

# 一种基于磁链轨迹跟踪的过调制新策略及其特性分析

吴德会, 陈俊, 游德海, 李超

(厦门大学 机电工程系, 福建 厦门 361005)

**摘要:** 结合磁链轨迹跟踪的 PWM 生成原理, 讨论了一种过调制实现策略。根据实际磁链对期望磁链的跟踪特性, 分析建立了相位和径向两类误差模型; 结合两类误差模型, 定义评价指标: 跟踪能力, 并由此确定了过调制 I 区和过调制 II 区的分界点; 从理论上证明了实现过调制极限状态六阶梯波调制的可行性, 并给出其实现条件。开展了仿真验证和样机试验, 结果表明新策略能有效提高直流母线电压的利用率, 保持从线性调制、过调制 I 区、过调制 II 区直至六阶梯模式的平滑过渡, 并明显抑制调制过程中的输出电压总谐波畸变率 (THD)。

**关键词:** 磁链轨迹; 过调制; 总谐波畸变率; 磁链圆; 六阶梯模式

中图分类号: TP 242 , TP 273

文献标志码: A

文章编号: 1007-449X(2014)08-0105-11

## Overmodulation strategy for flux trajectory tracking PWM and analysis of its characteristics

WU De-hui, CHEN Jun, YOU De-hai, LI Chao

(Department of Electronic Mechanical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** A overmodulation strategy was studied based on the flux trajectory tracking PWM. First, phase error and radial error were analyzed based on the flux trajectory model. Then, combining two types of error model, a new evaluation for tracking capability was defined, and the demarcation point of overmodulation was determined. Then, the feasibility of six-step operation was proved theoretically, and the achievement conditions of six-step operation was given. Finally, the overmodulation strategy was theoretically analyzed, simulated and experimented. The results show that the new strategy effectually enhance the utilization rate of DC bus voltage and keep smooth transition form linear modulation, overmodulation to six-step operation, and markedly reduce the total harmonic distortion (THD) of the output voltage.

**Key words:** Flux trajectory; overmodulation; total harmonic distortion (THD); flux linkage circle; six-step operation

收稿日期: 2013-04-26

基金项目: 国家自然科学基金(51177141); 福建省自然科学基金(2010J01310); 中央高校基本科研业务项目(2010121041); 航空基金(2012ZD68003)

作者简介: 吴德会(1975—), 男, 博士, 副教授, 研究生导师, 研究方向为电气工程及机电装备;

陈俊(1988—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电气工程及机电装备;

游德海(1990—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电气工程及机电装备;

李超(1989—), 男, 硕士研究生, 研究方向为无损检测及电气工程。

通讯作者: 吴德会

## 0 引言

三相电压源脉冲宽度调制(pulse width modulation, PWM)逆变器已广泛应用于现代变频调速领域。由于电机的运行范围和动态性能很大程度上取决于逆变器输出电压的能力和质量,尤其是在弱磁运行阶段,采用过调制方式提高电源电压利用率是改善电机性能、获得更大电磁转矩的有效手段<sup>[1]</sup>。

国内外学者对此问题开展了丰富的研究,取得了卓有成效的进展。文献[2]中,Holtz将整个PWM过调制过程分为I和II两个阶段,每个阶段分别采用不同的控制策略,以保证逆变器输出电压随调制度变化的连续性。随后很多种过调制方法研究中,也都是继承了I和II两个阶段分区控制的策略。如Lee等研究了两个阶段基波电压和调制度之间的精确关系,实现全过调制的线性控制<sup>[3]</sup>。但是,这类方法为了得到过调制要求的控制角和保持角,在线计算量较大;而采用离线查表的方式,又限制了算法的实施精度<sup>[4]</sup>。为此,不少学者在两个阶段分区的基础上,又深入探讨控制角的简化计算。文献[5]中提出了一种基于面积等效原理的过调制控制角确定方法,简化的计算过程。文献[6]提出了一种基于基波电压幅值线性输出控制的空间矢量脉宽调制(Space Vector PWM, SVPWM)算法,方案较简单且易于数字化实现,有较强的实用性,但是输出的谐波含量偏高。文献[7-8]中讨论了一种多轨迹矢量叠加的过调制策略,分别在两分区中利用圆形轨迹,六边形轨迹和基本矢量的加权叠加以达到平滑过渡的目的,避免了控制角的求取。Bolognani提出另一种思路,将过调制区域作为一个整体来处理,避免分区以简化处理过程。其在文献[9]给出一种比较简单地实现过调制的不分区方法,但是该方法输出电压和调制度之间线性关系不强,而且谐波偏大,易增大电机的转矩脉动。

现有过调制研究多是建立在SVPWM调制原理的基础之上,以空间电压矢量的过调制为手段以进一步提高其电压利用率,因此均需要补充额外的“过调制算法”来实现<sup>[10]</sup>。但是,在PWM生成技术上,还存在另一类跟踪型PWM方法<sup>[11]</sup>,即通过逆变器输出状态的组合,使电机定子实际电流(或磁链)跟踪期望的基准电流(或磁链)轨迹,从而形成PWM波。在目前国内外文献的调研中,尚没有发现针对PWM方法是否可实现过调制、如何实现过调制、其过调制特性如何等问题进行有效的研究和解决方案。

课题组前期对磁链轨迹跟踪的调制原理进行推导,研究了磁链轨迹跟踪PWM方法的可行性,并就该方法生成PWM波的特性进行了系统分析<sup>[12]</sup>。本文在前期研究的基础上,进一步探讨了磁链轨迹跟踪型PWM方法的过调制实现,并就其过调制特性进行原始性的分析和推导。结果表明,与现有基于SVPWM的各类过调制方法不同,这种新的过调制策略可以统一处理线性区、过调制I区和II区的情况,能实现从线性调制到六阶梯模式的连续平滑过渡,而且新策略在抑制过调制谐波方面有一定的优势。

## 1 磁链轨迹跟踪的PWM调制方法

### 1.1 基本原理

在文献[12]中已对磁链轨迹跟踪的PWM调制方法进行了全面的阐述,详细内容可参考该文献。主要对其基本原理进行简介如下。

不妨设电机的三相驱动电压

$$U_{ref} = U_{ref} \left[ \cos(2\pi ft) \quad \cos\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \cos\left(2\pi ft - \frac{4\pi}{3}\right) \right]^T,$$

其中, $U_{ref}$ 为参考电压峰值, $f$ 为频率。若电机负载的磁链模型为 $f(\cdot)$ ,将该参考电压 $U_{ref}$ 作用于电机负载,则在电机定子内部产生的参考磁链 $\psi$ 为

$$\psi = f(U_{ref}). \quad (1)$$

典型的逆变器拓扑结构共有7个基本工作状态000(或111)、100、110、010、011、001、101,标记为 $\Gamma$ 。逆变器输出PWM电压矢量 $U_{out} = [U_U, U_V, U_W]^T$ 是状态矢量 $\Gamma$ 的函数,不妨记 $U_{out} = U(\Gamma)$ ,则由式(1)可知将 $U_{out}$ 作用于电机负载产生的实际磁链 $\varphi = f(U(\Gamma))$ 。则在采样周期 $\Delta t$ 内,电机负载实际磁链 $\varphi$ 的增量 $\Delta\varphi$ 可表示为

$$\Delta\varphi = \int_{t-\Delta t}^t d\varphi = \int_{t-\Delta t}^t f'(U(\Gamma)) dt = m(\Gamma), \quad (2)$$

