



毕 果

# 组合切片分析在滚动轴承故障诊断中的应用研究

毕 果<sup>1</sup>, 陈 进<sup>2</sup><sup>1</sup>厦门大学 物理与机电工程学院, 厦门 361005;<sup>2</sup>上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240)

**摘 要:**通过对滚动轴承点蚀故障模型的研究, 得到其二阶循环平稳特征, 指出利用谱相关密度函数在循环频率域的信息, 能够有效识别加性噪声干扰的点蚀故障类型, 以此为依据提出了针对轴承局部故障识别的组合切片分析方法。该方法基于频域平滑循环谱估计算法, 利用特征循环频率组对应的谱相关密度切片, 通过切片间能量的对比判断轴承故障类型。组合切片分析计算效率较高, 对噪声不敏感, 在低信噪比信号特征识别中具有较大优势。文章最后通过来自实验台的內圈和外圈点蚀故障振动信号验证了该分析方法的有效性和实用性。

**关 键 词:**组合切片分析; 谱相关密度; 滚动轴承; 故障诊断; 循环平稳

中图分类号: TP206; TP911 文献标识码: A 文章编号: 1003-8728 (2009) 02-0182-04

## The Application of Combination Slice Analysis of Spectral Correlation Density in Rolling Element Bearing Diagnosis

Bi Guo<sup>1</sup>, Chen Jin<sup>2</sup><sup>1</sup> School of Physics and Mechanical and Electrical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005;<sup>2</sup> State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240)

**Abstract:** A statistical model of rolling element bearing with spot defect is studied. Theoretical analysis shows that vibration from rolling element bearing with local defect is a typical second-order cyclostationary phenomenon, and the information in the cyclic frequency domain is sufficient for fault diagnosis. Therefore, a specialized method for bearing local defect detection is brought forward, and it is named as C-SSCD. The new method employs spectral smoothing algorithm to evaluate character slices of spectral correlation density. Those slices show distinct energy distribution for different bearing faults that can be used for fault diagnosis. C-SSCD method possesses high efficiency and high resolution at the same time, and it also has the advantage of weak fault detection. Experimental result shows that our method is effective and practical.

**Key words:** C-SSCD; spectral correlation density; rolling element bearing; fault diagnosis; cyclostationary

旋转机械在运转过程中, 尤其是在故障状态下, 其物理参数将产生周期性的变化, 从而使其振动信号呈现循环平稳特征<sup>[1,2]</sup>。基于信号的循环平稳特征, 能够从故障产生的物理本质入手, 识别隐含在信号中的微弱的故障特征。

本文主要利用二阶循环统计量中的谱相关密度函数, 对滚动轴承点蚀故障模型进行循环平稳特征

提取。理论推导表明, 该模型的谱相关密度函数具有在谱频率域连续、循环频率域离散的特点, 其循环频率域的离散特征能够反映故障类型。因此, 通过对比不同循环频率处的谱相关密度切片, 可以达到故障识别的目的, 由此提出了组合切片分析方法。

在以理论研究为基础提出组合切片分析方法之后, 本文对方法实现中的两个关键问题做了详细的阐述。作为统计量, 谱相关密度函数在实际中无法精确得到, 估计算法的选择是确保组合切片分析方法可靠性的首要保证。组合切片分析对计算效率和循环频率域分辨率要求较高, 本文提

收稿日期: 2008-03-13

作者简介: 毕 果 (1978 - ), 讲师, 博士, 研究方向为机械设备状态监测与故障诊断、非平稳信号处理方法, [guobi@xmu.edu.cn](mailto:guobi@xmu.edu.cn)

出的谱相关密度切片频域平滑估计算法兼顾两方面的优势。在组合切片分析方法中,切片位置的准确性是确保其故障识别精度的关键所在。实际中转速波动等因素使得单次切片难以确保切片的准确位置。因此,实施组合切片分析时,将利用局部最大能量切片代替原始切片,确保结果的可靠性。正常和故障信号分析结果验证了组合切片分析方法的有效性和实用性。

