代学习控制方案的特点, 下面将该控制方案与本

文作者提出的广义 2 维模型预测迭代学习控制方案^[17]进行控制性能仿真比较。

给定预测性能指标函数 (15) 中的参数分别为 $N = 20, M = 10, \alpha(i) = 50 (i = 1, 2, \dots, 20), \beta(j) = 1 (j = 1, 2, \dots, 10)$. 如果采用文献 [17] 中所提出的广义 2 维模型预测迭代学习控制方案, 在设定值发生阶跃变化以及无未知扰动 ($w(t, k) = 0$) 的情况下, 闭环控制系统的输入输出响应如图 2 (a) 和图 2 (b) 所示. 从图 2 中可以看出, 虽然控制性能沿周期指标在不断改善, 但为了快速跟踪阶跃突变的设定值信号, 不仅控制信号出现了大幅度的快速震荡, 同时在经历了 50 个周期的迭代学习控制后, 系统对于阶跃响应仍然存在较大超调.

为了应用本文所提出的基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制方案, 设计如下的 2 维性能参考模型:

$$(1 - 0.368q_t^{-1} - 0.368q_k^{-1} + 0.135q_t^{-1}q_k^{-1}) \times y_r(t, k) = 0.3996q_t^{-1} \cdot r(t + 2) \quad (52)$$

注意, 在上述模型中利用了超前的设定值信号来产

生超前的参考信号, 以便闭环系统有更快的输出响应. 根据上述性能参考模型和相同的预测性能指标函数, 采用本文提出的设计方案设计了 2 维模型预测迭代学习控制系统, 闭环控制系统在不同周期的输入和输出响应如图 3 (a) 和图 3 (b) 所示. 从图 3 可以看出, 在 2 维参考模型输出和输入信号的引导下, 闭环系统的控制性能沿周期指标得到了不断完善, 同时由于闭环控制系统的控制性能是根据参考模型的输入和输出信号来进行逐步优化的, 在第 50 个生产周期, 系统的阶跃响应性能和控制信号的变化情况都明显好于前面的 2 维模型预测迭代学习控制方案.

图 4 (a) 和图 4 (b) 给出了存在如下外部扰动信号时, 闭环控制系统的输入和输出响应:

$$w(t, k) = \sin(0.1t) + 0.5\sigma(t, k) \quad (53)$$

上式右边第一项代表周期重复的未知扰动, 第二项为区间 $[-0.5, 0.5]$ 上均匀分布的随机信号, 代表不具重复性的未知扰动. 从图 4 中可以看出, 闭环系统的控制性能沿周期指标仍然得到了有效改善, 表明

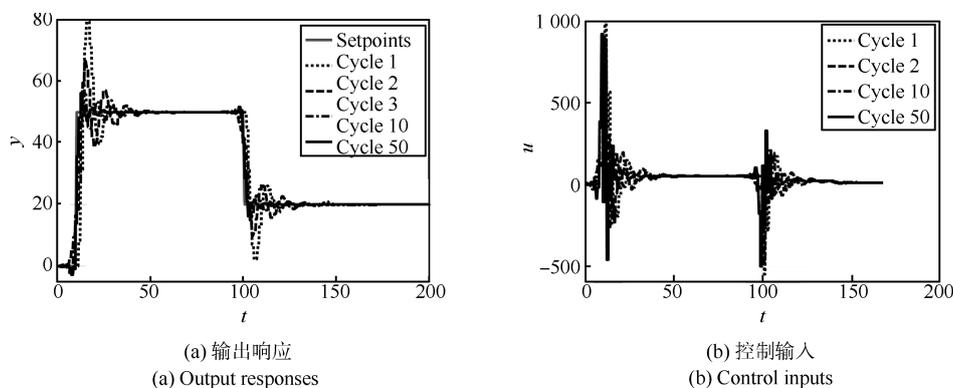


图 2 广义 2 维模型预测迭代学习控制方案^[17]

Fig. 2 Two-dimensional generalized predictive iterative learning control (2D-GPILC) scheme^[17]

