

文章编号: 1006-2343(2010)03-023-06

2 自由度门式起重机器人的轨迹控制

郑亚青^{1,2}, 吴建坡¹

(1. 华侨大学 机电及自动化学院, 泉州 362021, E-mail: yq_zheng@hqu.edu.cn;

2. 厦门大学 航空系, 厦门 361005)

摘要: 为了解决 2 自由度门式起重机器人系统的吊运轨迹精确跟踪控制和反晃动的有效消除, 在建立其非线性动力学模型的基础上, 详细分析其所呈现的微分平坦性, 指出这种微分平坦性对精确轨迹的生成带来了很大的便利; 接着分析了其前馈控制器和基于微分平坦性的反馈轨迹跟踪控制器, 指出其具有微分平坦性的动力学系统是非线性的, 故其所对应的状态方程是非线性的, 但可通过状态变换实现无反馈精确线性化, 从而得到一个完全能观完全能控的线性系统; 若对该线性系统施加一个误差线性反馈器, 就得到输出解耦的闭环系统, 这样通过调整反馈增益可使吊具的轨迹误差实现全局渐近收敛; 仿真结果验证了理论研究结论的正确性, 同时表明吊具在低速运动时, 摩擦对起重机器人系统的驱动力输入的影响不大。

关键词: 2 自由度; 起重机器人; 微分平坦性

中图分类号: TH112 文献标识码: A

Trajectory Control a 2-Degree-of-freedom Gantry Crane Robot

ZHENG Ya-qing^{1,2}, WU Jian-po¹

(1. College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China;

2. Department of Aeronautics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: In order to realize the accurate trajectory tracking and anti-swing control of 2 degree-of-freedom gantry crane robot, detailed analysis of the differential flatness on the basis of its nonlinear dynamic model is given and it is pointed out that such kind of differential flatness is beneficial to accurate trajectory generation. The feedforward controller and feedback trajectory tracking controller are analyzed and it is found that the corresponding state space is nonlinear because the flatness-based dynamic system is nonlinear, but through the state space transformation, the system can be changed into a system of exact linearization without feedback. Hence them a totally being observed and controled linear system is obtained. If an error linear feedback controller can be added to this linear system, Thus, the error between the desired and real trajectory of the spreader can realize global asymptotic stability and convergence by adjusting the feedback gains. The simulation results has proven the correctness of the theoretical conclusions and shown that influence of the friction on the inputs for the actuators is little when the spreader moves with a low speed.

Key words: 2-degree-of-freedom; crane robot; differential flatness

起重机器人按照支撑装置提供给悬挂点的自由度, 可分为: 门式(桥式)起重机器人、旋转(塔式)起重机器人、臂式起重机器人, 其在运输业和建筑业等工程领域的应用很广^[1]。为了提高吊运效率, 在过去 40 多年中, 研究学者关于起重机器人的动力学建模和自动化控制(可称其为起重机的机器人化)的研究兴趣逐渐增加^[1]。起重机器人的动力学建模有两种方法: 集中质量模型和分布质量模型^[1]。分布质量模型只适用于载荷质量与钢丝绳质量是同一个数量级, 且小车位移和载荷摆动角度都很小的情况; 因为工程中起重机器人吊钩的重量往往大于钢丝绳的重量, 因此这种方法在工程

中受到限制, 仅被用于小车处于终点附近时的建模情况。集中质量模型广泛用于桥式起重机器人的建模中, 忽略了钢丝绳的质量, 将钢丝绳、吊钩和载荷质量集中到吊钩处, 建立空间摆模型。这样建模描述载荷复杂的动力学特性, 数学表达式简单紧凑^[2]。在控制策略的研究上, 一方面由于要求起重机器人要有好的灵活性、高的成本效率、高的鲁棒性、好的安全性、强的反晃动能力和好的稳态响应和瞬时响应; 另一方面, 实际工程应用中, 要求起重机器人有更大的吊运重量和更快的吊运速度, 以及起重机器人有更大的高度和跨距。这 2 方面的需求都导致迫切需要提出和设计更加有效的控制器。其中, 对吊运轨迹的精确跟踪控制和反晃动的消除是最需要很好解决的 2 个控制问题。已有很多研究学者针对在门式起重机器人的控制策略中如何消除摇动这个问题做了大量的研究工作^[3-9]。比较常见的方法有模糊控制技术^[4]、

收稿日期: 2009-11-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50805054); 中国博士后科学基金面上资助项目(20090450721)

