Computer Knowledge and Technology 电脑知识与技术
Vol.6,No.19, July 2010, pp.5373-5376

http://www.dnzs.net.cn
Tel:+86-551-5690963 5690964

动态输出反馈控制器分频段设计

叶丽娜,付荣

(厦门大学 自动化系,福建 厦门 361005)

摘要:该文考虑一个线性系统满足多频段不同设计指标的控制问题,改进已有的 GKYP 引理,提出分频段控制思想,将控制综合指标 FDI(频率不等式)表示形式转化为 LMI 线性矩阵不等式形式,设计有限频段的动态输出反馈控制器。通过对柴油发动机转速控制器的仿真验证了这一思路的可行性。

关键词:动态输出反馈;有限频段;GKYP 引理;混合灵敏度问题

中图分类号:TP273　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3044(2010)19-5373-04

Piecewise Frequency Design Method of Dynamic Output Feedback System

YE Li-na, FU Rong

(Department of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: In this paper, the control system is considered in three different frequency domains. According to the method used in papers [4], the new method, dynamic output feedback synthesis based on piecewise frequency design method is proposed. In particular, the controller is designed under the sensitivity specifications for three frequency ranges (low, middle, high frequency) without weighting functions, such that the resulting closed-loop systems are asymptotically stable. Finally, design examples for a diesel generator set speed control system are given to prove the feasibility of the proposed method.

Key words: dynamic output feedback; finite frequency range; GKYP lemma; mixed sensitivity problem

在实际动态系统综合问题中,设计指标常常以频率域不等式(FDIs)的形式给出。长期以来,频率法成为控制工程中广泛应用的设计方法之一。然而频率法在数值求解优化问题方面存在缺陷,使得它不能直接用于精密的系统的分析和设计。60 年代 Kalman, Yakubovich 先后根据正实定理等相关定理证明了 Popov 的频率条件是等价于一种 Lyapunov 函数的简单形式, 这就是 Kalman-Yakubovich- Popov(KYP)引理[1]的雏形。后来,Willems 和 Yakubovich 证明了 KYP 引理和线性二次最优控制之间的紧密联系。近几年来 KYP 引理被广泛的应用,它认为是沟通频率域和状态空间的一座桥梁,可以将以 FDIs 形式描述的设计指标转换成线性矩阵不等式(LMIs)进行求解,从而为我们的设计带来极大的便利。在实际工程设计中不同频段有不同的性能要求,频率特性的低频段表征了闭环系统的稳态性能,中频段表征了系统的过渡性能,高频段表征了系统抗干扰性能,这使得不同频段设计指标的侧重点有所不同。然而 KYP 引理针对的是全频段,由 FDIs 体现出来的设计指标也只能是全频段的,这使得设计出来的控制器具有较大的保守性。

加权函数的方法被提出来以调整不同频段设计要求的差异。它基本的设计思想是:设计一个加权函数,使用基于全频段的加权传递函数的 FDI 去逼近基于有限频段的原系统传递函数的 FDI。加权函数方法在实际设计中被证明是有效的,然而它也有着许多的弊端。由于大部分状态空间理论中,产生的控制器和控制对象是同维的,而随着加权函数复杂程度的提高,控制器的维数也将急剧上升,这为设计的应用带来极大困难。另外,选择合适的加权函数本身是一个耗时且复杂的过程,尤其是需要在加权函数本身的复杂度和对系统设计指标描述的精确性之间平衡时。

Iwasaki 等人将 KYP 引理推广到有限频段,提出了广义 KYP 引理,即 GKYP 引理[2-3]。它是沟通频率域和状态空间的一座桥梁,同时解决了工程实际中不同频段设计指标不同的问题,又同时避免引入加权函数增加系统复杂度。正因为如此多的优点,GKYP 引理已经在许多实际工程问题上得到应用,如数字滤波器设计、灵敏度成型、开环回路成型、PID 控制、静态反馈、动态反馈以及结构\控制设计整合等。

本文考虑一个线性系统满足多频段不同设计指标的控制问题,改进已有的 GKYP 引理,提出分频段控制思想,将控制综合指标 FDI(频率不等式)表示形式转化为 LMI 线性矩阵不等式形式,设计有限频段的动态输出反馈控制器。同时将该设计方法推广到多目标控制问题。通过对柴油发动机转速控制器的仿真验证了这一思路的可行性。

