

两种脉冲涡流轴对称有限元模型比较

Comparison of Two Axisymmetrical Finite Element Models for Pulsed Eddy Current Simulation

罗敏芳¹, 黄琳², 李岩松¹, 曾志伟¹ (1. 厦门大学 物理与机电工程学院, 福建 厦门 361005; 2. 厦门金鹭特种合金有限公司, 福建 厦门 361100)

Luo Min-fang¹, Huang Lin², Li Yan-song¹, Zeng Zhi-wei¹ (1. School of Physics and Mechanical & Electrical Engineering, Xiamen University, Fujian Xiamen 361005; 2. XIAMEN GOLDEN EGRET SPECIAL ALLOY CO., LTD., Fujian Xiamen 361100)

摘要 脉冲涡流检测技术是近年来发展迅速的一种新型涡流检测技术。由于其激励信号频谱宽广,不同频率分量的涡流能够渗透到不同深度,使其检测信号包含更丰富的深度方向的缺陷信息,在航空维修等工业领域有着重要的意义。对脉冲涡流检测的仿真可以指导脉冲涡流检测技术的研究。本文利用二维轴对称模型,介绍了脉冲涡流有限元仿真的两种方法—傅里叶变换法和时间步进法,并详细比较了这两种方法的优缺点。

关键词 脉冲涡流; 傅里叶变换法; 时间步进法

中图分类号: TG115.28

文献标识码: A

文章编号: 1003-0107(2013)05-0017-03

Abstract: Pulsed eddy current testing (PECT) is one of the new techniques of eddy current testing. Thanks to the large amount of frequency components, the response signal contains rich information about defect and material properties along the depth direction. Therefore the PECT plays a significant role in the maintenance of aircrafts, nuclear power plants and so on. This paper introduces the two main methods used in the finite element modeling of PECT. Comparison of the methods is given.

Key words: Pulsed Eddy Current; Fourier Transform Method; Time-Stepping Method

CLC number: TG115.28

Document code: A

Article ID: 1003-0107(2013)05-0017-03

0 引言

脉冲涡流检测技术是在多频涡流检测技术的基础上发展而来的,它采用脉冲信号作为激励,相对传统的单频和多频涡流检测,在缺陷的检测、镀层厚度的测量及导体导电率的测量上更具优势^[1],而且其应用成本更低,因此在无损检测领域受到广泛关注,成为现代无损检测技术的一个重要研究方向。随着计算机及计算方法的快速发展,数值仿真由于其研究设备简单、仿真成本低等特点逐渐被应用到各个领域。国内外采用数值仿真方法研究脉冲涡流问题也越来越普遍。早在 1985 年, B. Allen 等人就在有限元技术的基础上,对一个激励线圈和接收线圈位于导电板两侧的脉冲涡流检测模型作了二维轴对称仿真,他们在数值计算中采用了两种方法:一种是傅里叶变换法,另一种则是时间步进法,并通过

实验对这两种方法的计算结果进行验证^[2]。1990 年, R. Ludwig 和 X. Dai 针对无限厚区域的二维轴对称情况,采用时间步进法计算模型,利用加权余量有限元法计算出了磁矢量位及脉冲涡流分布。同年,他们又采用混合有限元及有限差分计算模型对金属导体中的脉冲涡流分布进行了仿真计算,并且分析了不同的检测探头提离和材料参数下的脉冲涡流变化情况^[3-4]。2004 年, H. Tsuboi 和 J. P á v ó 等人采用轴对称模型,对脉冲涡流检测铝板的问题进行仿真,他们分别应用了傅里叶变换和时间步进计算方法,计算结果与实验数据能够吻合。通过对这两种方法进行分析比较,发现傅里叶变换法在计算精度上优于时间步进法^[5]。国内方面,在 2006 年,郑岗和赵亮以轴对称问题为背景,利用脉冲涡流响应实现了对被检金属厚度的测量^[6]。2008 年,国防科技大学的罗飞路团队利用轴对称模型,研究了层叠导体脉冲涡流检测的

基金项目: 本论文的研究工作受航空科学基金项目资助(批准号 2009ZD68004)

作者简介: 罗敏芳(1988-),男,硕士研究生,研究方向为无损检测;

黄琳(1988-),女,储备干部,硕士,研究方向为刀具设计;

李岩松(1987-),男,硕士研究生,研究方向为无损检测;

曾志伟(1974-),男,教授、博士生导师,研究方向为无损检测。

响应,分别采用了时间步进与傅里叶变换这两种计算方法,通过对比表明傅里叶变换法更为快速有效^[7]。

1 有限元仿真

根据麦克斯韦方程组,可以推导出针对线性、各向同性材料涡流检测的偏微分控制方程,用修正磁矢量位 A 表示为:

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 A - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = -J_s \quad (1)$$

在式(1)中 μ 和 σ 分别表示材料的磁导率和电导率, J_s 为源电流密度, ∇^2 是拉普拉斯算子。

轴对称情况中 A 与 J_s 都仅有周向分量,分别记为 A 和 J_s ,于是矢量方程(1)简化为标量方程。标量拉普拉斯算子在圆柱坐标下可以展开为:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \quad (2)$$

