

[文章编号] 1007 - 7405(2011) 04 - 0286 - 06

基于矩阵传递的液压缸稳定性分析及参数优化

林荣川¹, 郭隐彪², 文波³

(1. 集美大学机械工程学院, 福建 厦门 361021; 2. 厦门大学物理与机电工程学院, 福建 厦门 361005;
3. 厦门工程机械有限公司, 福建 厦门 361012)

[摘要] 液压缸由直径不同的缸体和活塞杆构成, 工程上可视为承受轴向压缩的阶梯细长压杆, 须进行稳定性校核. 把液压缸的每段结构视作一个受压单元, 受压单元中的弯矩和剪力都分别表示二维状态向量的单元矩阵, 通过各单元传递矩阵相乘, 获得受压状态活塞杆两端的状态向量关系, 根据液压缸两端约束条件, 推导液压缸稳定性普遍方程. 结合 MATLAB 参数优化技术, 获取体积约束条件下液压缸的最优尺寸, 通过和 Ritz 法计算结果、模型实验实测值比对, 表明该计算结果更接近准确值.

[关键词] 液压缸稳定性; 二维状态向量; 传递矩阵法; MATLAB

[中图分类号] TH 137. 51

[文献标志码] A

The Stability of Hydraulic Cylinder and Optimization Based on State Vector Matrix Transfer

LIN Rong-chuan¹, GUO Yin-biao², WEN Bo³

(1. School of Mechanical Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China, 2. School of Physics and Mechanical & Electrical Engineering, Xiamen 361005, China; 3. Ximen Construction Machinery Co. Ltd, Xiamen 361012, China)

Abstract: The hydraulic cylinder is composed of diverse cylindrical cases and piston rods which can be treated as a slender bar that suffers from axial compressions. So stability check must to be carried out. Each cylindrical segment was processed as a compressed unit. The bending torques and shearing forces of these units could be regarded as state vectors to solve the unit matrix. By multiplying unit transfer matrices, the correlation between state vectors of piston rod was obtained based on the constraints of hydraulic cylinder, and a generic function was deduced for cylinder stability. With integration of optimization design techniques with MATLAB, the rationale dimensions of hydraulic cylinder were obtained under volume constraint. Through comparing the results from Rits method and test, it was indicated that the calculated functional calculation results were closer to the accurate values.

Key words: stability of hydraulic cylinder; two-dimensional state vector; transfer matrix method; MATLA

0 引言

液压缸是机械设备中常用的执行元件, 当承受的轴向力达到临界时会发生失稳, 使构件失效, 导致

[收稿日期] 2010 - 10 - 19

[修回日期] 2011 - 03 - 04

[基金项目] 国家 863 重大项目 (2008AA042501); 福建省自然科学基金资助项目 (2009J01259); 福建省教育

[1994-2011] 中国知网 (CNKI) 数据库 (JF08182)

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

[作者简介] 林荣川 (1968—), 男, 副教授, 硕士, 从事材料成型装备及控制研究.

突发性坍塌. 因此, 确定许用临界载荷, 抗失稳设计是液压缸设计的必要内容. 国内外有关学者对液压缸稳定性进行了很多有价值的分析. 林荣川^[1]通过小扰度曲线微分方程推导出液压缸临界载荷普遍方程, 王世忠等^[2]利用 Hamilton 原理导出了分段表示的运动微分方程, 引入状态变量确定了液压缸的不稳定区域和稳定性区域, 陈世其等^[3]利用 Lagrange 方程、郭铁桥^[4]用能量法、Tobias I 等^[5]用概率法近似计算变截面压杆的临界载荷取得丰硕成果. 液压缸工况复杂多变, 约束条件如果发生变化, 则上述方法存在计算繁琐或者误差较大问题. 如果把液压缸各段视为细长压杆, 其变形量中的挠度和转角, 受力状态中的弯矩和剪力都分别表示为一个二维状态向量, 可建立状态向量微分方程, 通过各单元传递矩阵的相乘, 获得受压杆段两端状态向量的关系, 再根据边界约束条件, 可求得液压缸临界载荷的普遍方程.

