小波域非 Bayesian 滤波方法研究

魏文畅,杨俊杰,蔡建立
WEI Wen-chang,YANG Jun-jie,CAI Jian-li

厦门大学 信息科学与技术学院 自动化系,福建 厦门 361005
Department of Automation,Institute of Information Science and Technology,Xiamen University,Xiamen,Fujian 361005,China

WEI Wen-chang,YANG Jun-jie,CAI Jian-li.Research on method of non-Bayesian filtering based on wavelet.Computer Engineering and Applications,2009,45(4):140-142.

Abstract: This paper summarizes the research and development of the wavelet filtering method in recent years.On the one hand,it summarizes the recent and representative wavelet filtering algorithms from the ideology,principles,advantages,disadvantages,and other aspects of algorithms.On the other hand,some typical filtering algorithms and some common signals are selected to the experimental result mainly from the Signal-to-Noise Ratio(SNR) and the Mean Square Error(MSE).And the effects of different filtering algorithms are compared and analyzed separately from a filter algorithm with different signals and a signal with different filtering algorithms.Finally,the hot,the difficulty,the deficiency and other issues unresolved of wavelet filtering are proposed through the combination of the above analysis.
Key words: wavelet;filtering;algorithm;signal;Bayesian

摘 要:对近几年来小波域滤波方法的研究现状与新发展进行归纳总结。一方面从算法思想,原理和优缺点等角度对近年来所提出的较有代表性的小波滤波算法进行分析概括;另一方面选择一些典型的滤波算法和一些常用的信号,主要从信噪比(SNR)和均方误差(MSE)两个方面进行实验,并分别就同一种滤波算法,不同的信号以及同一个信号,不同的滤波算法的滤波情况进行对比分析。最后通过结合上述分析给出小波滤波的研究热点、难点、不足和有待解决的一些问题。
关键词:小波;滤波;算法;信号;Bayesian
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.04.039 **文章编号:**1002-8331(2009)04-0140-03 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP391

近年来小波滤波这一概念不断见之于有关信号及图像处理研究的文献中,这标志着一种新的信号滤波思想的出现。在早期的多尺度信号处理工作中,人们就已注意到信号和噪声在不同尺度上有不同的特征表现,并试图有效地利用这些特征,而小波变换的出现正好为这一想法提供了一个自然而完美的工具,使信号图像的多尺度处理技术得到迅速发展。

早期,Lu Jian 和 Mallat 几乎是同时提出了基于小波分析和子带分解的边缘检测与滤除噪声的方法[1-2]。1992 年,Mallat 等人提出了基于信号奇异性的信号和图像多尺度边缘模极大值重构滤波方法[1,3]。Witkin 首先引入了利用尺度空间相关性来对信号滤波的思想[4]。1994 年,根据 Rosenfield 所提出的思想,Xu 提出了基于信号尺度间相关性的空域相关滤波算法(SSNF)[5]。随后,Donoho 提出了小波域阈值滤波算法,取得了大量的理论及应用成果[6-11]。与此同时,Krim 等人运用最小描述长度准则,得到了相同的阈值。P.Menlin 提出了小波谱滤波算法[12]。此外,还有基于极大验后概率 MAP 的自适应收缩法,以及许多学者对各种方法的改进等等,都丰富了小波滤波的理论和应用。

目前,小波域滤波已广泛应用于各个领域,关于其滤波方法主要分为贝叶斯(Bayesian)方法和非贝叶斯(non-Bayesian)方法。贝叶斯方法可以分为全贝叶斯模型和经验贝叶斯模型,而非贝叶斯方法大致可分为模极大值重构滤波、空域相关滤波、小波域阈值滤波这三种方法。由于非贝叶斯方法相对于贝叶斯方法而言应用更广泛,从而本文主要针对这三种方法进行了系统介绍并作定性的分析比较。

1 模极大值重构滤波

模极大值重构滤波是指利用信号在各个尺度上小波系数的模极大值来重构信号。信号小波系数的模极大值包含了信号的峰变性与奇异性。如果可以从这些极大值重构信号,那么就可以通过处理小波系数的模极大值而实现对信号奇异性的修改。可以通过改变模极大值来修改奇异性的强度,也可以通过抑制某些极大值点而去除相应的奇异性,这是模极大值重构滤波的基本思想。