### 1 理论研究

#### 1.1 二阶循环统计量理论

对于非平稳信号  $x(t)$ , 当其自相关函数周期时变时, 称该信号二阶循环平稳<sup>[3]</sup>

$$R_x(t, \tau) = E \left\{ x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \cdot x^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} = E \left\{ x \left( t + nT_0 + \frac{\tau}{2} \right) \cdot x^* \left( t + nT_0 - \frac{\tau}{2} \right) \right\} \quad (1)$$

式中:  $E\{\cdot\}$  表示集总平均。由于  $R_x(t, \tau)$  为周期函数, 其 Fourier 系数可以表示为

$$R_x(f) \triangleq \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} R_x(t, \tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (2)$$

式中:  $R_x(f)$  被称作循环自相关 (cyclic autocorrelation, CA);  $f$  为循环频率 (cyclic frequency, CF)。

定义循环自相关关于时延  $\tau$  的 Fourier 变换为谱相关密度 (spectral correlation density, SCD)

$$S_x(f) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} R_x(f, \tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (3)$$

#### 1.2 轴承点蚀故障模型

滚动轴承的点蚀故障会引起周期性的冲击, 形成以固有频率为载波的振荡信号  $s(t)$ 。根据点蚀部位的不同,  $s(t)$  有可能受到不同调制频率的幅调制作用。考虑滚珠和滚道之间存在的不可避免的微小滑动, 滚动轴承点蚀故障模型可以表示为<sup>[4]</sup>

$$x(t) = \sum_i A_i s(t - iT - \tau_i) + n(t) \quad (4)$$

式中:  $T$  表示冲击产生的平均周期;  $n(t)$  为零均值平稳随机噪声, 幅调制  $\{A_i\}_{i \in Z}$  为周期点过程,  $\tau_i$  表示冲击相对于  $T$  的微小波动, 假定为 相关随机过程。利用式 (1) ~ 式 (3) 推导得到该模型的谱相关密度函数表达式为<sup>[4]</sup>

$$S_x(f) = \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_{i \in Z} \sum_{q \in Z} S \left( f + \frac{i}{T} \right) S^* \left( f - \frac{q}{T} \right) r_q & (f) \\ & = i_1 + q_2 \text{ 且 } q_1 = 0 \\ S_x(f) & = 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\omega_i = \frac{1}{T}$ ,  $\omega_q$  为  $\{A_i\}_{i \in Z}$  的频率, 当外圈点蚀故障时, 故障部位相对于传感器位置不变,  $s(t)$  没有受到幅调制作用,  $\{A_i\}_{i \in Z}$  为常数。当内圈和滚动体点蚀故障时, 故障部位相对于传感器位置周期性的变化, 内圈故障对应  $\{A_i\}_{i \in Z}$  的频率为转频  $f_r$ , 滚动体故障对应  $\{A_i\}_{i \in Z}$  的频率为保持架转频  $f_c$ ;  $r_q$  为  $E\{A_i^2\}$  的 Fourier 变换系数 ( $E\{\cdot\}$  表示集总平均);  $S(\cdot)$  为  $\{s(t)\}_{t \in Z}$  概率密度函数的 Fourier 变换, 相当于低通滤波器。谱相关密度随着  $f$  的增加呈现衰减趋势, 故障特征主要集中在循环频率的低频段;  $S(f)$  为高频振荡衰减信号  $s(t)$  的 Fourier 变换, 具有连续的频谱形式, 能量集中在共振频率附近的高频段;  $S_x(f)$  为信号的功率谱, 零循环频率处的谱相关密度切片是传统意义上的功率谱。除此之外, 仅当循环频率等于故障发生频率  $\omega_i$  及其倍频成分, 以及围绕  $\omega_i$  倍频的以调制频率  $\omega_q$  为间距的边带成分时, 谱相关密度存在非零值。因此, 理论上, 加性噪声干扰的存在对循环频率域特征识别没有影响。由此, 滚动轴承点蚀故障的循环平稳特征如表 1 所示, 根据某些循环频率处的谱相关密度切片是否具有突出的能量分布, 可以判断出滚动轴承点蚀故障类型。

