View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk brought to you by CORE
provided by Xiamen University Institutional Repository

运用 DEA 方法进行多指标决策*

王应明
(厦门大学 自动化系,厦门 361005)

摘 要: 本文运用 DEA 方法进行只有输出指标的多指标决策,给出了多指标决策评价的 DEA 模型与方法,探讨了多指标决策评价的 DEA 有效投影,最后给出了评价实例。

关键词: 数据包络分析; 多指标决策; DEA 有效投影
中图分类号: C934 文献标识码: A 文章编号: 1003-5192(1999)06-0064-03

Using DEA Method to Make Decision for Multiple Attributes

WANG Ying-ming (Department of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: This paper reseaches how to use DEA method to make decision for multiple outputattributes. A new DEA model is established, whose projections are discussed. In the end, an empirical example is illustrated.

Key Words: data envelopment analysis; multiple attribute decision making; DEA projection.

1 引言

数据包络分析(Data Envelopment Analysis, 简称 DEA)以其特有的优势,如无需对输入输出指标进行无量纲化处理、可以对输入输出指标进行有效投影以及评价结果比较客观等等,在世界范围内得到了极其广泛的研究和应用,目前已成为分析、评价多输入多输出复杂系统的强有力工具。尽管如此,DEA 方法仍然有其局限性,譬如,DEA 方法只能对多输入多输出指标的决策单元(Decision Making Units, 简称 DMU)进行评价,也就是说,运用 DEA 方法必须同时具有"输入"和"输出"指标,唯有如此,才能定义决策单元的"效率"。但事实上,在实际生活中,人们有时往往很难取得分离的"输入"、"输出"数据,而只能取得两者之比值数据,如效益新型指标"输出/输入"或成本型指标"输入/输出",尤其在经济效益评价中,经常会遇到"资金产值率"、"资金利税率"、"全员劳动生产率"等效益型指标,在这种情况下,现有的 DEA 方法是无能为力的。从理论上讲,经济效益的综合评价本质上是一个多指标决策问题,也称多属性决策、多准则决策、有限方案多目标决策。迄今为止,运用 DEA 方法对多指标决策方法进行研究的文献并不多见,原因之一就在于,多指标决策有时不存在所谓的"输入"指标。文献[1]通过将"成本型"指标看成是决策单元(即决策方案)的"输入"指标,将"效益型"指标看成是决策单元的"输出"指标,然后采用 DEA 方法对决策单元进行评价,这也只有在多指标决策同时存在"成本型"和"效益型"指标的情况下才能使用,如果多指标决策只存在"效益型"指标,该方法仍然无效;笔者在文献[2]中曾借助于 DEA 变权系数的指导思想给出了一种多指标决策方法,虽然可以用来处理"效益型"多指标决策问题,但它不是严格意义上的 DEA 方法,它需要对决策指标进行无量纲化处理,需要限定指标加权系数满足单位化约束条件,而且不能得到有用的投影信息。因此,本文尝试运用 DEA 方法研究"效益型"多指标决策问题,为"效益型"多指标决策提供一种全新的分析方法,同时也为 DEA 理论提供一种新的思路,使其适合于只有输出指标的决策单元的分析和评价。

2 DEA 多指标决策原理与方法

设多指标决策问题的方案集为 $A=\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$,指标集(也称目标集、属性集)为 $G=\{G_1, G_2, \cdots, G_m\}$,方案 A_i 对指标 G_j 的属性值(指标值)记为 $y_{ij}\geq 0$ $(i=1, 2, \cdots, n; j=1, 2, \cdots, m)$,矩阵 $Y=(y_{ij})_{n\times m}$ 表示方案集 A 对指标集 G 的"属性矩阵",俗称"决策矩阵"。假定所有指标均为"效益型"指标,所谓效益型指标是指属性值愈大愈好的指标,如资金产值率、资金

* 收稿日期: 1999-09-21
基金项目: 国家自然科学青年基金资助项目(79600020)