1.1 算法实现过程

利用分析信号和噪声的小波变换系数模值在不同尺度上

基金项目:国家 985 工程重点项目(No.0000-X07204)。
作者简介:魏文畅(1984-),男,硕士,主要研究方向:小波应用等;杨俊杰(1983-),女,硕士,主要研究方向:灰色理论、粗糙理论等;蔡建立(1950-),男,副教授,福建省自动化学会副理事长,主要研究方向:自动控制、滤波、小波等。
收稿日期:2008-08-01 **修回日期:**2008-10-13

的传播特性来区分信号和噪声，有如下滤波算法：

（1）对含噪信号进行小波变换，并求出每尺度上小波系数的模极大值点。

（2）在最大尺度 j 上，选一阈值 t，若极值点对应的幅值小于 t，则去掉该极值点；否则予以保留，从而得到最大尺度上新的模极大值点。

（3）在尺度 $j-1$ 上寻找尺度 j 上小波变换模极大值的传播点，即保留由信号产生的极值点，去除由噪声引起的极值点。

（4）在尺度 j 上的极大值点位置，构造一个邻域 $O(n_{j_i},\delta_j)$，在尺度 $j-1$ 上的极大值点中保留落在每一邻域上 $O(n_{j_i},\delta_j)$ 的极大值点，而去除落在邻域外面的极值点，从而得到 $j-1$ 尺度上的新的极值点。然后令 $j=j-1$，重复步骤（4），直至 $j=2$ 为止。其中 n_{j_i} 为尺度 j 上的第 i 个极值点，δ_j 为仅与尺度 j 有关的常数。

（5）在 $j=2$ 时存在极值点的位置上，保留 $j=1$ 时的相应极值点，在其余位置将极值点置为 0。

（6）将每一尺度上保留下来的极值点利用适当的方法重构小波系数，然后利用重构得到的小波系数对信号进行恢复。

在研究如何由模极大值点重构信号这方面已有不少成果，其中较为著名的是 Mallat 提出了交替投影法[1]。

1.2　算法优缺点

模极大值重构滤波方法是根据信号和噪声在小波变换下随尺度变化呈现出的不同变化特性提出来的，有很好的理论基础，因而滤波性能较为稳定，它对噪声的依赖性较小，不需要知道噪声的方差，特别是对低信噪比的信号滤波时更能体现其优越性。

然而它有一个根本性的缺点就是在滤波过程中存在一个由模极大值重构小波系数的问题，除了 Mallat 提出的交替投影算法之外，还有一些其他的算法[13]，但这些算法的共同缺点是算法复杂、计算量大、程序复杂，而且计算过程收敛较慢，还有可能不稳定。虽然重构误差较小，但是算法本身缺乏理论依据。另外，其实际滤波效果也并不十分令人满意。因此，寻求一种重构小波系数的既简洁又有效的算法，是研究的热点与难点。

2　空域相关滤波

1994 年，Xu 提出了空域相关法[5]：信号的突变点在不同尺度的同一位置都有较大的峰值出现，噪声能量却随着尺度的增加而减小。因此，可以取相邻尺度的小波系数直接相乘进行计算，这样做相关计算将在锐化信号边缘与其他重要特征的同时抑制噪声，而且能够提高信号主要边缘的定位精度，更好地刻画真实信号。

2.1　算法实现过程

令 $\hat{W}_g$ 为滤波后的值，初值为零。$Wf(j,n)$ 表示尺度 j 上位置 n 处含噪信号 f 的离散小波变换。$Corr_2(j,n)$ 定义为尺度 j 上点 n 处的相关系数，且 $Corr_2(j,n)=Wf(j,n)\cdot Wf(j+1,n)$。为了使相关系数与小波系数具有可比性，将 $Corr_2(j,n)$ 的能量进行归一化处理，即

$$NewCorr_2(j,n)=Corr_2(j,n)\sqrt{P_W(j)/P_{Corr_2}(j)}\quad n=1,2,\cdots,N$$

算法实现步骤：

（1）对含噪信号进行小波变换，得到 $Wf(j,n)$。

（2）求取各尺度与相邻尺度的 $Corr_2(j,n)$。

（3）计算相关值 $NewCorr_2(j,n)$。

（4）若 $|NewCorr_2(j,n)|\geq|Wf(j,n)|$，则将 $Wf(j,n)$ 赋予 $\hat{W}_g$ 的相应位置，并将 $Wf(j,n)$、$Corr_2(j,n)$ 置零；否则，保留 $Wf(j,n)$。

