

# 拉伸率及曲率对预混火焰参数的影响分析

王培勇<sup>1,2</sup> Robert Pitz<sup>2</sup> 李琼<sup>3</sup> 陈明<sup>1</sup>

(1. 厦门大学航空系, 福建 厦门 361005;

2. Department of Mechanical Engineering, Vanderbilt University, Nashville, USA 37235;

3. 华侨大学机电及自动化学院, 福建 厦门 361021)

**摘要** 本文假设简单流场和一步化学反应机理, 采用渐进分析法计算了三种特定的拉伸或曲面预混火焰 (平面火焰、管式火焰和球面火焰) 的火焰速度和火焰温度。火焰速度和火焰温度可以通过两个耦合的非线性代数方程用简单的数值方法求解。基于火焰曲面效果的物理分析, 将得到的分析结果拓展到一般曲面火焰, 给出了曲面拉伸火焰的火焰速度和火焰温度的曲率效果关联式。通过关联式对平面拉伸火焰的参数进行修正, 可以得到任意曲面拉伸火焰的火焰速度和火焰温度。

**关键词** 火焰拉伸效果; 火焰曲率效果; 优先扩散; 预混火焰; 火焰速度

**中图分类号:** TK16 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-231X(2013)02-0367-05

## Analysis of the Stretch and Curvature Effects on Premixed Flame Parameters

WANG Pei-Yong<sup>1,2</sup> Robert Pitz<sup>2</sup> LI Qiong<sup>3</sup> CHEN Ming<sup>1</sup>

(1. Department of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China;

2. Department of Mechanical Engineering, Vanderbilt University, Nashville 37203, USA;

3. College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

**Abstract** Based on a simple flow assumption and one-step high-activation energy chemistry, the flame speed and flame temperature of three specific stretched and curved premixed flames (the planar flame, the tubular flame, and the spherical flame) are predicted by asymptotic analysis. The expressions for flame speed and flame temperature are two coupled nonlinear equations and they can be solved easily with a simple numerical method. To extend the asymptotic solutions to generally curved flames, correlations on flame speed and flame temperature of the stretched and curved flame are given. With these correlations, the flame speed and flame temperature of any curved and stretched flame can be predicted from information of stretched planar flames.

**Key words** flame stretch effect; flame curvature effect; preferential diffusion; premixed flame; flame speed

## 0 引言

层流预混火焰的拉伸效果已经得到广泛深入的研究, 比如 Law<sup>[1]</sup> 通过数值和实验的方法研究了火焰拉伸对预混火焰参数的影响, 同时也使用积分分析法对其进行了理论分析。文献 [2]~[5] 给出了更严密的渐进分析推导, 并由 Clavin<sup>[6]</sup> 进行了总结。渐进分析法能够分析一般流场, 提供详细的火焰参数表述, 但是渐进线分析法只能基于较小的拉伸率, 曲率或 Lewis 数偏离, 这限制了它的适用范围。对于对冲火焰流场的特定情况, Tien<sup>[7]</sup> 研究了火焰速度对于拉伸率变化的响应。

本文采用渐进分析法重点研究火焰曲率效果对

火焰参数的影响。通过研究三种特定火焰 (平面火焰、管式火焰、球面火焰) 推导出火焰速度和火焰温度的表达式。为把结论扩展到任意拉伸的曲面火焰, 在物理分析的基础上得出曲面拉伸预混火焰的火焰温度、火焰速度的关联式, 该关联式适用于任意拉伸率、曲率和 Lewis 数的火焰。

## 1 反应区

在任意预混火焰的反应区内, 对流换热可以忽略并且假设反应是一步完成,  $v_1 m_1 + v_2 m_2 \rightarrow$  product。其中  $v_1$  和  $v_2$  代表化学当量系数,  $m_1$  和

收稿日期: 2012-01-15; 修订日期: 2013-01-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.51106131); 中央高校基本科研业务费专项资金资助 (No.2010121045)

作者简介: 王培勇 (1976-), 男, 副教授, 博士, 主要从事湍流燃烧机理及 NO<sub>x</sub> 排放研究。通信作者: 李琼, 专任教师, qiongli@hqu.edu.cn

