

文章编号: 1000-4750(2009)11-0036-05

结构拓扑修改静态重分析自适应迭代方法

杨志军¹, 陈 新¹, *吴晓明², 陈塑寰³

(1. 广东工业大学机电工程学院, 广州 510006; 2. 厦门大学机电工程系, 厦门 361005; 3. 吉林大学南岭校区力学系, 长春 130025)

摘 要: 基于 Guyan 缩减和 Epsilon 算法, 提出了结构拓扑修改静态重分析的自适应迭代方法。首先将新增加的自由度通过 Guyan 缩减方法凝聚到原结构自由度上, 形成缩减方程。其次, 根据刚度矩阵增量, 利用 Neumann 级数建立基向量, 采用向量 Epsilon 算法对基向量部分和系列进行迭代加速, 并给出了控制迭代收敛精度的误差计算方法, 可以根据结构改变的大小自适应选择迭代次数, 从而快速求出原结构自由度的位移。新增加自由度的位移可从缩减方程恢复得到。给出了一个数值算例, 将该方法与组合近似法(CA)进行比较。数值计算结果表明, 该方法可以根据精度要求自动选择迭代次数, 且计算效率比 CA 方法高。

关键词: 静态重分析方法; 结构拓扑修改; Epsilon 算法; 误差控制; 自适应迭代

中图分类号: O327; TU311.4 文献标识码: A

AN ADAPTIVE ITERATION METHOD FOR STRUCTURAL STATIC REANALYSIS OF TOPOLOGICAL MODIFICATIONS

YANG Zhi-jun¹, CHEN Xin¹, *WU Xiao-ming², CHEN Su-huan³

(1. Faculty of Electromechanical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China;

2. Department of Mechanical and Electrical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China;

3. Department of Mechanics, Nanling Campus, Jilin University, Changchun 130025, China)

Abstract: Based on the Guyan reduction and epsilon algorithm, an adaptive iteration method for structural static reanalysis of topological modification is presented. In this process, the equations of the newly added degree of freedoms (DOFS) (if any) are condensed to the original structure by means of Guyan reduction. And then, the basis vector is formed using Neumann serial according to the increment of the stiffness matrix, and the epsilon algorithm is used to accelerate the convergence of the partial sum of the basis vectors. An error evaluation method is introduced to control the accuracy of the iteration adaptively. A numerical example is given to compare the computational cost and approximation accuracy between the combined approximation and the presented method, the numerical results show that the present method is effective and easy to integrate into a general optimization approach.

Key words: static reanalysis method; topological modification of structures; Epsilon algorithm; error control; adaptive iteration

在大型结构设计过程中, 拓扑优化能够解决结构最优构造问题, 得到了广泛的重视和研究。反复

修改后结构的计算问题成了优化设计的主要困难。因此, 许多学者研究高效的重分析方法来减少计算

收稿日期: 2008-06-25; 修改日期: 2009-04-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(50905033); 中国博士后科学基金项目(20070420761); 广东省自然科学基金项目(8451009001001414); 广州市科技计划项目(2006Z2-D9061); 广东省科技计划项目(2009B010900032); 粤港招标项目(20070103-1)

作者简介: 杨志军(1977—), 男, 广东省兴宁市人, 讲师, 博士, 从事结构优化方法研究(E-mail: yzj_jlu@126.com);

陈 新(1960—), 男, 湖南省澧县人, 教授, 博士, 博导, 从事计算机集成制造、网络化制造、微电子制造等领域研究(E-mail: chenx@gdut.edu.cn)

*吴晓明(1963—), 男, 湖北武汉市人, 副教授, 博士, 从事结构动力学和优化方法研究(E-mail: xmwuxm@126.com);

陈塑寰(1934—), 男, 广东兴宁市人, 教授, 博导, 从事结构动力学研究(E-mail: chensh@jlu.edu.cn).

