群组 AHP 最小二乘排序及其算法研究

王应明

厦门大学系统科学系，361005

摘　要　本文研究群组 AHP 最小二乘排序方法及其算法实现。鉴于不同专家所给判断矩阵质量上的差异，最小二乘排序方法对群组 AHP 进行不同程度的加权处理，并进行群组一致性检验。

主题词　决策论，矩阵，排队论。

Study on the Least Square Priority Method of Group-AHP and Its Algorithm Realization

Wang Yingming

Department of system science, Xiamen University, 361005

Abstract: This paper studies the least square priority method which is abbreviated to LSM of Group-AHP and its algorithm realization. Because of the differences of the comparison qualities given by experts, the LSM treats the group comparison matrices with different weights and also makes a group consistency check upon the matrices.

Keywords: Group-AHP, Priority method, Group consistency check.

1　引　言

AHP 作为规划、预测和决策工具已在我国科学研究和管理决策中得到广泛应用。根据 AHP 原理，AHP 在真正应用于解决实际问题时，其判断矩阵应该是群组判断矩阵而绝非单个的判断矩阵。因此，群组 AHP 在层次分析法理论和应用研究中具有举足轻重的作用，研究群组 AHP 排序方法不但能丰富和完善现有的 AHP 排序理论，而且对正确应用 AHP 很有益处。

国内外学者研究群组 AHP 排序主要提出了四种方法[1]：判断矩阵元素的几何平均法和算术平均法以及排序权值的几何平均法和算术平均法。这四种排序方法理论上存在有不少缺陷，笔者在文献[2]中有较为详细的论述和评价。本文拟从最优化角度出发，将判断矩阵排序的最小二乘排序方法(LSM)推广应用于群组 AHP 排序。文献[3]的理论分析从合理排序方法所应具备的置换不变性、对称性、相容性和完全协调性等角度证明了特征向量排序方法(EM)是一种非理想的排序方法，理论上可以进一步证明 LSM 在这些特性上较 EM 优越，但由于牵涉到高度复杂的非线性求解，因此该方法一直未能进入实际应用阶段。本文将重点研究 LSM 用于群组 AHP 排序时的具体算法实现，并以仿真实例说明该方法的具体应用。

2　群组 AHP 最小二乘方法排序原理

设群组判断矩阵 $A_l=(a_{ij}^{(l)})_{n\times n}(l=1,2,\cdots,m)$、群组排序向量 $W=(W_1,W_2,\cdots,W_n)^T$、加权向量 $H=(h_1,h_2,\cdots,h_m)^T$ 并满足归一化约束条件

$$\sum_{j=1}^{n}W_j=1 \tag{1}$$

$$\sum_{l=1}^{m}h_l=1 \tag{2}$$

记集合 $D=\{W=(W_1,W_2,\cdots,W_n)^T|W_j>0,j=1,2,\cdots,n;\sum_{j=1}^{n}W_j=1\}$，$\Omega_1=\{1,2,\cdots,n\}$，$\Omega_2=\{1,2,\cdots,m\}$。根据判断矩阵定义，若群组判断矩阵 A_l(l

收稿日期：1996 年 3 月 18 日

$\in \Omega_2$)同时满足完全一致性条件

$$a_{ij}^{(l)} = a_{ik}^{(l)}/a_{jk}^{(l)} \qquad i,j,k \in \Omega_1 \tag{3}$$

则群组判断矩阵 $A_l(l \in \Omega_2)$同时为一致性判断矩阵。如若 A_l 彼此相等,则由一致性判断矩阵特性,有

$$a_{ij}^{(l)} = W_i/W_j \qquad i,j \in \Omega_1, l \in \Omega_2 \tag{4}$$

然而,由于专家群组知识结构、判断水平和个人偏好等众多主客观因素的差异,要求群组判断矩阵 $A_l(l\in \Omega_2)$彼此相等且同时满足完全一致性条件几乎是一件不可能的事。因此,(4)式在通常情况下是不成立的,为此引入偏差误差 $\varepsilon_{ij}^{(l)}$

$$\varepsilon_{ij}^{(l)} = a_{ij}^{(l)} - W_i/W_j \qquad i,j \in \Omega_1, l \in \Omega_2 \tag{5}$$