式中 $m(\Gamma)$ 为逆变器状态 $\Gamma$ 的函数,称为磁链增量模型。

磁链轨迹跟踪就是通过一组连续的逆变器状态 $\Gamma$ ,使负载电机产生的实际磁链 $\varphi$ 接近参考磁链 $\psi$ ,那么逆变器的PWM输出 $U_{out}$ 就达到与 $U_{ref}$ 相当的效果<sup>[13]</sup>。图1中给出了磁链轨迹跟踪的PWM原理框图<sup>[12]</sup>。图中参考电压发生器产生标准的三相正弦参考电压 $U_{ref}$ ,并由电机磁链模型 $f(\cdot)$ 转换为参考磁链 $\psi$ 。再使用 $f(\cdot)$ 为磁链预测器,根据逆变器的PWM输出 $U_{out}$ 对外部电机负载磁链 $\varphi$ 进行预测,并与 $\psi$ 对比得到参考磁链增量 $\Delta\psi$ 。在不造成歧义的前提下,仍将 $\varphi$ 称为实际磁链。状态选择算法从逆变器7个基本工作状态中选择最佳结果 $\hat{\Gamma}$ ,

最后再由 IPM 逆变器驱动相应桥臂输出  $U_{out}$ 。

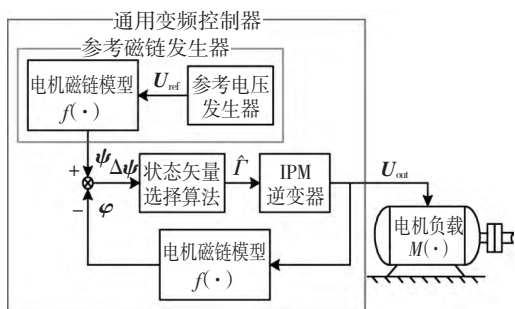


图 1 磁链轨迹跟踪的 PWM 波生成原理框图。

Fig. 1 Flux trajectory tracking of PWM schematic diagram

根据逆变器开关周期  $\Delta t$ , 对磁链轨迹跟踪过程进行离散化。不妨设当前时刻为  $n$ , 则记当前的参考磁链为  $\psi(n)$ , 实际磁链为  $\varphi(n)$ 。根据式 (2),  $\varphi(n)$  可通过

$$\varphi(n) = \varphi(n-1) + \Delta\varphi(n) = \varphi(n-1) + m(\Gamma_n) = \varphi(0) + \sum_{i=1}^n m(\Gamma_i) \quad (3)$$

计算得到。式中,  $\Delta\varphi(n)$  为当前实际磁链增量,  $\Gamma_i$  为第  $i$  时刻逆变器状态。

再定义磁链轨迹跟踪的误差函数

$$E(n) = \psi(n) - \varphi(n) = [\psi(n) - \varphi(n-1)] - \Delta\varphi(n) = \Delta\psi(n) - \Delta\varphi(n), \quad (4)$$

式中  $\Delta\psi(n) = \psi(n) - \varphi(n-1)$  为第  $n$  时刻的参考磁链增量。

因此在第  $n$  时刻, 可用  $E(n)$  的二次范数最小化作为优化目标来近似求解, 即有优化目标为

$$\min J(n) = \min \|E(n)\|^2 = \min \|\psi(n) - \varphi(n)\|^2 = \min \|\Delta\psi(n) - m(\hat{\Gamma})\|^2, \quad (5)$$

s. t.  $\hat{\Gamma} \in \{000(\text{或}111), 100, 110, 010, 011, 001, 101\}$ 。

通过判断  $\min J(n)$  来确定最佳状态矢量  $\hat{\Gamma}$ , 可使实际磁链  $\varphi$  能始终有效跟踪参考磁链  $\psi$ , 同时逆变器输出相对应的 PWM 波。如图 1 中所示, 参考磁链  $\psi$  和实际磁链  $\varphi$  均是电机磁链模型  $f(\cdot)$  的函数, 式 (5) 所示的工作状态选择准则等效为

$$\min J(n) = \min \|f(U_{ref}(n)) - f(U_{out}(n))\|^2. \quad (6)$$

很明显, 上式中的电机磁链模型  $f(\cdot)$  与负载真实特性  $M(\cdot)$  无关。因此该方法在实际应用中, 对所选用的磁链模型  $f(\cdot)$  的精度无特殊要求。

### 1.2 线性调制的实现

在文献 [12] 中选用  $u-i$  模型作为磁链模型  $f(\cdot)$ , 则参考磁链  $\psi$  在  $\alpha-\beta$  二轴系下的角度表达

式为

$$\psi(\theta) = \frac{\sqrt{3}U_{ref}}{2\pi f} \begin{bmatrix} \sin 2\pi ft \\ -\cos 2\pi ft \end{bmatrix} = \psi_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中  $\psi(\theta)$  亦被称为基准磁链圆,  $\theta = 2\pi ft$  为电角度

$\psi_m = \frac{\sqrt{3}U_{ref}}{2\pi f}$  为基准磁链圆半径。

再将  $u-i$  磁链模型代入式 (2), 可求解磁链增量模型为

$$\Delta\varphi = m(\Gamma) = \int_{t-\Delta t}^t U(\Gamma) dt = U(\Gamma) \Delta t = \begin{cases} 0, & \Gamma \text{ 为 } 000 \text{ 或 } 111, \\ \phi_m e^{j\gamma}, & \Gamma \text{ 为非零矢量.} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\phi_m = \sqrt{\frac{2}{3}}U_d\Delta t$  为磁链增量的模;  $U_d$  为直流侧母线电压;  $\gamma = \frac{k\pi}{3}$ ,  $k=0, 1, \dots, 5$ , 为 6 种非零工作状态对应的相位角。

不妨将参考磁链轨迹  $\psi(\theta)$  划分为 6 个扇区, 分别记为 I, II, III, IV, V 和 VI 扇区; 其中每个扇区包含 3 个候选工作状态, 记为  $\tilde{\Gamma}$ 。就以第 I 扇区 ( $0 \leq \theta < \frac{\pi}{3}$ ) 为例, 候选状态磁链增量为 0,  $\Delta\varphi(100)$  和  $\Delta\varphi(110)$ 。图 2 中给出了磁链跟踪和 SVPWM (五段法) 两种策略的跟踪(合成)过程。

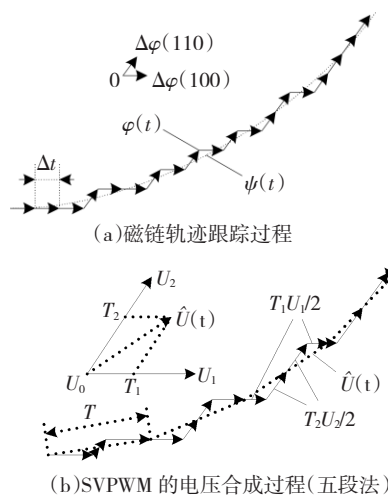


图 2 两种 PWM 调制方法的原理示意

Fig. 2 Two kinds of PWM modulation schematic diagram

若已知直流侧母线电压  $U_d$ 、采样时间  $\Delta t$ , 并已确定当前输出频率  $f$ 、幅度  $U_{out}$ , 则磁链轨迹跟踪的 PWM 生成可通过如下步骤实现。