本文所使用符号的说明:对于矩阵 M,M^T 和 M^* 分别表示它的转置和复共轭转置.对于方阵 M,定义 $He(M):=M+M^*$.符号 H_n 表示 n×nHermitian 矩阵的集合. 对于矩阵 Φ 和 P, $\Phi\otimes P$ 表示它们的 Kronecker 乘积. 对于矩阵 G 和∏, 函数 $\sigma: C^{n\times m}\times H_{n+m}\to H_m$ 定义为:$\sigma(G,\Pi):=\begin{bmatrix}G\\I_m\end{bmatrix}^*\Pi\begin{bmatrix}G\\I_m\end{bmatrix}$。

1 问题描述(Problem formulation)

考虑线性时不变对象 G(S)

收稿日期:2010-04-26
基金项目:厦门大学 985 二期信息创新平台项目资助;福建省新世纪优秀人才支持计划资助;福建省自然科学基金(A0510002)
作者简介:叶丽娜(1985-),女,硕士研究生。

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ z\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B_1 & B_2\\ C_1 & D_{11} & D_{12}\\ C_2 & D_{21} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ w\\ u\end{bmatrix} \tag{1}$$

动态输出反馈控制器 K(s)

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_k\\ u\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_k & B_k\\ C_k & D_k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_k\\ y\end{bmatrix} \tag{2}$$

其中 $x(t)\in \mathrm{R}^{n_p}$, $x_k(t)\in \mathrm{R}^{n_k}$, $w(t)\in \mathrm{R}^{n_w}$, $u(t)\in \mathrm{R}^{n_u}$, $z(t)\in \mathrm{R}^{n_z}$, $y(t)\in \mathrm{R}^{n_y}$ 。

则从 w 到 z 的闭环传递函数 $T_{wz}(s)$的状态空间实现为

$$\left[\begin{array}{c|c}A_{cl} & B_{cl}\\ \hline C_{cl} & D_{cl}\end{array}\right]=\left[\begin{array}{cc|c}A+B_2D_kC_2 & B_2C_k & B_1+B_2D_kD_{21}\\ B_kC_2 & A_c & B_kD_{21}\\ \hline C_1+D_{12}D_kC_2 & D_{12}C_k & D_{11}+D_{12}D_kD_{21}\end{array}\right] \tag{3}$$

其中状态变量 $\begin{bmatrix}x^{\mathrm{T}} & x_c^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in \mathrm{R}^{n}$,维数 $n:=n_p+n_c$。

本章目标是根据不同频段的指标要求,设计多频段的动态输出反馈综合控制器 K(s),使得对于任意的 $s\in\Lambda(\Phi,\psi)$,闭环系统 $T_{wz}(s)$满足如下设计要求:

1) 闭环系统 H(s)渐近稳定;

2) 对于闭环系统,满足低频段小的灵敏度和高频段小的补灵敏度,使得

$$\|S(j\omega)\|_\infty<\varepsilon_1,\ \ \omega\in\Omega_1,\ \|R(j\omega)\|_\infty<\varepsilon_2,\ \ \omega\in\Omega_2,\ \|T(j\omega)\|_\infty<\varepsilon_3,\ \ \omega\in\Omega_3 \tag{4}$$

其中:

$$s\in\Lambda(\Phi,\Psi),\ \Lambda(\Phi,\Psi):=\{s\in\mathbb{C}\,|\,\sigma(s,\Phi)=0,\sigma(s,\Psi)\geq 0\} \tag{5}$$

文[4]给出了式(5)描述的各种频段:

即连续情形, $\Lambda(\Phi_c,\Psi_c):=\{j\omega:\tau(\omega-\varpi_1)(\omega-\varpi_2)\leq 0\}$。

其中 $\Phi_c=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\Psi_c=\tau\begin{bmatrix}-1 & j\varpi_c\\ -j\varpi_c & -\varpi_1\varpi_2\end{bmatrix},\tau=\pm1,\varpi_1、\varpi_2\in\mathrm{R},\varpi_1<\varpi_2,\varpi_c:=(\varpi_1+\varpi_2)/2$ 。