（5）重复步骤（3）和（4），直到 $P_W(j)$ 满足某一噪声能量门限，而 $\hat{W}_g$ 中保留了去除噪声后的小波系数。

（6）对 $\hat{W}_g$ 进行小波逆变换，得到滤波后的信号。

2.2　算法优缺点

基于小波系数尺度之间相关性原理的空域相关滤波方法，在对含噪信号进行滤波时取得了很好的效果，其实现原理也较简单。

然而在算法中，相关系数如何定义将直接影响到效果。如果在小波分解过程中，计算出来的小波系数点的位置稍有偏差，得到的相关系数不能很好地体现和描述该点处的真实相关性，而且计算量较大，需要进行迭代。因此，寻找一种更好的相关系数的定义方法将是空域相关滤波算法研究的热点与难点。

3　小波域阈值滤波

Donoho 提出了小波域阈值滤波算法：信号经小波变换后，可以认为由信号产生的小波系数包含有信号的重要信息，其幅值较大，而噪声对应的小波系数幅值小。通过在不同的尺度上选取合适的阈值，并将小于该阈值的小波系数置零，而保留大于阈值的小波系数，从而使信号中的噪声得到有效的抑制，最后进行小波逆变换，得到滤波后的重构信号。

小波域阈值滤波算法中的两个要素是阈值和阈值函数。对阈值及阈值函数选取的不同就会形成不同的阈值滤波方法。

目前，在大量的文献中提出了各种各样确定阈值的方法，其中主要有 Donoho 提出的通用阈值法[7-8]、极小化风险阈值法（SURE 法、交叉验证（CV）算法、广义交叉验证（GCV）算法）[9,14-16]、假设检验法（FDR 滤波算法）[17]和 BayesShrink 阈值法（Bayesian 检验算法等）[18-20]，以及各种经改进后的方法等等。

阈值函数体现了对小波系数的不同处理策略，主要可分为硬阈值函数、软阈值函数、半软阈值函数[20-22]。

3.1　算法实现过程

（1）对信号进行小波变换。

（2）除了近似信号外，将各细节信号作阈值处理。

（3）利用小波逆变换重构信号。

小波域阈值滤波算法中的两个要素是阈值和阈值函数。

3.2　算法优缺点

小波域阈值滤波算法是实现最简单、计算量最小的一种方法，应用广泛。

但其存在的主要问题是阈值的选取，虽然有很多学者提出了各种不同的选取阈值方法，但在应用中发现并不都是十分理想，还需要根据具体情况对其作一定的改进，如何针对具体情况选取合适的阈值仍有待于进一步的研究。

4　三种滤波方法的对比

上述各种算法都存在参数选取问题，不同的参数选取对滤波效果会有一定的差异。因此，不能笼统地将这三种方法作定量比较，但是不管参数如何选取，还是可以对这三种方法作定性的比较，如表 1 所示。

从比较结果可以看出，三种方法都有各自的优点和缺陷，

没有一种方法完全优于另一种方法。事实上，在实际应用中，常把上述方法有机地结合起来使用，这样效果会更佳。

表 1 三种滤波方法的定性比较

滤波方法	模极大值重构滤波	空域相关滤波	小波域阈值滤波
算法计算量	大	较大	小
稳定性	稳定	较稳定	依赖于信噪比
滤波效果	较好	好	好
适用范围	低信噪比	高信噪比	低信噪比

5 实验

实验分别从信噪比（SNR）和均方误差（MSE）两个方面对信号进行评估。

5.1 同一种滤波算法不同信号

选取实现最简单的小波域阈值算法，采用 Donoho 硬阈值法分别对 Blocks、Bumps、Mishmash 等信号进行滤波。首先，用正交小波 sym4 对加入不同强度噪声的信号进行 3 层小波分解，然后进行 Donoho 硬阈值处理，最后恢复信号。实验数据如表 2~表 4 所示。