输入整形技术^[5]、滑模控制技术^[6]以及复合控制技术^[3,7-9]。基于模糊控制技术的防摇控制无需任何数学模型就可使吊具的摆动角最小化且能将不同类型的干扰考虑进去,但其无法充分控制吊具的位置。基于输入整形的防摇控制能够显著减少平面门式起重机器人在提升重物时的残余振荡,但不能将其减弱至零;虽能大幅度降低瞬间摆动,但也会产生些微振动;虽能显著增加对模型误差的鲁棒性的,但同时会轻微减弱系统响应。基于滑模控制的防摇控制策略虽可实现典型的防摆动控制轨迹,能高速控制负荷提升和充分阻尼负荷摆动,且容易实现具有简单增益调整的实时运行,但该控制无法完全消除原型起重机器人存在的机械不精确度。复合控制技术在理论上虽能综合以上各种控制技术的优点且力免其缺点,但在实际控制中却不易实现。

因此有必要从新的思路来探索起重机器人的建模方法与控制技术。实际上,门式起重机器人的动力学方程是非线性的,在设计控制方案时必须对其进行线性化。上世纪70年代开始发展起来的非线性系统几何方法因其可为非线性系统的结构分析、分解及与结构有关的控制设计带来很大方便,而非线性系统控制理论中的一种合适工具,并大大促进了非线性控制理论的发展。这新的理论体系中的一个分支:非线性系统状态空间精确线性化,已发展得相当完善^[10-12]。而微分平坦(Differential Flatness)此概念由Fliess首先提出^[13-15]。微分平坦系统的重要性质在于:系统的所有状态和输入都可以用它所谓的平坦输出,以及这些平坦输出的有限阶导数来表示。Fliess等指出具有完整约束(即有2个输入)的2自由度门式起重机器人具有微分平坦性^[16]。文献[17]利用了平坦化系统的特性,研究了2自由度和6自由度门式起重机器人的动力学和控制问题,实现渐近稳定的轨迹跟踪控制。但这些研究工作在对动力学建模时没有考虑到机械系统的摩擦如移动小车和主梁之间的摩擦,绳索与绞盘之间的摩擦等。下面将在考虑机械系统的摩擦的情况下对2自由度门式起重机器人进行逆系统分析及基于微分平坦化的轨迹控制研究,探讨微分平坦性对非线性系统的状态空间精确线性化所带来的便利,该研究方法同样适用于对6自由度门式起重机器人的研究。

1 2 自由度门式起重机器人

1.1 系统的动力学方程

2自由度门式起重机器人的机构简图如图1(a)所示,图1(b)为所建造的实验样机。

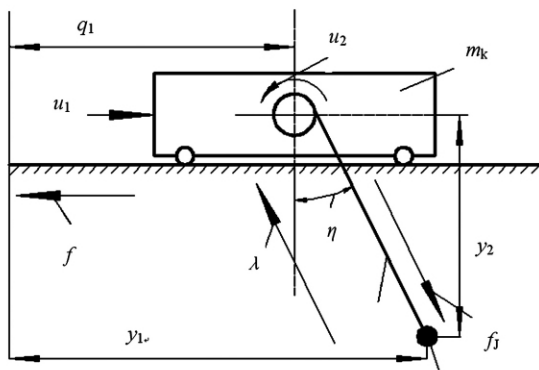
机构主要由一个绞盘(半径为 r ,绳长为 q_2 ,转动惯量为 J ,绳与绞盘的摩擦系数为 b_j)、一辆小车(位置 q_1 ,质量 m_k ,小车与齿轮副的摩擦系数为 b_f)和一个负载(绝对坐标为 y_1, y_2 ,质量为 m)组成。

假设绳为无质量的,且纵向刚度足够大。起重机器人是通过驱动小车的力 u_1 和驱动绞盘的力矩 u_2 来进行控制的。

驱动器坐标 q 和点负载的坐标 y 分别如下表示:

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

这里所考虑的吊运任务是使点负载能沿垂直面(立面)的一条期望轨迹运动,如下:



(a) 机构简图



(b) 实验样机

▲图1 2自由度门式起重机器人

$$\hat{y}(t) = \begin{pmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

由于绞盘的半径 r 相对于起重机器人的实际位移来说是很小的,所以忽略不计;则坐标 y 和 q 为下面的式子所约束:

$$\varphi(q, y) = (y_1 - q_1)^2 + y_2^2 - q_2^2 = 0 \quad (3)$$

对式(3)进行一阶、二阶求导,得到下面的式子:

$$\dot{\varphi}(q, y) = [\varphi_y \quad \varphi_q] \begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = 0$$

$$\ddot{\varphi}(q, y) = [\ddot{\varphi}_y \quad \ddot{\varphi}_q] \begin{pmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} + \ddot{\varphi} = 0$$

这里有

$$\varphi_y = [y_1 - q_1 \quad y_2], \varphi_q = -[y_1 - q_1 \quad q_2] \quad (4)$$

$$\ddot{\varphi} = [\ddot{\varphi}_y \quad \ddot{\varphi}_q] \begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad (5)$$

点负载的运动方程和小车/绞盘运动方程是通过沿绳方向的广义绳拉力 λ 耦合在一起的,如下表示:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 - q_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \lambda \quad (6)$$