$m_2$  是反应物, 其中  $m_1$  反应完全;  $y_1$  和  $y_2$  分别是反应物  $m_1$  和  $m_2$  的质量分数.  $y_{10}$  和  $y_{20}$  是组分  $y_1$  和  $y_2$  的初始质量分数;  $w_1$  和  $w_2$  是物质  $m_1$  和  $m_2$  的分子量.

$$y_{10}Q = c_p(T_b^0 - T_u) \quad (1)$$

$$\varpi = v_1 w_1 (\rho y_1 / w_1)^{n_1} (\rho y_2 / w_2)^{n_2}.$$

$$B(T) \exp(-T_a/T) \quad (2)$$

其中  $n_1$  和  $n_2$  是经验反应阶数.

$$T' = (T - T_u)/(T_b - T_u) = \theta/\theta_b, \quad y' = 1 - y_1/y_{10} \quad (3)$$

$$-\rho D_1 (d^2 y' / dx^2) - \varpi / y_{10} = 0 \quad (4)$$

$$-\rho a (T_b - T_u)/(T_b^0 - T_u) \cdot (dT' / dx^2) - \varpi / y_{10} = 0 \quad (5)$$

其中  $\rho D_1$  和  $\rho a$  是常数, 由式 (4) 和式 (5) 得:

$$\rho D_1 (d^2 y' / dx^2) = \rho a' (d^2 T' / dx^2) \quad (6)$$

其中  $a' = a(T_b - T_u)/(T_b^0 - T_u)$ .

边界条件: 在燃尽区

$$y' = T' = 1, \quad dy'/dx = dT'/dx = 0 \quad (7)$$

从燃尽区到预热区积分式 (6) 两次得到:

$$\rho D_1 (y' - 1) = \rho a' (T' - 1), \quad y_1 = y_{10} Le_1' (1 - T') \quad (8)$$

$$Le_1' = a'/D_1 = (T_b - T_u)/(T_b^0 - T_u) Le_1$$

同理,  $y_2 = y_2^* + (y_{20} - y_2^*) Le_2' (1 - T')$ ,  $y_2^*$  是组分  $m_2$  的残余质量分数. 从式 (5) 可以得出:

$$d^2 T' / dx^2 = \varpi / (y_{10} \rho a')$$

$$\Rightarrow (dT' / dx)^2 \Big|_{\text{reaction}} = \int_{1^-}^1 2\varpi / (y_{10} \rho a') dT'$$

$$2\varpi / (y_{10} \rho a') \approx 2v_1 w_1^{1-n_1} w_2^{-n_2} \rho_b^{n_1+n_2} y_{10}^{n_1} Le_1'^{n_1}.$$

$$(1 - T')^{n_1} \cdot [y_2^* + (y_{20} - y_2^*) Le_2' (1 - T')]^{n_2}.$$

$$B(T_b) \cdot \exp(-T_a/T_b).$$

$$\exp[-T_a(T_b - T_u) \cdot (1 - T')/T_b^2] / (y_{10} \rho a') \quad (9)$$

对于当量比  $|\phi - 1| \gg 1/\beta$  (Zeldovich 数  $\beta = T_a(T_b - T_u)/T_b^2$ ) 的火焰, 其质量分数  $y_2 = y_2^* + (y_{20} - y_2^*) Le_2' (1 - T') \approx y_2^*$  可以视为常数.

$$\Omega = 2v_1 w_1^{1-n_1} w_2^{-n_2} \rho_b^{n_1+n_2} y_{10}^{n_1} Le_1'^{n_1} y_2^{*n_2}$$

$$B(T_b) \exp(-T_a/T_b) / (y_{10} \rho a') \quad (10)$$

$$(dT' / dx)^2 \Big|_{\text{reaction}} = \Omega \int_{1^-}^1 (1 - T')^{n_1} \cdot \exp[-\beta(1 - T')] dT'$$

$$dT' \approx \Omega / \beta^{n_1+1} \cdot \int_0^\infty X^{n_1} \exp(-X) dX \\ = \Omega \Gamma_{n_1+1} / \beta^{n_1+1} \quad (11)$$

$$\lambda dT' / dx = \lambda (d\theta / dx) / \theta_b \Rightarrow |\lambda d\theta / dx| \\ = |\lambda \theta_b dT' / dx| = \lambda \theta_b (\Omega \Gamma_{n_1+1} / \beta^{n_1+1})^{0.5} \quad (12)$$

## 2 平面拉伸火焰

对于均匀拉伸且冷流拉伸率为  $k$  的稳态平面拉伸预混火焰, 设  $x$  轴为火焰扩散方向; 密度, 温度, 组分浓度等火焰参数仅为  $x$  的函数. 其势流场为:  $k = k_y + k_z$ ;  $\rho v = \rho_u k_y y$ ;  $\rho w = \rho_u k_z z$ ;  $\rho u = -\rho_u k x$ ;  $u, v, w$  是  $x, y, z$  方向的速度.

