序时多指标理想点决策方法及其应用 *

厦门大学自动化系　王应明

一、引言

经济研究中经常会碰到经济效益的综合评价问题，经济效益的综合评价本质上是一个多指标决策问题，也称多属性决策、多准则决策、有限方案多目标决策等。实际应用中，常常还会遇到要求对同类企业（行业或部门）在某一个时期的综合经济效益作出科学性的评价比较和排序分析，本文称这类经济效益为全局经济效益，亦即是综合考虑整个时间段的经济效益。全局经济效益的综合评价本质上是在多指标决策空间和目标空间的基础上增加了一个时间空间，这类决策问题统称为序时多指标决策，国内也有文献称之为有时序的多指标决策问题，如文献[1-6]。很显然，序时多指标决策不同于传统的多指标决策，因为问题的本身要求考虑时间因素对决策结果的影响，加强对这类决策问题的研究既有理论价值又有广泛的应用前景。本文在文献[7]的基础上提出了一种序时多指标理想点决策方法用于全局经济效益的综合评价，能够取得比较满意的评价结果，而且这种决策方法能够自动确定评价指标和评价年份各自的加权系数，避免了人为的主观赋权所造成的不唯一性和混乱。

二、序时多指标理想点决策方法原理

设序时多指标决策问题的时间样本点集（序时集）为 $T=\{T_1, T_2, \cdots, T_L\}$，方案集为 $A=\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$，指标集（也称目标集、属性集）为 $G=\{G_1, G_2, \cdots, G_m\}$，在时间样本点 T_K 年份方案 A_i 对指标 G_j 的属性值（指标值）记为 $Y_{ij}^{(K)}$（$i=1, 2, \cdots, n$; $j=1, 2, \cdots, m$; $k=1, 2, \cdots, L$），矩阵 $Y^{(K)}=(Y_{ij}^{(K)})_{n\times m}$ 表示时间样本点 T_K 年份方案集 A 对指标集 G 的“属性矩阵”，俗称“决策矩阵”，$k=1, 2, \cdots, L$。通常，经济效益评价指标有“效益型”指标和“成本型”指标之区别，所谓效益型指标是指属性值愈大愈好的指标，如资金产值率、资金利税率、全员劳动生产率等；所谓成本型指标是指属性值愈小愈好的指标，

* 国家自然科学基金资助项目

如流动资金占用额、流动资金周转天数等。一般而言,不同的评价指标往往具有不同的量纲和量纲单位,为了消除量纲和量纲单位不同所带来的不可公度性,决策之前首先应将评价指标无量纲化处理。

对于效益型指标,令

$$Z_{ij}^{(K)}=\frac{y_{ij}^{(k)}-y_j^{min}}{y_j^{max}-y_j^{min}}$$

$$i=1,2,\cdots,n;k=1,2,\cdots,L;j\in\Omega_1 \quad (1)$$

式中:y_j^{max}、y_j^{min} 分别为 G_j 指标在整个序时集 T 年内的最大值和最小值,Ω_1 为效益型指标集。

对于成本型指标,令

$$Z_{ij}^{(K)}=\frac{y_j^{max}-y_{ij}^{(k)}}{y_j^{max}-y_i^{min}}$$

$$i=1,2,\cdots,n;k=1,2,\cdots,L;j\in\Omega_2 \quad (2)$$

式中:Y_j^{max}、Y_j^{min} 意义同(1)式,$\Omega 2$ 为成本型指标集。

记无量纲化处理后的决策矩阵为 $Z(K)=(Zij(K))nxm$ ($k=1,2,\cdots,L$),无量纲化处理后的属性值总是愈大愈好,为此,定义各评价指标的理想属性值为

$$Z_j^*=\max\{Z_{ij}^{(K)}\mid i=1,2,\cdots,n;k=1,2,\cdots,L\}\quad j=1,2,\cdots,m \quad (3)$$