表 1 滚动轴承点蚀故障信号的谱相关密度循环频率域特征

故障类型	外圈点蚀	内圈点蚀	滚动体点蚀
循环频率特征	$nf_{op} \pm nZ$	$nf_{ip} \pm kf_r \pm n, k \in Z$	$nf_{bp} \pm kf_c \pm n, k \in Z$

注:  $f_{op}$ 、 $f_{ip}$ 、 $f_{bp}$  分别为外圈、内圈、滚动体通过频率,  $f_r$  为转频,  $f_c$  为保持架转频。

### 2 组合切片分析方法

#### 2.1 方法提出

根据式 (4) 构建内圈点蚀故障仿真信号, 其中  $f_r = 29 \text{ Hz}$ ,  $f_{ip} = 117 \text{ Hz}$ , 信噪比为 14 dB, 随机过程

$\{s(t)\}_{t \in Z}$  的均方差为转速的 1%, 系统共振频率  $f_c = 3000 \text{ Hz}$ 。为了减少计算量, 仅计算 CF 等于 0,  $f_r$ ,  $2f_r$ ,  $f_{ip}$ ,  $f_{ip} \pm f_r$ ,  $2f_{ip} \pm f_r$ ,  $3f_{ip} - f_r$  以及其间一些等间距的 SCD 切片, 构成了整个 SCD 三维图如图 1

(b)所示。CF 等于  $nf_{ip} \pm kf_r$  的 SCD 切片上存在突出的连续的能量分布,其中心大致位于  $f_c$ 。除此之外,其余切片也具有微小的能量分布,主要是由于噪声和估计误差的存在引起的,相比  $nf_{ip} \pm kf_r$  处的切片可以忽略。从整体上看,SCD 在 CF 域上具有离散故障特征。从另一角度来看,SCD 在 CF 域上的离散特征正是由于  $nf_{ip} \pm kf_r$  处的 SCD 切片具有明显连续能量分布造成的。

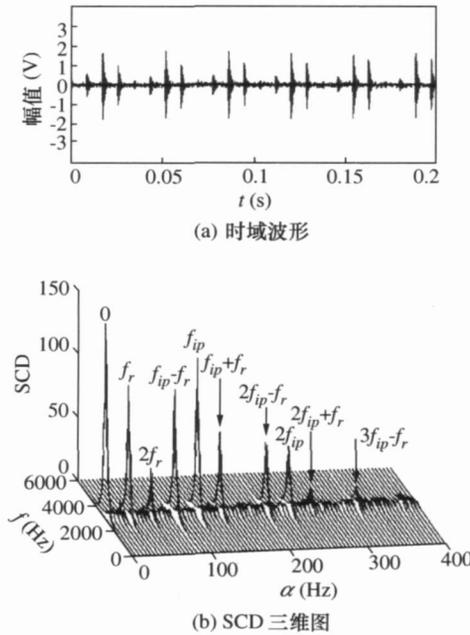


图 1 仿真信号

由上述理论推导和仿真分析可知,滚动轴承点蚀故障模型的谱相关密度函数是由少数循环频率处的谱相关密度切片构成的,每个切片的谱结构呈现连续性。当滚动轴承存在某种点蚀故障时,连续、突出能量分布的谱相关密度切片仅可能出现在 3 种类型的循环频率处:

- (1) 通过频率及其谐波频率。
- (2) 调制频率 (轴频和保持架转频) 及其谐波频率。
- (3) 以谐波通过频率为中心、以调制频率为边带的频率。其余切片理论上不存在能量分布,计算非特征切片没有太大价值,徒劳增加计算量。

另外,由于 ( ) 的低通滤波作用,随着循环频率的增加,对应切片的特征表征能力将会不断降低。

鉴于上述两方面原因,提出了谱相关密度组合切片分析 (combination slice analysis of spectral correlation density, C-SSCD),简称组合切片分析。其具