在预热区, 反应放热可忽略, 能量守恒表达式:

$$-\rho_u c_p k x (d\theta / dx) = \lambda (d^2 \theta / dx^2)$$

其中,  $\theta = T - T_u$  是相对温度,  $c_p$  和  $\lambda$  是比热容和导热系数.

能量守恒为:

$$d^2 \theta / dx^2 + kx/a \cdot (d\theta / dx) = 0 \quad (13)$$

对于正拉伸率火焰, 边界条件为:

$$x = \infty, \quad \theta = 0, \quad d\theta / dx = 0; \quad x = x_b, \quad \theta = \theta_b$$

其中,  $a = \lambda / (\rho_u c_p)$  是热扩散系数,  $x_b$  为反应面坐标,  $\theta_b = T_b - T_u$ ,  $T_b$  是火焰温度.

质量守恒:

$$d^2 f / dx^2 + kx/D \cdot (df / dx) = 0 \quad (14)$$

$$x = \infty, \quad f = f_0, \quad df / dx = 0, \quad x = x_b, \quad f = 0$$

其中,  $f$  是完全反应组分的质量分数,  $D$  是完全反应组分的质量扩散率 (假设  $\rho D$  为常数).

将边界条件带入上述守恒方程的解为:

$$\theta = \theta_b.$$

$$\left[ 1 - \operatorname{erf} \left( x \sqrt{k/2/a} \right) \right] / \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( x_b \sqrt{k/2/a} \right) \right] \quad (15)$$

$$f = f_0 \left[ \operatorname{erf} \left( x \sqrt{kLe/2/a} \right) - \operatorname{erf} \left( x_b \sqrt{kLe/2/a} \right) \right] / \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( x_b \sqrt{kLe/2/a} \right) \right] \quad (16)$$

火焰面的能量平衡方程为:

$$-\lambda(dT/dx)|_{x=x_b} = \rho D Q (df/dx)|_{x=x_b};$$

$$f_0 Q = c_p \theta_b^0 \quad (17)$$

其中  $Q$  为完全反应组分的反应热。从而得出火焰温度的表达式:

$$\theta_b/\theta_b^0 = 1/\sqrt{Le} \cdot \exp[kx_b^2(1 - Le)/2/a] \cdot [1 - \operatorname{erf}(x_b\sqrt{k/2a})]/[1 - \operatorname{erf}(x_b\sqrt{kLe/2a})] \quad (18)$$

上标 0 代表经典一维非拉伸平面火焰, 且  $Le = a/D$ 。

使用经典一维平面火焰的数值或实验数据, 将拉伸火焰与非拉伸平面火焰做对比可以得到火焰速度。

$$\rho_u S_u^0 c_p \theta_b^0 = |\lambda(d\theta/dx)|_{x=x_b}^0$$

$$= \lambda \theta_b^0 (\Omega_0 \Gamma_{n_1+1} / \beta_0^{n_1+1})^{0.5} \quad (19)$$

$$|\lambda(d\theta/dx)|_{x=x_b} = \lambda \theta_b (\Omega \Gamma_{n_1+1} / \beta^{n_1+1})^{0.5} \quad (20)$$

$$|\lambda(d\theta/dx)|_{x_b} / |\lambda(d\theta/dx)|_{x_b}^0 = |\lambda(d\theta/dx)|_{x_b} / (\rho_u S_u^0 c_p \theta_b^0) = \theta_b / \theta_b^0 [(\beta_0/\beta)^{n_1+1} \Omega / \Omega_0]^{0.5} \quad (21)$$