很显然,恒有

$$Z_j^*=1 \qquad j=1,2,\cdots,m \quad (4)$$

由各评价指标的理想属性值 Z_j^* ($j=1,2,\cdots,m$)构成的向量

$$P^*=(Z_1^*,Z_2^*,\cdots,Z_m^*)=(1,1,\cdots,1) \quad (5)$$

称为理想点向量,简称理想点或理想方案。设评价指标间的加权向量为 $W=(W_1,W_2,\cdots,W_m)^T>0$,满足归一化约束条件

$$\sum_{j=1}^{m}W_j=1 \quad (6)$$

各决策方案 A_i($i=1,2,\cdots,n$)在时间样本点 T_k($k=1,2,\cdots,L$)年份的经济效益评价值用方案 A_i 距理想点 P^* 的加权欧氏距离来描述,亦即

$$D_i^{(K)}(W)=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}[W_j(Z_j^*-Z_{ij}^{(K)})]^2}$$

$$=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}[W_j(1-Z_{ij}^{(K)})]^2}$$

$$i=1,2,\cdots,n;k=1,2,\cdots,L \quad (7)$$

不言而喻,距离总是愈小愈好,所有决策方案在各个不同年度的距离评价值的理想值恒应为零。为了将序时多指标决策问题转化为传统的多指标决策,对时间样本点集 $T=\{T_1,T_2,\cdots,T_L\}$ 引进加权向量 $\alpha=(\alpha^{(1)},\alpha^{(2)},\cdots,)^T>0$,并满足归一化约束条件

$$\sum_{k=1}^{L}\alpha^{(K)}=1 \quad (8)$$

于是,决策方案 A_i 在整个序时集 T 年内的全局经济效益评价值用加权欧氏距离可表示为

$$D_i(w,\alpha)=\sqrt{\sum_{k=1}^{L}[\alpha^{(K)}(D_i^{(K)}(W)-0)]^2}$$

$$=\sqrt{\sum_{k=1}^{L}[\alpha^{(K)}D_i^{(K)}(W)]^2} \quad (9)$$

很显然,$D_i(W,\alpha)$总是愈小愈好。为了计算上的方便,构造目标函数

$$\max\ F(W,\alpha)=\sum_{i=1}^{n}D_i^2(W,\alpha)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{L}[\alpha^{(K)}D_i^{(K)}(W)]^2 \quad (10)$$

于是,求解加权向量 W 和 α 等价于求解如下最优化问题:

$$\max F(W,\alpha)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{L}[\alpha^{(K)}D_i^{(K)}(W)]^2 \quad (11)$$

$$s.t.\begin{cases}\sum_{j=1}^{m}W_j=1 & (12)\\ \sum_{k=1}^{L}\alpha^{(K)}=1 & (13)\end{cases}$$

解此最优化模型,得到

$$W_j^*=\frac{1/\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{L}[\alpha^{(K)}(1-Z_{ij}^{(K)})]^2}{\sum_{j=1}^{m}\{1/\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{L}[\alpha^{(K)}(1-Z_{ij}^{(K)})]^2\}}$$

$$j=1,2,\cdots,m \quad (14)$$

$$\alpha^{(K)}=\frac{1/\sum_{i=1}^{n}[D_i^{(K)}(W)]^2}{\sum_{j=1}^{L}\{1/\sum_{i=1}^{n}[D_i^{(K)}(W)]^2\}}$$

$$k=1,2,\cdots,L \qquad (15)$$

分析此两式可以看出，求解加权向量 W^{*} 的前提条件是必须首先知道时间加权向量 α 的取值，而事实上，时间加权向量 α 的取值在加权向量 W 未知的情况下是不知道的，因此，直接求解（14）～（15）两式比较困难，为此，笔者采用了如下的收敛性迭代算法：

⑴给定初始时间加权向量 $\alpha(0)=(\alpha^{(1)}(0),\alpha^{(2)}(0),\cdots,\alpha(L)(0))^{T}>0$ 和迭代精度 $\varepsilon=10^{-6}$，同时置 $h=0$。一般情况下，可取 $\alpha(0)=\frac{1}{\sqrt{L}}e$，其中：$e=(1,1,\cdots,1)^{T}$；

