

非球面在线检测的系统误差分离与修正

郭隐彪, 郭江, 柯晓龙, 朱永炉
(厦门大学物理与机电工程学院, 厦门 361005)

摘要: 为了解决非球面在线检测的系统误差问题, 针对系统误差产生的机理、误差的数学模型、分离方法以及补偿方法进行了研究. 提出一种将空间误差投影到不同平面上进行分析从而解决测量系统误差的新方法并建立了各系统误差的数学模型. 根据最小二乘法的基本思想, 建立了基于标准球面的系统误差分离数学模型, 得到了各参数的最小二乘估计值, 并利用误差修正模型进行了校正. 利用标准球面进行测量实验, 验证了该方法的有效性和精确性. 实验结果表明所提出的解决测量系统误差的思路可行, 最终可使测量系统精度达到 $1\ \mu\text{m}$ 数量级, 从而满足精磨阶段在线检测的需要.

关键词: 非球面; 在线检测; 误差分离与补偿修正

中图分类号: TG 76 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6030(2010)05-0416-06

System Error Separation and Revision for A spheric Lens On-M achine M easurem ent

GUO Y in-biao GUO Jiang KE X iao-long ZHU Y ong-lu

(School of Physics and Mechanical and Electrical Engineering, X ian en University, X ian en 361005, China)

Abstract For the system errors in aspheric lens on-machine measurement, their mechanism, mathematic model, separation and compensation methods were investigated. A new approach of projecting spatial errors onto different planes for eliminating system errors was presented and the mathematic models for system errors were established. Based on the principle of the least square method, system error separation model for standard lens was set up and the least square estimations of the parameters were obtained and revised with error revision model. Measurement tests for standard lens were conducted to verify the effectiveness and precision of the proposed method. Test results indicate that the proposed approach is feasible and the precision of the on-machine measurement is up to $1\ \mu\text{m}$ magnitude order, which meets the requirement of fine grinding.

Keywords aspheric lens; on-machine measurement; error separation and compensation revision

随着先进光学元件的设计和制造技术的不断发展, 各种精密光学元件尤其是非球面光学元件被广泛地应用于各种高清晰度电视、高速复印机及航天、航空、国防等行业中, 这就对其中光学元件的加工和检测技术提出了更高的要求^[1-3]. 严格来讲, 非球面的加工和检测技术是一个整体. 在某种程度上, 获得高质量的

非球面的关键技术在于能否提供可靠的、行之有效的检测结果指导加工. 为了提高光学元件补偿加工阶段的面形精度, 目前主要采用在线检测. 在线检测系统通过将测量传感器固定在机床上可实现对光学元件面形的在机测量, 避免了因重新装夹引入的误差, 有利于进行补偿加工, 从而获得面形精度更好的光学元件^[4-7].

收稿日期: 2010-04-22

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863计划)资助项目(2006AA804206); 福建省科技创新团队发展计划资助项目.

作者简介: 郭隐彪(1962-), 男, 博士, 教授.

通讯作者: 郭隐彪, guoyb@xmu.edu.cn

然而实际测量系统中, 由于测量传感器安装不精确使被测工件的理想坐标系与测量坐标系之间总是不能完全重合, 从而在测量结果中引入了坐标系不重合误差. 当采用接触式测量时, 由于测头本身的精度问题或沾有油污或在长期使用过程中的磨损, 当测头有半径误差 Δr 时, 即产生测头半径误差.

因此, 要准确地反映面形误差就必须进行有效的误差分离与修正. 针对这一问题, 本文中建立了一种基于标准件的系统误差分离模型, 得到了各参数的最小二乘估计值, 并利用误差修正模型进行校正, 消除了系统误差的影响, 提高了测量结果的精确度.

1 系统误差分析与建模

由于系统误差对加工精度影响最大, 因此在精度较高的非球面检测中, 求出检测系统的系统误差对后续的误差修正有重要的指导作用. 其中系统误差主要分为坐标系不重合误差和测头半径误差.

1.1 坐标系不重合误差

非球面光学元件的面形测定主要有接触式和非接触式两种方式, 但无论采用哪种方式, 在测量中都会存在坐标系不重合误差. 坐标系不重合误差包括测量坐标系与工件坐标系 (即工件的理想坐标系) 原点定位误差和倾角误差.