准备工作: 确定电角度步进量  $\Delta\theta$ , 并由式 (8) 计算得到 7 种状态对应的磁链增量模型  $m(\Gamma)$ 。

步骤 1) 初始化。初始时刻  $n=0$ , 初始电角度  $\theta(0) = 0$ , 由式 (7) 计算参考磁链初值  $\psi(0)$  和实际

磁链初值  $\varphi(0)$ ;

步骤2) 相角更新。当前时刻  $n = n + 1$ , 当前电角度  $\theta(n) = n\Delta\theta = \theta(n - 1) + \Delta\theta$ , 并计算当前  $\theta(n)$  所处的扇区  $F_{an}$ ;

步骤3) 确定目标。由式(7)直接根据当前的电角度  $\theta(n)$  求取参考磁链  $\psi(n)$ , 再由式(4)中  $\Delta\psi(n)$  的定义可得当前参考磁链增量  $\Delta\psi(n) = \psi(n) - \varphi(n - 1)$ ;

步骤4) 状态选择。根据  $F_{an}$  扇区中3种候选状态  $\hat{\Gamma}(F_{an})$ , 分别确定与目标  $\Delta\psi(n)$  之间的跟踪误差  $\Delta E(\cdot)$ ; 求解优化目标(5) 得到最佳状态矢量  $\hat{\Gamma}$ ;

步骤5) 实施逆变。三相逆变器执行  $\hat{\Gamma}$  开关状态, 并维持输出  $\Delta t$  时间, 形成 PWM 波;

步骤6) 更新磁链。实施逆变之后, 实际磁链  $\varphi(n) = \varphi(n - 1) + m(\hat{\Gamma})$ ; 再返回步骤2)。

在文献[12]中, 已对磁链轨迹跟踪的调制过程进行了分析。分析结果表明, 方法所设置的基准磁链圆半径  $\psi_m$  存在上限  $\psi_{max} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi f \Delta t} \phi_m$ , 否则不能保持线性调制, 其调制波的相电压幅值满足  $U_{ref} \leq \frac{U_d}{\sqrt{3}}$ 。

定义逆变器调制度  $m^{[14]}$  为

$$m = \frac{U_{ref}}{2U_d} \frac{\pi}{\pi} \tag{9}$$

式中  $\frac{2U_d}{\pi}$  为六阶梯模式运行时输出基波电压幅值。

由此可得对应最大磁链圆半径  $\psi_{max}$  的电压调制度为  $0.9069^{[15]}$ , 线性调制的电压利用率与 SVPWM 方法一致, 比 SPWM 方法提高  $15.47\%$ 。具体推导参见文献[12] 在此本文不再赘述。

## 2 过调制的实现与性能分析

### 2.1 过调制 I 区

实际磁链  $\varphi$  在对  $\psi(\theta)$  的跟踪有两类误差: 相位误差(记为  $\Delta E_\theta$ ) 与径向误差(记为  $\Delta E_R$ )。为便于分析, 本文中定义出一个新的概念: 跟踪能力  $\delta(\theta)$ , 其取值为  $\Delta t$  时间内实际磁链  $\varphi$  在相角  $\theta$  上的最大跟踪半径。以 I 扇区为例, 由式(8)可知  $\varphi$

在  $0$  或  $\frac{\pi}{3}$  方向上的跟踪能力最强, 则有  $\delta(0) = \delta(\frac{\pi}{3}) = \phi_m$ ; 而在  $\frac{\pi}{6}$  方向上最弱, 则有  $\delta(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}\phi_m}{2}$ 。因此, 随相角  $\theta$  变化, 跟踪能力  $\delta(\theta)$  端点的

实际轨迹为边长  $\phi_m$  的正六边形。

因此, 当基准磁链圆  $\psi(\theta)$  半径超过  $\psi_{max}$  时, 实际磁链  $\varphi$  最先将在  $\frac{\pi}{6}$  方向附近产生跟踪的相位滞后  $\Delta E_\theta$ , 如图3(a)所示。但随着相角  $\theta$  接近  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\varphi$  跟踪能力  $\delta(\theta)$  得到回升, 可追赶  $\psi(\theta)$  并逐渐减小  $\Delta E_\theta$ 。在这个阶段,  $\varphi$  的轨迹仍是一个圆形轨迹, 与  $\psi(\theta)$  之间仅有跟踪的相位误差  $\Delta E_\theta$ , 无径向误差  $\Delta E_R$ 。本文中称该阶段为过调制 I 区。

后  $\Delta E_\theta$ , 如图3(a)所示。但随着相角  $\theta$  接近  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\varphi$  跟踪能力  $\delta(\theta)$  得到回升, 可追赶  $\psi(\theta)$  并逐渐减小  $\Delta E_\theta$ 。在这个阶段,  $\varphi$  的轨迹仍是一个圆形轨迹, 与  $\psi(\theta)$  之间仅有跟踪的相位误差  $\Delta E_\theta$ , 无径向误差  $\Delta E_R$ 。本文中称该阶段为过调制 I 区。

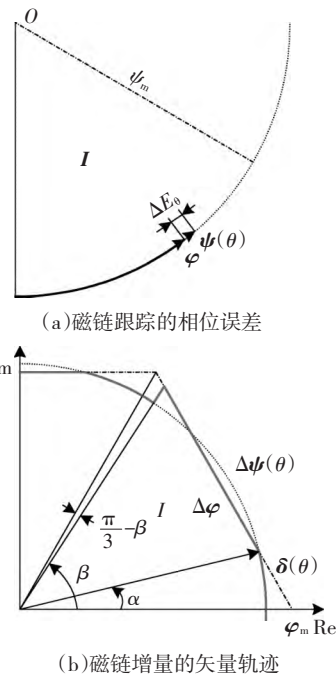


图3 过调制 I 区磁链轨迹跟踪示意  
Fig. 3 Diagram of flux trajectory tracking in the over modulation sector I

从矢量增量的角度来近似说明在过调制 I 区, 期望磁链增量  $\Delta\psi(\theta)$  与跟踪能力  $\delta(\theta)$  的关系。如图3(b)所示, 虚线为  $\Delta\psi(\theta)$  的圆形轨迹, 而正六边形点实线表示跟踪能力  $\delta(\theta)$ 。交角  $\alpha$  为  $\Delta\psi(\theta)$  和  $\delta(\theta)$  的交点与正六边形顶点之间的夹角。

当相角  $\theta \leq \alpha$  时, 说明磁链  $\varphi$  的跟踪能力  $\delta(\theta)$  大于  $\Delta\psi(\theta)$ , 可对基准磁链圆  $\psi(\theta)$  进行有效跟踪, 磁链增量  $\Delta\varphi$  沿圆弧运动。而虚线超出正六边形轨迹部分, 即  $\alpha < \theta \leq \frac{\pi}{3} - \alpha$ ,  $\Delta\varphi$  将被限制到正六边形边界

$\delta(\theta)$  上, 造成跟踪滞后  $\Delta E_\theta$ 。当  $\theta > \frac{\pi}{3} - \alpha$  时,  $\Delta\varphi$  仍沿六边形边界移动以减小  $\Delta E_\theta$ , 直到  $\Delta E_\theta = 0$  才重新回到给定的  $\Delta\psi(\theta)$  圆形轨迹上, 记此刻相角为  $\beta$ 。