因此有:

$$v \left(\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{A}{r^2} \right) - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = -J_s \quad (3)$$

其中 v 为磁阻率,等于磁导率的倒数。式(3)即为涡流检测在轴对称情况中的微分控制方程。采用有限元方法时,单元 e 中任意位置的磁矢量位 A^e 可以用单元各节点上的值 A_j^e 与形函数 N_j^e 表示为:

$$A^e = \sum_{j=1}^{n^e} N_j^e A_j^e \quad (4)$$

其中 n^e 是单元的节点数。根据变分原理,推导出式(3)的等效积分形式为^[8]:

$$\int_{\Omega} \left[v \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{N_i}{r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{N_j}{r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + \frac{N_i N_j}{r^2} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) A_j + \sigma N_i N_j \frac{dA_j}{dt} \right] dr dz \quad (5)$$

$$= \int_{\Omega} N_i J_s dr dz$$

将其用矩阵的形式表示为:

$$[S]\{A\} + [C] \frac{d\{A\}}{dt} = [Q] \quad (6)$$

在脉冲涡流数值仿真中,求解方程(6)时,目前主要有两种方法,即时间步进法与傅里叶变换法。时间步进法的中心思想是将方程(6)中对 A 的微分代之以差分,将脉冲激励离散成有限个时间点,直接在时域上求解方程。傅里叶变换法则是先通过傅里叶变换求出脉冲激励的频谱,取频谱中的各个频率分量分别计算,然后将各频率分量的结果累加之后再作傅里叶反变换,从而获得脉冲激励的响应。

1.1 时间步进法

根据时间步进法的求解思想,用修正磁矢量位 A 对时间的差分来代替方程(6)中对时间的导数,即:

$$\frac{d\{A\}}{dt} = \frac{1}{\Delta t} (\{A\}_{t+\Delta t} - \{A\}_t) \quad (7)$$

在式(7)中, Δt 为时间步长,也就是时域上对脉冲激励离散的采样周期。将式(7)代入方程(6)可得时间步进法的求解方程^[2-3]:

$$[[S] + \frac{1}{\Delta t} [C]]\{A\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C]\{A\}_t + [Q]_{t+\Delta t} \quad (8)$$

1.2 傅里叶变换法

方程(6)对于角频率为 ω 的正弦稳态情况,可以变形为:

$$[[S] + j\omega [C]]\{A\} = [Q] \quad (9)$$

通过式(9)可以计算出激励脉冲各个频率分量的响应,将所有频率分量的频域响应相加再对其和作傅里叶反变换,即可得脉冲激励的时域瞬态响应。

1.3 数值仿真

在数值仿真中,我们采用如图 1 所示的轴对称模型。探头包括外侧的激励线圈和内侧的接收线圈。铝板上有一半径为 5mm、深度为 2mm 的上表面缺陷。为了对比,我们保持模型结构不变,另外做了一组无缺陷情况的仿真。

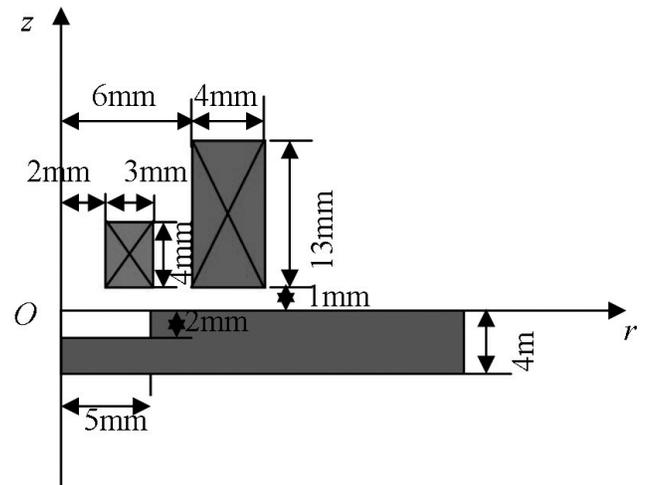


图 1 有限元仿真模型及其网格

在仿真过程中,我们要给激励线圈加载如图 2 所示的方波脉冲,其周期为 10ms、占空比为 50%。当采用时间步进法计算时,先对方波以 $10 \mu s$ 的采样周期进行离散,激励方波以时域离散点的形式加载给线圈,利用方程(8)计算出各离散点的瞬态响应,即可得方波的响应信号。利用傅里叶变换法时,则先对图 2 所示的方波脉冲进行傅里叶变换,方波激励以多个频率分量的形式加载

给线圈, 然后对每一频率分量利用方程(9)计算其各自响应, 通过对各频率响应叠加再作傅里叶反变换, 可得到方波的瞬态响应信号。将这两者的计算结果进行对比, 如图 3 所示。