引理 1 (GKYP 引理)[4] 对于系统(3),给定矩阵 $\Phi、\psi\in H_2,\lambda\in\Lambda(\Phi,\psi)$,以下条件等价:

1) $\forall s\in\Lambda(\Phi,\psi)$

$$\begin{bmatrix}(sI-A)^{-1}B\\ I\end{bmatrix}^*\begin{bmatrix}C & D\\ 0 & I\end{bmatrix}^*\Pi\begin{bmatrix}C & D\\ 0 & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(sI-A)^{-1}B\\ I\end{bmatrix}<0 \tag{6}$$

2) 存在矩阵 $P=P^*$ 和 $Q=Q^*>0$ 使得

$$\begin{bmatrix}A & I\\ C & 0\end{bmatrix}\left(\Phi^{\mathrm{T}}\otimes P+\Psi^{\mathrm{T}}\otimes Q\right)\begin{bmatrix}A & I\\ C & 0\end{bmatrix}^*+\begin{bmatrix}B & 0\\ D & I\end{bmatrix}\Pi\begin{bmatrix}B & 0\\ D & I\end{bmatrix}^*<0 \tag{7}$$

注意 1:针对闭环系统(3),引理 1 中 A,B,C,D 被 $A_{cl},B_{cl},C_{cl},D_{cl}$ 替代。由于的直积项这个结论条件是非凸的,以下引理将采取投影变换等定理重新参数化使得这个问题变为为凸。

定义1 定义 $J\in\mathrm{R}^{(2n+n2)\times 2n},H\in\mathrm{C}^{(2n+n2)\times(nw+n2)},L\in\mathrm{C}^{(2n+n2)\times n}$ 如下:

$$J:=\begin{bmatrix}I\\ 0\end{bmatrix},\ \mathrm{H}:=\begin{bmatrix}0 & 0\\ \mathrm{B} & 0\\ \mathrm{D} & I\end{bmatrix},\ \mathrm{L}:=\begin{bmatrix}-I\\ \mathrm{A}\\ \mathrm{C}\end{bmatrix}。$$

引理 2[4] 对于系统(3),给定矩阵 $\Phi、\psi\in H_2,\ R\in\mathrm{C}^{n\times(2n+n_z)}$,其中 N 是 R 的零空间,以下条件等价:

1) 条件(7)成立并且

$$N^*\left(J\left(\Phi^{\mathrm{T}}\otimes P+\Psi^{\mathrm{T}}\otimes Q\right)J^*+\mathrm{H}\Pi\mathrm{H}^*\right)N<0 \tag{8}$$

2) 存在矩阵 $\mathrm{W}\in\mathrm{C}^{n\times n}$ 使得 $J\left(\Phi^{\mathrm{T}}\otimes P+\Psi^{\mathrm{T}}\otimes Q\right)J^*+\mathrm{H}\Pi\mathrm{H}^*<\mathrm{He}(\mathrm{L}WR)$成立. (9)

注记 1 通过使用投影引理[5],引理 2 可由引理 1 推出,注意到 L 是 $\begin{bmatrix}\mathrm{A} & I_n & 0\\ \mathrm{C} & 0 & I_{n_z}\end{bmatrix}$的零空间.

条件 1 存在 $\mathrm{R}\in\mathrm{C}^{n\times(2n+n_z)}$,其中 N 是 R 的零空间,满足:

$$N^*\left(J\left(\Phi^{\mathrm{T}}\otimes P+\Psi^{\mathrm{T}}\otimes Q\right)J^*+\mathrm{H}\Pi\mathrm{H}^*\right)N<0 \tag{10}$$

$$\mathrm{RF}^*=\mathrm{F}^*\mathrm{R} \tag{11}$$

其中, $F=\begin{bmatrix}I & 0\\ Y & V\end{bmatrix}$, $\mathrm{F}=\mathrm{diag}(F,F,I)$

注意: 根据条件 1 对(10)进行 F 的合同变换可以得到: $J^*(\Phi\otimes P+\Psi\otimes Q)J+H^*\Pi H<He(L\Re)$