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www

利税率、全员劳动生产率等等。为了便于运用DEA方法进行多指标决策,我们将每个决策方案看成是一个决策单元(DMU),同时由于不同的评价指标往往具有不同的量纲和量纲单位,为了便于消除量纲和量纲单位的影响,我们引入加权测度指标向量 $W=(W_1, W_2, \cdots, W_m)^T \geq 0$,该测度指标向量既有权重意义上的含义、又有消除量纲的功效,所有评价指标乘上相应的测度指标之后均会变得无量纲化。根据多指标决策中简单加性加权法(SAW)决策原理,决策方案 A_i 的多指标综合评价值可表示为:

$$D_i(W)=\sum_{j=1}^{m} y_{ij} W_j \quad i=1,2,\cdots,n \tag{1}$$

很显然,$D_i(W)$ 总是愈大愈好,$D_i(W)$ 愈大表明决策方案 A_i 愈优。但是,如果不对 $D_i(W)$ 评价值加以限制的话,$D_i(W)$ 评价值可以任意大。因此,为了使讨论有意义,必须对 $D_i(W)$ 评价值加以限制,限定所有决策方案的综合评价值 $0< D_i(W) \leq 1$,在此基础上,建立如下的DEA评价模型:

$$\max\ D_i(W)=\sum_{j=1}^{m} y_{ij} W_j \tag{2}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{m} y_{kj} W_j \leq 1 \quad k=1,2,\cdots,n & (3)\\ W \geq 0 & (4)\end{cases}$$

该模型的对偶规划模型为:

$$\min\ \theta_i=\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \tag{5}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{k=1}^{n} y_{kj} \lambda_k \geq y_{ij} \quad j=1,2,\cdots,m & (6)\\ \lambda=(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)^T \geq 0 & (7)\end{cases}$$

定义1 若规划模型(2)～(4)的最优解 W^* 满足 $D_i(W^*)=\sum_{j=1}^{m} y_{ij} W_j^*=1$,或规划模型(5),(6)的最优解 λ^* 满足 $\theta_i^*=\sum_{k=1}^{n}\lambda_k^*=1$,则称决策方案 A_i 为弱DEA有效。

定理1 决策方案 A_i 的弱DEA有效性与属性指标(输出量) y_{ij} 的量纲和量纲单位无关。

对于 n 个决策方案而言,分别求解上述线性规划模型或对偶规划模型,可得到各决策方案的最理想的评价目标值,据此可对各决策方案的优劣作出评判和比较分析。但这种建立在最理想评价目标值基础上的评价比较和分析有时是不适当的,因为最理想评价目标值只是理论上的最优值,而实际上每个决策方案未必都能够达到此理想境界。因此,笔者主张运用评价目标值的均值进行评价,这样可能更合理。具体方法如下:

(1)对 n 个决策方案分别求解规划模型(2),(4)或对偶规划模型(5),(6),得 n 组加权测度指标向量 W;

(2)根据这 n 组加权测度指标向量 W,计算各决策方案的评价目标值,每个决策方案均有 n 个评价目标值;

(3)计算各决策方案评价目标值的算术平均值,据此可对各决策方案进行排序比较和分析。

从理论上讲,平均值至少有三种形式,即:算术平均值、几何平均值和调和平均值,其中后两种受极小值的影响很大。在参与平均的数值当中,如果有一个数值接近于零,那么,整个几何平均值和调和平均值都将趋近于零。显然,这很不合理。因此,笔者主张采用算术平均值进行综合。在采用算术平均值进行综合的情况下,上述算法实质上等价于采用 n 组加权测度指标向量 W 的算述平均值 $\overline{W}=(\overline{W}_1, \overline{W}_2, \cdots, \overline{W}_m)^T$ 对各决策方案进行决策。

另外,DEA方法的最大优越性就在于能够通过"DEA有效投影"将非有效单元转变成DEA有效单元。当采用DEA方法来进行多指标决策的时候,我们同样希望所建立的DEA模型具有这种功能。为此,我们有:

定义2 设规划模型(5),(6)的最优目标函数值为 θ_i^*,称 $\hat{y}_i=\frac{1}{\theta_i^*}(y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{im})^T$ 为决策方案 A_i 的DEA有效投影。

根据对偶规划理论,规划模型(2)～(4)与规划模型(5),(6)的最优目标函数值应该相等,因此,决策方案 A_i 的DEA有效投影也可以从规划模型(2)～(4)来进行定义,最终的结论是一样的。

定理2 决策方案 A_i 的DEA有效投影 $\hat{y}_i$ 相对于其它的 $(n-1)$ 个决策方案而言是弱DEA有效的。

证明:若 $\theta_i^*=1$,根据定义1,决策方案 A_i 为弱DEA有效,此时的投影 $\hat{y}_i=(y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{im})^T$ 就是决策方案 A_i 本身,很显然,结论成立。

若 $\theta_i^* \neq 1$,则必有 $\theta_i^*<1$。设规划模型(5),(6)的最优解为 $\lambda^*=(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_n^*)^T$,则有:

$$\min\ \theta_i^*=\sum_{k=1}^{n}\lambda_k^* \tag{8}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{k=1}^{n} y_{kj}\lambda_k^* \geq y_{ij} \quad j=1,2,\cdots,m & (9)\\ \lambda^*=(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_n^*)^T \geq 0 & (10)\end{cases}$$

令 $\tilde{\lambda}=\frac{1}{\theta_i^*}\lambda^*$,则有:

$$\min\ \tilde{\theta}_i^*=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\lambda}_k=\frac{1}{\theta_i^*}\sum_{k=1}^{n}\lambda_k^*=1 \tag{11}$$

由于 $\theta_i^*<1$,故对任何 $y_{ij} \geq 0$,必有:

$$\tilde{\lambda}_i \hat{y}_{ij}=\tilde{\lambda}_i y_{ij}/\theta_i^* > \tilde{\lambda}_i y_{ij} \quad j=1,2,\cdots,m \tag{12}$$

于是有:

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{n}\tilde{\lambda}_k y_{kj}+\tilde{\lambda}_i \hat{y}_{ij} > \sum_{k=1,k\neq i}^{n}\tilde{\lambda}_k y_{kj}+\tilde{\lambda}_i y_{ij}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\lambda}_k y_{kj}=\frac{1}{\theta_i^*}\sum_{k=1}^{n}\lambda_k^* y_{kj} \geq \frac{1}{\theta_i^*} y_{ij}=\hat{y}_{ij}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www

亦即

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{n}\tilde{\lambda}_k y_{kj}+\tilde{\lambda}_i\hat{y}_{ij}>\hat{y}_{ij}\quad j=1,2,\cdots,m \tag{13}$$

由此可见, $\tilde{\lambda}>0$ 是下列规划模型的最优解:

$$\min\ \tilde{\theta}_i^*=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\lambda}_k=1 \tag{14}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\displaystyle\sum_{k=1,k\neq i}^{n}y_{kj}\tilde{\lambda}_k+\hat{y}_{ij}\tilde{\lambda}_i>\hat{y}_{ij}\quad j=1,2,\cdots,m & (15)\\ \tilde{\lambda}=(\tilde{\lambda}_1,\tilde{\lambda}_2,\cdots,\tilde{\lambda}_n)^T\geq 0 & (16)\end{cases}$$

根据定义1可知,决策方案 A_i 的 DEA 有效投影 $\hat{y}_i$ 相对于其它的 $(n-1)$ 个决策方案而言显然是弱 DEA 有效的。证毕。

上述定理2和定义2实质上是给出一个非有效的决策方案如何从非有效转变成弱 DEA 有效的途径,为决策方案的改善指明了方向,这对提高我国的现代化管理决策水平具有非常重要的指导意义。