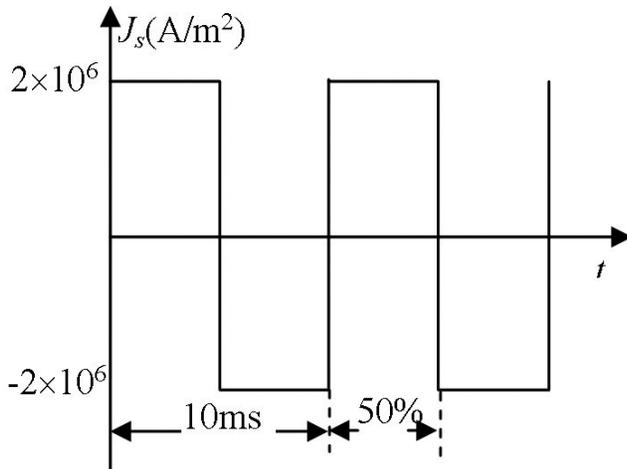


图 2 方波激励信号

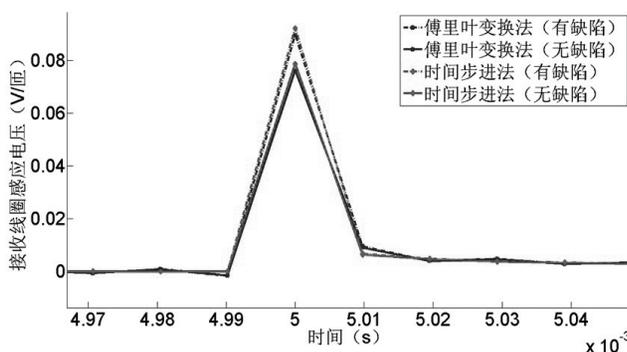


图 3 两种方法计算结果对比

2 两种计算模型比较

从图 3 来看, 在误差允许范围内, 傅里叶变换法与时间步进法在二维轴对称脉冲涡流仿真中的计算结果吻合, 在此基础上, 针对本文的仿真问题, 我们对这两种有限元计算模型在以下几个方面进行了对比: (1) 在模型网格相同、脉冲激励采样周期一样的情况下, 采用时间步进法的计算时间明显长于傅里叶变换法, 而且对时间步进法而言, 其初值是自定的, 因此前几个时间点的计算结果是不可信的; (2) 从时间步进法的方程可以看出, 其每一步的计算都与上一步的结果有关, 因此比较难于实现并行计算。而傅里叶变换法则是每个频率分量单独计算, 彼此之间互不影响, 实现并行计算则相对容易得多; (3) 采用时间步进法时, 整个计算过程只需生成一次刚度矩阵。而傅里叶变换法的刚度矩阵与计算频率相关, 则必须在计算每个频率点时重新生成一次, 这对于网格较大的情况尤其是三维问题, 将占用大量的时

间; (4) 时间步进法的计算过程直观, 可以直接由计算结果观察瞬态响应。而采用傅里叶变换法时, 需要先对脉冲激励作傅里叶变换, 最后结果还需要再作傅里叶反变换才能得到瞬态响应, 过程相对繁琐; (5) 采用傅里叶变换法, 可以很方便地观察响应信号的频域特征, 依据频域特征进行缺陷的识别, 而且还可以直接单独计算感兴趣的频率点。时间步进法则无法做到这一点。

3 总结

本文介绍了脉冲涡流轴对称有限元分析的傅里叶变换法和时间步进法。它们在计算结果上表现相当, 但在处理程序上各有优劣。理论上, 这两种方法都可以推广到三维有限元分析, 但这将面临许多实际困难。三维模型的待求解未知量个数和系统矩阵都远比轴对称模型的庞大, 计算耗时要长得多。如果三维模型中的探头含有磁芯, 计算效率将进一步明显降低。笔者正在努力解决这些问题。

参考文献:

- [1] BOWLER J, JOHNSON M. Pulsed Eddy-Current Response to A Conducting Half-Space[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1997, 33(3): 2258-2264.
- [2] ALLEN B, IDA N, LORD W. Finite Element Modeling of Pulsed Eddy-Current NDT Phenomena [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1985, 21(6): 2250-2253.
- [3] LUDWIG R, DAI X W. The Numerical and Analytical Modeling of Pulsed Eddy-Currents in A Conducting Half-Space [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1990, 26(1): 299-307.
- [4] DAI X W, LUDWIG R, PALANISAMY R. Numerical Simulation of Pulsed Eddy-Current Nondestructive Testing Phenomena [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1990, 26(6): 3089-3096.
- [5] Tsuboi H, Seshima N, Sebesty  n I, et al. Transient Eddy-Current Analysis of Pulsed Eddy-Current Testing by Finite Element Method[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2): 1330-1333.
- [6] 郑岗, 赵亮. 金属厚度的脉冲涡流无损检测研究[J]. 传感器与微系统, 2006, 25(4): 35-37, 40.
- [7] 张玉华, 孙慧贤, 罗飞路. 层叠导体脉冲涡流检测中探头瞬态响应的快速计算[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(36): 129-134.