则根据式(9)中调制度  $m$  的定义<sup>[14]</sup>, 可计算在过调制 I 区的实施磁链轨迹跟踪的平均调制度

$$m = \frac{\sqrt{3}\pi}{6(\beta - \alpha)} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)} d\theta. \quad (10)$$

其中, 相角  $\beta$  和  $\alpha$  应满足

$$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{\sqrt{3}\varphi_m}{2\cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)} d\theta = \frac{\sqrt{3}\varphi_m(\beta - \alpha)}{2\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}. \quad (11)$$

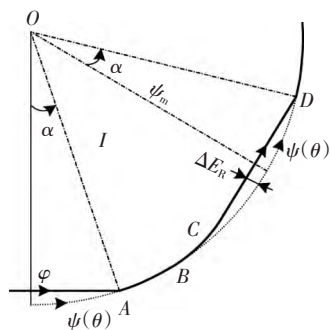
很明显, 当  $\beta = \frac{\pi}{3}$  时具有最大的调制度。由式(11)

可得此时  $\alpha = 0.2571$ , 并代入式(10)得  $m = 0.9401$ 。

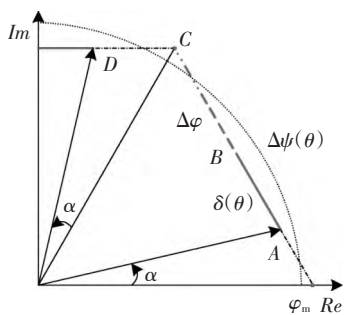
### 2.2 过调制 II 区

由上述分析可知, 若基准磁链圆  $\psi(\theta)$  半径  $\psi_m > \psi_{max}$ , 会使输出 PWM 波进入过调制区。此时, 磁链轨迹跟踪会产生相位误差  $\Delta E_{\theta}$ , 但无径向误差  $\Delta E_R$ , 实际调制度  $m \in (0.9069, 0.9401]$ 。若进一步加大基准磁链圆  $\psi(\theta)$  的半径  $\psi_m$ , 逆变器输出的 PWM 调制波又会有怎样变化。对此本文再开展如下分析。

此时, 在扇区范围内磁链  $\varphi$  的相位滞后过大, 无法再保持圆形轨迹进行跟踪, 势必引入额外的径向误差  $\Delta E_R$ , 称此阶段为过调制 II 区。



(a) 磁链跟踪轨迹



(b) 磁链增量的矢量轨迹

图 4 过调制 II 区磁链轨迹跟踪示意

Fig. 4 Diagram of flux trajectory tracking in the over modulation sector II

如图 4(a) 所示, 在过调制 II 区中, 磁链  $\varphi$  只有部分与基准磁链圆  $\psi(\theta)$  重叠。不妨设在 A 点  $\varphi$  通过连续实施跟踪能力最强的  $\Delta\varphi(100)$  追赶上  $\psi(\theta)$ , 称此时的相角为保持角  $\alpha$ 。则在 AB 段  $\varphi$  以圆形轨迹进行跟踪, 但随着相位误差  $\Delta E_{\theta}$  的积累,  $\varphi$  在 B 点被

迫转向内圆, 其轨迹脱离基准磁链圆  $\psi(\theta)$ , 径向误差  $\Delta E_R$  逐渐增大。到达 C 点后,  $\varphi$  再次被迫通过连续实施增量  $\Delta\varphi(110)$  进行跟踪, 直到与  $\psi(\theta)$  重合于 D 点; 此时  $\varphi$  的跟踪能力最强且轨迹最短。

对应的磁链增量  $\Delta\varphi$  的矢量轨迹如图 4(b) 所示。在 AB 段,  $\Delta\varphi$  依相角  $\theta$  逐渐沿正六边形边界  $\delta(\theta)$  移动; 过 B 点之后,  $\Delta\varphi$  在相角上不能保持完全跟随, 而是快速移动到正六边形的顶点 C, 并保持一段时间, 以获得期望的调制度。随后, 当基准圆  $\psi(\theta)$  旋转过  $\alpha$  之后, 磁链增量  $\Delta\varphi$  再跳变到 D 点并沿六边形边界移动, 往复上述过程。

### 3 六阶梯波调制的实现

由上述过调制 II 区的特性可知, 若保持角  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ , 则磁链增量  $\Delta\varphi$  将直接在正六边形的 6 个顶点上跳变。很明显, 此时逆变器工作在六阶梯模式下<sup>[16]</sup>, 可达到最大调制度  $m = 1$ 。下面将分析磁链跟踪的保持角  $\alpha$  是否能达到  $\frac{\pi}{6}$ , 何时能达到  $\frac{\pi}{6}$ 。

不妨假设存在极限磁链圆, 记其半径为  $\psi_{lim}$ ; 当基准磁链圆  $\psi(\theta)$  半径  $\psi_m > \psi_{lim}$  时, 磁链跟踪的保持角  $\alpha$  将达到  $\frac{\pi}{6}$ , 其轨迹为正六边形。很明显, 该正六边形磁链每条边由单一非零状态矢量保持  $\frac{\pi}{3\Delta\theta}$

次, 边长为  $\frac{\pi\varphi_m}{3\Delta\theta}$ 。则根据  $\psi_{max}$  的定义, 可得正六边形磁链的内接圆半径  $r$  和外接圆半径  $R$  分别为

$$r = \frac{\pi\varphi_m \cos\frac{\pi}{6}}{3\Delta\theta} = \frac{\pi\psi_{max}}{3}, \quad R = \frac{\pi\varphi_m}{3\Delta\theta} = \frac{2\pi\psi_{max}}{3\sqrt{3}}. \quad (12)$$

由式(12)可以看出, 最大磁链圆  $\psi_{max}$  并非正六边形磁链的内接圆, 极限磁链圆  $\psi_{lim}$  亦非其外接圆, 上述三者的几何关系如图 5(a)。

在图 5(a) 中, 不妨记磁链  $\varphi$  运动到正六边形顶点 A 时的相角为  $\theta$ ; 在此之前,  $\varphi$  一直以  $\Delta\varphi(100)$  为增量跟踪基准磁链圆  $\psi(\theta)$ , A 点之后将改由以增量  $\Delta\varphi(110)$  进行跟踪, 并维持到下一顶点。则由顶点 A 可作增量  $\Delta\varphi(100)$  和  $\Delta\varphi(110)$  的等分线  $L_1$  (垂直于 OA), 并交磁链圆  $\psi(\theta)$  于 B 点。根据轨迹跟踪的准则可知, 若  $\varphi$  在顶点 A 改变跟踪方向, 则其跟踪目标  $\psi(\theta)$  必处于 B 点附近。因此, 可根据几何关系建立约束条件为

$$\psi_m = |OB| = \frac{|OA|}{\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{2r}{\sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$\frac{\pi\phi_m}{3\Delta\theta\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)} \quad (13)$$