式(6)可表达为: $M_y \ddot{y} = F_y + \varphi_y^T \lambda$ 。小车/绞盘组成的系统的动力学方程为:

$$\begin{bmatrix} m_k & 0 \\ 0 & \frac{J}{r^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 + f \\ u_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 - q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} (\lambda - f_j/q_2)$$

上式可表达为:

$$M_q \ddot{q} = B_q u + \varphi_q^T \lambda + B_q \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} - \varphi_q^T \frac{f_J}{q_2} \quad (7)$$

其中: $f_J = b_J \dot{q}_2$, $f = b_J \dot{q}_1$, $\lambda = f = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}$ 。

该起重机器人的整体动力学方程是由式(3)、(6)和(7)组成,所以约束必须在位置级、速度级和加速度级上得到满足。如果给定位置 y 、 q 和速度 \dot{y} 、 \dot{q} 和控制力 u ,那么式(5)、(6)和(7)构成的 5 个方程就能唯一地确定 \ddot{y} 和 \ddot{q} 和 λ ,即

$$\begin{bmatrix} M_y & 0 & \varphi_y^T \\ 0 & M_q & \varphi_q^T \\ \varphi_y & \varphi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{q} \\ -\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_y \\ B_q(u+f) \\ -\ddot{\varphi} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_q^T \frac{f_J}{q_2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

1.2 2 自由度门式起重机器人系统的微分平坦性

2 自由度门式起重机器人系统的微分平坦性是指控制输入量 u 和所有内部变量 q 和 λ ,可以由控制输出 y 以及其有限阶的导数来表示。详细推导过程可分为 2 个步骤来进行,如下:

(1) 表达 q_1 、 q_2 和 λ :

$$q_1 = y_1 - \frac{\dot{y}_1 y_2}{\dot{y}_2 - g} = y_1 - d \quad (9)$$

$$q_2 = \sqrt{d^2 + y_2^2} = \sqrt{(y_1 - q_1)^2 + y_2^2} \quad (10)$$

$$\lambda = m \frac{(\ddot{y}_2 - g)}{y_2} \quad (11)$$

其中

$$d = \frac{\dot{y}_1 y_2}{\dot{y}_2 - g}, \quad \dot{d} = \frac{d y_2^{(3)} - y_1^{(3)} y_2 - \dot{y}_1 \dot{y}_2}{g - \ddot{y}_2}$$

$$\dot{q}_1 - \dot{y}_1 - \dot{d}, \quad \dot{q}_2 = \frac{1}{q_2} (d \dot{d} + y_2 \dot{y}_2)$$

(2) 表示 u , 将式(11)代入式(7)得

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m_k & 0 \\ 0 & J/r \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 - q_1 \\ q_2 r \end{pmatrix} \frac{m(\ddot{y}_2 - g)}{y_2} \begin{pmatrix} b_J \dot{q}_1 + d b_J \dot{q}_2 / q_2 \\ r b_J \dot{q}_2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中 \dot{q}_1 和 \dot{q}_2 可由式(9)和(10)获得,如下:

$$\ddot{q}_1 = \ddot{y}_1 - \ddot{d}, \quad \ddot{q}_2 = \frac{1}{q_2} (d \ddot{d} + \dot{d}^2 + \dot{y}_2^2 + y_2 \ddot{y}_2 - \dot{q}_2^2),$$

$$\ddot{d} = \frac{d y_2^{(4)} + 2 \dot{d} y_2^{(3)} - 2 y_1^{(3)} \dot{y}_2 - \ddot{y}_1 \ddot{y}_2 - y_1^{(4)} y_2}{g - \ddot{y}_2}$$

将上面所推导得到的式子代入(12),可得到 u 的表达式 μ 可由 y 、 \dot{y} 、 \ddot{y} 、 $y^{(3)}$ 、 $y^{(4)}$ 的代数和表示,即

$$u = \psi(y, \dot{y}, \ddot{y}, y^{(3)}, y^{(4)}) \quad (13)$$

详细地,

$$u_1 = m_k (\ddot{y}_1 - \ddot{d}) - m \ddot{y}_1 + b_J (\dot{y}_1 - \dot{d}) - d b_J \left[\frac{1}{d^2 + y_2^2} (d \dot{d} + y_2 \dot{y}_2) \right]$$