同时构造加权总偏差函数为

$$G(W) = \sum_{l=1}^{m} h_l \Big(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (a_{ij}^{(l)} - W_i/W_j)^2 \Big) = \sum_{l=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (a_{ij}^{(l)} - \frac{W_i}{W_j})^2 \tag{6}$$

显然,偏差函数 $G(W)$总是愈小愈好,因此,合理的排序向量 W^*应使 $G(W^*)$最小,由此导出的排序方法称为 LSM,亦即

$$(\text{LSM}): \begin{cases} \min G(W) = \sum_{l=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} h_l (a_{ij}^{(l)} - W_i/W_j)^2 & (7) \\ \text{s.t.} \ \sum_{i=1}^{n} W_i = 1 & (8) \end{cases}$$

若从最优化角度考虑,LSM 显然是一个带有约束项的非线性最小二乘问题,故而传统的求解方法通常借助于 Levenberg－Marquardt 或 Levenberg－Marquardt Fletcher 算法,如文献[4]在求解 LSM 时就借用了 Levenberg－Marquardt 算法(阻尼最小二乘方法)。此类算法不但编制程序复杂,而且计算工作量大,难以推广应用。此处笔者根据文献[5]最小偏差法求解思路导出一种简洁的收敛性迭代算法,它能克服传统求解方法的不足。

定理 1　偏差函数 $G(W)$在 D 中存在最小值点 W^*,并且 W^*是下列方程组在 D 中的解。

$$\sum_{l=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} h_l \Big[\frac{W_i}{W_j} (\frac{W_i}{W_j} - a_{ij}^{(l)}) - \frac{W_j}{W_i} (\frac{W_j}{W_i} - a_{ji}^{(l)}) \Big] = 0 \qquad i \in \Omega_1 \tag{9}$$

关于 W^*的存在性证明可参阅文献[6]命题 1,但 W^*不具有唯一性,此处仅证明 W^*满足方程组(9)。事实上,由于 W^*满足归一化约束条件(8)式,故作 Lagrange 函数

$$L(W,\lambda) = \sum_{l=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} h_l (a_{ij}^{(l)} - W_i/W_j)^2 + 2\lambda (\sum_{j=1}^{n} W_j - 1) \tag{10}$$

令 $\frac{\partial L}{\partial W_i} = 0$,得

$$2\sum_{l=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} h_l \Big[(a_{ji}^{(l)} - \frac{W_j}{W_i}) \frac{W_j}{W_i^2} - (a_{ij}^{(l)} - \frac{W_i}{W_j}) \frac{1}{W_j} \Big] + 2\lambda = 0 \qquad i \in \Omega_1 \tag{11}$$

上式两端同乘以 W_i,整理后有

$$\sum_{l=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} h_l \Big[\frac{W_i}{W_j} (\frac{W_i}{W_j} - a_{ij}^{(l)}) - \frac{W_j}{W_i} (\frac{W_j}{W_i} - a_{ji}^{(l)}) \Big] + \lambda W_i = 0 \qquad i \in \Omega_1 \tag{12}$$

上式两端对 i 求和,得

$$\sum_{l=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} h_l \Big[\frac{W_i}{W_j} (\frac{W_i}{W_j} - a_{ij}^{(l)}) - \frac{W_j}{W_i} (\frac{W_j}{W_i} - a_{ji}^{(l)}) \Big] + \lambda \sum_{i=1}^{n} W_i = 0 \tag{13}$$

将大括号内第二项的下标 i 和 j 对调,则由此可导得 $\lambda=0$,于是,(12)式等价于

$$\sum_{l=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} h_l \Big[\frac{W_i}{W_j} (\frac{W_i}{W_j} - a_{ij}^{(l)}) - \frac{W_j}{W_i} (\frac{W_j}{W_i} - a_{ji}^{(l)}) \Big] = 0 \qquad i \in \Omega_1 \tag{14}$$