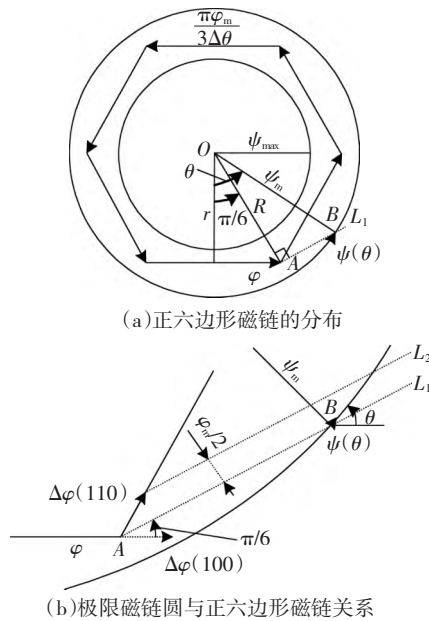


图 5 六阶梯模式实现的原理示意

Fig. 5 Schematic diagram of the six step model

如图 5 (b) 所示,当基准磁链  $\psi(\theta)$  跨越等分线  $L_1$  之后,其在  $L_1$  法方向上需要有比  $\Delta\varphi(110)$  更快的运动速度以跨越下一等分线  $L_2$ ,以使  $\Delta\varphi(110)$  可维持到下一顶点。因此,基准磁链圆半径  $\psi_m$  应满足另一约束条件

$$\psi_m \Delta\theta \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \geq \|\Delta\varphi(110)\| \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\varphi_m}{2} \quad (14)$$

合并约束条件式 (13) 和式 (14),并整理可得

$$\psi_m \geq \sqrt{\frac{\pi^2}{9} + \frac{1}{4} \frac{\phi_m}{\Delta\theta}} = \psi_{lim} = \sqrt{\frac{2\pi^2}{27} + \frac{1}{6} \frac{U_d}{2\pi f}} \quad (15)$$

通过上述证明,使磁链  $\varphi$  跟踪为正六边形轨迹的极限磁链圆是存在的,其半径  $\psi_{lim}$  可由式 (15) 进行计算。若基准磁链圆  $\psi(\theta)$  的半径  $\psi_m > \psi_{lim}$ ,  $\varphi$  实际跟踪结果已到极限,将输出六阶梯调制的 PWM 波。

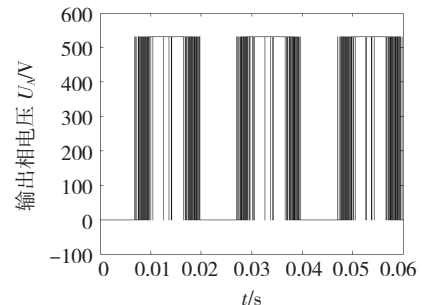
## 4 实验结果与讨论

### 4.1 线性调制实验

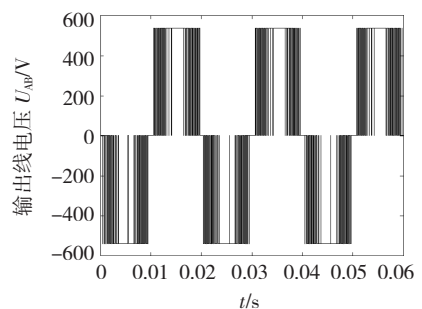
为了验证本文所讨论调制策略的有效性,在 Matlab/SIMULINK 环境下建立仿真模型进行验证。仿真参数:输入为三相对称电源,其线电压为 380 V/50 Hz;开关频率为 20 kHz;输出频率为 50 Hz,输出电压峰值 310 V。此时,输出电压对应调制度为 0.906 9,逆变器工作在线性区。

实验负载选用三相对称星形连接异步电机负载

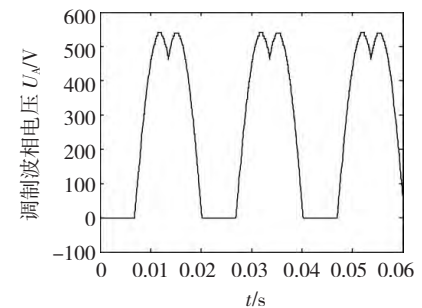
模型。其中电机模型相关参数为:额定相电压 220 V,额定转速 1 440 r/min,额定功率 4 kW,2 对极;定子电阻 0.50  $\Omega$ ,定、转子电感 50 mH,互感 50 mH,转动惯量 0.030  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。实验结果中相电压  $U_A$  和线电压  $U_{AB}$  波形分别如图 6 (a) 和图 6 (b) 所示。



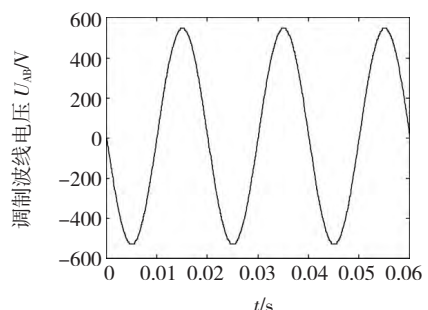
(a)相电压 PWM 波形(五段法)



(b)线电压 PWM 波形



(c)相电压调制波(五段法)



(d)线电压等效的调制波

图 6 线性调制输出结果

Fig. 6 Linear modulation output

由图 6 (a) 和 6 (b) 中可看出,虽然磁链轨迹跟踪的 PWM 调制机理与 SVPWM 方法不同,但逆变器实际输出相电压  $U_A$  和线电压  $U_{AB}$  的 PWM 波形与 SVPWM 方法的非常相似,其等效的相电压调制波

亦为与 SVPWM 方法类似的马鞍形(如图 6(c)所示)。而且如图 6(d)所示,该方法进行线性调制时,输出的线电压调制波呈现较理想的正弦波形。

### 4.2 过调制实验

再设置仿真模型的调制度  $m$  从 0.88 到 1.0 变化(每间隔 0.01 实验 1 次),该组实验包括线性区、过调制 I 区、过调制 II 区及六阶梯模式运行模式,实验输出的 PWM 波形如图 7 所示。