⑵根据公式（11）计算指标加权向量 $W(h)=(W1(h),W2(h),\cdots,W_m(h))^{T}$，其中：

$$W_j(h)=\frac{1\Big/\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{L}\left[\alpha^{(k)}(1-Z_{ij}^{(k)})\right]^2}{\sum_{j=1}^{m}\left\{1\Big/\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{L}\left[\alpha^{(k)}(1-Z_{ij}^{(k)})\right]^2\right\}}$$

$$j=1,2,\cdots,m \qquad (16)$$

同时计算各决策方案 A_i 在整个序时集 T 年内各个年度的经济效益理想点评价值（距离评价值）：

$$D_i^{(k)}(W)=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\left[W_j(1-Z_{ij}^{(k)})\right]^2}$$

$$i=1,2,\cdots,n;\ k=1,2,\cdots,L \qquad (17)$$

⑶根据公式（15）计算时间加权向量 $\alpha(h+1)=(\alpha^{(1)}(h+1),\alpha^{(2)}(h+1),\cdots,\alpha^{(L)}(h+1))^{T}$，其中

$$\alpha^{(k)}(h+1)=\frac{1\Big/\sum_{i=1}^{n}\left[D_i^{(k)}(W)\right]^2}{\sum_{k=1}^{L}\left\{1\Big/\sum_{i=1}^{n}\left[D_i^{(k)}(W)\right]^2\right\}}$$

$$k=1,2,\cdots,L \qquad (18)$$

⑷若 $\|\alpha(h+1)-\alpha(h)\|_{\infty}\leqslant\varepsilon$，则有

$$W^{*}=W(h) \qquad \alpha^{*}=\alpha(h+1) \qquad (19)$$

反之，则令 $h=h+1$，转⑵

上述迭代算法是以选择初始时间加权向量 $\alpha(0)$ 为基础进行的，同样的道理，也可以选择指标间的初始加权向量 $W(0)$ 为基础进行迭代。大量的仿真计算过程表明，上述迭代算法的收敛性好，收敛速度快，是一种颇为有效的收敛性迭代算法。

综上所述，全局经济效益的综合评价方法和步骤可以归纳为：

⑴根据评价指标类型构造规范化决策矩阵 $Z^{(k)}=(Z_{ij}^{(k)})_{n\times m}$；

⑵根据前述迭代算法求解最优化模型（14）～（15）式，得到指标加权向量 W^{*} 和时间加权向量 α^{*}；

⑶计算各决策方案 $A_i(i=1,2,\cdots,n)$ 在整个序时集 T 年内各个不同年度 $T_k(k=1,2,\cdots,L)$ 年的经济效益理想点评价值和全局经济效益理想点评价值；

⑷根据各决策方案在整个序时集 T 年内的全局经济效益理想点评价值（愈小愈好），对全局经济效益作出排序比较和分析。

三、应用举例

本文以《中国工业经济统计年鉴》1991 年～1993 年提供的全国 16 个省、直辖市主要工业经济效益指标的统计资料[8]为基础数据进行全局经济效益的评价比较和排序分析。显然，此类经济效益的综合评价是一个序时多指标决策问题。序时集 $T=\{1990$ 年，1991 年，1992 年$\}$，共有 3 个时间样本点，方案集为 $A=\{$北京，天津，上海，江苏，…，山西$\}$，共有 16 个决策方案，指标集 $G=\{G_1,G_2,\cdots,G_5\}$，其中 G_1：全员劳动生产率（元/人），G_2：资金利税率（%），G_3：百元销售收入实现利润（元），G_4：百元工业产值占用流动资金（元），G_5：产值利税率（%），共 5 个评价指标，除百元工业产值占用流动资金为成本型指标外，其余均为效益型指标，各指标在不同年度的原始数据如表 1 所示。根据本文提供的序时多指标理想点决策方法，通过模型运算得到各个评价指标间的加权向量为 $W^{*}=(0.2065,0.1645,0.1979,0.2569,0.1741)^{T}$，时间加权向量 $\alpha^{*}=(0.2815,0.3339,0.3846)^{T}$，在此两种加权向量作用下，各省、直辖市在不同年度的工业经济效益评价值和最终的全局经济效益评价值如表 2 所示。从表 2 中的评价结果可以看出，北京和上海两直辖市的工业经济效益水平在整个序时集内的不同年度