1.1.1 原点定位误差

原点定位误差主要是由于测杆摆放不直等原因, 使得测量坐标系与工件坐标系的原点发生了位置偏移造成的, 此误差会对非球面面形的测定产生较大影响. 如图 1(a)和 1(b)所示, 坐标系 $X'Y'Z'$ 为工件理想坐标系, 坐标系 XYZ 为测量坐标系. 由图可知, 在 X 、 Y 、 Z 轴方向分别产生的误差为 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ , 取 ΔX 、 ΔZ 合成方向大小为 ΔU . 由 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ 共同作用所产生的 Y 轴方向的面形误差为

$$E_{\Delta Y}(\theta) = \Delta Y + \Delta U \tan \theta \tag{1}$$

式中: $\Delta Y = \Delta U \tan \beta$; $\Delta U = \frac{\Delta X}{\cos \alpha} = \frac{\Delta Z}{\sin \alpha}$

故

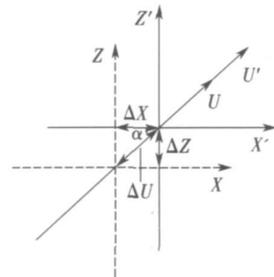
$$E_{\Delta Y}(\theta) = \Delta X \left(\frac{\tan \beta + \tan \theta}{\cos \alpha} \right) \tag{2}$$

式中: α 为在 XZ 投影平面内, 两坐标系原点连线与 X 轴夹角; β 为在 UY 投影平面内, 两坐标系原点连线与 U 轴夹角; θ 为被测点切线角, 对于某个被测点, 切线角 θ 是确定的, $0 \leq \theta \leq 45^\circ$.

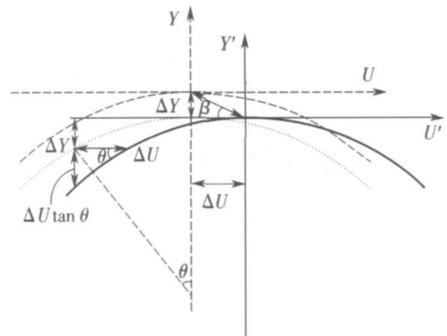
1.1.2 坐标系倾角误差

由于测量夹具存在倾角等原因, 使得光学元件的

测量坐标系与工件坐标系在 X 轴和 Z 轴方向存在倾角 $\Delta \tau_x$ 和 $\Delta \tau_z$, 故产生倾角误差, 如图 2(a)和 (b)所示, 此误差也会对面形的测定产生影响. 其中坐标系 XYZ 为测量坐标系, 坐标系 $X'Y'Z'$ 为工件坐标系, 坐标系 $X''Y''Z''$ 为测量坐标系 XYZ 绕 X 轴旋转得到的过渡坐标系.

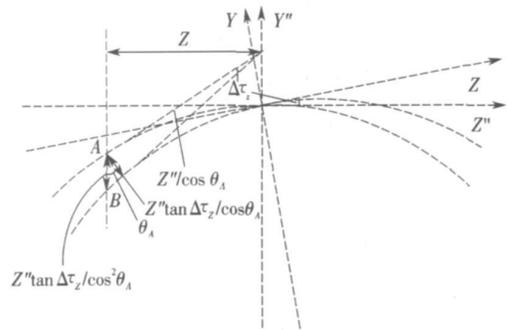


(a) XZ平面投影视图

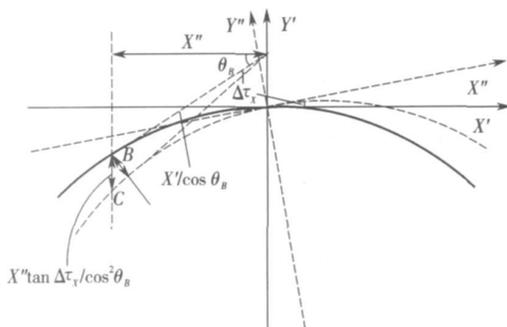


(b) UY平面投影视图

图1 原点定位误差对测量精度的影响



(a) Y''Z''平面投影视图



(b) X''Y''平面投影视图

图2 坐标系倾角误差对测量精度的影响

设 A 点在测量坐标系 XYZ 下的坐标为 (X, Y, Z), 与 B 点对应的点在过渡坐标系下坐标即为 B 点在测量坐标系下的坐标, 设为 (X'', Y'', Z''); 与 C 点对应的点在工件坐标系下坐标即为 C 点在过渡坐标系下的坐标, 设为 (X', Y', Z'), 则 A 点和 B 点的坐标满足以下关系:

$$\begin{cases} Z'' = Z - \left(\frac{Z}{\cos(\theta_A + \Delta\tau_Z)} - \frac{Z}{\cos\theta_A} \right) \cos\theta_A \\ X'' = X \\ Y'' = Y - \left(\frac{Z}{\cos(\theta_A + \Delta\tau_Z)} - \frac{Z}{\cos\theta_A} \right) \sin\theta_A \end{cases} \quad (3)$$

B 点和 C 点的坐标满足以下关系

$$\begin{cases} X' = X'' - \left(\frac{X}{\cos(\theta_B + \Delta\tau_X)} - \frac{X}{\cos\theta_B} \right) \cos\theta_B \\ Z' = Z'' \\ Y' = Y'' - \left(\frac{X}{\cos(\theta_B + \Delta\tau_X)} - \frac{X}{\cos\theta_B} \right) \sin\theta_B \end{cases} \quad (4)$$

根据测量坐标系 A 点的坐标可算出 B 点的坐标和 θ_A , 再由 B 点的坐标算出 C 点的坐标和 θ_B . 由倾角 $\Delta\tau_X$ 所产生的误差为 B 点到 C 点的竖直距离, 即

$$E_{\Delta\tau_X}(\theta_B) = \frac{X' \tan \Delta\tau_X}{\cos^2 \theta_B} \quad (5)$$

由倾角 $\Delta\tau_Z$ 所产生的误差为 A 点到 B 点的竖直距离, 即

$$E_{\Delta\tau_Z}(\theta_A) = \frac{Z'' \tan \Delta\tau_Z}{\cos^2 \theta_A} \quad (6)$$

于是总的面积误差为

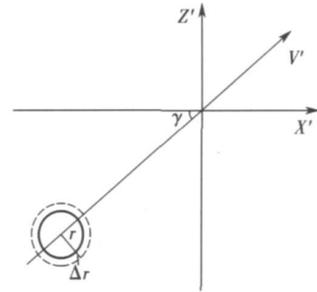
$$E_{\Delta\tau}(\theta) = E_{\Delta\tau_Z}(\theta_A) + E_{\Delta\tau_X}(\theta_B) = \frac{Z'' \tan \Delta\tau_Z}{\cos^2 \theta_A} + \frac{X' \tan \Delta\tau_X}{\cos^2 \theta_B} \quad (7)$$

1.2 测头半径误差

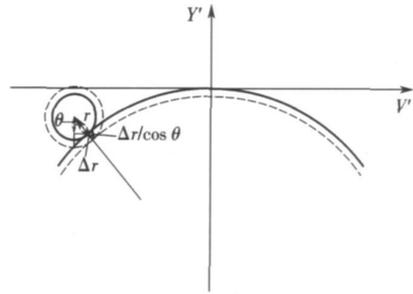
当采用接触式测量时, 由于测头半径精度问题, 也会引入一定的误差, 从而对面形测定产生影响. 如图 3(a) 和 3(b) 所示, 测头半径误差也会对非球面的面形测定产生影响. 由图 3(b) 可知, 由 Δr 所产生的 Y 轴方向的面形误差为

$$E_{\Delta r}(\theta) = \Delta r \left[\frac{1}{\cos\theta} - 1 \right] \quad (8)$$

式中 Δr 为测头半径误差.



(a) X'Z'平面投影视图



(b) Y'V'平面投影视图

图 3 测头半径误差对测量精度的影响

2 误差分离与修正方法

2.1 误差分离方法

由于测量装置在安装过程中或多或少会引入坐标系原点定位误差 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ 和倾角误差 $\Delta\tau_Z$ 、 $\Delta\tau_X$, 其中接触式测量还可能引入 Δr , 因此必须对测量数据进行系统误差分离. 但是这些误差并不容易由实验检测直接得出, 因此本文根据最小二乘法的基本思想, 建立了基于标准件的系统误差分离数学模型, 借助计算机技术, 采用合适的算法, 编写程序, 自动分离出测量系统误差 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ 、 $\Delta\tau_Z$ 、 $\Delta\tau_X$ 和 Δr .