对于  $|\phi - 1| > 1/\beta$  的预混火焰来说:

$$\Omega / \Omega_0 = B(T_b) / B(T_b^0) \cdot \exp[-T_a(1/T_b - 1/T_b^0)] \cdot (T_b^0/T_b)^{n_1+n_2} (\theta_b/\theta_b^0)^{n_1-1} \quad (22)$$

其中,  $T_a$  是活化温度,  $B(T)$  是化学反应率的频率因子, Zeldovich 数  $\beta = T_a(T_b - T_u)/T_b^2$ ;  $n_1$  和  $n_2$  是反应物 1(完全反应组分) 和反应物 2 的经验反应阶数。

从式 (19)~ 式 (20) 可以得到:

$$\lambda \exp(-kLe x_b^2/2a) \cdot \sqrt{2kLe/a/\pi} / (\rho_u S_u^0 c_p Le) / [1 - \operatorname{erf}(x_b\sqrt{kLe/2a})] = F(T_b) \quad (23)$$

$$F(T_b) = [B(T_b)/B(T_b^0)]^{0.5} \exp[-T_a/2 \cdot (1/T_b - 1/T_b^0)] (\beta_0/\beta)^{(n_1+1)/2} (\theta_b/\theta_b^0)^{(n_1+1)/2} (T_b^0/T_b)^{(n_1+n_2)/2} \quad (24)$$

一般来说,  $B(T) \propto T^m$ ,  $F(T_b)$  中的指数项起决定作用; 其他项的乘积接近于 1, 即:

$$F(T_b) \approx \exp[-T_a/2 \cdot (1/T_b - 1/T_b^0)]$$

火焰温度  $T_b$  和火焰面坐标  $x_b$  能够通过耦合数值求解式 (18) 和式 (23) 得到。通过式 (15) 和流场表达式可以算出在  $\theta/\theta_b = 0.01$  位置的火焰速度  $S_u$ 。

### 3 曲面拉伸火焰 (管式火焰)

对于拉伸的曲面预混火焰比如拉伸管式火焰<sup>[8,9]</sup>, 扩散方向沿  $r$  坐标, 且火焰参数如密度、温度、物质浓度仅为  $r$  的函数。在  $z$  和  $\phi$  方向上的流动发散引起了火焰拉伸。其势流流场假设为:

$$k = k_z + k_\phi, \quad v = \rho_u k_z z / \rho + q_1(r, \phi)$$

$$w = \rho_u k_\phi r \phi / \rho + q_2(r, z), \quad \rho r u = -[\rho_u k r^2 / 2 + A]$$

其中,  $u, v, w$  是  $r, z, \phi$  坐标上的速度。常数  $A$  可以用来改变火焰曲率 ( $r = r_s = \sqrt{-2A/(\rho_u k)}$ ,  $u = 0$ ;  $r_s$  是流场的滞止半径)。

$$\rho r u = -(\rho_u k r^2 / 2 + A) = -\rho_u k / 2 \cdot (r^2 - r_s^2) \quad (25)$$

预热区能量守恒:

$$\rho c_p u (d\theta/dr) = \lambda / r \cdot [d(rd\theta/dr)/dr] \quad (26)$$

将式 (25) 代入式 (26) 得:

$$r d^2\theta/dr^2 + (kr^2/2a + Ac_p/\lambda + 1) \cdot (d\theta/dr) = 0 \quad (27)$$

$$r d^2f/dr^2 + (kr^2/2D + A/\rho_u/D + 1) \cdot (df/dr) = 0 \quad (28)$$

对于正曲率火焰 (火焰面凸向未燃区), 边界条件为:

$$r = \infty, \quad \theta = 0, \quad d\theta/dx = 0, \quad f = f_0, \quad df/dx = 0$$

$$r = r_b, \quad \theta = \theta_b, \quad f = 0$$

使用边界条件和守恒方程求解得:

$$\theta = \theta_b \int_r^\infty r^{B1} \exp(-kr^2/4a) dr / \int_{r_b}^\infty r^{B1} \exp(-kr^2/4a) dr \quad (29)$$

$$f = f_0 \int_{r_b}^r r^{B2} \exp(-Lekr^2/4a) dr / \int_{r_b}^\infty r^{B2} \exp(-Lekr^2/4a) dr \quad (30)$$

$$B1 = -A/(\rho_u a) - 1; \quad B2 = -ALe/(\rho_u a) - 1$$

依据式 (17) 得到火焰温度:

$$\theta_b/\theta_b^0 = 1/Le \cdot r_b^{B2-B1} \exp[kr_b^2(1 - Le)/4a] \int_{r_b}^\infty r^{B1} \exp(-kr^2/4a) dr / \int_{r_b}^\infty r^{B2} \exp(-Lekr^2/4a) dr \quad (31)$$

