时序 DEA 的理论与方法研究*

谢艾国　罗　英　王应明
厦门大学自动化系, 361005

摘　要　为了解决决策单元在“多个时段内”的效率评估和排序问题, 本文在分析传统 DEA (Data Envelopment Analysis)的基础上提出了两个时序 DEA 模型, 并对其特征进行了详细的论述。案例分析表明, 此模型是切实可行的, 拓宽了 DEA 的应用范围。

主题词　数据分析　时序分析　效率评估

Studies on Time-Series Data Envelopment Analysis

Xie Aiguo　Luo Ying　Wang Yingming
Dept of Automation, Xiamen University, 361005

Abstract　In order to analysis the decision-making units(DMUs) that take more than one period time, we develop time-series data envelopment analysis and discuss its performance on the basis of traditional DEA in this paper. The applications show that the model is practical and enriches the system of DEA.

Keywords　Data envelopment analysis　Time-series DEA　Efficiency evaluation

1　引　言

数据包络分析 (Data Envelopment Analysis, DEA))是研究具有同类型部门 (或单位)间相对有效性的十分有用的方法, 同时也是求解一类多目标决策问题的较好的方法。自 1978年由著名的运筹学家 Charnes A 等人创立的第一个 DEA 模型—— C^2R 模型问世以来 [1], 相继出现了几个重要模型。它不仅在理论上得到了很大的发展, 而且在许多领域也取得了成功的运用。然而, 传统 DEA 只适合于用“点时刻”的输入、输出数据分析各个决策单元在特定“点时刻”的状态, 是一种静态模型。而在实际的工作中, 往往需要分析决策单元在“多个时间段内”的状态, 例如在多时段或多阶段内进行投资分析、项目评估、方案优选、产业部门发展排序、经济效益评价及人员动态考核等。可见, 建立时序 DEA 模型在工程系统和社会、经济、管理等各个领域都有一定的实际背景, 对其研究有着十分重要的意义。

时序 DEA (Time-Series DEA, TDEA)或称动态 DEA, 是在传统 DEA 的决策空间和目标空间基础上, 又增加了时间空间, 是具有时空、指标、方案的三维决策问题。本文提出了两个时序分析方案和模型, 对其特征进行了分析。

2　时序 DEA 模型之一

设共有 n 个决策单元, 它们在第 $t(t=1, 2, \cdots, T)$ 时段的输入指标为矩阵 $\boldsymbol{X}^{(t)}$, 输出指标为矩阵 $\boldsymbol{Y}^{(t)}$, 其中

$$\boldsymbol{X}^{(t)} = (x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \cdots, x_n^{(t)}) = \begin{bmatrix} x_{11}^{(t)} \cdots & x_{1j}^{(t)} & \cdots x_{1n}^{(t)} \\ & \cdots\cdots & \\ x_{i1}^{(t)} \cdots & x_{ij}^{(t)} & \cdots x_{in}^{(t)} \\ & \cdots\cdots & \\ x_{m1}^{(t)} \cdots & x_{mj}^{(t)} & \cdots x_{mn}^{(t)} \end{bmatrix}_{m\times n} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{Y}^{(t)} = (y_1^{(t)}, y_2^{(t)}, \cdots, y_n^{(t)}) = \begin{bmatrix} y_{11}^{(t)} \cdots & y_{1j}^{(t)} & \cdots y_{1n}^{(t)} \\ & \cdots\cdots & \\ y_{k1}^{(t)} \cdots & y_{kj}^{(t)} & \cdots y_{kn}^{(t)} \\ & \cdots\cdots & \\ y_{s1}^{(t)} \cdots & y_{sj}^{(t)} & \cdots y_{sn}^{(t)} \end{bmatrix}_{s\times n} \quad (2)$$

式中　$x_{ij}^{(t)}$—— 第 j 个决策单元在第 t 时段内的第 i 种输入; $y_{kj}^{(t)}$—— 第 j 个决策单元在第 t 时段内的第 k 种产出; $x_j^{(t)} = (x_{1j}^{(t)}, x_{2j}^{(t)}, \cdots, x_{mj}^{(t)})^{\mathrm{T}}$—— 在第 t 时段内的第 j 个决策单元的输入; $y_j^{(t)} = (y_{1j}^{(t)}, y_{2j}^{(t)}, \cdots, y_{sj}^{(t)})^{\mathrm{T}}$—— 在第 t 时段内的第 j 个决策单元的输出; T—— 向量和矩阵的转置。