1 液压缸稳定问题的特征方程

图 1 为液压缸受力示意图, 活塞杆可视为整体压杆. p 为缸筒端盖受到高压液压油作用的轴向压力, N 为液压油受压后对液压缸底部和活塞产生的作用力, 与铰支座的轴向反力构成作用与反作用力关系, 所以缸筒本身不受压力作用, 处于拉伸状态, 任意截面的弯矩为零. L_1 为活塞杆长度, L_2 为液压缸筒长度, L 为液压缸总长度, 但液压缸整体失稳时, 缸筒也存在转角和挠度变形, 考虑到液压缸筒的变形以及对活塞杆变形的约束, 把液压缸视为整体压杆, 采用阶梯状压杆力学模型来校核其稳定性.

1.1 液压缸受压的状态向量普遍方程

把液压缸各段看成均质等值杆, 轴向压力为 p , 长度 l , 抗弯刚度 EI , 活塞杆横截面处的挠度 y 、转角 θ 、弯矩 M 及剪力 Q 如图 2 所示. 其截面状态向量为: $[y \ \theta \ M \ Q]$, 上端状态向量表示为 $[y(i) \ \theta(i) \ M(i) \ Q(i)]$, 下端状态向量表示为 $[y(i+1) \ \theta(i+1) \ M(i+1) \ Q(i+1)]$.

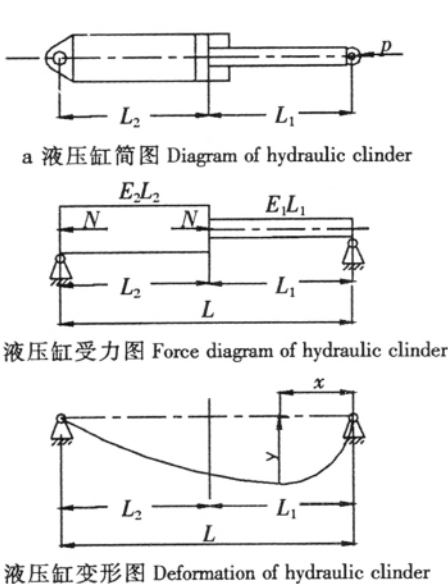


图 1 液压缸受力及变形示意图

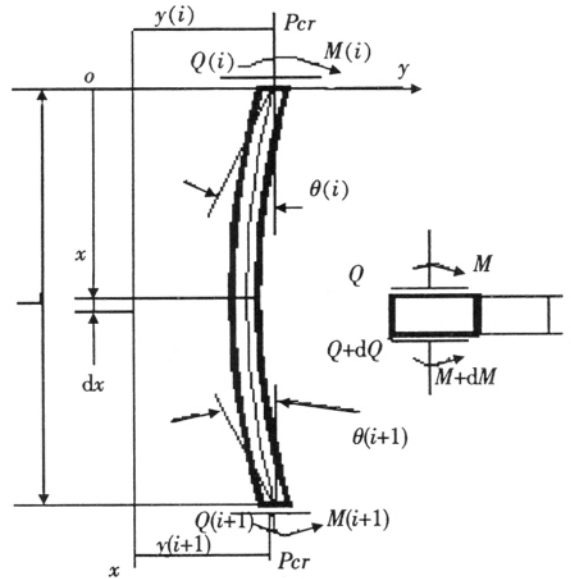


图 2 活塞杆受力状态向量图

Fig.1 Force and deformation diagram of hydraulic cylinder

Fig.2 Vector diagram of piston rod

根据轴向受压阶梯折算法^[6], 屈曲挠度可以表达为: $[y(i+1) \ \theta(i+1) \ M(i+1) \ Q(i+1)] = T[y(i) \ \theta(i) \ M(i) \ Q(i)]$, 其中 T 为 4×4 传递函数矩阵, 则传递矩阵为:

$$\begin{bmatrix} y(i+1) \\ \theta(i+1) \\ M(i+1) \\ Q(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(i) \\ \theta(i) \\ M(i) \\ Q(i) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 t_{ij} 为矩阵单元. 根据文献 [7], 在图 2 中, 任一断面 x 处的挠度 y 、转角 θ 、弯矩 M 及剪力 Q , 满足方程:

$$\begin{cases} Q = Q(i) , \\ M = M(i) + Q(i) = p(y(i) - y) , \\ d^4x/dx^4 + (p/EI) d^2y/dx^2 = 0 , \end{cases} \quad (2)$$

也满足微分方程

$$\begin{cases} dy/dx - \theta = 0 , \\ d\theta/dx - M/EI = 0 , \\ dM/dx - Q + p\theta = 0 , \\ dQ/dx = 0 . \end{cases} \quad (3)$$

令 $k^2 = p/(EI)$, 方程 (2), 方程 (3) 组成线性代数通解方程组为:

$$\begin{cases} y = A \sin kx + B \cos kx + Cx + D , \\ \theta = Ak \cos kx - Bk \sin kx + C , \\ M = -EI k^2 (A \sin kx + B \cos kx) , \\ Q = -EI k^2 C , \end{cases} \quad (4)$$

A, B, C, D 为待定系数, 大小与约束条件有关.