结合式 (2)、式 (7) 和式 (8) 可知, 由测量引入的面形误差可表示为

$$E(\theta) = E_{\Delta X}(\theta) + E_{\Delta\tau}(\theta) + E_{\Delta r}(\theta) = \Delta X \left[\frac{\tan\beta + \tan\theta}{\cos\alpha} \right] + \frac{Z'' \tan \Delta\tau_Z}{\cos^2 \theta_A} + \frac{X' \tan \Delta\tau_X}{\cos^2 \theta_B} + \Delta r \left[\frac{1}{\cos\theta} - 1 \right] \quad (9)$$

假设有 n 个被测点, 对于第 i ($i = 1, 2, \dots, n$) 个被测点, 式 (9) 可表示为

$$E(\theta_i) = E_{\Delta X}(\theta_i) + E_{\Delta\tau}(\theta_i) + E_{\Delta r}(\theta_i) = \Delta X \left[\frac{\tan\beta + \tan\theta_i}{\cos\alpha} \right] + \frac{Z'' \tan \Delta\tau_Z}{\cos^2 \theta_{A_i}} + \frac{X' \tan \Delta\tau_X}{\cos^2 \theta_{B_i}} + \Delta r \left[\frac{1}{\cos\theta_i} - 1 \right] \quad (10)$$

令 $\Delta X = a, \cos \alpha = b, \tan \beta = c, \tan \Delta \tau_z = d$
 $\tan \Delta \tau_x = e, \Delta r = f$

则

$$\tan \theta_i = R_i, \frac{Z''}{\cos^2 \theta_i} = S_i$$

$$\frac{X'}{\cos^2 \theta_i} = T_i, \frac{1}{\cos \theta_i} - 1 = U_i$$

则式 (10) 变为

$$E(\theta_i) = a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \quad (11)$$

设被测点 i 的实测面形误差为 $E_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 定义以下函数:

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^n [E_i - E(\theta_i)]^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\}^2 \quad (12)$$

由最小二乘原理可知, 要使 $S(a, b, c, d, e, f) = \min$ 则有 $\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial S}{\partial c} = \frac{\partial S}{\partial d} = \frac{\partial S}{\partial e} = \frac{\partial S}{\partial f} = 0$ 成立, 故可得以下方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\} \left(- \frac{c + R_i}{b} \right) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\} a \left(\frac{c + R_i}{b^2} \right) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial c} = 2 \sum \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\} \left(- \frac{a}{b} \right) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial d} = 2 \sum \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\} (-S_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial e} = 2 \sum \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\} (-T_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial f} = 2 \sum \left\{ E_i - \left[a \left(\frac{c + R_i}{b} \right) + dS_i + eT_i + fU_i \right] \right\} (-U_i) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

由于采用标准件, 故式 (13) 中 $E_i = 0$ 利用非线性最小二乘法编程解此方程组即可得 a, b, c, d, e, f 的值, 也就分离出了相应的测量误差 $\Delta X, \alpha, \beta, \Delta \tau_z, \Delta \tau_x,$

Δr , 进而得到 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta \tau_z, \Delta \tau_x$ 和 Δr .

2.2 误差修正方法

基于以上误差分离的结果, 本文中对系统误差进行了有效的修正.

2.2.1 测头半径误差的修正

在接触式测量中, 测量所得数据为测头球心坐标值, 为了得到被测点的实际坐标值, 必须对测量数据进行坐标变换, 同时考虑到测头半径误差 Δr 的影响, 变换公式为

$$\begin{cases} X' = X - (r - \Delta r) \sin \theta \cos \gamma \\ Z' = Z - (r - \Delta r) \sin \theta \sin \gamma \\ Y' = Y - (r - \Delta r) \cos \theta \end{cases} \quad (14)$$

式中: (X, Z, Y) 为测头球心坐标; (X', Z', Y') 为被测量点实际坐标.