可见,W^*是方程组(9)在 D 中的解。

由于方程组(9)是一组非线性方程组,为求解 W^*,可按如下算法步骤进行迭代。

(1)取定初始排序向量 $W(0) = (W_1(0), W_2(0), \cdots, W_n(0))^T \in D$,并给定迭代精度 ε,同时置 $k=0$。由于 W^*不具有唯一性,为收敛到全局最优解,通常可取

$$W_i(0) = \sum_{l=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{(l)} \Big/ \sum_{l=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{(l)} \qquad i \in \Omega_1$$

(2)计算

$$\eta_i(W(k)) = \sum_{l=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} h_l \Big[\frac{W_i(k)}{W_j(k)} (\frac{W_i(k)}{W_j(k)} - a_{ij}^{(l)}) - \frac{W_j(k)}{W_i(k)} (\frac{W_j(k)}{W_i(k)} - a_{ji}^{(l)}) \Big] \qquad i \in \Omega_1$$

如果对所有 $i \in \Omega_1$ 恒有 $|\eta_i(W(k))| \le \varepsilon$ 成立,则算法终止,$W^* = W(k)$;反之,转步骤(3)。

(3)确定 q 使 $|\eta_q(W(k))| = \max_{i \in \Omega_1} \{ |\eta_i(W(k))| \}$,并令

$$\begin{cases} X_i(k)=\begin{cases} T(k)W_q(k) & i=q \\ W_i(k) & i\neq q \end{cases} \\ W_i(k+1)=X_i(k)/\sum_{j=1}^{n}X_j(k) \end{cases}$$

式中 $T(k)$ 为偏差函数 $G(X(k))$ 的最小值点。理论上可以证明，$T(k)$ 为下列四次方程的非负实根

$$at^4+bt^3+dt+e=0 \tag{15}$$

其中

$$\begin{cases} a=\sum_{l=1}^{m}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(\frac{W_q(k)}{W_j(k)})^2 \\ b=-\sum_{l=1}^{m}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(a_{qj}^{(l)}\frac{W_q(k)}{W_j(k)}) \\ d=\sum_{l=1}^{m}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(a_{qj}^{(l)}\frac{W_j(k)}{W_q(k)}) \\ e=-\sum_{l=1}^{m}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(\frac{W_j(k)}{W_q(k)})^2 \end{cases} \tag{16}$$

从方程系数 a,b,d,e 的符号可知，上述四次方程必然存在非负实根，根据四次方程求根公式(7)可以很方便地求解其非负实根，若非负实根不唯一，则取使偏差函数 $G(X(k))$ 达到最小的 t_i 值为 $T(k)$。此外，$T(k)$ 还可以根据下列公式进行迭代求解

$$\begin{cases} t_0=1 \\ t_s=-\frac{bt_{s-1}^3+e}{at_{s-1}^3+d}>0 \end{cases} \tag{17}$$

直至满足 $|at^4+bt^3+dt+e|\leqslant\varepsilon$ 为正。

(4)令 $k=k+1$，转(2)

定理 2 上述迭代算法对任意 $\varepsilon>0$ 收敛。

证明 按照算法步骤(3)，将 $W(k)$ 修改成 $W(k+1)$，考察偏差函数 $G(W)$ 的变化过程。设 $t>0$，令

$$\begin{aligned} r(t)=G(X(k))&=G(W_1(k),\cdots,W_{q-1}(k), \\ &\quad tW_q(k),W_{q+1}(k),\cdots,W_n(k)) \\ &=\sum_{l=1}^{m}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(a_{qj}^{(l)}-\frac{tW_q(k)}{W_j(k)})^2+ \\ &\quad \sum_{l=1}^{m}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(a_{jq}^{(l)}-\frac{W_j(k)}{tW_q(k)})^2 \\ &\quad +\sum_{l=1}^{m}\sum_{i\neq q}^{n}\sum_{j\neq q}^{n}h_l(a_{ij}^{(l)}-\frac{W_i(k)}{W_j(k)})^2 \\ &=-e/t^2-2d/t+2bt+at^2 \\ &\quad +\sum_{l=1}^{m}\sum_{i\neq q}^{n}h_l[a_{qi}^{2(l)}+a_{iq}^{2(l)}+\sum_{i\neq q}^{n}(a_{ij}^{(l)}- \\ &\quad \frac{W_i(k)}{W_j(k)})^2] \end{aligned} \tag{18}$$