按照推导式 (23) 同样的步骤可以得到:

$$\lambda r_b^{B2} \exp[-kr_b^2 Le/4/a]/[\rho_u S_u^0 c_p Le \cdot \int_{r_b}^{\infty} r^{B2} \exp(-Le kr^2/4/a) dr] = F(T_b) \quad (32)$$

求解式 (31) 和式 (32) 就能够获得火焰温度  $T_b$  和火焰坐标  $r_b$ ; 利用式 (25) 和式 (29) 可以得出在  $\theta/\theta_b = 0.01$  位置的火焰速度  $S_u$ 。

#### 4 曲面拉伸火焰 (球面火焰)

按照管式火焰同样的步骤能够推导出球面火焰的解析解。对于正拉伸正曲率的球面火焰:

$$\rho r^2 u = -(\rho_u k r^3/3 + A) = -\rho_u k/3 \cdot (r^3 - r_s^3) \quad (33)$$

$$\theta_b/\theta_b^0 = 1/Le \cdot \exp[kr_b^2(1 - Le)/6/a(B2 - B1)/r_b] \frac{\int_{r_b}^{\infty} r^{-2} \exp(-kr^2/6/a + B1/r) dr}{\int_{r_b}^{\infty} r^{-2} \exp(-Le kr^2/6/a + B2/r) dr} \quad (34)$$

$$\lambda r_b^{-2} \exp[-kr_b^2 Le/6/a + B2/r_b]/[\rho_u S_u^0 c_p Le \cdot \int_{r_b}^{\infty} r^{-2} \exp(-Le kr^2/6/a + B2/r) dr] = F(T_b) \quad (35)$$

$$B1 = A/(\rho_u a); \quad B2 = ALe/(\rho_u a)$$

$$r = r_s = \sqrt[3]{-3A/(\rho_u k)} \text{ 处, } u = 0$$

#### 5 关联式

预混火焰中拉伸效果的影响依赖于流场发散率, 对于平面火焰, 流场发散率与  $Ka = k\delta/S_b$  ( $\delta$  是火焰厚度) 呈正比<sup>[9]</sup>。正、负曲率分别起到加强或减弱拉伸效果的作用, 其影响与  $\delta/r_b$  呈正比。对于给定的预混物, 火焰速度  $S_b$  和火焰温度  $T_b$  是  $Ka$  和  $\delta/r_b$  的函数; 对于管式火焰, 流场发散率为:  $m_2/m_3 = (1 + 0.5\delta/r_b)Ka\rho_u/\rho_b$ 。

对于一般的曲面火焰, 用火焰面曲率半径替换火焰半径, 用经验常数  $\alpha$  替换常数 0.5, 其中  $\alpha$  的值依赖于预混物成分以及火焰半径与火焰厚度的定义。于是流场发散率变为:  $m_2/m_3 = [1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka\rho_u\rho_b$ 。其中  $\mathbf{n}$  是火焰面的单位法向量; 火焰曲率  $\nabla \cdot \mathbf{n}$  ( $r = r_b$  处) 对于正负曲率分别是正负数值。

预混火焰参数依赖于流场发散率, 即:

$$\begin{aligned} T_b &= f_1\{[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka\} \\ S_b &= f_2\{[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka\} \end{aligned} \quad (36)$$

如果两种火焰的预混物成分相同, 且修正后的 Karlovitz 数  $[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka$  相同, 那么它们的火焰速度和火焰温度应该相同。对于火焰速度  $S_u$  有:

$$\begin{aligned} m_1 &= \rho_u S_u A_u = m_2 + m_3 = \{\rho_u/\rho_b[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})] \\ &Ka + 1\}m_3 = \{\rho_u/\rho_b[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka + 1\}\rho_b S_b A_b \\ S_u A_u/A_b &= \{[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka + T_u/T_b\}S_b = \\ &f_3\{[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka\} \end{aligned} \quad (37)$$