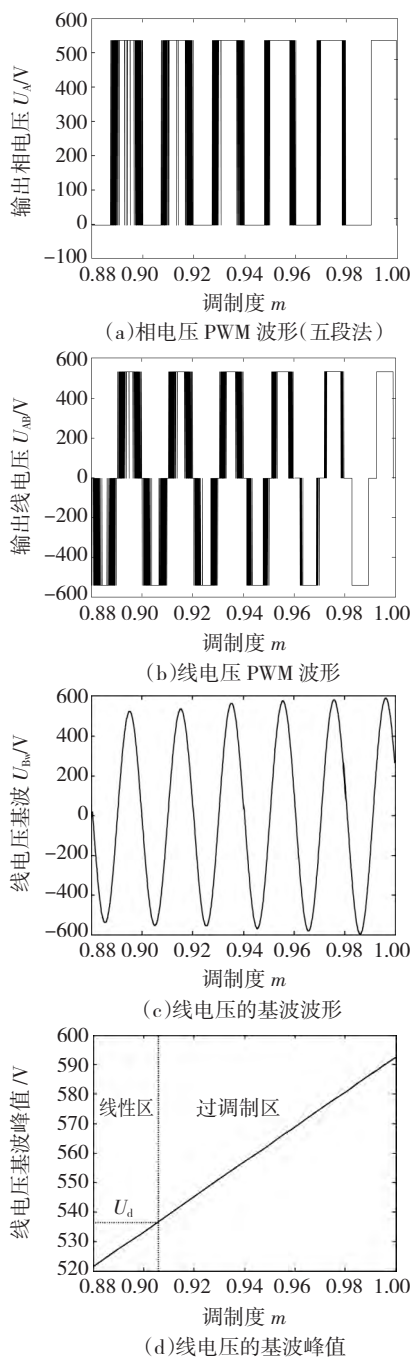


图 7 新方法中调制度  $m$  对输出波形的影响  
Fig. 7 Effect on the output waveform by the  $m$

从图中不难看出,采用本文所提过调制策略,可以实现从线性调制区到过调制 I 区,过调制 II 区,直

至六阶梯模式的连续平滑过渡。

当调制度  $m$  为 0.9 以下时,实验输出的基波电压峰值小于母线电压  $U_d$  (537 V)。随着调制度  $m$  的增加,实验结果中相电压  $U_A$  和线电压  $U_{AB}$  PWM 波形中的脉冲数逐渐减少,输出的基波电压峰值趋于增加;最后当调制度  $m = 1$  时,逆变器相电压输出为六阶梯波,基波幅值达到 592 V,与理论值接近。

再调整调制度  $m$  从 0.88 到 1 变化(每隔 0.01 实验一次)时,实际绘制的基波峰值曲线如图 7(d)所示。从该图中亦不难看出,新方法调制的 PWM 基波峰值与调制度  $m$  之间能保持较好的线性关系。

### 4.3 误差分析

由本文仿真实验条件可计算最大磁链圆半径  $\psi_{max} = 1.2096$  和极限磁链圆半径  $\psi_{lim} = 1.6208$ 。根据实验中实测的  $\varphi$  跟踪轨迹数据,再在  $\alpha - \beta$  平面上进行绘制,其分布如图 8 所示。

如图 8(a)所示,磁链  $\varphi$  与基准磁链圆  $\psi(\theta)$  在线性区吻合良好,此时输出的 PWM 亦呈现较好的正弦调制。虽然在过调制 I 区(如图 8(b)所示)  $\varphi$  能实现圆形轨迹跟踪,但是跟踪过程存在已相位滞后  $\Delta E_\theta$ 。随着调制度  $m$  进一步加大,  $\varphi$  跟踪轨迹逐渐从基准圆中脱离出来。图 8(c)中所示过调制 II 区的  $\varphi$  跟踪轨迹已经存在比较明显的径向跟踪误差  $\Delta E_R$ 。当基准圆半径达到  $\psi_{lim}$  时,  $\varphi$  跟踪结果为正六边形轨迹(如图 8(d)所示),逆变器亦为六阶梯波 PWM 输出。

为量化跟踪误差,进行该组实验时,我们定义最大跟踪误差  $\|\Delta E\|_{max} = \max \|\Delta E(n)\|$ 。重新设置仿真模型的调制度  $m$  从 0.01 到 1.0 变化(每间隔 0.01 实验 1 次),该组实验包括全部的线性区、过调制 I 区、过调制 II 区及六阶梯模式运行模式。绘制磁链  $\varphi$  跟踪跟踪的实际最大误差  $\|\Delta E\|_{max}$  与调制度  $m$  分布曲线如图 9 所示。

从图 9 中可以看出,线性调制时( $m \leq 0.9069$ ),磁链  $\varphi$  跟踪的最大误差  $\|\Delta E\|_{max}$  虽有波动,但始终控制在稳定的范围内,此时有较高品质的正弦调制波输出。而当调制度  $m > 0.9069$  时,随着跟踪相位误差  $\Delta E_\theta$  的引入,  $\|\Delta E\|_{max}$  有近似线性的增加。此时输出的 PWM 波存在较小畸变,系统工作在过调制 I 区。而在过调制 II 区( $m > 0.9401$ ),由于  $\varphi$  跟踪过程出现径向误差  $\Delta E_R$ ,造成  $\|\Delta E\|_{max}$  迅速增加,输出 PWM 波形畸变亦较严重。从该图中也可以看出,三个区域的跟踪误差分布特点差别较显著,因此本文中提出的线性工作区、过调制 I 区及过调制 II 区的理论分界与实验测试结果是吻合的。

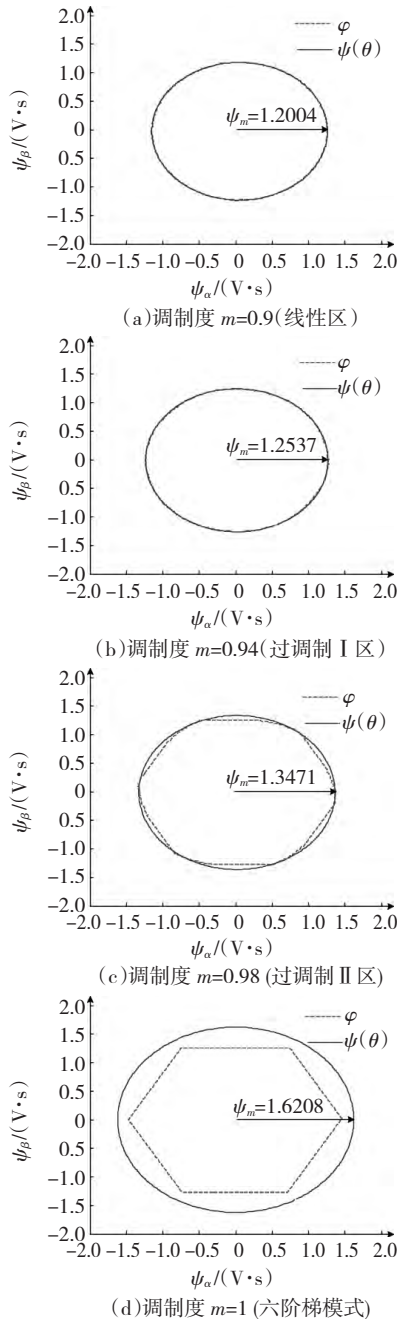


图 8 磁链轨迹及其跟踪在  $\alpha-\beta$  平面上的分布

Fig. 8 Flux Trajectory and its tracking distribution on the plane  $\alpha-\beta$

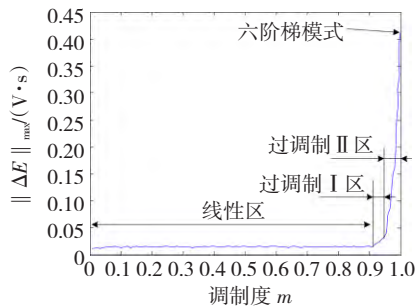


图 9 最大磁链跟踪误差与调制度的关系

Fig. 9 The relationship between maximum flux tracking error and modulation degree

4.4 输出 PWM 波形的 THD 分析

定义总谐波畸变率  $THD = \frac{\sqrt{U^2 - U_r^2}}{U_r}$  其中  $U$  为输出电压有效值,  $U_r$  为输出基波电压的有效值。在实验过程中改变调制度  $m$ , 并对其输出的调制波线电压进行 THD 分析, 其结果如图 10 所示。