由 $r'(t)=0$ 整理后得到

$$at^4+bt^3+dt+e=0 \tag{19}$$

因 $T(k)$ 是偏差函数 $G(X(k))$ 的最小值点，故当 $T(k)=1$ 时必有

$$a+b+d+e=0 \tag{20}$$

将定义式(16)代入后容易证得，上式等价于

$$\eta_q(W(k))=0 \tag{21}$$

由于 q 是使 $|\eta_i(W(k))|$ 达到最大的下标变量，故对所有 $i\in\Omega_1$，此时恒有

$$\eta_i(W(k))=0 \qquad i\in\Omega_1 \tag{22}$$

根据定理 1，算法已经收敛，$W^*=W(k)$；反之，若 $T(k)\neq1$，则必有

$$r(T(k))<r(1) \tag{23}$$

由于 $r(1)=G(W(k))$，又 $G(W)$ 是齐次函数，故有 $r(T(k))=G(X(k))=G(W(k+1))$，因此，(23)式等价于

$$G(W(k+1))<G(W(k)) \tag{24}$$

此式表明，$\{G(W(k))\}$ 是单调下降序列。由于 $G(W)$ 是非负函数具有下确界，根据数学分析原理可知，单调下降的有界序列必然收敛。[证毕]

通常，在群组判断的情况下，仅有 W^* 是不够的。人们往往还希望能够知道与 m 个群组判断矩阵等价的一致性综合判断矩阵是什么？因此，在得到群组排序向量 W^* 之后，还可以令

$$a_{ij}^*=W_i^*/W_j^* \qquad i,j\in\Omega_1 \tag{25}$$

则 $A^*=(a_{ij}^*)_{n\times n}$ 即为最小平方和准则下与 m 个群组判断矩阵等价的一致性综合判断矩阵，其功能相当于一个“理想”专家对同一事物所作的理想判断。

3 群组 AHP 满意一致性检验

对于群组 AHP 而言，由于专家知识结构、判断水平和个人偏好等众多主客观因素的差异，不同专家所给判断矩阵的质量必然也各不相同，有些专家所给判断矩阵质量较好，有些专家所给判断矩阵质量则可能相对较差。因此，为衡量和评估专家判断质量的好坏，必须对群组 AHP 进行满意一致性检验。

在 1992 年全国第二届 AHP 学术年会上，有学者曾提出：在对群组判断矩阵进行综合之前，首先应该对各单个的判断矩阵进行满意一致性检验。笔者认为，这种做法没有意义。理由很简单，因为在群组判断的情况下，专家排序的结果有时往往也会相互矛盾。举例来说，尽管某位专家所给判断矩阵的一致性可能会很好甚至可以做到完全一致性，但

是，如若此位专家所给判断矩阵的排序与其它所有专家所给判断矩阵的排序发生“倒序”或“逆序”现象，按照决策理论中的多数票规则或者少数服从多数原则来讲，这位专家所给判断矩阵显然是不可取的。但是由于这位专家所给判断矩阵相对于其自身排序向量的一致性很好，因此，依靠检验判断矩阵自身一致性的方法根本识别不出此位专家所给判断矩阵质量的好坏。由此可以看出，对群组判断矩阵检验其自身的一致性，功效甚微、意义不大。科学的检验和衡量方法应该是对群组判断矩阵相对于群组排序向量 W^* 进行一致性检验，具体检验公式为

$$\begin{cases} CI_l = \dfrac{1}{n(n-1)}\sum\limits_{1\leqslant i<j\leqslant n}[a_{ij}^{(l)}\dfrac{W_j^*}{W_i^*} \\ \qquad + a_{ji}^{(l)}\dfrac{W_i^*}{W_j^*} - 2] \quad l\in\Omega_2 & (26) \\ CR_l = CI_l/RI(n) \quad l\in\Omega_2 & (27) \end{cases}$$