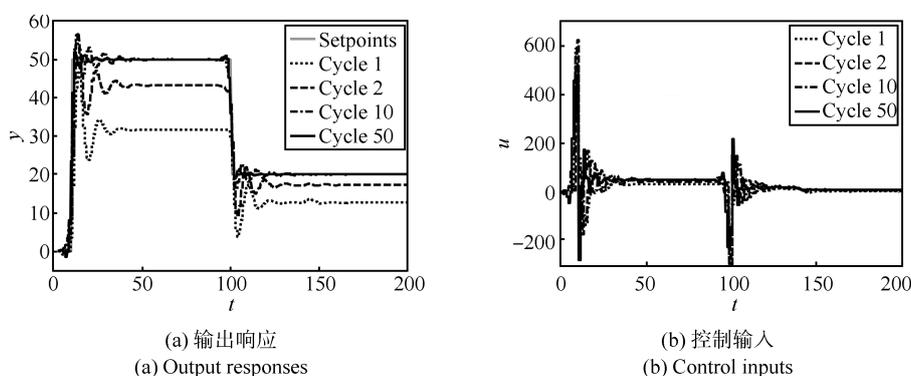


图 3 基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制方案 ($w(t, k) = 0$)

Fig. 3 Two-dimensional model predictive iterative learning control scheme based on a two-dimensional performance model ($w(t, k) = 0$)

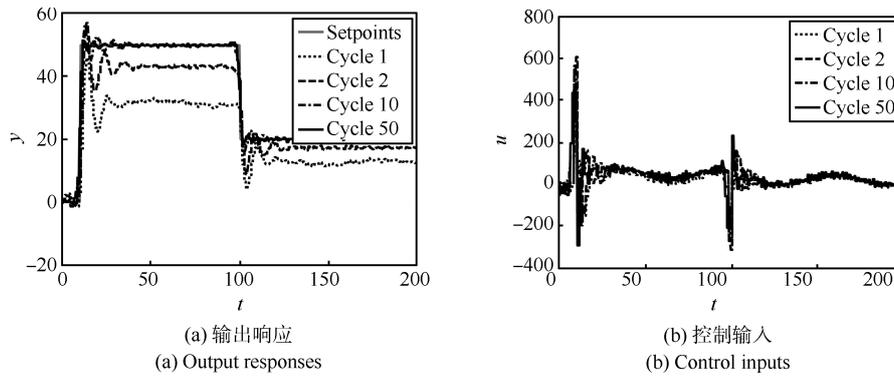


图 4 基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制方案 ($w(t, k) \neq 0$)

Fig. 4 Two-dimensional model predictive iterative learning control scheme based on a two-dimensional performance model ($w(t, k) \neq 0$)

本文所提出的迭代学习控制方案针对建模误差和未知扰动均具有一定的鲁棒性。

5 结论

本文通过将迭代学习控制系统的设计问题转化为 2 维系统的 2 维反馈控制器设计问题, 采用模型预测控制和模型参考控制思想, 提出了一种基于 2 维性能参考模型的 2 维模型预测迭代学习控制系统设计方案. 控制系统的结构分析表明, 所得的控制系统同时包含沿时间指标的模型参考预测控制和沿周期指标的迭代学习控制, 闭环控制系统的收敛性与一个 2 维滤波过程等价. 通过与文献 [17] 提出的广义 2 维模型预测迭代学习控制方案的数值仿真对比, 验证了该控制方案在保证闭环系统收敛于合理控制性能和在避免控制信号可能发生剧烈震荡方面的有效性. 同时仿真结果还表明, 控制性能对于建模误差和过程未知扰动具有较好的鲁棒性。

References

- 1 Uchiyama M. Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial. *Transactions of Society of Instrumentation and Control Engineers*, 1978, **14**(6): 706–712
- 2 Ahn H S, Chen Y Q, Moore K L. Iterative learning control: brief survey and categorization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part C: Applications and Reviews*, 2007, **37**(6): 1090–1121
- 3 Wang Y Q, Gao F R, Doyle F J III. Survey on iterative learning control, repetitive control, and run-to-run control. *Journal of Process Control*, 2009, **19**(10): 1589–1600
- 4 Yu Shao-Juan, Qi Xiang-Dong, Wu Ju-Hua. *Iterative Learning Control Theory and Application*. Beijing: China Machine Press, 2005. 98–105
(于少娟, 齐向东, 吴聚华. 迭代学习控制理论及应用. 北京: 机械工业出版社, 2005. 98–105)
- 5 Sun Ming-Xuan, Huang Bao-Jian. *Iterative Learning Control*. Beijing: Defence Industry Press, 1999. 50–100
(孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制. 北京: 国防工业出版社, 1999. 50–100)
- 6 Lee J H, Lee K S. Iterative learning control applied to batch processes: an overview. *Control Engineering Practice*, 2007, **15**(10): 1306–1318
- 7 Li Ren-Jun, Han Zheng-Zhi. Survey of iterative learning control. *Control and Decision*, 2005, **20**(9): 961–966
(李仁俊, 韩正之. 迭代学习控制综述. 控制与决策, 2005, **20**(9): 961–966)
- 8 Xu Ming, Lin Hui. New advances in theories and applications of iterative learning control. *Techniques of Automation and Applications*, 2003, **22**(1): 4–7
(徐敏, 林辉. 迭代学习控制理论与应用新进展. 自动化技术与应用, 2003, **22**(1): 4–7)
- 9 Shi Jia. *Iterative Learning Control Schemes Based on 2D System Control Theories and Its Applications* [Ph.D. dissertation], Zhejiang University, China, 2006. 111–136
(师佳. 基于 2 维系统控制理论的迭代学习控制策略及其应用 [博士学位论文], 浙江大学, 中国, 2006. 111–136)
- 10 Moon J H, Doh T Y, Chung M J. A robust approach to iterative learning control design for uncertain systems. *Automatica*, 1998, **34**(8): 1001–1004
- 11 Wu Min, Lan Yong-Hong, She Jin-Hua. A new design method for repetitive control systems based on two-dimensional hybrid model. *Acta Automatica Sinica*, 2008, **34**(9): 1208–1214
(吴敏, 兰永红, 余锦华. 基于二维混合模型的重复控制系统设计新方法. 自动化学报, 2008, **34**(9): 1208–1214)
- 12 Lan Yong-Hong, Wu Min, She Jin-Hua. An optimal repetitive control approach based on two-dimensional hybrid model. *Information and Control*, 2008, **37**(5): 519–523

