

用神经网络方法进行 DEA 有效预测^{*}

李果¹ 沈晓勇¹ 王应明¹ 庄文平²

(1 厦门大学自动化系 361005 2 福建煤炭工业学校管理)

摘要 本文提出用神经网络方法进行 DEA 有效预测。经实例验证本方法预测结果是 DEA 有效的,达到预期目的,说明它是一种新的、可行的 DEA 有效预测方法。

关键词 神经网络 DEA 有效 投影 DMU 径向基网络

1 引言

数据包络分析 (Data Envelopment Analysis, 简记 DEA) 是以相对效率概念为基础发展起来的一种效率评价方法。随着 DEA 理论的发展,近年来也开始了应用 DEA 方法对系统未知信息进行研究。与常用的回归统计预测方法平均趋势的预测不同,DEA 有效预测方法进行的是最优性的预测,这种“最大”的预测值往往对决策者更有参考价值。因为任何一个 DMU 总是力图使生产过程呈现某种最优状态^[1]。文献 [2~4] 提出了几种进行 DEA 有效预测的方法。本文提出了另一种新的 DEA 有效预测方法,即用人工神经网络方法进行 DEA 有效预测。

人工神经网络因其广泛的适应能力和学习能力在非线性系统的预测方面得到广泛应用。数学上能够证明,人工神经网络可以逼近所有函数^[5,6],这意味着神经网络能逼近那些刻画了样本数据规律的函数,而不论这些函数具有什么样的形式,线性的还是非线性的。在 DEA 方法中,对一个给定的生产可能集,以最小的投入得到最大的产出,即相对效率最大的决策单元为 DEA 有效的。对于多输入多输出情况,有效点不唯一,所有有效点都落在有效生产前沿面上,且理论证明,有效生产前沿面上的点都是 DEA 有效的。如果我们能够描述出 DEA 有效的输入和输出之间的关系,则可以根据输入预测出最大(有效)的输出(或根据输出预测必须的最小输入)。但是 DEA 有效的输入

和输出之间的关系是复杂的、非线性的,且和特定的生产可能集有关,这就使得预测变得困难。由于人工神经网络出色的非线性逼近能力,它能够通过对 DEA 有效点的学习刻画一个特定生产可能集中 DEA 有效的输入和输出之间的特征规律。因而我们可以用神经网络方法进行 DEA 有效预测。

该方法的思路是:寻找 DEA 有效点;选取神经网络模型;对这些有效点用神经网络学习;用学习过的神经网络预测。本文结合一个实例说明该方法是如何应用的,具体探讨对给定输入如何预测 DEA 有效(最大)的输出,所采用的相关 DEA 模型是基于输出的,并对预测的结果进行 DEA 有效检验,进一步说明用该方法进行预测是可行且有效的。

2 用神经网络方法进行 DEA 有效预测的基本内容

2.1 DEA 有效点的获得

运用 DEA 投影原理,将 DEA 非有效点投影到有效生产前沿面上,从而得到 DEA 有效点。

由文献 [1] 可得以下定理。

设 $X_{m \times n}$, $Y_{s \times n}$ 分别为 n 个已知的输入向量 (m 维)、输出向量 (s 维) 组成的矩阵,具体地有

$$X_{m \times n} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

$$Y_{s \times n} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{s1} & y_{s2} & \cdots & y_{sn} \end{bmatrix}$$

设有 DMU_{j_0} (对应的输入输出向量分别为 x_0 , y_0), 其对应的基于输出的具有非阿基米德无穷小的对偶线性规划为

* 收稿日期: 1999-07-09

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目 (79600020)

$$(D_x) \begin{cases} m \ln [\theta - X(\hat{e}^s + \hat{e}^s)] \\ s.t. \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j + s^- = x_0 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j - \hat{s}^+ = \theta y_0 \\ \lambda_j \geq 0, s^- \geq 0, \hat{s}^+ \geq 0 \end{cases}$$

并设其最优解为 $\lambda^*, \hat{s}^-, \hat{s}^+, \theta^*$, 令

$$\hat{x}_0 = x_0 - \hat{s}^- = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j$$

$$\hat{y}_0 = \theta^* y_0 + \hat{s}^+ = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j$$

则称 (\hat{x}_0, \hat{y}_0) 为 DMU_{j_0} 对应的点 (x_0, y_0) 在 DEA 相对有效面上的“投影”。

定理 1 设 DMU_{j_0} 为 (x_0, y_0) , 则由规划问题 (D_x) 最优解 $\lambda^*, \hat{s}^-, \hat{s}^+, \theta^*$ 构成的 (\hat{x}_0, \hat{y}_0) :