体描述如下:根据先验知识计算滚动轴承的某些频率 (内、外圈通过频率  $f_{ip}$ 、 $f_{op}$ 、滚动体通过频率  $f_{bp}$ 、轴频  $f_r$  和保持架转频  $f_c$  等),计算这些位置上的 SCD 切片,通过这些切片之间的对比判断轴承的运转状态。

### 2.2 算法实现

谱相关密度函数是一个二阶循环统计量,实际中无法得到其精确值。由统计理论可知,统计谱估计算法具有时域平均和频域平滑两大类<sup>[5,6]</sup>。组合切片分析方法对单次切片的估计有两个要求:首先是切片位置的精确性,也就是要求具有较高的循环频率域分辨率;其次就是需要具有较高的计算效率,才能保证分析方法的高效性。鉴于这两方面的要求,采用频域平滑循环周期图估计算法进行谱相关密度切片的估计。

特定 CF 为  $f_0$  处的循环周期图可以表示为

$$\hat{S}_{x[PER]}^0(f) = \frac{1}{T} X_T \left( f + \frac{f_0}{2} \right) X_T^* \left( f - \frac{f_0}{2} \right) \quad (6)$$

式中:  $X_T(f)$  表示长度为  $T$  的信号  $x_T(t)$  的 Fourier 变换。频域平滑循环周期图,是对循环周期图在频率域的加窗处理,可以表示为

$$\hat{S}_{x[PER]}^0(f) = \hat{S}_{x[PER]}^0(f) * W_U(f) \quad (7)$$

式中: \* 为卷积。

容易得到  $\hat{S}_{x[PER]}^0(f)$  在循环频率域和谱频率域的分辨率,  $f$  满足

$$\begin{cases} \Delta f = \frac{1}{T} \\ f = \frac{U}{T} = U \end{cases} \quad (8)$$

### 2.3 实际处理

在进行实际滚动轴承信号谱相关密度组合切片分析时,预先精确判断轴承的运转参数才能保证取得较好的分析效果。但是实际中转速、载荷的波动,以及承载角的改变,使得根据轴承几何公式计算出的通过频率与实际通过频率存在一定差别。如果仅计算 5 个特征循环频率理论值对应的谱相关密度切片,很可能遗漏特征信息,造成漏判和误判。为了解决这一问题,在实际使用组合切片分析时,可以由实际转速,根据滚动轴承几何公式计算得到一组循环频率计算值,以计算值为中心求取多个 SCD 切片,保留其中能量最大者,将其作为该特征循环频率对应的切片。对比这些局部最大能量切片,判断故障类型。这一实际处理得以实现,完全依赖于估计算法的高效性。

### 3 实验验证

图 2 为 GB6203 型号的滚动轴承振动信号的分析结果。该信号的采样频率为 25.6 kHz,工作转频约为 12 Hz。根据几何公式计算得到特征频率分别为:保持架转频 4.6 Hz,外圈通过频率 36.6 Hz,滚动体故障频率 47.8 Hz,内圈通过频率 59.4 Hz。图 2(a)、图 2(b)分别表示信号的时域波形和幅值谱。从时域波形上依稀可以看出周期性的冲击,环境噪声的存在一定程度掩盖了故障特征。图 2(c)为该信号的组合切片分析。外圈通过频率处的切片具有显著的能量分布,清楚的反映了轴承的故障类型为外圈故障。其余切片上几乎不存在能量分布。虽然信号的幅值谱反应出信号存在宽频的噪声干扰,但是由于组合切片分析采取了频域平滑算法,使得分析结果几乎不受噪声的影响。