其中

$$P:=FPF^*,\ Q:=FQF^*,\ H:=\begin{bmatrix}0 & C & D\\ 0 & 0 & I\end{bmatrix},\ L:=\begin{bmatrix}-W\\ A^*\\ B^*\end{bmatrix},\ L:=\begin{bmatrix}W\\ -A^*\\ -B^*\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$W := FWF^* = \begin{bmatrix} X & I \\ Z & Y \end{bmatrix},\ Z := YX + VU$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} FA_{cl}WF^* & FB_{cl} \\ C_{cl}WF^* & D_{cl} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} AX+B_2H & A+B_2LC_2 & B_1+B_2LD_{12} \\ M & YA+GC_2 & YB_1+GD_{21} \\ \hline C_1X+D_{12}H & C_1+D_{12}LC_2 & D_{11}+D_{12}LD_{21} \end{array}\right] \tag{13}$$

L 和 W 乘积引起问题的非凸性可以采用 de Oliveira[33]2002 年提出的方法通过变量替换，将问题转化为可解的 LMI 问题。

W,U 和 V 可逆，且 $X,Y,U,V \in C^{np \times np}$，则可取：$W := \begin{bmatrix} X & (I-XY^*)V^{-*} \\ U & -UY^*V^{-*} \end{bmatrix}$

不失一般性，假设 Z−YX 非奇异，令 U 和 V 为满足 VU=Z−YX 的任意矩阵，控制器参数(A_c,B_c,C_c,D_c)可通过求解下式得到：

$$\begin{bmatrix} M & G \\ H & L \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} YAX & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V & YB_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U & 0 \\ C_2X & I \end{bmatrix} \tag{14}$$

2 带稳定性约束的有限频段动态输出反馈控制

由于引理 3 并未保证设计后闭环系统稳定，下面考虑在不破坏问题凸性的前提下，增加稳定性约束，使得设计后的闭环系统渐近稳定且满足小增益指标.

定理 1 对于系统(3)，给定矩阵 Φ、$\psi \in H_2$，$\lambda \in \Lambda(\Phi,\psi)$，选择 $R \in C^{n\times(2n+n_z)}$满足条件 1，当存在矩阵 $X、Y、M、G、H、L$，$W = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} = W^* = \begin{bmatrix} X^* & I \\ I & Y^* \end{bmatrix} > 0$ 和 $P,Q \in H_n$ 满足 Q>0 使得下面两式成立：

1) $\Phi \otimes P_s < He\begin{bmatrix} -W \\ A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -qI & pI \end{bmatrix}$。 (15)

2) $J^*(\Phi \otimes \boldsymbol{P} + \Psi \otimes \boldsymbol{Q})J + \boldsymbol{H}^*\Pi\boldsymbol{H} < He(L\Re)$。 (16)

则存在一个结构如(1)所示，阶数 $n_c=n_p$ 的动态输出反馈控制器 K(λ)使得设计后的闭环系统渐近稳定且满足设计指标(4)和(5).

不失一般性，假设 I−YX 非奇异，令 U 和 V 为满足 VU=I−YX 的任意矩阵，控制器参数(A_c,B_c,C_c,D_c)可通过求解(14)式得到.

证明：当区域 d 是左半平面时，例如 a=c=0，b=1，稳定性限制条件可根据区域极点配置 λ 是 A 的特征值 $\lambda+\lambda^*<0$。因此可以定义

$$\sigma(\lambda,\Phi) := \begin{bmatrix} \lambda & I_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda & I_n \end{bmatrix}^* = \lambda + \lambda^* < 0, \tag{17}$$

又 $\lambda+\lambda^*<0$ 成立，存在 W 和 $P_S=P_s^*$ 使得 $AP_S+(P_sA)^*<0$，则以下不等式成立

$$\sigma(A,\Phi\otimes P) = \begin{bmatrix} A & I_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & P_s \\ P_s & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & I_n \end{bmatrix}^* = AP_S + (P_sA)^* < 0 \tag{18}$$

对(18)采用投影定理得：

$$\Phi \otimes P_s < He\begin{bmatrix} -W \\ A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -qI & pI \end{bmatrix} \tag{19}$$

其中 $r := \begin{bmatrix} p & q \end{bmatrix}^T \in \mathbf{C}^2$ 是任意满足不等式 $r^*\Phi r<0$ 的固定向量