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 &= x_0 - \hat{s}^- \\ \hat{y}_0 &= \theta^* y_0 + \hat{s}^+ \end{aligned}$$

相对于原来的 n 个 DMU 来说是 DEA 有效 (C^2R) 的。

此定理表明, 若原来的 (x_0, y_0) 非 DEA 有效, 则通过对其“投影”可以使其变为有效。

2.2 神经网络模型的选取

在本例中, 选用的是径向基函数神经网络。

径向基函数 (Radial Basis Function, 简记为 RBF) 网络是基于人脑的神经元细胞对外界反应的局部性而提出的, 是一种新颖有效的前馈式神经网络。RBF 网络不仅具有良好的推广能力, 而且避免了象反向传播那样繁琐、冗长的计算, 使学习速度比通常的 BP 方法快 $10^3 \sim 10^4$ 倍。

RBF 网络通常是一种 3 层前馈网络, 输出节点对隐节点给出的基函数进行线性组合。隐层中的基函数对输入激励产生一个局部化的响应, 即仅当输入落在输入空间的一个很小的指定区域时, 隐单元才做出有意义的非零响应。在 RBF 网络中, 隐层节点通过基函数 (常用的是高斯函数) 执行一种固定不变的非线性变化, 将输入空间隐射到一个新的空间, 输出层节点则在该新的空间实行线性加权组合。即网络是通过非线性基函数的线性组合从而实现从输入空间到输出空间的非线性转换。

2.3 神经网络对 DEA 有效样本的学习和学习后的预测

设 $X_{m \times n}, Y_{s \times n}$ 为经过 DEA 投影后的有效的输入和输出矩阵, 即是神经网络的学习样本。

在学习之前首先对样本数据进行归一化处理, 以消除量纲的不一致所造成的影响。

本例中选用的变换函数是:

$$x_i = \frac{x_{ij} - m \ln(x_j)}{\max(x_j) - m \ln(x_j)}$$

$$y_i = \frac{y_{ik} - m \ln(y_k)}{\max(y_k) - m \ln(y_k)}$$

$$i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m; k = 1, \dots, s$$

在预测值求出后, 再按相反规则进行变换即可。

借助于 MATLAB 中丰富的神经网络工具箱^[8], 可以比较方便地进行样本学习和预测, 在此不作详述。

3 一个实例

下面用一个实例说明这个方法的具体应用。

取文献 [5] 中的数据, 共有 30 个 DMU , 其中的 27 个样本作为径向神经网络的学习样本, 随机选取 3 个作为学习完毕后的检验样本。利用模型 (D_x) 将 27 个 DMU 投影到有效生产前沿面上得有效的 DMU 为:

表 1 有效的 DMU (学习样本集)

DMU	输入 1	输入 2	输出
1	472.99	1414	2786.79
2	1003	9588	12219.32
3	10674.67	31912	62893.98
4	2916	11201	19558.9
5	2374	31297	37159.8
6	656	3150	5003.49
7	21149.98	63228	124613.32
8	1400.9	4188	8253.95
9	1792.94	5360	10563.79
10	915.87	2738	5396.21
11	752.63	2250	4434.43
12	456.6	1365	2690.22
13	272.29	814	1604.28
14	19959	62642	120444.36
15	3526	10541	20774.8
16	5405.57	16160	31849.04
17	5292.18	15821	31180.92
18	9280.13	27743	54677.48
19	20963	64346	125117.44
20	2348	9325	16041.9
21	4736.9	14161	27909.3
22	35311.18	105563	208049.54
23	17291.48	51693	101879.49
24	20218	69628	127918.35
25	6856	30774	50236.36
26	2835.25	8476	16704.98
27	404.41	1209	2382.47

对这 27 个 DEA 有效的样本, 经归一化处理后用径向神经网络学习, 学习后的神经网络达到了所要求的误差标准。

分别输入 3 个检验样本的输入值

$\begin{bmatrix} 4198 & 2684 \\ 3992 & 4323 \\ 5266 & 10167 \end{bmatrix}$, 用学习后的神经网络预测得输出分

别为：
$$\begin{bmatrix} 5097 & 123 \\ 8162 & 467 \\ 18639 & 495 \end{bmatrix}$$

为了验证这些输出值是否是 DEA 有效的, 必须进行 DEA 有效检验。对于基于输出的 DEA 模型 (D_x), θ 值即为衡量 $DMU_{j_0}(x_0, y_0)$ DEA 有效性的标准。因为是基于输出的模型, 所以 θ 大于 1 表示非 DEA 有效, θ 等于 1 表示 DEA 有效。