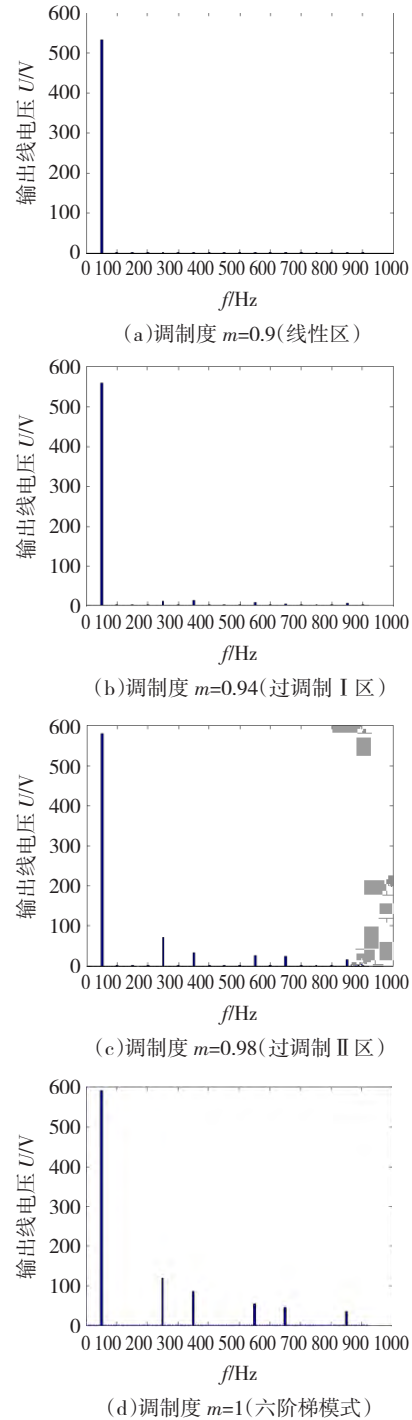


图 10 不同调制度的输出线电压 FFT 分析结果

Fig. 10 Line voltage FFT analysis in different modulation degrees

由图 10(a) 可见, 所提新方法进行线性调制的



谐波分量含量比较少,总谐波畸变率 THD 仅为 0.98%,其等效的调制波波形非常接近正弦。图 10 (b) 为调制度  $m=0.94$  (过调制 I 区) 时输出线电压 FFT 分析的结果,可以看出此时输出线电压仅有轻微的 5 次和 7 次谐波,THD 为 3.36%。从图 10 (c) 不难看出,在过调制 II 区引入了较明显的低次谐波 (5 次、7 次、11 次、13 次等),且总的 THD 随调制度  $m$  的增大而增大。逆变器工作在六阶梯模式下输出线电压的 THD 分析如图 10 (d) 所示,其 THD 达到最大为 31.09%。虽然六阶梯模式存在较大谐波分量,但基波幅值得到有效提高,能最大限度地利用直流母线电压。

重新设置新方法仿真模型的调制度  $m$  从 0.9 到 1.0 变化 (每间隔 0.001 实验 1 次)。同时,记录不同调制度  $m$  下输出调制波型的 THD 值,绘制谐波强度与调制度关系曲线图,并与现有常见几种过调制算法结果进行对比<sup>[6,7,8]</sup>,其结果如图 11 所示。

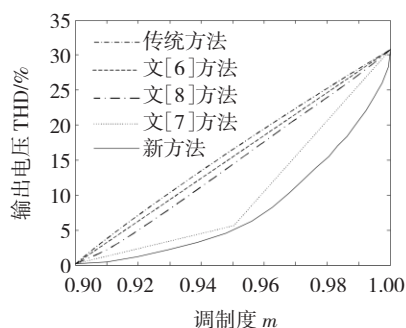


图 11 输出线电压 THD 与调制度关系

Fig. 11 The relation between line voltage THD and modulation degree

虽然在进行过调制性能分析时,分别讨论了过调制 I 区和 II 区的情况。但是,本文中并没有独立的“过调制算法”,只是通过调整基准磁链圆来实现。因此,与现有方法的结果不同,从线性区到六阶梯模式 ( $0.9 \leq m \leq 1$ ),新方法的 THD 曲线呈连续光滑。

当调制度  $m \leq 0.9069$  或者  $m=1$  时,几种 PWM 过调制策略输出的波形基本相同,所以谐波含量也相等。在现有方法中,目前文献 [7] 中讨论的叠加 SVPWM 过调制算法具有公认的较佳谐波抑制效果。如图 11 所示,在过调制 I 区和 II 区的过渡区域,叠加 SVPWM 过调制算法生成的调制波与新方法类似。但是,本文所提过调制策略使磁链  $\varphi$  亦尽可能逼近基准磁链圆  $\psi(\theta)$ ,因此其在调制区内部 (尤其是过调制 II 区) 的 THD 曲线呈凹弧线分布,具有更小的谐波畸变。

#### 4.5 物理实验

为了验证所提过调制的可行性和有效性,实际设计逆变系统加以验证。根据本文给出的实施步骤,利用 DSP 芯片 TMS320F2812 进行编程。采用 IGBT 管 K40T120 作为功率开关器件,并由专用 3 相桥式驱动器 IR2233S 提供激励控制,DSP 管脚和 IR2233S 之间用 M456 光耦隔离。实验中的逆变实验系统如图 12 所示。

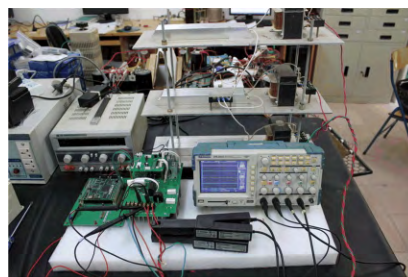


图 12 实际阻感性负载的逆变实验系统

Fig. 12 Experimental system of the actual inductance load

物理实验中使用阻感性器件作为三相负载,以验证所提过调制策略的通用性。实验参数如下:电网电压三相 380 V,开关频率 9 kHz,负载电感  $L=120$  mH,内阻  $r < 0.1 \Omega$ ,串接的电阻  $R=100 \Omega$ 。利用数字示波器 TPS2014 监测逆变系统实际输出波形的电压和电流量,设置示波器有效采样频率 50 kHz,采样长度 2 000 点 (0.4 s)。图 13 为所提过调制策略分别在线性区、过调制 I 区、过调制 II 区及六阶梯模式时,逆变系统实际输出的电压和电流波形。

图 13 中由上到下的 4 个通道依次为第一通道: A 相电流  $I_A$ ,第二通道: B 相电流  $I_B$ ,第三通道: A 相相电压  $U_A$ ,第四通道: A、B 相线电压  $U_{AB}$ 。

从图 13 (a) 中可见,在线性调制区中,实际阻感性负载的激励电压波形与仿真结果吻合较好。而且此时负载相电流也呈现较好的正弦特性,实测其总谐波畸变率 THD 仅为 1.29%。而随着过调制度  $m$  的不断加深,输出电压  $U_r$  不断提高,实际作用在负载上的相电流  $I_A$  和  $I_B$  幅值也逐渐增大 (如图 13 (b) ~ 13 (d) 所示),说明本文所提的过调制策略可以更好地利用母线电压。但从实际负载电流的品质来看,随着过调制度  $m$  增大,其谐波含量显著增加,波形畸变趋于明显。在图 1 (d) 中,逆变器系统已成功运行在六阶梯波模式,实现了最大基波电压输出,此时实测阻感性负载电流波形的总谐波畸变率 THD 达到 11.0%。该物理实验验证了所提的策略在过调制技术上的有效性。