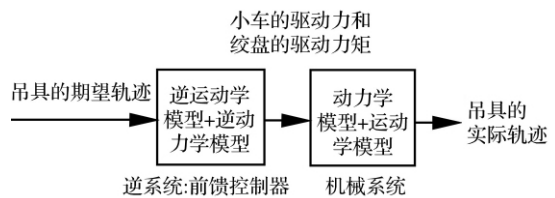
$$u_2 = \frac{J}{r} \frac{\left[d \ddot{d} + \dot{d}^2 + \dot{y}_2^2 + y_2 \ddot{y}_2 - \left[\frac{1}{d^2 + y_2^2} (d \dot{d} + y_2 \dot{y}_2)^2 \right] \right]}{\sqrt{d^2 + y_2^2}}$$

$$+ \sqrt{d^2 + y_2^2} \frac{m(\ddot{y}_2 - g)}{y_2} + r b_J \left[\frac{1}{\sqrt{d^2 + y_2^2}} (d \dot{d} + y_2 \dot{y}_2) \right]$$

由此可见 2 自由度门式起重机器人系统呈现出微分平坦性,其优点是吊具的轨迹可精确地转换成驱动器的输入。这很有利于轨迹的生成和跟踪控制。

2 基于微分平坦性的前馈控制

将逆运动学模型和逆动力学模型联合起来就构成了一个具有微分平坦性的逆系统:前馈控制器,如图 2 所示。这里,逆运动学模型可将吊具的期望轨迹转换成驱动器的期望坐标值(即 1 根绳的长度及 1 台小车的位置)以及其关于时间的导数;而再将以上这些值代入逆动力学模型就得到 1 台小车的驱动力和 1 个绞盘的驱动力矩,用以控制起重机器人。在对前馈控制进行仿真时,主要是对机械系统进行建模和求解(即动力学正解问题),这涉及到求解 2 个 4 阶非线性微分方程组成的方程组,可以用 Matlab 求解。



▲ 图 2 前馈控制器的结构

为了抵抗与期望轨迹不一致的初始条件如风力,和参数的不确定性,有必要采用一个带有实际误差反馈的闭环控制策略。

3 基于微分平坦性的轨迹跟踪控制

3.1 状态空间无反馈精确线性化

假设系统的独立状态变量

$x = (q_1, q_2, \eta, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{\eta})^T \in R^6$ 可被测量或用一个观测器来估计,式(13)中的 8 个变量有 6 个可用 x 进行变换,如下:

$$y_1(x) = q_1 + q_2 \sin \eta \quad (14)$$

$$\dot{y}_1(x) = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \sin \eta + q_2 \cos \eta \dot{\eta} \quad (15)$$

$$\ddot{y}_1(x, \ddot{y}_2) = (\ddot{y}_2 - g) \tan \eta \quad (16)$$

$$y_1^{(3)}(x, \ddot{y}_2, \dot{y}_2^{(3)}) = y_2^{(3)} \tan \eta + (\ddot{y}_2 - g) \frac{1}{\cos^2 \eta} \dot{\eta} \quad (17)$$

$$y_2(x) = q_2 \cos \eta \quad (18)$$

$$\dot{y}_2(x) = \dot{q}_2 \cos \eta - q_2 \sin \eta \dot{\eta} \quad (19)$$

式(14)和式(18)可由图 1 直接得到,它们的一阶导为式(15)和式(19)。式(18)可由式(10)整理得到:

$$\frac{y_1 - q_1}{y_2} = \frac{\dot{y}_1}{\dot{y}_2 - g} \tan \eta$$

可以看出,由 x 表达的状态空间所对应的系统是非线性的,要对其进行控制方案设计比较困难。下面探讨将该非线性系统所对应的状态空间无反馈精确线性化的可能性及步骤。

另用新的输入 w_1 (可看成负载的横向晃动运动坐标)来代替 $y_1^{(4)}$,即

$$\ddot{y}_1^{(4)} = w_1 \tag{20}$$

用新的输入 w_2 (可看成负载的纵向晃动运动坐标) 来代替 \ddot{y}_2 , 即

$$\ddot{y}_2 = w_2 \tag{21}$$

将 w_1 、 w_2 、 \dot{w}_2 、 \ddot{w}_2 和 x 代入式(13), 可得

$$u = \psi(x, w_1, w_2, \dot{w}_2, \ddot{w}_2) \tag{22}$$

详细地, 可表达为:

$$u_1 = -(m_k - m)gtg\eta - 2m_k(\dot{q}_2 \cos\eta - q_2 \sin\eta \cdot \dot{\eta}) \\ (tg\dot{\eta}) - m_k q_2 \cos\eta (tg\ddot{\eta}) - b_f \dot{q}_1 - b_j \dot{q}_2 \sin\eta - mw_2 tg\eta \\ u_2 = \frac{J}{r}(q_2 \dot{\eta}^2 + 2q_2 tg\eta \ddot{\eta} + q_2 tg\eta \dot{\eta}^2) - \frac{mrg}{\cos\eta} + rb_j \dot{q}_2 +$$

$$\frac{mrw_2}{\cos\eta} + \frac{J}{r} \frac{w_2}{\cos\eta}$$

代数反馈(22)说明了对原来那个非线性系统所对应的状态空间进行无反馈精确线性化是有可能性的^[18]。根据文献[18]所描述的步骤, 该非线性系统所对应的状态空间进行精确线性化后, 原来的状态变量 x 变换到新状态变量 ξ , $\xi = (y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1, y_1^{(3)}, y_2, \dot{y}_2)^T$ 。新的状态方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + BW \\ Y &= \xi \end{aligned} \tag{23}$$