将这 3 组输入输出数据分别代入模型 (D_x) 中计算得到 θ 值分别为：
$$\begin{bmatrix} 1.0378 \\ 1.0438 \\ 1.0750 \end{bmatrix}$$
, 都非常接近 1, 表明这

3 个 DMU 相对于原来的生产可能集可看作是 DEA 有效的。若想提高预测的精度, 可以输入更多学习样本或改进神经网络模型的学习算法得到。

为了保证检验的可靠性, 可以构造更多的检验数据进行检验。本例经过大量的数据测算, 表明在本例的输入可能集中的数据基本都可预测出与输入构成 DEA 有效的输出。说明用神经网络方法能够进行 DEA 有效预测。

4 结束语

本文介绍了一种 DEA 有效预测的神经网络方法, 这个方法利用神经网络能够进行非线性预测的特

性来进行 DEA 有效预测。该方法可行有效, 实例检验取得了较好的效果, 具有应用价值。

参 考 文 献

- [1] 盛昭瀚, 朱乔, 吴广谋. DEA 理论、方法与应用. 科学出版社, 1996
- [2] 朱乔, 陈遥. 一种预测的新方法——DEA 方法应用的新领域. 数理统计与管理, 1991(6): 49-54
- [3] 吴文江. 有关 DEA 有效性用于预测的探讨. 预测, 1995(4): 58-60
- [4] 吴文江, 何静. 有关将弱 DEA 有效性用于预测的探讨. 系统工程理论与实践, 1996(7): 31-35
- [5] 华中生, 梁梁. 应用 DEA 方法对合肥地区工业行业效率的评价. 系统工程与电子技术, 1994(11): 67-73
- [6] 王上飞, 周佩玲等. 径向基神经网络在股市预测中的应用. 预测, 1998(6): 44-46
- [7] 徐秉铮, 张百灵, 韦岗. 神经网络理论与应用. 华南理工大学出版社, 1994
- [8] 楼顺天, 施阳. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——神经网络. 西安: 电子科技大学出版社, 1998

(上接 56 页)

$$x = f_1(P_s, P_s, Y, N) + f_5(P_x, \bar{P}_x, r_x, V) + T_x \quad (17)$$

因此考虑到我国农产品进出口贸易, 对应长期和短期结构模型矩阵形式为,

$$A \cdot B = C_{01} \quad (18)$$

$$A_0 \cdot B = C_{02} \quad (19)$$

其中 C_{01} 等于将 C 第 1 行改为式 (20), C_{02} 等于将 C_0 第 1 行改为式 (21),

$$(1 - k_{T_x})(Z_s d \ln P_s + Z_d d \ln Y + Z_N d \ln N) + k_{T_x} d \ln T_x \quad (20)$$

$$(1 - k_{T_x}) [(1 - k_S)(Z_s d \ln P_s + Z_d d \ln Y + Z_N d \ln N) + k_S (X_x d \ln \bar{P}_x + X_x d \ln r_x + X_V d \ln V)] + k_{T_x} d \ln T_x \quad (21)$$

那么考虑到我国农产品的进出口贸易, 农产品价格决定的长期模型和短期模型形式只需对第一和第二部分的结果作相应调整。

5 结束语

本文提出了农产品价格决定的长短期模型, 并考虑到农产品的进出口贸易进行了修正。利用本文模型对我国农产品价格进行预测可以有两种途径, 一种是直接估计, 用最小二乘法或其他计量方法进行估计; 另一种途径是间接估计, 根据其他学者已有的农产品

供给和需求弹性结论可以立刻得到农产品价格变化趋势。本文所建模型是根据联立方程的简化形式推出, 克服了单方程模型的不足。

参 考 文 献

- [1] Fisher B S. Rational expectations in agricultural supply analysis. American Journal of Agricultural Economics, 1982, 64: 260-265
- [2] Gardner B L. Futures prices in supply analysis. American Journal of Agricultural Economics, 1976, 58: 81-84
- [3] Muth R F. The derived demand curve for a productive factor and the industry supply curve. Center for Mathematical Studies in Business and Economics, 1985: 47
- [4] Shonkwiler J S, Maddala G S. Modeling expectations of bounded prices: an application of the market for corn. The Review of Economics and Statistics, 1985, 67: 697-702
- [5] Wohlgemut M K. Demand for farm output in a complete system of demand functions. American Journal of Agricultural Economics, 1989, 71: 241-252