把上端状态向量表示为 $[y(i) \ \theta(i) \ M(i) \ Q(i)]$ 代入公式 (4) 有:

$$\begin{cases} y(i) = B + D , \\ \theta(i) = Ak + C , \\ M(i) = -EI k^2 B , \\ Q(i) = -EI k^2 C , \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = Q(i) / (EI k^2) , \\ B = -M(i) / (EI k^2) , \\ C = Q(i) / (EI k^2) , \\ D = y(i) + M(i) / (EI k^2) . \end{cases} \quad (5)$$

由方程 (3) — 方程 (5) 和连续条件可以得到:

$$\begin{cases} y(i+1) = y(i) + (\sin kl) \theta(i) / k + (1 - \cos kl) M(i) / p + (kl - \sin kl) Q(i) / kp , \\ \theta(i+1) = \cos(kl) \theta(i) + (\sin kl) M(i) / p + (1 - \cos kl) Q(i) / p , \\ M(i+1) = -(p/k) \sin(kl) \theta(i) + \cos(kl) M(i) + (\sin kl) Q(i) / k , \\ Q(i+1) = Q(i) . \end{cases} \quad (6)$$

把方程 (6) 写成矩阵形式有:

$$\begin{bmatrix} y(i+1) \\ \theta(i+1) \\ M(i+1) \\ Q(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin kl/k & (1 - \cos kl) / p & (kl - \sin kl) / kp \\ 0 & \cos kl & k \sin kl/p & (1 - \cos kl) / p \\ 0 & -p \sin kl/k & \cos kl & 1/(k \sin kl) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(i) \\ \theta(i) \\ M(i) \\ Q(i) \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据边界约束条件, 把方程 (7) 中的相应元素代入方程 (1) 可求得其中最小特征值, 其值就是临界载荷. 不同约束条件下液压缸临界载荷的特征方程如表 1 所示.

表 1 不同约束的液压缸临界载荷特征方程

Tab. 1 Characteristic equation of critical load with different constraints

液压缸约束形式 Restraint of hydraulic cylinder	边界条件 Boundary conditions	特征方程 Characteristic equation
自由-固支 Free-fixed	$y(i) = M(i) = 0, \theta(i+1) = Q(i+1) = 0$	$t_{23}t_{44} - t_{42}t_{24} = 0$
两端铰支 Hinged-hinged	$y(i) = M(i) = 0, y(i+1) = M(i+1) = 0$	$t_{12}t_{24} - t_{23}t_{14} = 0$
铰支-固支 Hinged-fixed	$y(i) = M(i) = 0, y(i+1) = \theta(i+1) = 0$	$t_{11}t_{22} - t_{21}t_{12} = 0$
两端固支 Fixed-fixed	$y(i) = \theta(i) = 0, y(i+1) = \theta(i+1) = 0$	$t_{13}t_{24} - t_{23}t_{14} = 0$

引入稳定性系数 $a = (kl)^2 = p l^2 / (EI)$, 特征方程可表示为通式: $f(\alpha) \lg(\alpha)$.

稳定性系数 a 可通过牛顿迭代法计算, 迭代流程如图 3 所示, 其中: a_0 为方程实根初值; n 为最大迭代次数, 目的为防止迭代公式发散; ϵ —收敛精度.

液压缸临界载荷可表示为: $P_{cr} = a(EI_{min}/l^2)$, 其中: E —活塞杆弹性模量; I_{min} —截面最小惯性矩; l —液压缸长度.

不同约束方式的临界载荷表达式如表 2 所示.