其中 $W = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$ 为新的输入量,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 2}$$

该状态方程是线性的, 所以系统是线性的。该线性系统是完全能观完全能控的。

3.2 线性误差反馈控制器的设计

下面设计一个能使上述系统具有稳定性和强鲁棒性的误差线性反馈器, 吊具的期望轨迹经过该线性误差反馈控制器变成一组新的期望值再输入到逆系统中。

所设计的误差线性反馈器如下:

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \hat{y}_1^{(4)} + \alpha_3 e_1^{(3)} + \alpha_2 e_1^{(2)} + \alpha_1 \dot{e}_1 + \alpha_0 e_1 \\ w_2 &= \hat{y}_2 + \beta_1 \dot{e}_2 + \beta_0 e_2 \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

其中: $e_1 = \hat{y}_1 - y_1(x)$, $\dot{e}_1 = \dot{\hat{y}}_1 - \dot{y}_1(x)$, $\ddot{e}_1 = \ddot{\hat{y}}_1 - \ddot{y}_1(x)$, $e_1^{(3)} = \hat{y}_1^{(3)} - y_1^{(3)}(x)$, $e_2 = \hat{y}_2 - y_2(x)$, $\dot{e}_2 = \dot{\hat{y}}_2 - \dot{y}_2(x)$ 。

该反馈控制结构为一个误差的线性反馈环节, 是基于线性化的吊具晃动模型进行设计的, 且其反馈增益可以在吊具的整个状态空间内进行调整, 可采用极点配置或 LQR 设计来确定具体的值。吊具有沿垂直方向的晃动运动 w_2 和沿横向方向的晃动运动 w_1 。

将式(24)代入式(23), 可得到带有反馈环节的闭环系统的状态方程, 如下:

$$\left. \begin{aligned} e_1^{(4)} + \alpha_3 e_1^{(3)} + \alpha_2 e_1^{(2)} + \alpha_1 \dot{e}_1 + \alpha_0 e_1 &= 0 \\ \ddot{e}_2 + \beta_1 \dot{e}_2 + \beta_0 e_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{25}$$

式(25)表明: 通过一个负载位置误差的外环反馈来实现渐近稳定的跟踪控制。因常实系数 $\{\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0\}$ 和 $\{\beta_1, \beta_0\}$ 满足 Hurwitz 条件, 故轨迹误差可实现全局指数渐近收敛。

3.3 实例仿真

给定该 2 自由度门式起重机器人的一组机械参数: $m_k = 30 \text{ Kg}$, $m = 100 \text{ Kg}$, $J = 0.06 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $r = 0.1 \text{ m}$, $b_f = 0.5$, $b_j = 0.1$ 。采用 3.1 和 3.2 提出的轨迹跟踪控制方案对负载的吊运轨迹进行控制仿真, 吊运轨迹为立面上的一条直线, 即

$$\hat{y}(t_0 = 0 \text{ s}) = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 = 0 \\ \hat{y}_2 = 5 \end{bmatrix} m \quad \text{和} \quad \hat{y}(t_E = 10 \text{ s}) = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 = 10 \\ \hat{y}_2 = 3 \end{bmatrix} m;$$

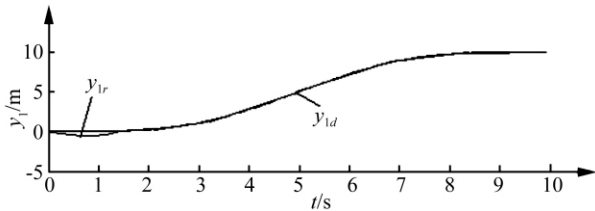
期望轨迹的速度为 $\hat{v}(t) = \frac{3\sqrt{26}}{2} \omega \sin^3(\omega t)$, $\omega = \frac{\pi}{10} \text{ (m/s)}$ 。期望轨迹的初始条件为: $q_1(t_0) = 0 \text{ m}$, $q_2(t_0) = 6 \text{ m}$, $\hat{y}_1(t_0) = 0 \text{ m}$, $\hat{y}_1(t_0) = -1 \text{ m/s}$ 。

解: 由给定的吊具的期望轨迹可以知道, 吊具沿垂直面(立面)的坐标方程及其 4 阶内的导数分别可表示为:

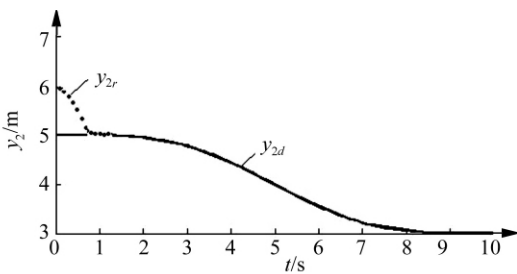
$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= 5 \left[1 - \frac{3}{2} \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos^3(\omega t) \right] \\ \dot{y}_1(t) &= \frac{15}{2} \omega \sin^3(\omega t) \\ \ddot{y}_1(t) &= \frac{15}{2} \omega^2 \sin^2(\omega t) \cos(\omega t) \\ y_1(t)^{(3)} &= \frac{15}{2} \omega^3 \sin(\omega t) [-3 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + 9 \omega^2 \cos^2(\omega t) - 3 \omega^2] \\ y_1(t)^{(4)} &= \frac{15}{2} \{ [\omega^4 \cos(\omega t) (11 \cos^2(\omega t) - 5) + 3 \omega^2 (9 \cos^2(\omega t) - 1) - \sin(\omega t) \cos 2(\omega t) - 2 \sin(\omega t) + 5 \sin(\omega t) \cos^2(\omega t)] - 3 \sin^2(\omega t) \cos(\omega t) \} \\ y_2(t) &= 4 + \frac{3}{2} \cos(\omega t) - \frac{1}{2} \cos^2(\omega t) \\ \dot{y}_2(t) &= -\frac{3}{2} \omega \sin^3(\omega t) \\ \ddot{y}_2(t) &= -\frac{3}{2} \omega^2 \sin^2(\omega t) \cos(\omega t) \\ y_2^{(3)}(t) &= -\frac{3}{2} \omega^3 \sin(\omega t) [-3 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + 9 \omega^2 \cos^2(\omega t) - 3 \omega^2] \\ y_2^{(4)}(t) &= -\frac{3}{2} \{ [\omega^4 \cos(\omega t) (11 \cos^2(\omega t) - 5) + 3 \omega^2 (9 \cos^2(\omega t) - 1) - \sin(\omega t) \cos 2(\omega t) - 2 \sin(\omega t) + 5 \sin(\omega t) \cos^2(\omega t)] - 3 \sin^2(\omega t) \cos(\omega t) \} \end{aligned} \right\}$$

反馈增益 $(\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0, \beta_1, \beta_0)$ 通过用线性二次优化(LQR)求解代数 Riccati 方程来获得。在 Matlab 下, 利用函数 $\text{lqr}(A, B, Q, r)$ 来求解, 这里的 A 和 B 见 3.1 节, $Q = I_{6 \times 6}$ (6 行 6 列的单位阵) $r = rr^* (I_{2 \times 2})$ (rr 为大于 0 的变量, 可以调整; $I_{2 \times 2}$ 为 2 行 2 列的单位阵)。如当 $rr = 1$ 时, 可求得 $\alpha_0 = 1.000 \ 0$, $\alpha_1 = 3.077 \ 7$, $\alpha_2 = 4.236$, $\alpha_3 = 3.077 \ 7$,

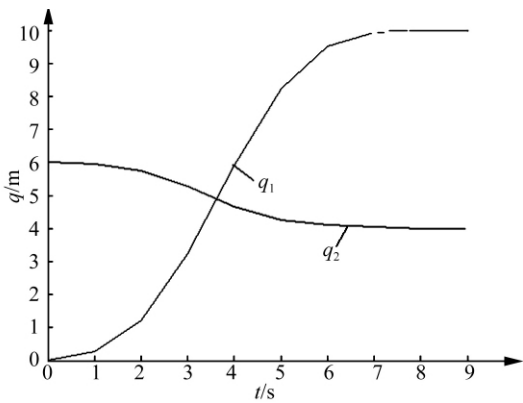
$\beta_0 = 1.000 0$ $\beta_1 = 1.732 1$ 。根据具体需要,在整个状态空间内不断调整 r 的值,然后用 ODE45 求出吊具沿竖直方向的实际轨迹 y_{1r} 和沿水平方向的实际轨迹 y_{2r} ,如图 3 和图 4 所示。可以看出 $t = 1.5$ s 时,吊具沿竖直方向的实际轨迹 y_{1r} 收敛于期望轨迹 y_{1d} ;而 $t = 1$ s 时,吊具沿水平方向的实际轨迹 y_{2r} 收敛于期望轨迹 y_{2d} 。同时根据 1.2 部分的理论结果,可