如果定义第 t 时段的生产可能集为

$$P^t = \left\{ (x^{(t)}, y^{(t)}) \mid y^{(t)} \leqslant \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(t)}, \; x^{(t)} \geqslant \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j^{(t)}, \lambda_j \geqslant 0 \right\}$$

如果要对各个决策单元进行综合评价, 则可选用 C^2R 模型计算决策单元 DMU_k 在各个时段的相对效率指数 $\theta_k^{(t)}$, 即

* 国家自然科学青年基金资助课题 (编号: 79600020)
收稿日期: 1998年 7月 16日

$$
\begin{cases}
\min \quad \theta_k^{(t)} \\
\text{s.t} \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{(t)} x_j^{(t)} \leqslant \theta_k^{(t)} \cdot x_k^{(t)} \\
\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{(t)} y_j^{(t)} \geqslant y_k^{(t)} \\
\lambda_j^{(t)} \geqslant 0, j = 1, 2, \cdots, n
\end{cases} \tag{3}
$$

设各个决策单元的时段效率为 $\theta_j^{(t)}$ ($t=1,2,\cdots,T$; $j=1,2,\cdots,n$), 则 $\theta_j^{(t)} \leqslant 1$。每个决策单元在各个时段的效率构成一个 T 维的向量, 可以把此向量看成只有产出的新 DMU 单元。显然, 当决策单元在各个时段的效率增大时, 其在整个时段的效率相对地变大; 当各个时段的效率变小时, 其在整个时段的效率变小。因此, 由 $\theta_j^{(t)}$ 组成的新 DMU 单元可以构成如下多目标规划问题[2]。

$$
(\text{VDP})\begin{cases}
V - \max(y_1, y_2, \cdots, y_m) \\
\text{s.t} \quad y \in T
\end{cases},
$$

简记为

$$
\begin{cases}
V - \max y \\
\text{s.t} \quad y \in T
\end{cases} \tag{4}
$$

其生产可能集为

$$
T = \left\{ y \leqslant \sum_{j=1}^{n} y_j \lambda_j \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \right\}。
$$

定理 1 设 $y_0 \in T$, 则 y_0 为多目标规划 (VPD) 的有效解的充要条件是线性规划模型 (5) 的最优值为零。

$$
\begin{cases}
\max e^{\mathrm{T}} \cdot s = Z_0 \\
\text{s.t} \sum_{j=1}^{n} y_j \lambda_j - s = y_0 \\
\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\
\lambda_j \geqslant 0, s \geqslant 0
\end{cases} \tag{5}
$$

式中 $e=(1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}_{1\times m}$; s——松弛变量, 它代表着各个决策单元的效率与最优效率前沿面之间的距离, 因此根据 s 的大小可进行动态综合效率排序。Z 的值为 s 的各个分量之和, 这里称它为动态综合效率衡量指数, Z 为零, 表示该决策单元在动态生成前沿面上。显然, Z 值越大, 则决策单元在全时段的动态综合效率越小; Z 值越小, 则动态综合效率越大。

例如, 我们可以用此模型来评价我国 8 个沿海城市的独立核算工业企业经济效益。评价经济效益的指标很多, 一般认为, 经济效益指标是指有效产出与投入之间的对比关系。表示工业行业产出的指标有总产值、净产值、销售收入、利税等; 工业生产中最重要的具有普遍性的投入是生产过程中消耗和占用的资金 (例如固定资产原值、净值、流动资金等) 与劳动力[3]。在此, 本文选用固定资产原值、固定资产净值、定额流动资金年平均余额三项指标作为投入, 选用工业总产值和利税总额作为产出, 来评价大连、天津、青岛、上海、宁波、温州、福州、广州共八个沿海城市的全民所有制独立核算工业企业在 1985~1989 年之间的经济效益。各个评价单元 (DMU) 的原始投入和产出数据见文献 [4] 中的《十四个沿海城市的主要经济指标》。根据式 (3) 可以求得 8 个沿海城市在各个时段的相对效率 $\theta_j^{(t)}$, 其结果见表 1。用式 (4) 可以求得各个决策单元的动态综合效率衡量指数 Z, 其结果见表 2。