(兰永红, 吴敏, 余锦华. 基于二维混合模型的最优重复控制方法. 信息与控制, 2008, **37**(5): 519–523)

- 13 Li X D, Ho J K L, Chow T W S. Iterative learning control for linear time-variant discrete systems based on 2-D system theory. *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2005, **152**(1): 13–18
- 14 Al-Towaim T, Barton A D, Lewin P L, Rogers E, Owens D H. Iterative learning control — 2D control systems from theory to application. *International Journal of Control*, 2004, **77**(9): 877–893
- 15 Yu Shao-Juan, Feng Dong-Mei, Wu Ju-Hua. Application of 2-D system theory in the design of open-closed-loop iterative learning control. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2002, **23**(3): 402–404, 422
(于少娟, 冯冬梅, 吴聚华. 2-D 系统理论在开闭环迭代学习控制中的应用. 仪器仪表学报, 2002, **23**(3): 402–404, 422)
- 16 Owens D H, Amann N, Rogers E, French M. Analysis of linear iterative learning control schemes — a 2D systems/repetitive processes approach. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2000, **11**(1–2): 125–177
- 17 Shi J, Gao F R, Wu T J. Single-cycle and multi-cycle generalized 2d model predictive iterative learning control (2D-GPILC) schemes for batch processes. *Journal of Process Control*, 2007, **17**(9): 715–727
- 18 Xiao Yang. *Stability Analysis of Multi-dimensional Systems*. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 2003. 119–129
(肖扬. 多维系统的稳定性分析. 上海: 上海科学技术出版社, 2003. 119–129)
- 19 Kaczorek T. *Two-dimensional Linear Systems*. Berlin: Springer, 1985. 235–278



师佳 厦门大学化学化工学院副教授. 主要研究方向为工业过程先进控制技术的应用. 本文通信作者.
E-mail: jshi@xmu.edu.cn
(SHI Jia Associate professor at the School of Chemistry and Chemical Engineering, Xiamen University. His research interest covers advanced process

control technique and application for industrial processes. Corresponding author of this paper.)



江青茵 厦门大学化学化工学院教授. 主要研究方向为流程工业的先进控制及在线优化.
E-mail: xdceds@xmu.edu.cn
(JIANG Qing-Yin Professor at the School of Chemistry and Chemical Engineering, Xiamen University. Her research interest covers advanced process control and online optimization for industrial processes.)



曹志凯 厦门大学化学化工学院副教授. 主要研究方向为反应工程.
E-mail: zhikai@xmu.edu.cn
(CAO Zhi-Kai Associate professor at the School of Chemistry and Chemical Engineering, Xiamen University. His main research interest is reaction engineering.)



周华 厦门大学化学化工学院化工系助理教授. 主要研究方向为过程模拟与优化. E-mail: cezhouh@xmu.edu.cn
(ZHOU Hua Assistant professor at the School of Chemistry and Chemical Engineering, Xiamen University. His research interest covers process simulation and optimization.)



高福荣 香港科技大学化学工程与生物分子工程系教授. 主要研究方向为过程检测, 控制与优化以及高分子成型.
E-mail: kefgao@ust.hk
(GAO Fu-Rong Professor in the Department of Chemical and Biomolecular Engineering, Hong Kong University of Science and Technology. His research interest covers process modeling, control and monitoring, and polymer processing.)