表 2 Blocks 信号

噪声强度 σ	原信噪比/dB	滤波后信噪比/dB	均方误差（MSE）
σ=0.1	34.200 0	18.057 0	0.371 45
σ=1	14.200 0	13.431 0	0.632 71
σ=2	8.178 9	8.735 6	1.086 40

表 3 Bumps 信号

噪声强度 σ	原信噪比/dB	滤波后信噪比/dB	均方误差（MSE）
σ=0.1	29.848 0	19.172 0	0.197 96
σ=1	9.847 7	10.316 0	0.548 74
σ=2	3.827 1	4.710 1	1.046 30

表 4 Mishmash 信号

噪声强度 σ	原信噪比/dB	滤波后信噪比/dB	均方误差（MSE）
σ=0.1	26.387 00	1.629 80	1.001 5
σ=1	6.387 00	0.659 79	1.119 8
σ=2	0.366 43	−1.508 20	1.437 3

以上的实验结果表明，同一种滤波算法处理不同的信号所得到的效果有所不同，比如在对 Blocks、Bumps 信号滤波中，当噪声强度为 σ=2 时，滤波后的信噪比都得到提高，而在 Mishmash 信号滤波中，却出现了负信噪比。

5.2 同一种信号不同滤波算法

分别用模极大值重构滤波、空域相关滤波和小波域阈值滤波三种方法对 Blocks 信号进行滤波。首先，用正交小波 sym4 对加入不同强度噪声的信号进行 3 层小波分解，然后分别对小波系数进行三种不同的处理，最后恢复信号。实验数据如表 5 所示。

表 5 三种滤波算法对 Blocks 信号滤波

噪声强度 σ	原信噪比/dB	模极大值重构	空域相关	小波域阈值
σ=0.2	28.179 0	20.271	28.812	17.814 0
σ=1.2	12.616 0	12.293	11.976	12.321 0
σ=2	8.178 9	8.794	6.578	8.735 6

由以上的实验结果表明，不同的滤波算法对同一种信号滤波所得到的效果是有差别的，模极大值重构滤波、空域相关滤波处理高信噪比的信号效果较好，而小波域阈值滤波适合处理低信噪比的信号。

6 结语

针对小波域非 Bayesian 方法，本文进行了系统的介绍和分析，并从实验上论证所分析的结果。事实上，作为小波滤波的理论基础，Lipschitz 指数理论仅仅通过对信号奇异性的数学描述来解释信号和噪声经小波变换后在不同尺度下所表现出来的不同性质。但无论是这种性质真正的本质含义还是目前小波系数幅值对 Lipschitz 指数度量的近似性，都很难令人满意。

因此，对小波系数随尺度变化所呈现的特有性质进行更为科学、严谨的数学表述是小波滤波理论完备与有效应用的一个重要课题，而这在目前尚未引起国内外学者的普遍关注。

参考文献：

[1] Mallat S，Huang W L.Singularity detection and processing with wavelets[J].IEEE Trans Inform Theory，1992，38（2）：617-643.

[2] Bruce A G.Denoising and robust nonlinear wavelet analysis[C]//SPIE Proceedings，Wavelet Applications，Volume 2242，Orlando，FL，1992：325-336.

[3] Mallat S，Zhong S.Characterization of signals from multiscale edges[J].IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell，1992，14（7）：710-732.

[4] Witkin A.Scale space filtering[C]//Proc 8th Int Joint Conf Artificial Intell，Karlsruhe，West Germany，1983：1019-1021.

[5] Xu Yan-sun.Wavelet transform domain filters：A spatially selective noise filteration technique[J].IEEE Trans Image Processing，1994，3（6）：747-758.

[6] Donoho D L.Wavelet shrinkage and W V D a ten-minute tour.

[7] Donoho D L.Denoising by soft-thresholding[J].IEEE Trans Inform Theory，1995，41（3）：613-627.

[8] Donoho D L，Johnstone I M.Ideal spatial adaption by wavelet shrinkage[J].Biometrika，1994，81（3）：425-455.

[9] Donoho D L，Johnstone I M.Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J].Journal of the American Statistical Association，1995，90：1200-1224.

[10] Donoho D L，Johnstone I M.Minimax estimation via wavelet shrinkage[J].Annals of Statistics，1998，26（3）：879-921.