表 1　8 个沿海城市在各个时段的相对效率

决策单元	$\theta_j^{(1)}$	$\theta_j^{(2)}$	$\theta_j^{(3)}$	$\theta_j^{(4)}$	$\theta_j^{(5)}$
大连	0.676	0.870	0.866	0.817	0.759
天津	0.825	0.857	0.885	0.887	0.834
青岛	0.915	0.985	1.000	1.000	1.000
上海	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
宁波	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
温州	0.664	0.901	0.783	0.896	0.894
福州	0.711	0.479	0.639	0.834	0.874
广州	0.818	0.971	1.000	1.000	1.000

表 2　用时序 DEA 模型 (I) 对 8 个沿海城市综合评价的结果

决策单元	大连	天津	青岛	上海	宁波	温州	福州	广州
s_1	0.324	0.175	0.085	0.000	0.000	0.336	0.289	0.182
s_2	0.130	0.143	0.015	0.000	0.000	0.100	0.521	0.029
s_3	0.134	0.115	0.000	0.000	0.000	0.217	0.361	0.000
s_4	0.183	0.113	0.000	0.000	0.000	0.104	0.166	0.000
s_5	0.241	0.166	0.000	0.000	0.000	0.106	0.126	0.000
η	1.012	0.712	0.100	0.000	0.000	0.863	1.463	0.211

表 2 表明上海、宁波动态综合效率衡量指数最小, 为零, 因而它们在整个时段的动态综合效率指数最大, 排在首位; 青岛排在第三位; 广州排在第四位; 天津排在第五位; 温州排在第六位; 大连排在第七位; 排在最后是福州。上海、宁波位于动态生产前沿面上。

3　时序 DEA 模型之二

为了便于分析问题, 决策单元的输入、输出指标可用如下矩阵表示

$$
\boldsymbol{X}_j = (x_j^{(1)}, \cdots, x_j^{(t)}, \cdots, x_j^{(T)}) = \begin{bmatrix}
x_{1j}^{(1)} & \cdots & x_{1j}^{(t)} & \cdots & x_{1n}^{(T)} \\
 & & \cdots\cdots & & \\
x_{ij}^{(1)} & \cdots & x_{ij}^{(t)} & \cdots & x_{in}^{(T)} \\
 & & \cdots\cdots & & \\
x_{mj}^{(1)} & \cdots & x_{mj}^{(t)} & \cdots & x_{mn}^{(T)}
\end{bmatrix}_{m\times T} \tag{6}
$$

$$
\boldsymbol{Y}_j = (y_j^{(1)}, \cdots, y_j^{(t)}, \cdots, y_j^{(T)}) = \begin{bmatrix}
y_{1j}^{(1)} & \cdots & y_{1j}^{(t)} & \cdots & y_{1j}^{(T)} \\
 & & \cdots\cdots & & \\
y_{kj}^{(1)} & \cdots & y_{kj}^{(t)} & \cdots & y_{kj}^{(T)} \\
 & & \cdots\cdots & & \\
y_{sj}^{(1)} & \cdots & y_{sj}^{(t)} & \cdots & y_{sj}^{(T)}
\end{bmatrix}_{s\times T} \tag{7}
$$

式中　X_j, Y_j—— 第 j 个决策单元在全时段的输入、输出指标矩阵; $y_j^{(t)}$—— 第 j 个决策单元在第 t 时段内的输出, $x_j^{(t)}$—— 第 j 个决策单元在第 t 个时段内的输入。再设每个决策单元的输入、输出指标的权重向量分别为

$$\boldsymbol{v}=(v_1, v_2, \cdots, v_m)^T, \boldsymbol{u}=(u_1, u_2, \cdots, u_s)^T$$

令各个决策单元在全时段的时段权重向量为

$$\gamma=(\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_T)^T$$

且有

$$\sum_{t=1}^{T}\gamma_t=1$$

则第 j 个决策单元在全时段的动态综合效率为

$$h_j=\frac{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Y}\gamma}{\boldsymbol{v}^T\boldsymbol{X}\gamma}\leqslant 1$$