表 2 液压缸临界载荷表达式

Tab. 2 Expression of critical load

约束方式 Restraint pattern	自由-固支 Free-fixed	两端铰支 Hinged-hinged	铰支-固支 Hinged-fixed	两端固支 Fixed-fixed
临界载荷 Critical load p_{cr}	$1.03E_1 I_1 / l_1^2$	$4.12E_1 I_1 / l_1^2$	$8.23E_1 I_1 / l_1^2$	$16.46E_1 I_1 / l_1^2$

2 液压缸优化模型和参数优化

优化过程实际上是一个不断自动修正设计参数的过程, 为使优化过程流畅, 须将待优化的设计数据参数化, 为修正模型提供基础, 从而自动完成分析—评价—修正这一循环过程. 整个参数化有限元优化设计过程通常包括参数化建模、网格划分、加载、求解、后处理和优化迭代等^[8].

2.1 液压缸参数化有限元模型建立和应力应变分析

活塞杆与缸盖、活塞与缸筒内壁之间联接属于非线性接触问题, 通过研究目标面与接触面时的自由度关系及变形的一致性, 来确定接触边界条件, 建立液压缸接触系统的控制方程^[9]. 采用映射法构造对称于 oxy 平面的三维有限元模型, 构造有限元模型时, 优化过程所涉及到的设计变量, 均以参数化形式描述, 划分网格后共得到单元 7 456 个, 节点 6 359 个, 选用 SOLID45 单元对液压缸进行离散分网并施加约束 (以一端固定一端自由液压缸为例), 轴向载荷从小逐渐加大, 模拟分析临界载荷作用下危险截面的应力和变形位移情况, 当载荷达到一定数值时, 活塞杆变形位移和弯曲应力急剧变大, 意味着失稳即将发生. 非线性方程求解过程采用牛顿-拉普森迭代法. 活塞杆和缸体有限元模型如图 4—图 5 所示, 液压缸的变形位移和应力云图如图 6—图 7 所示. 从图 6—图 7 中可以看出, 液压缸受载后发生弯曲变形, 最大弯曲应力和位移发生在活塞杆靠近缸筒处, 此处为发生失稳的危险区域, 由于活塞杆与液压缸端盖间隙的存在, 液压缸整体失稳时, 缸筒也存在转角和挠曲变形, 进一步加速了液压缸的坍塌崩溃.