[11] Donoho D L，Johnstone I M.Ideal denoising in an orthonormal basis chosen from a library of bases[J].Compt Rend Acad Sci Paris Ser A，1994，319：1317-1322.

[12] Moulin P.Wavelet thresholding techniques for power spectrum estimation[J].IEEE Trans Signal Processing，1994，42（11）：3126-3136.

[13] Cetin A E，Ansari R.Signal recovery from wavelet transform maxima[J].IEEE Trans Signal Processing，1994，42（1）：194-196.

[14] Nason G P.Wavelet shrinkage using cross-validation[J].Journal of the Royal Statistical Society：Series B，1996，58：463-479.

[15] Jansen M.Generalized cross validation for wavelet thresholding[J].Signal Processing，1997，56（1）：33-44.

[16] Jansen M，Bultheel A.Multiple wavelet threshold estimation by generalized cross validation for data with correlated noise[J].IEEE Trans Image Processing，1999，8（7）：947-953.

[17] Abramovich F，Benjamini Y.Thresholding of wavelet coefficients as multiple hypotheses testing procedure[C]//Antoniadis A，Oppenheim G.Lecture Notes in Statistics 103，Wavelets and Statistics.New York：Springer-Verlag，1995：5-14.

（下转 168 页）

(1) 计算初始属性集中属性的重要性

$$sig_{R_2}(c_1)=E(d|R_2-\{c_1\})-E(d|R_2)=\frac{40}{14\times14}-\frac{8}{14\times14}=\frac{32}{256}$$

$$sig_{R_2}(c_4)=\frac{12}{256}$$

因此 c_4 比 c_1 的重要性低,则去除 c_4 得:$R_1=\{c_1\}$。

(2) 计算初始属性集外属性的重要性

$$sig_{R_2}(c_2)=E(d|R_2)-E(d|R_2\cup\{c_2\})=\frac{8}{14\times14}-\frac{0}{14\times14}=\frac{8}{256}$$

$$sig_{R_2}(c_3)=\frac{6}{256}$$

这样在 R_2 中加入重要性高的属性 c_2,得到 $R_3=\{c_1,c_3,c_4\}$。

显然 $R_4=\{c_1,c_2,c_3,c_4\}$。

这样就得到具有偏序关系的等价关系族 $P=\{R_4,R_3,R_2,R_1\}$,其中 $R_4\leq R_3\leq R_2\leq R_1$。

两个目标概念分别为:

$X_1=\{x|d(x)=P\}=\{3,4,5,7,9,10,11,12,13,14\}$

$X_2=\{x|d(x)=N\}=\{1,2,6,8\}$

根据算法 1 可计算双向近似族如下:

$[\overset{\leftrightarrow}{P}X_1]=X_1$

$[\underset{\leftrightarrow}{P}X_1]=\{\{3,13,7,12\},\{4,5,10\},\{9\},\{11\},\{14\}\}$

$[\overset{\leftrightarrow}{P}X_2]=X_2$

$[\underset{\leftrightarrow}{P}X_2]=\{\{1\},\{2\},\{6\},\{8\}\}$

下近似集族中,$\{3,13,7,12\}$是等价关系 R_1 下的颗粒,$\{4,5,10\}$是等价关系 R_2 下的颗粒,其余均为 R_3 下的颗粒。

得到以下 9 条决策规则:

$(c_1=\text{cloudy})\rightarrow(d=\text{P})$

$(c_1=\text{rain})\wedge(c_4=\text{false})\rightarrow(d=\text{P})$

$(c_1=\text{sunny})\wedge(c_2=\text{cool})\wedge(c_4=\text{false})\rightarrow(d=\text{P})$

$(c_1=\text{sunny})\wedge(c_2=\text{mild})\wedge(c_4=\text{true})\rightarrow(d=\text{P})$

$(c_1=\text{rain})\wedge(c_2=\text{mild})\wedge(c_4=\text{true})\rightarrow(d=\text{P})$

$(c_1=\text{sunny})\wedge(c_2=\text{hot})\wedge(c_4=\text{false})\rightarrow(d=\text{N})$

$(c_1=\text{sunny})\wedge(c_2=\text{hot})\wedge(c_4=\text{true})\rightarrow(d=\text{N})$

$(c_1=\text{rain})\wedge(c_2=\text{cool})\wedge(c_4=\text{true})\rightarrow(d=\text{N})$