为了测算第 j_0($1\leqslant j_0\leqslant n$)个决策单元的最大动态综合效率, 可构造如下的动态 DEA 模型

$$\begin{cases}\max\dfrac{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Y}_0\gamma}{\boldsymbol{v}^T\boldsymbol{X}_0\gamma}=V_{DD0}\\ \text{s.t.}\ \dfrac{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Y}_j\gamma}{\boldsymbol{v}^T\boldsymbol{X}_j\gamma}\leqslant 1, j=1,2,\cdots,n\\ \sum_{t=1}^{T}\gamma_t=1\\ \boldsymbol{u}\geqslant 0, \boldsymbol{v}\geqslant 0, \gamma\geqslant 0\end{cases}\tag{8}$$

将规划(8)进行 Charnes-Cooper 变换[1], 可得如下等价规划模型

$$(DD0)\begin{cases}\max\sum_{t=1}^{T}\mu^T y_0^{(t)}\gamma_t=V_{DD0}\\ \text{s.t.}\sum_{t=1}^{T}\omega^T x_j^{(t)}\gamma_t-\sum_{t=1}^{T}\mu^T y_j^{(t)}\gamma_t\geqslant 0, j=1,2,\cdots,n\\ \sum_{t=1}^{T}\omega^T x_0^{(t)}\gamma_t=1\\ \sum_{t=1}^{T}\gamma_t=1\\ \omega\geqslant 0, \mu\geqslant 0\\ \gamma_t\geqslant 0, t=1,2,\cdots,T\end{cases}\tag{9}$$

定理 2　模型 ($DD0$)的最优解 $V_{DD0}\leqslant 1$。

证明　根据规划(9)的约束条件

$$\sum_{t=1}^{T}\omega^T x_j^{(t)}\gamma_t-\sum_{t=1}^{T}\mu^T y_j^{(t)}\gamma_t\geqslant 0, j=1,2,\cdots,n$$

则

$$\sum_{t=1}^{T}\mu^T y_0^{(t)}\gamma_t\leqslant\sum_{t=1}^{T}\omega^T x_0^{(t)}=1$$

因此

$$V_{DD0}=\max\sum_{t=1}^{T}\mu^T y_0^{(t)}\gamma_t\leqslant 1$$

定义　如果规划(9)的最优解 ω^*, μ^*, γ^* 满足 $V_{DD0}=\sum_{t=1}^{T}\mu^{*T}y_0^{(t)}\gamma_t^*=1$, 则称决策单元 DMU_{j_0} 为弱动态 DEA 有效, 所有这样的决策单元构成的面称为动态生产前沿面。

显然, 规划模型 ($DD0$)是个非线性规划, 求解很复杂。为了简化模型的求解过程, 可将其作如下非等价变换。令

$$\omega^{(t)}=\omega\cdot\gamma_t, \mu^{(t)}=\mu\cdot\gamma_t\tag{10}$$

则可得下面的线性规划模型 ($DD1$)

$$(DD1)\begin{cases}\max\sum_{t=1}^{T}[\mu^{(t)}]^T y_0^{(t)}=V_{DD1}\\ \text{s.t.}\sum_{t=1}^{T}[\omega^{(t)}]^T x_j^{(t)}-\sum_{t=1}^{T}[\mu^{(t)}]^T y_j^{(t)}\geqslant 0, j=1,2,\cdots,n\\ \sum_{t=1}^{T}[\omega^{(t)}]^T x_0^{(t)}=1\\ \omega^{(t)}\geqslant 0, \mu^{(t)}\geqslant 0, t=1,2,\cdots,T\end{cases}\tag{11}$$

从上面的变换可知, 用式(10)将模型 ($DD0$)变换成模型 ($DD1$)的过程是个非等价过程变换。这两个模型之间的关系可用如下定理来表述。

定理 3　规划模型 ($DD0$)和 ($DD1$)都存在最优解, 且模型 ($DD0$)的最优值小于或等于模型 ($DD1$)的最优值, 即 $V_{DD0}\leqslant V_{DD1}$。

证明　设 V_{DD0}, μ_0^*, ω_0^*, γ_t^* ($t=1,2,\cdots,T$)是规划 ($DD0$)的最优解, 可令

$$\omega_1^{(t)*}=\omega_0^*\cdot\gamma_t^*, \mu_1^{(t)*}=\mu_0^*\cdot\gamma_t^*$$