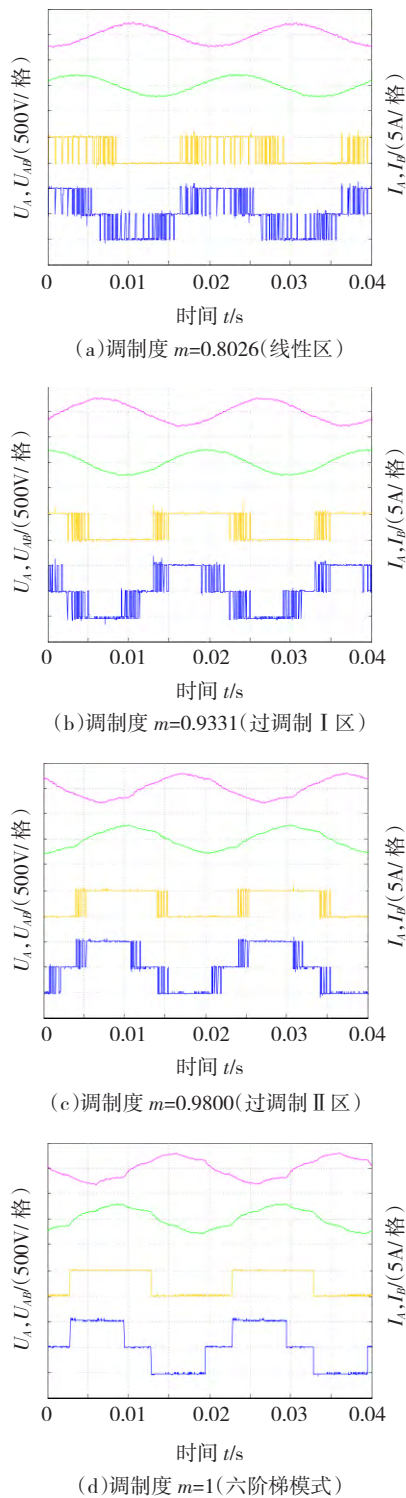


图 13 逆变系统实际输出的电压和电流波形

Fig. 13 The actual output voltage and current waveforms

## 5 结论

1) 本文讨论了一种基于磁链轨迹跟踪的过调制新策略。与现有过调制方法不同,该策略并非以空间电压矢量合成为手段,而是通过调整跟踪型 PWM 方法的参考轨迹来实现过调制。

2) 与目前基于 SVPWM 的过调制技术相比,新

策略并没有引入额外的过调制算法,可以统一处理线性区、过调制 I 区、过调制 II 区及六阶梯模式的情况。只需调整基准轨迹的半径,新策略就可以实现从线性调制到六阶梯波输出的连续平滑过渡,是一种“无过调制算法”的过调制策略。

3) 与现有过调制区域的划分不同,新策略根据实际误差分布的理论分析,将调制度  $m=0.9401$  作为过调制 I 区和 II 区的分界。经实际测试,理论分界与实验结果吻合。

4) 该策略在线性调制和六阶梯模式下,调制效果与 SVPWM 方法相当。但在过调制区,具有基波峰值和调制度间的线性关系好,输出谐波含量低的优点,其输出电压的 THD 明显小于常规过调制方法。

## 参考文献:

- [1] CARRASCO G, SILVA C A. Space vector PWM method for five-phase two-level VSI with minimum harmonic injection in the overmodulation region[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(5): 2042-2053.
- [2] HOLTZ J, LOTZKAT W, KHAMBADKONE A. On continuous control of PWM inverters in the overmodulation range including the six-step mode[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1993, 8(4): 546-553.
- [3] LEE D C, LEE G M. A novel overmodulation technique for space-vector PWM inverters[J]. IEEE Transactions on Power Electron, 1998, 13(6): 1144-1151.
- [4] CHIANG G T, ITOH J I. Comparison of two overmodulation strategies in an indirect matrix converter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(1): 43-53.
- [5] 王旭东,张思艳,余腾伟. SVPWM 过调制中控制角算法的分析与应用[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(12): 63-74.  
WANG Xudong, ZHANG Siyan, YU Tengwei. Control angle algorithm of SVPWM over modulation analysis and application[J]. Electric Machines and Control, 2010, 14(12): 63-74.
- [6] 张立伟. 基于基波电压幅值线性输出控制的 SVPWM 过调制新算法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(19): 12-18.  
ZHANG Liwei. A novel algorithm of SVPWM inverter in the overmodulation region based on fundamental voltage amplitude linear output control[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(19): 12-18.
- [7] 樊扬,瞿文龙,陆海峰. 基于叠加原理的 SVPWM 过调制算法[J]. 清华大学学报, 2008, 48(4): 461-464.  
FAN Yang, QU Wenlong, LU Haifeng. SVPWM over-modulation algorithm based on superposition principle[J]. J Tsinghua University, 2008, 48(4): 461-464.
- [8] 戴钱坤,葛红娟,李光泉. 基于多轨迹矢量加权的矩阵变换器过调制策略[J]. 电工技术学报, 2011, 26(4): 100-106.  
DAI Qiankun, GE Hongjuan, LI Guangquan. Over-Modulation strategy of matrix converter based on multi-orbit vector weighted

- [J]. Transactions of China Electro-technical Society, 2011, 26(4): 100-106.
- [9] BOLOGNANI S. Novel digital continuous control of SVM inverters in the overmodulation range [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1997, 33(2): 525-530.
- [10] BEIG A R. Synchronized SVPWM algorithm for the overmodulation region of a low switching frequency medium-voltage three-level VSI[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(12): 4545-4554.
- [11] 刘学功, 张俊洪, 赵镜红. 磁链跟踪 PWM 法中的谐波分析 [J]. 电机与控制学报, 2003, 7(1): 14-17.  
LIU Xuegong, ZHANG Junhong, ZHAO Jinghong. Analysis of harmonics in flux trajectory PWM [J]. Electric Machines and Control, 2003, 7(1): 14-17.
- [12] 吴德会, 柳振凉, 夏晓昊, 等. 一种磁链轨迹跟踪的 PWM 新方法及其特性分析 [J]. 电机与控制学报, 2013, 17(6): 107-116.  
WU Dehui, LIU Zhenliang, XIA Xiaohao, et al. PWM method of flux linkage trajectory tracking and analysis of its characteristics [J]. Electric Machines and Control, 2013, 17(6): 107-116.
- [13] XIAO S, YANG G, ZHOU H, et al. An LVRT control strategy based on flux linkage tracking for DFIG-based WECS [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(7): 2820-2832.
- [14] JIDIN A, IDRIS N, RUMZI N, et al. Simple dynamic overmodulation strategy for fast torque control in DTC of induction machines with constant-switching-frequency controller [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2011, 47(5): 2283-2291.
- [15] SUN K, WEI Q, HUANG L, et al. An overmodulation method for PWM-inverter-fed IPMSM drive with single current sensor [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(10): 3395-3404.
- [16] LIU H, ZHU Z Q, MOHAMED E, et al. Flux-weakening control of nonsalient pole PMSM having large winding inductance, accounting for resistive voltage drop and inverter nonlinearities [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2012, 27(2): 942-952.

(编辑: 于智龙)