故(1)成立则闭环系统(3)是渐近稳定的(即满足设计指标(4))，又由引理 2 易知，(16)成立则设计指标(5)被满足。

故定理成立。

3 分频段控制器设计(Piecewise Frequency Design Method)

针对(4)设计指标我们可以根据区域极点配置增加一个闭环稳定限制条件，以下的定理将会考虑有关特征值的稳定性条件。我们首先利用 schur 补引理和小增益定理将(16) 按照各频段的性能指标要求展开得到推论 1。

推论 1 给定 $P, Q(Q>0) \in H_{2n}$，$\Re \in C^{n\times(2n+n_z)}$，$\Phi, \Psi \in H_2$，其中 $\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$，$S \in \Lambda(\Phi,\Psi)$，若以下不等式成立，则闭环系统满足(5)的设计指标要求。

1) 低频段

存在 $\Lambda_{cl} = \{j\omega \mid \omega \in R, |\omega| \le \varpi_l\}$，$\Psi_l = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \varpi_l^2 \end{bmatrix}$，$s \in \Lambda_{cl}$ 使得

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -Q_1 & P_1 & 0 \\ P_1 & \varpi_l^2 Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_1^2 I \end{bmatrix} - He(L\Re) & \begin{bmatrix} 0 \\ C^* \\ D^* \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & C & D \end{bmatrix} & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{20}$$

2) 中频段

存在 $\Lambda_{cm} = \{j\omega \mid \omega \in R, \varpi_1 \le |\omega| \le \varpi_2\}$，$\Psi_m = \begin{bmatrix} -1 & j\varpi_c \\ -j\varpi_c & -\varpi_1\varpi_2 \end{bmatrix}$，$s \in \Lambda_{cm}$ 使得

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -Q_m & P_m & 0 \\ P_m & \varpi_1\varpi_2 Q_m & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_2^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & j\varpi_c Q_m & 0 \\ -j\varpi_c Q_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - He(L\Re) & \begin{bmatrix} 0 \\ C^* \\ D^* \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & C & D \end{bmatrix} & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{21}$$

3) 高频段

存在 $\Lambda_h=\{j\omega \mid \omega\in \mathrm{R},|\omega|\ge \varpi_h\}$，$\Psi_h=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -\varpi_h^2\end{bmatrix}$，$s\in\Lambda_{ch}$ 使得

$$\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{Q}_h & \mathrm{P_h} & 0\\ \mathrm{P_h} & -\varpi_h^2\mathrm{Q}_h & 0\\ 0 & 0 & -{\gamma_3}^2 I\end{bmatrix}-He(\mathrm{L}\Re) & \begin{bmatrix}0\\ \mathrm{C}^*\\ \mathrm{D}^*\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}0 & \mathrm{C} & \mathrm{D}\end{bmatrix} & -I\end{bmatrix}<0 \tag{22}$$

4 仿真与分析

本节以柴油汽车组的调速系统为例，来说明本章提出的动态输出反馈控制器的设计思想。

该调速系统的状态空间描述如下

$$A_g=\begin{bmatrix}-20 & 0\\ -165.56 & -0.4328\end{bmatrix},B_g=\begin{bmatrix}4\\ 0\end{bmatrix},C_g=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix},D_g=\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}$$

利用定理 1 和推论 1，对给定的系统设计而稳定化输出反馈控制器 K(s)以满足如下设计指标：

$$|G(j\omega)S(j\omega)|\le\gamma_0,\forall\ |\omega|\le\omega_0;$$

$$|K(j\omega)S(j\omega)|\le\gamma_1,\ \forall\ \omega_1\le\omega\le\omega_2;$$

$$|G(j\omega)K(j\omega)S(j\omega)|\le\gamma_2,\ \forall\ |\omega|\ge\omega_3$$

我们给定参数值：$\omega_0=0.5$, $\omega_1=3$, $\omega_2=10$, $\omega_3=20$, $\gamma_0=0.8$, $\gamma_1=1$