则 V_{DD0}, $\omega_1^{(t)*}$, $\mu_1^{(t)*}$ 为规划模型 ($DD1$)的可行解, 所以有 $V_{DD0}\leqslant V_{DD1}$。　　证毕

在非线性规划动态模型 ($DD0$)中, 如果令时段加权系数的第一个分量为 1, 其余的分量为零, 即 $\gamma=(1,0,0,\cdots,0)^T$, 则可得到第一个时段内的 DEA 规划模型; 当令时段加权系数的第 t 个分量为 1, 其余的分量都为零时, 可得到第 t 个时段的 DEA 规模模型, 如式(12)所示。

$$(P_t)\begin{cases}\max\mu^T y_0^{(t)}=V_{P_t}\\ \text{s.t.}\ \omega^T x_j^{(t)}-\mu^T y_j^{(t)}\geqslant 0, j=1,2,\cdots,n\\ \omega^T x_0^{(t)}=1\\ \omega\geqslant 0, \mu\geqslant 0\end{cases}\tag{12}$$

当令时段加权系数的所有分量相等时, 即 $\gamma=\left(\frac{1}{T},\frac{1}{T},\cdots,\frac{1}{T}\right)^T$, 可得到全时段的平均加权模型

$$(\bar{P}_t)\begin{cases}\max\mu^T\cdot\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}y_0^{(t)}\right)=V_{\bar{P}_t}\\ \text{s.t.}\ \omega^T\sum_{t=1}^{T}x_j^{(t)}-\mu^T\sum_{t=1}^{T}y_j^{(t)}\geqslant 0, j=1,2,\cdots,n\\ \omega^T\sum_{t=1}^{T}x_0^{(t)}=T\\ \omega\geqslant 0, \mu\geqslant 0\end{cases}\tag{13}$$

从上面的分析可以看出, 非线性规划模型 ($DD0$)是一个综合模型, 各个时段的 DEA 模型 (P_t)及平均加权模型 ($\bar{P}_t$)

都是它的特例。这些模型之间的关系可由定理4表述。

定理4 设模型$(DD0)$、(P_t)和$(\bar{P}_t)$的最优解分别为V_{DD0}、V_{P_t}、$V_{\bar{P}_t}$，则有$V_{DD0}\geqslant V_{P_t}$，$V_{DD0}\geqslant V_{\bar{P}_t}$。

证明　设模型(P_t)的最优解为V_{P_t}、k^*、$\_^*$，可令时段权重向量γ的第t个分量为1，其余的分量为0，即

$$\gamma_i=\begin{cases}0, & i=t\\ 1, & i\neq t\end{cases}\qquad i=1,2,\cdots,T$$

则总存在$k^{(t)}$和$_^{(t)}$在满足等式$k^{(t)}=k^*\cdot\gamma_t$，$_^{(t)}=_^*\cdot\gamma_t$的条件下，使得V_{P_t}、$k^{(t)}$、$_^{(t)}$和γ为规划模型$(DD0)$的可行解，因此有$V_{DD0}\geqslant V_{P_t}$。同样的道理，可以证明$V_{DD0}\geqslant V_{\bar{P}_t}$。

定理5 若决策单元在某一时段内为弱DEA有效，则它在全时段内为弱动态DEA有效。

证明　设决策单元的动态综合效率为θ，由定理2可知$\theta\leqslant 1$。由于该决策单元在某一时段内为弱DEA有效，可设其效率指数为$\hat{\theta}$，且$\hat{\theta}=1$。根据定理4可得，$\theta\geqslant\hat{\theta}=1$。综上所述，可知$\hat{\theta}=1$。由定义1可知，该决策单元为弱动态DEA有效。