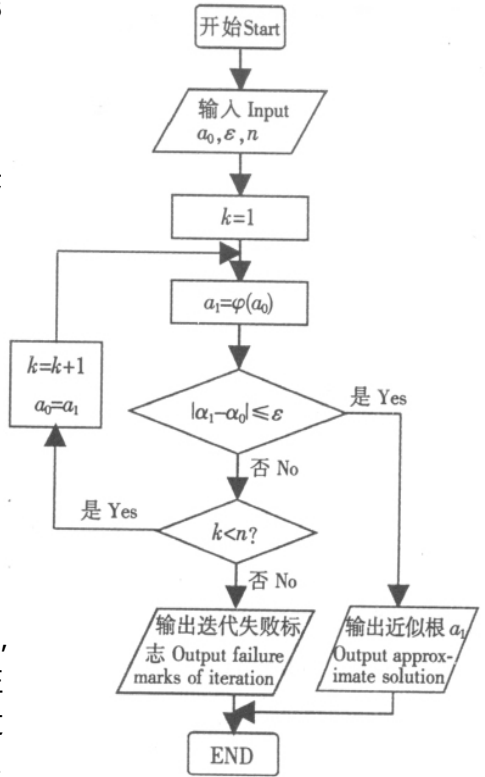


图 3 迭代法框图

Fig.3 Diagram of iteration

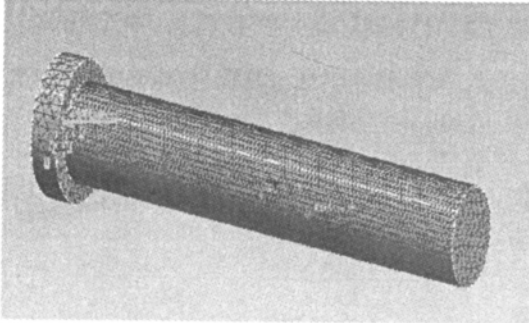


图 4 活塞杆有限元模型

Fig.4 Finite element model of piston rod

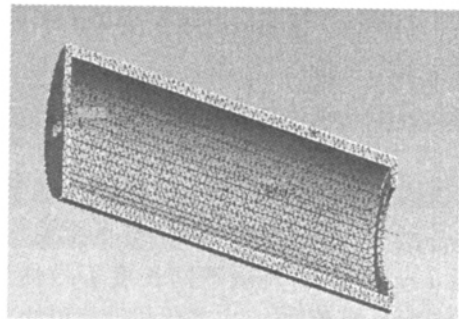


图 5 液压缸体有限元模型

Fig.5 Finite element model of hydraulic cylinder

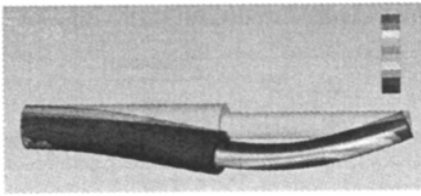


图 6 液压缸变形位移云图

Fig.6 Deformation of hydraulic cylinder

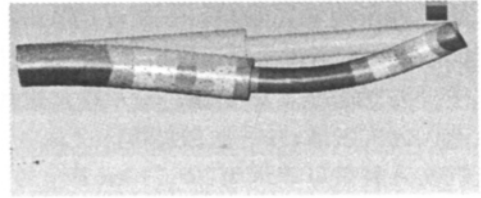


图 7 液压缸变形应力云图

Fig.7 Stress of hydraulic cylinder

2.2 液压缸优化数学模型建立

工程上选用液压缸时,一般是根据载荷大小和活动行程从手册中选用标准规格或者定制非标液压缸,实质就是在有设计变量的尺寸限制的前提下,求当轴向力一定时,活塞杆直径和长度分别取何值时液压缸的体积最小.该问题属于有约束最优化设计问题.对于液压缸,在考虑轴向稳定性和强度要求的条件下,使用优化工具可对液压缸优化模型求解^[10-11].设液压缸长度为 l ;活塞杆直径为 d ;活塞杆长度为 l_1 ;导向长度为 l_2 ;筒外径为 D_1 ;内径为 D ;壁厚 $\delta = (D_1 - D) / 2$,缸筒长度为 l_3 ; P_{cr} 为临界载荷.以液压缸各杆段长度截面尺寸参数作为设计变量,以其体积 V 作为目标函数,以液压缸失稳及尺寸限制为约束条件,约束条件包括强度、稳定性条件,结构尺寸限制^[8]等.在轴向力为 P_{cr} 情况下建立优化数学模型如下.

目标函数: $V = \min \cdot F(d, l_i) = \sum A(d, l_i) l_i \rightarrow \min$.

活塞杆强度约束: s. t. $g_1(d) = [\sigma_1] - P_{cr} / (\pi d^2) \geq 0$, 其中 $[\sigma_1]$ —活塞杆材料许用应力.

稳定性约束: s. t. $g_2(d, l) = P_{cr} - \alpha EI_1 / l^2 \leq 0$, 其中 α 为长度系数,参考表 2.

缸筒内径 D 约束: s. t. $g_3(D) = D - \sqrt{2}d \geq 0$, s. t. $g_4(D) = D - 3d \leq 0$.

缸筒厚度 δ 约束: s. t. $g_5(\delta) = \delta - D/2 [\sqrt{([\sigma_2] + 0.4p_{cr}) / ([\sigma_2] - 1.3p_{cr})} - 1] \geq 0$, 其中,根据第四强度理论, $[\sigma_2]$ 为缸筒材料许用应力.

缸筒长度约束: s. t. $g_6(l_3) = l_3 - 30D \leq 0$.

最小导向长度 l_2 约束: s. t. $g_7(l_2) = D/2 + l_2/20 - l_3 \leq 0$ (避免因间隙引起的初始挠度过大).

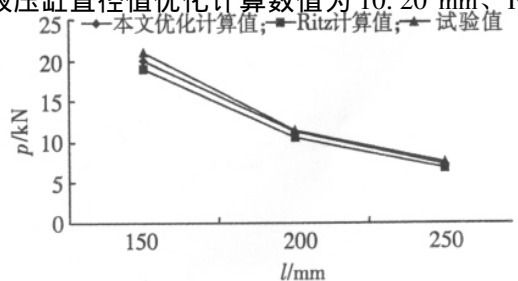
长度约束: s. t. $g_8(l_1) = l_1 + l_2 + l_3 - l \leq 0$ (总长度约束).