2.2.2 坐标系原点定位误差的修正

由误差分离得到的 $\Delta X, \alpha, \beta$ 可得到坐标变换公式为

$$\begin{cases} X' = X + \Delta X \\ Z' = Z + \Delta Z = Z + \Delta X \tan \alpha \\ Y' = Y + \Delta Y = Y + \Delta X \tan \beta / \cos \alpha \end{cases} \quad (15)$$

2.2.3 坐标系倾角误差的修正

由误差分离得到的 $\Delta \tau_z$ 和 $\Delta \tau_x$, 可得坐标变换公式为

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Delta \tau_x & \sin \Delta \tau_x & 0 \\ -\sin \Delta \tau_x & \cos \Delta \tau_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta \tau_z & \sin \Delta \tau_z \\ 0 & -\sin \Delta \tau_z & \cos \Delta \tau_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: (X, Z, Y) 为测量坐标系下坐标; (X', Z', Y') 为工件坐标系下坐标.

3 误差分离与修正实验

本文的误差分离与修正实验通过采用电感测微仪在瑞士 Magerle 磨床上搭建在线检测系统对口径为 210 mm 的标准凹面球面进行在线检测来完成. 标准凹面球面的半径为 4 785. 148 mm, 最大高度差 $PV = 52$ μm , 均方差 $RMS = 7. 830$ μm , 故此标准凹面球面可以被用作标准件使用. 测量传感器采用电感测微仪, 测头半径为 1. 33 mm, 测量档位为第 1 档, 测量范围为 ± 3 mm, 分辨率为 0. 1 μm , 示值误差为 0. 06 μm .

实际测量采用子午线式测量轨迹对该标准件进行测量, 测量坐标系的建立以夹具台面为 XZ 平面, 以标

准球面表面对称中心为原点进行测量,实际的测量结果见图 4(a)。其中,各条子午线间夹角为 10° ,检测步长为 1 mm,对标准凹面球面表面半径为 104 mm 以内的区域进行检测,每条子午线上采集 207 个点,共计 3 726 个点。将实际测量得到的每条子午线上的点绕测量坐标系的 Y 轴旋转到 XY 平面上,得到的结果如图 4(b)所示。从图中可以看到,由于存在系统误差,所以测量轨迹没有重合在一起。

经过对测量数据进行数据预处理,利用上述基于标准件的误差分离方法建立误差分离模型并进行误差分离后,得到系统误差分离的参数如表 1 所示。将经过误差修正得到的数据结果绕工件理想坐标系的 Y 轴

旋转到同一平面上得到的结果如图 5(a)所示,减去利用半径为 4 785. 148 mm 标准圆的残差分布如图 5(b)所示。由残差结果可知各点的误差在 $1 \mu\text{m}$ 以内,经过误差分离和修正后的结果满足实际要求。

表 1 误差分离参数

ΔX	ΔZ	ΔY
7.7637×10^{-3}	0.1514	24.6082
ΔT_x	ΔT_z	Δr
-7.6905×10^{-2}	4.8023×10^{-2}	1.0699×10^{-2}