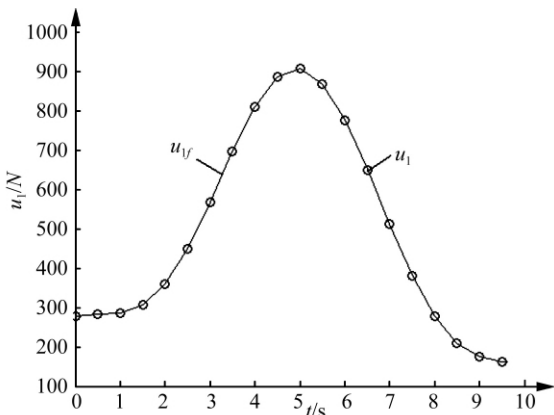
▲图 3 吊具沿实际轨迹 y_{1r} 收敛于期望轨迹 y_{1d} 的情况



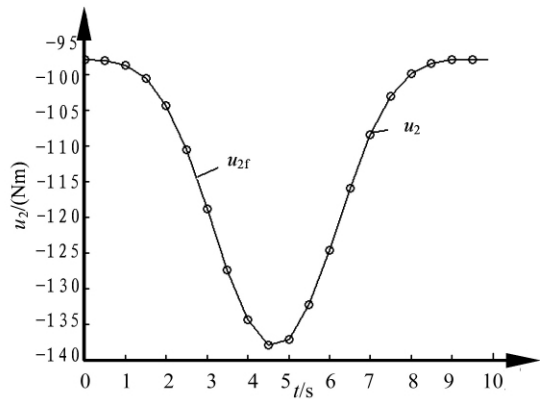
▲图 4 吊具沿实际轨迹 y_{2r} 收敛于期望轨迹 y_{2d} 的情况



▲图 5 吊具进行轨迹跟踪控制时的驱动器坐标值



▲图 6 吊具进行轨迹跟踪控制时驱动移动小车的力



▲图 7 吊具进行轨迹跟踪控制时驱动绞盘的力矩

求出吊具在实际轨迹跟踪控制时所需的输入 $q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ 和

$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$, 分别为图 5, 6 和 7 所示, 其中 $u_f = \begin{pmatrix} u_{1f} \\ u_{2f} \end{pmatrix}$ 为考虑摩擦时的 2 个伺服电机的输入力(力矩)之值。

可以看出,在可以将绳与绞盘的摩擦力与小车与齿轮副的摩擦力视为相应速度的比值时(如小车的移动速度不高及绳相对于绞盘的运动速度也不高时),那么其摩擦对起重机器人系统的驱动力输入的影响不大,当然对驱动功率的影响也不大。

4 结 论

(1) 2 自由度门式起重机器人系统呈现运动学级、动力学级及状态量级的微分平坦性,即其驱动器坐标、所输入的驱动力坐标及状态量都可用吊具的平坦化输出及其有限阶导数(最多达 4 阶)进行代数形式表示。值得一提的是,平坦化输出不是任意的,但还没找到系统寻找平坦化输出的方法,只能是通过经验去尝试与识别。考虑关节之间的摩擦不会影响系统的平坦化性质,且这种微分平坦性有利于吊具精确轨迹的生成。

(2) 2 自由度门式起重机器人的具有微分平坦性的系统是非线性的,其所对应的状态方程是非线性的,但可以通过状态变换,就能实现无反馈精确线性化(使状态方程和输出方程同时线性化),得到一个完全能观完全能控的线性系统。

(3) 如果对所得到的完全能观完全能控的线性系统施加一个误差线性反馈器,就得到带有反馈环节的闭环系统;该闭环系统为输出解耦的系统,通过调整反馈增益可使吊具的轨迹误差实现全局指数渐近收敛。

(4) 仿真结果验证了理论研究结论的正确性,同时表明吊具在低速运动时,摩擦对起重机器人系统的驱动力输入的影响不大。

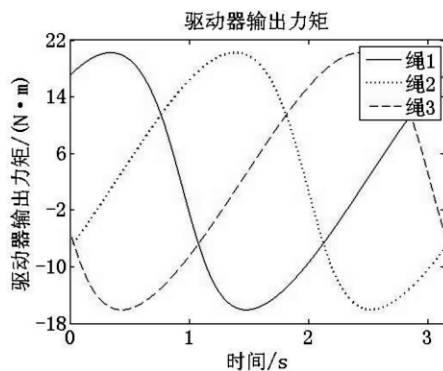
参考文献

[1] ABDEL-RAHMAN EM, NAYFEH AH, MASOUD ZN. Dynamics and control of cranes: a review [J]. Journal of Vibration and Control, 2003 9(7): 863~908.
 [2] 董明晓, 荷淑娟, 宋传增. 桥式起重机自动化可行性分析 [J]. 起重运输机械, 2005, (8): 17~19.