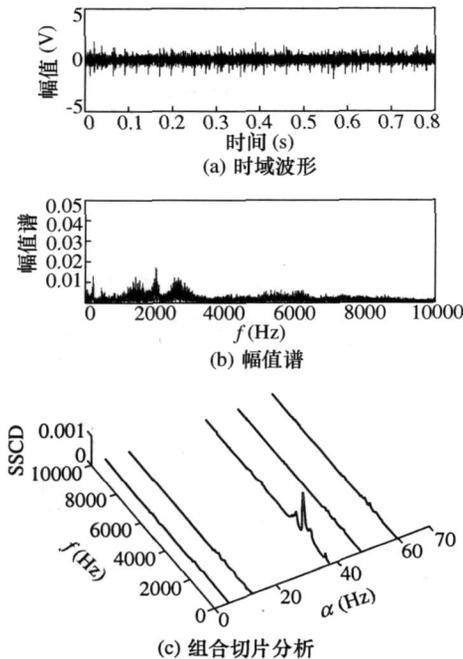


图 2 滚动轴承外圈点蚀故障振动信号

图 3 为型号为 GB203 的滚动轴承振动信号分析结果。该信号的采样频率为 12.8 kHz,轴承的工作转频约为 12 Hz。保持架转频为 4.6 Hz,外圈通过频率 32.1 Hz,滚动体故障频率 47.8 Hz,内圈通过频率 51.9 Hz。图 3(a)~图 3(c)分别表示信号的时域波形、幅值谱和组合切片分析。组合切片分析中,能量突出的两个局部最大能量切片对应循环频率等于 12.2 Hz 和 52.8 Hz,对应实际的转频和内圈通过频率,说明信号来自内圈点蚀故障轴承。转频和内圈通过频率处切片的能量较为接近,说明内圈点蚀引起的冲击受到较强的转频调制作用。

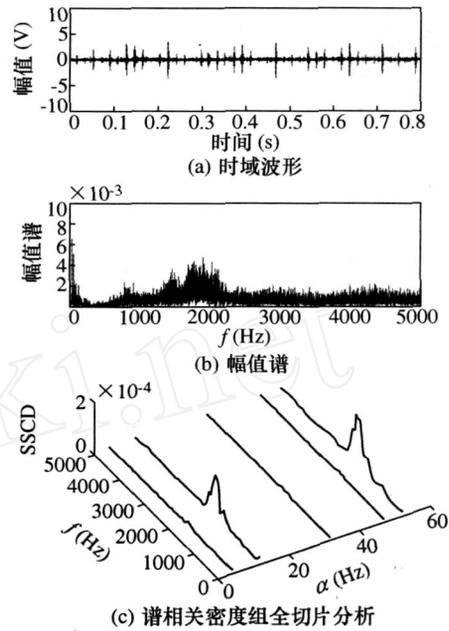


图 3 滚动轴承内圈点蚀故障振动信号

### 4 结束语

滚动轴承点蚀故障振动信号具有二阶循环平稳特征,其谱相关密度函数在循环频率域具有反映故障特征的离散频谱结构,特征循环频率处的谱相关密度切片具有突出的能量分布。本文根据滚动轴承点蚀故障模型的循环平稳特征提出了组合切片分析方法,并对实际应用中估计算法和切片位置两个关键问题进行了详细的分析,对故障实例分析结果表明该方法能够有效地识别故障类型。

### [参考文献]

- [1] Antoni J, Daniere J, Guillet F, et al. Cyclostationary modelling of rotating machine vibration signals[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2004, 11(18): 1285 ~ 1314
- [2] 何俊,陈进,毕果,周福昌,李富才. 谱相关函数的解调原理分析[J]. *机械科学与技术*, 2005, 24(7): 771 ~ 774
- [3] Gardner W A. *Introduction to Random Processing with Applications to Signals and Systems* [M]. New York: McGraw-Hill, 1990
- [4] Randall R B, Antoni J, Chobsaard S. The relationship between spectral correlation and envelope analysis in the diagnostics of bearing faults and other cyclostationary machine signals[J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2001, 15(5): 945 ~ 962
- [5] Roberts R S, Brown W A, Loomis H H. Computationally efficient algorithms for cyclic spectral analysis[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1991, 4: 38 ~ 49
- [6] Gardner W A. Measure of spectral correlation[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1986, 34(5): 1111 ~ 1123