$A_u/A_b$  是预混物侧和产物侧的面积比; 对于平面火焰其值为 1; 对于管式火焰:  $A_u/A_b = r_u/r_b = 1 + \delta(\nabla \cdot \mathbf{n})$ ; 对于球面火焰:  $A_u/A_b = (r_u/r_b)^2 \approx 1 + \delta(\nabla \cdot \mathbf{n})$ ; 对于一般曲面火焰:  $A_u/A_b = 1 + \delta(\nabla \cdot \mathbf{n}) + o[\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})] \approx 1 + \delta(\nabla \cdot \mathbf{n})$ 。

考虑到流场发散率对火焰速度和火焰温度的影响可能不同, 更一般的表达式为:

$$T_b \propto [1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka;$$

$$S_u A_u/A_b \propto [1 + \beta\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]Ka \quad (38)$$

其中  $\alpha$  和  $\beta$  是单位量级的正常数; 它们的数值依赖于预混物的物性参数, 火焰半径和火焰厚度的定义方法, 且与火焰如何弯曲及曲率大小没有关系。

如果火焰曲率的绝对值不是非常大, 那么曲面火焰和平面火焰  $\delta/S_b$  的区别很小, 可以通过系数  $\alpha$  和  $\beta$  将差别吸收。拉伸率为  $k$  的曲面火焰的火焰温度和修正拉伸率为  $[1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]k$  的平面拉伸火焰温度几乎相同; 火焰修正速度  $S_u A_u/A_b$  和修正拉伸率为  $[1 + \beta\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]k$  的火焰速度相同。

$$T_b \propto [1 + \alpha\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]k$$

$$S_u A_u/A_b \propto [1 + \beta\delta(\nabla \cdot \mathbf{n})]k$$

以上等式较之前的形式 (式 (36) 和式 (37) 或式 (38)) 更简单有效: 因为不需要  $S_b$  的数值, 且真实火焰的  $S_b$  很难得到。根据上式, 就可以确定任意曲面火焰的温度和速度。对比对冲火焰和其他曲面火焰比如管式火焰或者球面火焰可以得到  $\alpha$  和  $\beta$  的值。

#### 6 计算示例

下面给出当量比为 0.4 的  $H_2$ /空气预混火焰的计算示例。参照文献 [1], 活化温度  $T_a \approx 18000$  K,  $Le \approx 0.33$ 。从软件 CHEMKIN 的 PREMIX 程序得到  $T_b^0 = 1418$  K,  $S_u^0 = 0.199$  m/s。比热容和导热系数由燃烧产物和预混物的平均温度以及平均组分计算得

到; 一般  $m=0$ ,  $n_1=1$ ,  $n_2=1$ 。为了验证以上火焰曲率的关联式, 图 1 到图 4 分别对比了平面火焰, 正曲率火焰和负曲率火焰 (正、负曲率管式火焰的流场滞止半径分别是  $r_s=0$  和  $r_s=1.75$  mm; 正、负曲率球面火焰的流场滞止半径分别是  $r_s=0.6$  mm 和  $r_s=2$  mm)。图 1 和图 2 为以上几种火焰的火焰温度和火焰速度  $S_u$  随拉伸率变化趋势。图 3 和图 4 为基于修正 Karlovitz 数的火焰温度和修正火焰速度的对比。从图 1 和图 2 可以看出这五种火焰有着显著区别, 尤其是火焰速度。图 3 和图 4 的曲线吻合良好, 说明对于同样的修正 Karlovitz 数, 不同火焰的火焰温度和修正火焰速度几乎相同。