这个定理同时表明，如果决策单元在某一时段的生产前沿面上，则它也在基于全时段的动态生产前沿面上。

综合上面的分析，为了避免求解动态DEA模型$(DD0)$这个非线性规划，我们可以将其转换成多个线性规划模型，根据这些模型的关系来界定模型$(DD0)$的动态综合效率，确定各个决策单元是否在动态生产前沿面上。设模型$(DD0)$、$(DD1)$、(P_t)和$(\bar{P}_t)$的最优值分别为θ_j、$\hat{\theta}_j$、$\theta_j^{(t)}$（$t=1,2,\cdots,T$）及$\bar{\theta}_j$，则动态综合效率θ_j可由(14)式界定

$$\max(\theta_j^{(t)},\bar{\theta}_j)\leqslant\theta_j\leqslant\hat{\theta}_j;\ (t=1,2,\cdots,T)\qquad(14)$$

我们仍以评估我国8个沿海城市的全民所有制独立核算工业企业在1985～1989年之间的经济效益为例，应用此模型。为了比较方便，我们把各个决策单元在每个时段的效率，以及用$(\bar{P}_t)$模型求解的效率列在表3中，在此基础上进一步求解全时段的动态综合效率。

表3中，$\theta_j^{(1)}$、$\theta_j^{(2)}$、$\theta_j^{(3)}$、$\theta_j^{(4)}$、$\theta_j^{(5)}$分别代表了各个决策单元在1985～1989年期间共5个时段的效率指数；$\bar{\theta}_j$是各个决策单元在模型$(\bar{P}_t)$下的效率指数；$\hat{\theta}_j$是各个决策单元在模型$(DD1)$下的效率指数。根据式(14)可求得各个决策单元在全时段的动态综合效率θ_j，即有

表3　8个沿海城市在动态DEA模型(II)下的综合评价结果

决策单元	大连	天津	青岛	上海	宁波	温州	福州	广州
$\theta_j^{(1)}$	0.676	0.825	0.915	1.00	1.00	0.665	0.711	0.818
$\theta_j^{(2)}$	0.870	0.857	0.985	1.00	1.00	0.901	0.479	0.971
$\theta_j^{(3)}$	0.866	0.885	1.00	1.00	1.00	0.783	0.639	1.00
$\theta_j^{(4)}$	0.817	0.887	1.00	1.00	1.00	0.896	0.834	1.00
$\theta_j^{(5)}$	0.759	0.834	1.00	1.00	1.00	0.894	0.874	1.00
$\bar{\theta}_j$	0.800	0.866	1.00	1.00	1.00	0.861	0.756	1.00
$\max(\theta_j^{(t)},\bar{\theta}_j)$	0.866	0.887	1.00	1.00	1.00	0.901	0.874	1.00
$\hat{\theta}_j$	0.919	0.979	1.00	1.00	1.00	0.952	1.00	1.00

$$0.866\leqslant\theta_1\leqslant 0.919\qquad 0.887\leqslant\theta_2\leqslant 0.979$$
$$\theta_3=1.00\qquad\theta_4=1.00$$
$$\theta_5=1.00\qquad 0.901\leqslant\theta_6\leqslant 0.952$$
$$0.874\leqslant\theta_7\leqslant 1.00\qquad\theta_8=1.00$$

由上面的计算可知，青岛、上海、宁波及广州在全时段至少为弱动态DEA有效，这4个决策单元都在动态生产前沿面上；而大连、天津、温州和福州则不在动态生产前沿面上。可见，从效率排序角度来看，上海、宁波、青岛及广州这4个决策单元优于大连、天津、温州和福州，这与第二个时序DEA模型分析的结果是一致的。

4　结束语

为了解决决策单元在"多个时段内"的效率评估问题，本章提出了两种时序DEA模型，对其特征进行了详细的分析，并以大连、天津、青岛、上海、宁波、温州、福州、广州共8个沿海城市的全民所有制独立核算工业企业为例，用所建的方案和模型分析了它们在1985～1989年期间的经济状况，其结果是令人满意的。理论和实践表明，上述两种模型是切实可行的，丰富了DEA的理论与方法，拓宽了DEA的应用。

参　考　文　献

1　Charnes A, Cooper W W, Phodes E. Measuring the Efficiency of Decision Making Units. European Journal of Operational Research, 1978, 2: 429～445

2　何静. 只有输出(入)的数据包络分析及其应用. 系统工程学报, 1995, 10(2): 48～55

3　华中生, 梁梁. 地区工业行业经济状况的综合评价与分析. 管理工程学报, 1995, 9(2): 99～106

4　国家统计局. 中国统计年鉴. 北京: 中国统计出版社, 1986～1990