$(c_1=\text{sunny})\wedge(c_2=\text{mild})\wedge(c_4=\text{false})\rightarrow(d=\text{N})$

5 结论

本文基于动态粒度原理,结合正向近似和逆向近似,给出双向近似和双向近似族的概念,分析了双向近似与正向近似和逆向近似的关系,并将其应用于决策表决策规则的获取,一个示例说明了该方法的有效性。这个结论为粗糙集理论的研究提供了新的研究思路。

参考文献:

[1] Yao Y Y.Rough sets,neighborhood systems,and granular computing[C]//Proceedings of the 18th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society.[S.l.]:IEEE Press,1999:300-804.

[2] 卜东波,白硕,李国杰.聚类/分类中的粒度原理[J].计算机学报,2002,25(8):800-806.

[3] Pawlak Z.Granularity of knowledge,indiscernibility and rough sets[C]//Proceedings of 1998 IEEE International,Conference on Fuzzy Systems,1998:106-110.

[4] Polkowski L,Skowron A.Towards adaptive calculus of granules[C]//Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems,1998:111-116.

[5] 钱宇华,梁吉业,王江.动态粒度下的粗糙集近似[J].计算机科学,2005,32(3):219-223.

[6] Liang J Y,Qian Y H,Chu C Y,et al.Rough set approximation based on dynamic granulation[J].Lecture Notes in Artificial Intelligence,2005,4062:701-708.

[7] 庞继芳,梁吉业,钱宇华.一种基于正向近似的规则挖掘方法[J].计算机科学,2005,32(8A):211-213.

[8] 魏巍,梁吉业.决策表属性约简的一种新算法[J].计算机科学,2006,33(11A):66-69.

[9] 顾雪峰,杨尔弘,刘杰.动态粒度在实体关系识别的应用[J].山西大学学报,2005,28(A):39-40.

[10] 钱宇华.基于粗糙集的粒度计算理论与方法研究[D].山西大学,2005.

[11] 梁吉业,李德玉.信息系统中的不确定性与知识获取[M].北京:科学出版社,2005.

[12] 曹付元,梁吉业,钱宇华.基于信息熵的决策表约简[J].计算机应用,2005,25(11).

(上接 51 页)

[6] Kenndy J,Eberhart R C.Particle Swarm Optimization[C]//Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks,Piscataway,NJ,USA,1995:1942-1948.

[7] 李晓磊,邵之江,钱积新.一种基于动物自治体的寻优模式:鱼群算法[J].系统工程理论与实践,2002,22(11):32-38.

[8] He S,Wu Q H.A novel group search optimizer inspired by animal behavioural[C]//2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation,2006:4415-4421.

[9] Wolpert D H,Macready W G.No free lunch theorems for search[J].IEEE Trans on Evolutionary Computation,1997,1(1):67-82.

[10] 王冬梅.群集智能优化算法的研究[D].武汉科技大学,2004.

[11] Birge B.PSOT-a particle swarm optimization for use with matlab[C]//SIS'03,Proceedings of the 2003 IEEE,Swarm Intelligence Symposium,April 2003:182-186.

(上接 142 页)

[18] Chang S G,Bin Yu,Vetterli M.Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J].IEEE Trans Image Processing,2000,9(9):1532-1546.

[19] Moulin P,Liu Juan.Analysis of multiresolution image denoising schemes using generalized-Gaussian and complexity priors[J].IEEE Trans Inform Theory,1999,45(3):909-919.

[20] Hansen M,Yu Bin.Wavelet thresholding via MDL for natural image[J].IEEE Trans Inform Theory,2000,46(5):1778-1788.

[21] Ching P C,So H C,Wu S Q.On wavelet denoising and its applications to time delay estimation[J].IEEE Trans Signal Processing,1999,47(10):2879-2882.

[22] Krim H.On denoising and best signal representation[J].IEEE Trans Inform Theory,1999,5(7):2225-2238.

[23] 潘泉,张磊,孟晋丽,等.小波滤波方法及应用[M].北京:清华大学出版社,2005:6-62.

[24] 周伟,桂林,张家祥,等.MATLAB 小波分析高级技术[M].西安:西安电子科技大学出版社,2006:87-128.