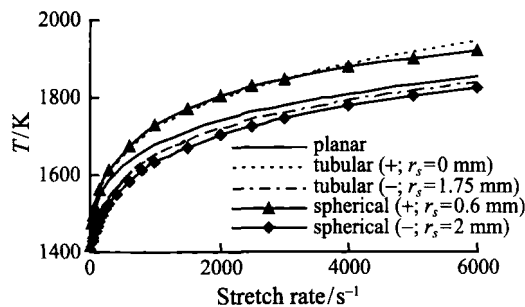


图 1 平面和曲面火焰的火焰温度随拉伸率变化  
Fig. 1 Flame temperature variation with stretch rate

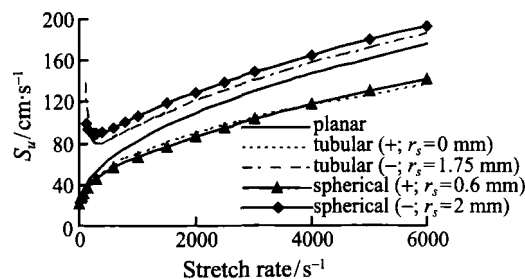


图 2 平面和曲面火焰的火焰速度  $S_u$  随拉伸率变化  
Fig. 2 Flame speed variation with stretch rate

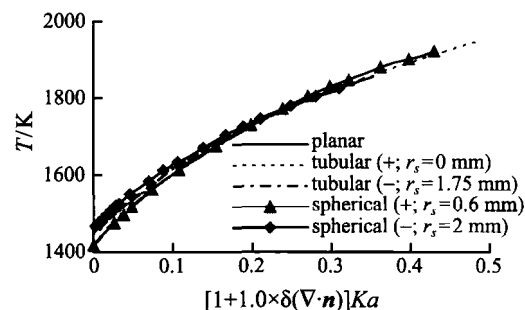


图 3 平面和曲面火焰的火焰温度随修正  $Ka$  数变化  
Fig. 3 Flame temperature variation with corrected  $Ka$

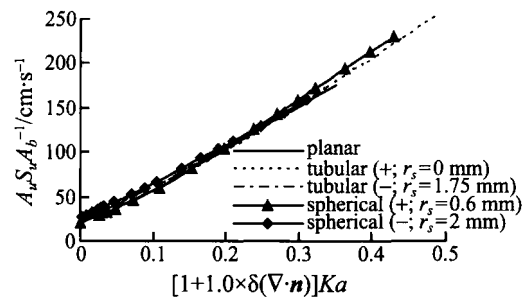


图 4 平面和曲面火焰的修正火焰速度随修正  $Ka$  数变化  
Fig. 4 Corrected flame speed variation with corrected  $Ka$

## 7 结 论

本文针对拉伸的平面火焰、管式火焰和球面火焰, 采用渐进分析法得到了火焰温度、火焰速度的耦合表达式。基于物理分析推导了一般的拉伸曲面预混火焰的火焰温度、火焰速度的关联式。通过比较不同曲率  $H_2$ /空气预混火焰, 验证了关联式的有效性。使用关联式可以通过经典的对冲平面火焰的火焰温度和火焰速度预测出任意的拉伸曲面火焰的火焰温度和火焰速度。

## 参 考 文 献

- [1] Law C K, Sung C J. Structure Aerodynamics, and Geometry of Premixed Flamelets [J]. Progress in Energy and Combustion Science, 2000, 26: 459-505
- [2] Sivashinsky G I. On a Distorted Flame Front as a Hydrodynamic Discontinuity [J]. Acta Astronautica, 1976, 3: 889-918
- [3] Buckmaster J D. Slowly Varying Laminar Flames [J]. Combustion and Flame, 1977, 28: 225-239
- [4] Clavin P, Williams F A. Effects of Molecular Diffusion and of Thermal Expansion on the Structure and Dynamics of Premixed Flames in Turbulent Flows of Large Scale and Low Intensity [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 116: 251-282
- [5] Matalon M, Matkowsky B J. Flames as Gasdynamic Discontinuities [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 124: 239-259
- [6] Clavin P. Dynamic Behavior of Premixed Flame Fronts in Laminar and Turbulent Flows [J]. Progress in Energy and Combustion Science, 1985, 11: 1-59
- [7] Tien J H, Matalon M. On the Burning Velocity of Stretched Flames [J]. Combustion and Flame, 1991, 84: 238-248
- [8] Wang P, Wehrmeyer J A, Pitz R W. Stretch Rate of Tubular Flames [J]. Combustion and Flame, 2006, 145: 401-414
- [9] 王培勇, Robert Pitz, 李琼, 等. 预混火焰拉伸和曲率效果的物理分析 [J]. 工程热物理学报, 2012, 33(6): 1077-1080  
WANG PeiYong, Robert Pitz, LI Qiong, et al. Physical Analysis of Stretch and Curvature Effects on Premixed Flame [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2012, 33(6): 1077-1080