对于以上的限制条件最小化 γ_2，可以求得稳定化全阶控制器。

由此可得最优值 $\gamma_2=2.8$，控制器 $K=\left[\begin{array}{cc|c}-548 & -12755 & -24657\\ 4 & 7.9 & 191\\ \hline 0.02 & 0.5 & 0.9\end{array}\right]$

闭环系统的阶跃响应如图 1 所示，显示了系统良好的稳定性。图 2 描述了设计指标的幅频特性，其中实线代表 |PS|，点划线代表 |KS|，虚线代表 |PKS|。当 $|\omega|\le\omega_0=0.5$ 时，满足 $|PS|\le\gamma_0$ 当 $|\omega|\ge\omega_1$ 时，满足 $|KS|\le\gamma_1$，而当 $|\omega|\ge\omega_2$ 时，满足 $|PKS|\le\gamma_2$。

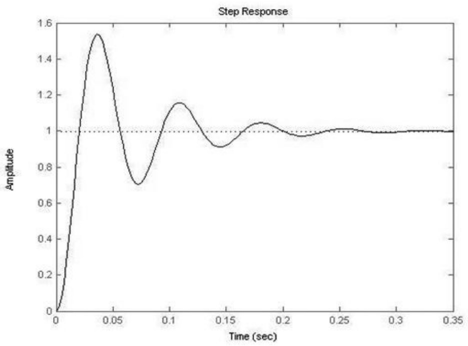

图 1 阶跃响应图

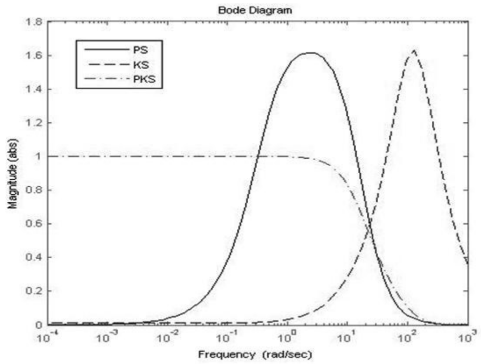

图 2 设计指标幅频图

5 结论

有限频段指标的提出，相对于传统全频段指标，减少设计上的保守性。特别是不同频段有不同的设计指标。本章讨论多频段综合问题，提出分频设计方法并且通过增加稳定性约束，对已有的有限频段动态输出反馈设计方法进行了改进。并通过合理选择参数，可以使得其保守性小于全频段最优 H∞ 控制的保守性。

参考文献：

[1] RANTZER A.On the Kalman-Yakubovich-Popov lemma[J].System and Control Letters,1996,28(1):7-10.

[2] IWASAKI T,HARA S.Generalized KYP lemma:unified frequency domain inequalities with design applications[J].IEEE Trans on Automatic Control,2005,50(1):41-59.

[3] IWASAKI T,HARA S.Feedback control synthesis of multiple frequency domain specifications via Generalized KYP lemma [J].International Journal of Robust and Nonlinear Control,2007,17:415-434.

[4] IWASAKI T,HARA S.Dynamic output feedback synthesis with general frequency domain specifications [C].Proceedings of the 16th IFAC World Congress.Prague,Czechoslovakia:Elsevier,2005.

[5] IWASAKI T,SKELTON R E.All controllers for the general H∞ control problem:LMI existence conditions and state space formulas [J].Automatia,1994,30(8):1307-1317.

[6] de OLIVEIRA M C,GEROMEL J C,BERNUSSOU J.Extended H2 and H∞ and characterizations and controller parametrizations for discrete-time systems[J].Int. J. Contr.,2002,75(9):666-679.

[7] ZHANG Xiaoni,YANG Guanghong.Dynamic output feedback control synthesis with mixed frequency small gain specifications[J].Acta Automatica Sinica,2008,34(5):551-557.

[8] SHAKED U,de SOUZA C E.Continuous-time tracking problems in an H∞ setting:a game theory approach [J].IEEE Trans on Automatic Control,1995,40(5):841-852.

[9] 冯纯伯,田玉平,忻欣.鲁棒控制系统设计[M].南京:东南大学出版社,1995:151-180.

[10] 吴敏,桂卫华,何勇.现代鲁棒控制[M].2 版.长沙:中南大学出版社,2006:66-70.

[11] 俞立.鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M].北京:清华大学出版社,2002:41-67.