注:结果保留 5 位有效数字,切线角 θ 的计算代入理论球面方程进行。

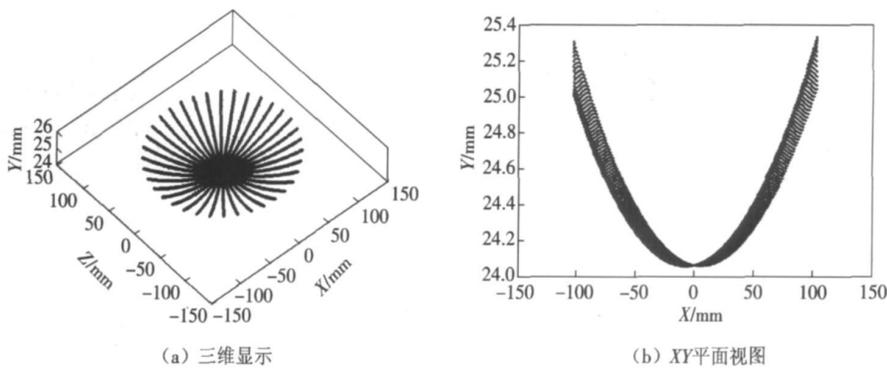


图 4 实际测量结果

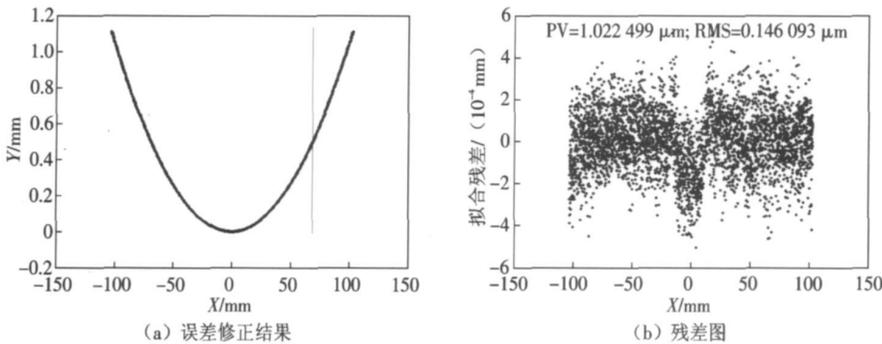


图 5 误差修正结果

4 结论

在非球面检测中,为了提高测量精度既可通过改善硬件设备,也可通过合理的误差分离与修正算法进行补偿。本文中对在线检测系统的误差情况进行了研究,得到以下结论。

(1)分析了系统误差产生的原因以及各系统误差对测量精度的影响,完成了对坐标系不重合误差和测头半径误差数学模型的建立。

(2)根据最小二乘法的基本思想,建立了基于标

准件的系统误差分离模型,得到了各参数的最小二乘估计值,并利用误差修正模型进行校正,消除了系统误差的影响,提高了测量结果的精确度。进一步进行了误差分离与修正实验,实验结果表明所提出的解决测量系统误差的思路可行,最终可使测量系统精度达到 $1 \mu\text{m}$ 数量级,从而满足精磨阶段在线检测的需要。

参考文献:

[1] Sazedur M, Sakhi T, Lin H S et al. Development of an on-machine profile measurement system in ELID grinding for machining aspheric surface with software compensation[J].

- International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2008, 48(7/8): 887-895.
- [2] 万勇建, 范斌, 袁家虎, 等. 大型非球面主镜细磨中的一种在线检测技术 [J]. 光电工程, 2005, 32(1): 1-4
Wan Yongjian, Fan Bin, Yuan Jiahua, et al. An online measuring technique for lapping large aspherical mirror [J]. *Optoelectron Eng*, 2005, 32(1): 1-4 (in Chinese).
- [3] Gan S W, Lin H S, Rahman M, et al. A fine tool servo system for global position error compensation for a miniature ultra-precision lathe [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2007, 47(7/8): 1302-1310.
- [4] Arai Y, Gao Weij, Shimizu Hioki Su, et al. On-machine measurement of aspherical surface profile [J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2004, 2(3): 210-216.
- [5] 叶军君, 兰劲, 郭隐彪. 非球面检测误差分析和误差补偿策略研究 [J]. 中国机械工程, 2007, 18(23): 2793-2796
Ye Junjun, Lan Jin, Guo Yinbiao. Research on error analysis and compensation of aspheric surface measurement [J]. *Chinese Mechanical Engineering*, 2007, 18(23): 2793-2796 (in Chinese).
- [6] 郭隐彪, 黄元庆, 田波, 等. 非轴对称非球面平行磨削误差补偿技术研究 [J]. 机械工程学报, 2002, 38(5): 118-121
Guo Yinbiao, Huang Yuanqing, Tian Bo, et al. Study on compensation of parallel grinding non-axisymmetric aspheric surfaces [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2002, 38(5): 118-121 (in Chinese).
- [7] 黄浩, 郭隐彪, 王振忠, 等. 轴对称非球面加工误差分离及补偿技术 [J]. 机械工程学报, 2005, 41(12): 177-181
Huang Hao, Guo Yinbiao, Wang Zhenzhong, et al. Error separation and compensation technology of axisymmetric aspheric machining [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(12): 177-181 (in Chinese).