式中，$RI(n)$ 仍取 T. L. Saaty 教授用随机特征向量方法求得的平均随机一致性指标值，具体数值可参阅文献[8]第 13 页。群组一致性检验严格遵循多数票规则。至于一致性比例 CR_l 究竟取多少作为可接受的满意准则，还有待于进一步研究。如若 CR_l 不满足满意一致性检验准则，则判断矩阵 A_l 也未必非要反馈给专家本人进行调整，这不但浪费时间，而且也耗费专家精力。简洁的办法可以首先找出判断矩阵中的错误元素，然后作为一个不完全判断矩阵进行处理，对此，笔者在文献[9]中已有专门论述；其次，可以采取加权的办法进行综合，对一致性比例 CR_l 较差的判断矩阵赋予较小的加权系数，亦即取

$$\begin{cases} \tilde{h}_l = \exp(-\alpha CR_l) \quad \alpha\geqslant 1, l\in\Omega_2 & (28) \\ h_l = \tilde{h}_l/\sum\limits_{l=1}^{m}\tilde{h}_l \quad l\in\Omega_2 & (29) \end{cases}$$

加权综合的结果可以增强优质判断矩阵在群组排序中的作用，α 取值愈大，“劣质”判断矩阵在群组排序中的作用愈小；当 α 大到一定程度之后，劣质判断矩阵在群组排序中几乎不起作用。

4　应用举例

为检验 LSM 在处理 AHP 群组决策中的有效性，现以六名专家对某一事物所作判断矩阵为例进行仿真计算。已知

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 & 7 \\ 1/3 & 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1/2 & 3 \\ 1/4 & 1/2 & 2 & 1 & 3 \\ 1/7 & 1/5 & 1/3 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 & 8 \\ 1/4 & 1 & 4 & 3 & 6 \\ 1/3 & 1/4 & 1 & 1 & 5 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1 & 7 \\ 1/8 & 1/6 & 1/5 & 1/7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 2 \\ 1/3 & 1/5 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & 1 & 5 \\ 1/5 & 1/2 & 2 & 1/5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 6 \\ 1/3 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1/5 & 1 & 1 & 4 & 5 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1 & 1/2 \\ 1/6 & 1/2 & 1/5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 & 3 \\ 1/2 & 1 & 2 & 5 & 4 \\ 1/6 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1 \\ 1/3 & 1/5 & 2 & 1 & 5 \\ 1/3 & 1/4 & 1 & 1/5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 & 9 \\ 1/2 & 1 & 3 & 2 & 6 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1 & 2 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 1 & 3 \\ 1/9 & 1/6 & 1/2 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

首先令 $h_l=1/6, l=1,2,\cdots,6$；采用等权方法进行群组排序，得到

$$W^* = \begin{bmatrix} 0.4223 \\ 0.2697 \\ 0.1032 \\ 0.1439 \\ 0.0609 \end{bmatrix}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.5654 & 4.0922 & 2.9342 & 6.9334 \\ 0.6388 & 1.0000 & 2.6142 & 1.8744 & 4.4292 \\ 0.2444 & 0.3825 & 1.0000 & 0.7170 & 1.6943 \\ 0.3408 & 0.5335 & 1.3947 & 1.0000 & 2.3630 \\ 0.1442 & 0.2258 & 0.5902 & 0.4232 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$CR_1=0.0508 \quad CR_2=0.2035 \quad CR_3=0.3006$