3 应用举例

本文以《中国工业经济统计年鉴》1995年提供的全国16个省、直辖市部分工业经济效益指标的统计资料[3]为基础数据进行经济效益的评价比较和排序分析。很显然,此类问题是一个典型的多指标决策与评价问题,已知方案集为 $A=$ {北京,天津,上海,…,湖南,湖北},共有16个决策方案,指标集 $G=\{G_1,G_2,\cdots,G_5\}$,其中 G_1: 全员劳动生产率(元/人); G_2: 资金利税率(%); G_3: 工业增加值率(%); G_4: 产值利税率(%); G_5: 工业成本费用利润率(%),共5个效益型评价指标。各指标的原始数据如表1所示。根据本文提供 DEA 评价模型,北京、上海、云南三个省市的经济效益评价值在最理想的情况下均为弱 DEA 有效,很难区分谁优谁劣,况且三个省市也未必都能达到最理想的境界,因此,从平均意义上来评价三个省市的综合经济效益可能更符合实际情况。从模型运算结果可知,在平均意义下,北京的经济效益评价值排名第一,云南第二,上海名列第三位,其它各省、市的经济效益评价值如表1中所示。对于表中非弱 DEA 有效的省、市(如天津)而言,其工业经济效益的理想评价值(最优值)为0.7079小于1,因此,天津市要想变成弱 DEA 有效,其各个经济效益评价指标必须达到 $\hat{Y}=(14977.04, 9.27, 20.60, 8.49, 5.17)/0.7079=(21157.61, 13.10, 29.10, 11.99, 7.30)$,这就为天津市提高工业经济效益水平指明了方向。其它省份依此类推,此处略。

表1 1994年全国部分省、直辖市主要工业经济效益指标及其排序

指标	全员劳动生产率(元/人)	资金利税率(%)	工业增加值率(%)	产值利税率(%)	工业成本费用利润率(%)	评价目标值及排序号			
						最优值	排序号	平均值	排序号
北京	31574.82	12.92	36.31	11.81	8.86	1.0000	1	0.9570	1
天津	14977.04	9.27	20.60	8.49	5.17	0.7079	14	0.6338	13
上海	31635.85	12.94	28.38	12.05	8.88	1.0000	1	0.9100	3
辽宁	16650.47	8.07	31.89	9.10	3.83	0.8391	9	0.7410	9
吉林	13036.17	7.05	31.90	9.31	2.84	0.8457	7	0.7382	10
山东	21218.50	10.60	27.95	7.99	5.08	0.7358	13	0.6839	12
江苏	19041.00	9.34	12.63	5.79	3.19	0.5877	16	0.4562	16
浙江	15807.53	11.14	20.93	7.58	4.68	0.6770	15	0.6069	15
安徽	13675.75	10.56	28.64	8.78	3.80	0.7723	11	0.7126	11
福建	19021.28	12.53	29.14	10.24	5.91	0.8810	4	0.8063	4
广东	24148.87	9.20	24.38	9.98	5.20	0.8303	10	0.7470	8
海南	20394.15	7.70	28.37	10.39	4.44	0.8714	5	0.7796	5
云南	33659.84	37.03	46.18	6.20	21.14	1.0000	1	0.9229	2
四川	11320.53	7.45	30.29	7.29	2.66	0.7552	12	0.6313	14
湖南	12134.15	10.55	29.43	10.06	1.76	0.8483	6	0.7755	6
湖北	17260.71	9.75	31.96	9.24	5.39	0.8446	8	0.7597	7

参 考 文 献

[1] Doyle J, Green R. Data envelopment analysis and multiple criteria decision making [J]. OMEGA, 1993, 21(6): 713-715.

[2] 王应明,傅国伟. 运用 DEA 思想进行有限方案多目标决策[J]. 管理工程学报, 1993, 7(1): 44-48.

[3] 国家统计局工业交通统计司. 中国工业经济统计年鉴(1995)[M]. 北京: 中国统计出版社, 1995.

[4] 盛昭翰,朱乔,吴广谋. DEA 理论、方法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1996.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www