- [3] Arai T, Osumi H. Three wire suspension robot [J]. Industrial Robot, 1992, 19(4): 17~22.
- [4] BENHIDJEB A, GISSINGER GL. Fuzzy control of an overhead crane performance comparison with classic control [J]. Control Engineering Practice, 1995, 3(12): 1687~1696.
- [5] SINGHOSE WE, PORTER LJ, SEERING WP. Input shaped control of a planar gantry crane with hoisting [C]// Proceedings of the 1997 American Control Conference, Albuquerque, New Mexico, 4~6 June 1997, 1: 97~100.
- [6] LEE H-H, LIANG Y, SEGURA D. A sliding-mode anti-swing trajectory control for overhead cranes with high-speed load hoisting [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, December 2006, 128(4): 842~845.
- [7] YI J, YUBAZAKI N, HIROTA K. Anti-swing and positioning control of overhead traveling crane [J]. Information Sciences, 2003, 155(1~2): 19~42.
- [8] LIU D, YI J, ZHAO D, et al. Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane [J]. Mechatronics, 2005, 15(5): 505~522.
- [9] CHANG C-Y, CHIANG K-H. Fuzzy projection control law and its application to the overhead crane [J]. Mechatronics, 2008, 18(10): 607~615.
- [10] Brockeett RW. Nonlinear systems and differential geometry [C]// Proceedings of IEEE, 1976, 64(1): 61~72.
- [11] JAKUBCZYK B, RESPONDEK W. On linearization of control systems [J]. Bull. Acad. Pol. Sci. Ser. Sci. Math., 1980, (28): 517~522.
- [12] CHEN D, TARN T J, ISIDORIA. Global linearization of control systems via feedback [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1983, AC-30(8): 808~811.
- [13] 谢飞. 基于微分平坦的双电机雨刮控制器研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2007.
- [14] Fliess M, Levine J, Martin P, et al. Differentially flat nonlinear systems. In: Fliess, M. (ed.), Nonlinear Control System Design [M]. Pergamon Press, 1992.
- [15] Fliess M, Levine J, Martin P, et al. Nonlinear control and Lie-Bäcklund transformations: towards a new differential geometric standpoint [C]// Proceedings of IEEE Control Decision Conference, Lake Buena Vista, FL, 1994: 339~344.
- [16] Fliess M, Levine J, Martin P, Rouchon P. Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and examples [J]. International Journal of Control, 1995, 61(6): 1327~1361.
- [17] HEYDEN T, WOERNL C. Dynamics and flatness-based undetermined cable suspension manipulator [J]. Multibody System Dynamics, 2006, 16(2): 155~177.
- [18] ISIDORI A. Nonlinear control systems [M]. Springer-Verlag, Berlin, 1995.

作者简介: 郑亚青(1974-), 女, 博士, 副教授; 硕士生导师, 厦门大学在站博士后; 主要研究方向为绳牵引并联机器人和基于微分平坦化的机器人技术, 发表论文 5 篇。

(上接第 22 页)



▲ 图 12 驱动器输出力矩

仿真结果表明, 选取的点动平台的期望轨迹合理, 控制输入量如驱动器输出力矩, 驱动器转过角度及其一阶、二阶导数和所有内部变量, 可以由控制输出 y 以及其有限阶的导数(一阶、二阶)进行代数形式表示, 则绳牵引并联机器人系统 IRPMs 呈现微分平坦性。在设定的期望轨迹条件下, 可以直接获得控制输入量与时间的对应关系, 可见, 这种微分平坦性有利于末端轨迹的生成和跟踪控制。

3 结束语

(1) 绳牵引并联机器人系统 IRPMs 呈现运动学级、动力学级的微分平坦性, 即系统的所有内部变量, 驱动器的控制输入量都可用绳向量的平坦化输出及其有限阶导数(一阶、二阶)进行代数形式表示。

(2) 理论分析和实例仿真表明, 末端执行器的轨迹可精确地转换成驱动器的输入。在设定的期望轨迹条件下, 可以直接获得控制输入量与时间的对应关系, 有利于末端轨迹的生成和跟踪控制。

参考文献

- [1] ALBUS J, BOSTELMAN R, DAGALAKIS N. The NIST Robocrane [J]. Journal of Robotic Systems, 1993, 10(5): 709~724.
- [2] MING A, HIGUCHI T. Study on multiple degree of freedom positioning mechanisms using wires (Part 1): Concept, design and control [J]. International Journal of the Japan Society for Precision Engineering, 1994, 28(2): 131~138.
- [3] Fliess M, Lévine J, Martin Ph et al. Flatness and defect of Nonlinear systems: introductory theory and examples [J]. International Journal of Control, 1995, 61(6): 1327~1361.
- [4] Fliess M. A lie-backlund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(5): 922~967.
- [5] Jean Levine. Analysis and Control of Nonlinear Systems: A Flatness-based Approach [M]. ISBN 978-3-642-00838-2, Springer - Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [6] 秦英. 现代微分几何方法在飞机控制系统中的应用 [D]. 西安: 西北工业大学, 2003.

作者简介: 江晓玲(1986-), 女, 浙江兰溪人, 硕士研究生, 主要研究方向为绳牵引并联机器人。