在优化过程中采用多约束非线性二次规划法^[12],经过若干次优化迭代,得到设计点,最终逼近问题的最优点.由于非线性二次规划法具有自动修正功能,当约束条件不能完全得到满足时,可以自动修正有关结构尺寸来满足约束要求,该法具有很好的收敛性.

3 试验及分析

工程上通常是根据外载大小来确定液压缸径.现以常用一端固定一端自由的液压缸为例,设临界载荷为 1.2×10^4 N,活塞杆极限长度为 120 mm,则液压缸直径值优化计算数值为 10.20 mm、Ritz 法计算结果为 10.76 mm.

工程上常用 Ritz 法计算临界载荷或者校核液压缸尺寸^[13],为比较本文优化计算结果与试验实测值、Ritz 计算值的关系,以一端固定一端自由的系列标准单出杆液压缸 (GB/T13342—2007) 为实验对象,活塞杆直径 $d = 10$ mm,实测不同长度下的临界载荷,将结果与 Ritz 计算值^[13]、本文优化计算值比较,3 种 $l - P_{cr}$ 曲线如图 8 所示.从图 8 中可以看出,本文优化计算的液压缸临界载荷处于 Ritz 计算

图 8 液压缸长度与临界载荷 ($l - P_{cr}$) 3 种曲线比较图Fig.8 Comparison of $l - P_{cr}$ curves

值和试验实测值之间.

用 Ritz 法计算临界载荷或者校核液压缸尺寸,临界载荷比试验实测值小,即设计尺寸通常比实际值略大,属于安全裕度偏大的计算,本文优化计算后液压缸临界载荷比 Ritz 计算法略大,和试验测量数据比较接近,说明本文优化计算能满足工程需要.

4 结语

轴向受压液压缸稳定性验算是个复杂的工程问题,以往大都根据 Ritz 法计算结果,再结合经验选用液压缸尺寸,安全裕度偏大. 本文通过对液压缸的三维有限元模拟分析,结合参数化有限元优化设计技术,获取在体积约束条件下液压缸的合理尺寸,通过和 Ritz 法计算结果以及试验实测值比对,该结果接近试验实测值,可以作为工程上液压缸选择依据. 由于忽略活塞及活塞杆密封件弹性、液压油弹性对液压缸稳定性的影响,该算法还有待进一步完善.

[参考文献]

- [1] 林荣川,魏莎莎. 基于小扰度曲线微分方程的液压缸稳定性分析 [J]. 长江大学学报: 自然科学版, 2009, 6(4): 280-283.
- [2] 王忠民,陈世其,李炳文. 系统参数对 DWX 型单体液压支柱动力稳定性的影响 [J]. 应用科学学报, 2006, 24(1): 78-81.
- [3] 陈世其,王忠民,李炳文. DWX 型单体液压支柱动力稳定性分析 [J]. 西安理工大学学报, 2004, 20(3): 293-296.
- [4] 郭铁桥. 能量法计算液压缸的临界载荷 [J]. 矿山机械, 2000(5): 81-83.
- [5] TOBIAS I, SWIGON D, COLEMAN B D. Elastic stability of DNA configurations [J]. Physical Review E, 2000, 61(1): 747-770.
- [6] 范钦珊. 工程力学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2002: 232-236.
- [7] 谢世坤,黄菊花,桂国庆,等. 参数化网格划分方法研究及其系统实现 [J]. 中国机械工程, 2007, 18(3): 313-316.
- [8] MAO C, RICLES J, LU L W, et al. Effect of local details on ductility of welded moment connections [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127(9): 1036-1044.
- [9] 徐燕申. 基于 FEM 的机械结构静、动态性能优化设计 [J]. 西南交通大学学报, 2003, 38(5): 517-520.
- [10] JOHANNES GERSTMAYR. A 3D finite element method for flexible multibody systems [J]. Multibody System Dynamics, 2006, 15: 309-324.
- [11] MARKOVE A V, MAZIN L S. Study of dynamics of variable structure lever mechanisms [J]. Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2008, 37(3): 213-220.
- [12] HAM A T. Finite—element simulation of the elliptical cup deep drawing process by sheet hydro forming [J]. Finite Elements in Analysis and Desig, 2007, 43(3): 234-246.
- [13] 姚文娟,傅祥卿,仇元忠. 超长桩的屈曲荷载计算 [J]. 地下空间与工程学报, 2009, 5(3): 463-467, 562.

(责任编辑 陈敏)