呈互追互赶、交替排列之趋势，但从全局经济效益来考虑，上海略占优势，排名第 1 位，北京位居第 2 位；排名第 3 位到第 8 位的依次是福建、广东、浙江、江苏、山东、天津等沿海省市，这充分反映了改革开放以来，我国沿海地区省份经济发达、技术先进、管理水平高、经济效益比较好的区域优势；江西、山西两省作为我国的革命老区和内陆省份，由于经济基础薄弱、技术落后、管理水平跟不上，其全局工业经济效益分别排名第 16 位和第 15 位；辽宁省作为我国的重工业基地省份，由于设备陈旧老化、资金匮乏、技改措施跟不上等众多主客观因素的影响，其全局工业经济效益也不理想，名列 16 个省、直辖市倒数第 3 位。以上评价结论与人们的习惯认识基本一致，评价结果可信。除此之外，序时多指标理想点决策方法可用于官产学各界进行了大量的仿真评价与决策。

表 2：1990－1992 年全国部分省、直辖市全局工业经济效益排序比较

评价值 / 省市	1990 年－1992 年		1990 年		1991 年		1992 年	
	全局经济效益理想点评价值	排序号	工业经济效益理想点评价值	排序号	工业经济效益理想点评价值	排序号	工业经济效益理想点评价值	排序号
北京	0.1245	2	0.2691	3	0.2075	3	0.1832	2
天津	0.1646	8	0.2825	6	0.2744	6	0.2893	10
上海	0.0903	1	0.1826	1	0.1416	1	0.1490	1
江苏	0.1610	6	0.2955	7	0.2929	9	0.2525	6
浙江	0.1367	5	0.2796	4	0.2334	5	0.2083	3
安徽	0.1794	10	0.3130	9	0.3310	11	0.2874	9
福建	0.1285	3	0.2469	2	0.2067	2	0.2161	5
广东	0.1338	4	0.2817	5	0.2092	4	0.2133	4
辽宁	0.2107	14	0.3856	13	0.3729	14	0.3401	14
山东	0.1636	7	0.3040	8	0.2841	7	0.2657	7
湖北	0.1706	9	0.3180	10	0.3004	10	0.2729	8
湖南	0.1906	12	0.3510	11	0.3356	12	0.3077	12
河南	0.1812	11	0.3599	12	0.2860	8	0.3014	11
江西	0.2237	16	0.4214	16	0.3870	16	0.3608	15
河北	0.2042	13	0.3899	14	0.3722	13	0.3100	13
山西	0.2231	15	0.4071	15	0.3857	15	0.3681	16

参考文献

[1] 樊治平，肖四汉　有时序多指标决策的理想矩阵法．系统工程，1993，11（1）：61－65．

[2] 樊治平，肖四汉　有时序多指标决策的两阶段法．决策与决策支持系统，1993，3（1）：62－71

[3] 李登峰，陈守煜　时序多目标决策的模糊优选法．系统工程与电子技术，1994，16（2）：12－15

[4] 樊治平，肖四汉　一类动态多指标决策问题的关联分析法．系统工程，1995，13（1）：23-27

[5] 肖新平，李为政．有时序多指标决策的关联分析法及灵敏度分析，系统工程与电子技术，1995，17（8）：36－43

[6] 杨益民　有时序多指标决策的满意度矩阵法．预测，1997，16（1）：71－72

[7] 攀治平　多属性决策的一种新方法　系统工程，1994，12（1）：25－27

[8] 国家统计局工业交通统计司 《中国工业经济统计年鉴》（1991，1992，1993），中国统计出版社。

（本文责编：罗　勇）