$CR_4=0.4697 \quad CR_5=0.1376 \quad CR_6=0.0258$

显然，专家 3 和专家 4 判断质量较差，为此考虑采用加权方法重新进行综合。令 $\tilde{h}_l=\exp(-2CR_l)(l=1,2,\cdots,6)$，归一化后得到加权向量为 $H=(0.2142, 0.1578, 0.1300, 0.0927, 0.1801, 0.2252)^T$，于是由加权方法可得到群组判断矩阵的最终排序向量 W^* 和一致性综合判断矩阵为

$$W^*=\begin{bmatrix}0.4223\\0.2762\\0.0988\\0.1438\\0.0589\end{bmatrix}$$

$$A^*=\begin{bmatrix}1.0000 & 1.5288 & 4.2722 & 2.9369 & 7.1737\\0.6541 & 1.0000 & 2.7945 & 1.9210 & 4.6923\\0.2341 & 0.3579 & 1.0000 & 0.6874 & 1.6791\\0.3405 & 0.5206 & 1.4547 & 1.0000 & 2.4426\\0.1394 & 0.2131 & 0.5955 & 0.4094 & 1.0000\end{bmatrix}$$

$CR_1=0.0489 \quad CR_2=0.2004 \quad CR_3=0.3035$

$CR_4=0.4999 \quad CR_5=0.1356 \quad CR_6=0.0230$

从六位专家所给判断矩阵的满意一致性指标可以看出，专家 1 与专家 6 所给判断矩阵质量最好，专家 2 与专家 5 次之，专家 3 与专家 4 所给判断矩阵质量相对来说最差。

5 结束语

本文针对 AHP 应用时即群组判断的情形，研究和推广了层次分析中的 LSM，使之适用于群组 AHP 排序并给出其收敛性迭代算法。与现有的群组 AHP 排序方法相比，LSM 虽计算复杂了些，但计算精度和排序结果的可靠性均有提高。由于 LSM 是对所有群组判断矩阵同时进行求解，其计算量大约相当于求解一个判断矩阵，而不是单独对每个判断矩阵分别求解，故而从总的计算时间考虑 LSM 排序方法不比其它群组排序方法差。因此，可认为 LSM 不失为一种处理 AHP 群组决策的好方法。

参 考 文 献

1 贾鸿勋. 群组判断在层次分析法中的应用. 决策与层次分析法, 1989(1):43～50

2 王应明. 地区工业综合评价方法研究. 东南大学管理学院博士学位论文, 1991

3 贾兰香, 陈宝谦. 层次分析决策方法排序问题的一般性质. 南开大学学报(自然科学版), 1991(2):19～28

4 Krovak J. Ranking alternatives-comparison of different methods based on binary comparison matrices. European Journal of Operational Research, 1987, 32(1):86～95

5 陈宝谦. 层次分析的两种新排序方法. 系统工程学报, 1990, 5(2):43～51

6 蒋正新, 魏把湘. 成对比较矩阵的一种逼近. 北京航空航天大学学报, 1989(3):33～37

7 数学手册编写组. 数学手册. 人民教育出版社, 1979:90

8 王连芬, 许树柏. 层次分析法引论. 中国人民大学出版社, 1990:13

9 王应明, 傅国伟. 判断矩阵错误元素的识别及调整方法研究. 系统工程与电子技术, 1992, 14(6):68～74

(上接第 75 页)

参 考 文 献

1 王永庆. 人工智能原理、方法、应用. 西安交通大学出版社, 1994:7～12

2 曹琦. 人机工程. 四川科学技术出版社, 1989:19～21

3 戴汝为, 王钰. 智能系统的综合集成. 中国科学院自动化研究所人工智能实验室, 1993

4 胡守仁. 神经网络应用技术. 国防科技大学出版社, 1992

5 Medsker Larry R. Hybrid Neural Network and Expert System. Kluwer Academic Publishers, 1994:1～10

6 Forslund Gran. Toward Cooperation Advice－Giving Systems. IEEE Expert, 1995:56～62

7 国家自然科学基金委员会. 计算机科学技术—自然科学学科发展战略的调研报告. 科学出版社, 1994

8 戴汝为. 人机结合的大成智慧. 模式识别与人工智能, 1994, 7(3):181～189