量和提高重分析精度,并取得了大量的研究成果。通常,优化过程中使用的重分析方法要考虑到3方面的因素:1)重分析计算的精度;2)计算量;3)容易在软件中实现。

重分析方法分为近似重分析方法和精确重分析方法^[1-2]。近似重分析方法包括全局近似法^[3-5](也叫多点近似法,如多项式拟合和缩减基方法)和局部近似法(也叫单点近似法,如在给定点的一阶泰勒展开或二项级数展开^[6])。局部近似法是基于单点的计算信息,对于小修改问题比较有效,当修改量比较大时,精度变差甚至变得没有意义^[7]。Kirsch提出了组合近似法^[8],该方法用局部近似的计算量来获得全局近似的计算精度。最近,Padé近似^[9]和Shanks变换^[10]用来提高重分析的精度。尽管这些方法是基于摄动法的扩展,被证明是提高了求解的收敛速度。Epsilon方法能够加速迭代收敛^[11-12],即使在修改量比较大时,采用更少的计算就能够得到更高精度的近似解^[13]。

由于拓扑优化过程中,自由度的变化,使得重分析问题变得非常复杂。对于自由度发生变化的拓扑修改重分析问题的研究取得了一些进展。例如,文献[14]提出了拓扑修改重分析的组合近似法来处理修改量较大的情况。对于修改量更大的情况,文献[15]提出了迭代组合近似法,迭代次数根据刚度矩阵增量的范数决定。然而,在结构的不同位置增加或删除同样的单元对结构响应变化的影响不同,将刚度矩阵增量的范数作为迭代次数选择的依据是不恰当的。其次,优化过程中结构的修改往往是不可预知的,需要重分析算法能够根据刚度变化量自适应选择基向量的数量和迭代次数,并用最少的计算量判断该修改问题是否适合用重分析做快速计算。

本文中,引入了误差计算方法来控制向量Epsilon方法的迭代精度,从而可以根据刚度的变化量,自动地选择迭代的次数,以适应于不确定的结构修改情况。主要目标是保持容易实现性和计算效率,实现满足精度的快速计算。

1 问题描述

给定初始结构的刚度矩阵 \mathbf{K}_0 和载荷向量 \mathbf{f}_0 ,位移向量 \mathbf{r}_0 可以由下式计算得到:

$$\mathbf{K}_0 \mathbf{r}_0 = \mathbf{f}_0 \quad (1)$$

假定初始设计中刚度矩阵 \mathbf{K}_0 的Cholesky分解

形式如下:

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0 \quad (2)$$

式中 \mathbf{U}_0 是上三角矩阵。假定在优化过程中结构进行参数或拓扑修改,修改后的结构的有限元方程变为:

$$\mathbf{K}' \mathbf{r}' = \mathbf{f}' \quad (3)$$

式中: \mathbf{K}' 是修改后结构的刚度矩阵; \mathbf{r}' 和 \mathbf{f}' 分别是修改后结构的位移向量和载荷向量。

如果结构拓扑修改导致自由度数的增加,式(3)通过新旧自由度分组得到:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K}_0 & \mathbf{K}_{0M} \\ \mathbf{K}_{0M}^T & \mathbf{K}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}'_0 \\ \mathbf{r}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}'_0 \\ \mathbf{f}_M \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:下标0和M分别为原结构和新增加自由度数; \mathbf{K}_{MM} 为新增加自由度的刚度矩阵; \mathbf{K}_{0M} 为联结刚度矩阵; \mathbf{r}'_0 和 \mathbf{f}'_0 为修改后结构在原自由度上的位移和载荷; \mathbf{r}_M 和 \mathbf{f}_M 为新增加自由度的位移和载荷。

将式(4)分开写成:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K}_0) \mathbf{r}'_0 + \mathbf{K}_{0M} \mathbf{r}_M = \mathbf{f}'_0 \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_{0M}^T \mathbf{r}'_0 + \mathbf{K}_{MM} \mathbf{r}_M = \mathbf{f}_M \quad (6)$$

由式(6)得到:

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{K}_{MM}^{-1} (\mathbf{f}_M - \mathbf{K}_{0M}^T \mathbf{r}'_0) \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)得到:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_{0M} \mathbf{K}_{MM}^{-1} \mathbf{K}_{0M}^T) \mathbf{r}'_0 = \mathbf{f}'_0 - \mathbf{K}_{0M} \mathbf{K}_{MM}^{-1} \mathbf{f}_M \quad (8)$$

将式(8)写成:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K}) \mathbf{r} = \mathbf{f} \quad (9)$$

其中:

$$\Delta \mathbf{K} = \Delta \mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_{0M} \mathbf{K}_{MM}^{-1} \mathbf{K}_{0M}^T \quad (10)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}'_0 \quad (11)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}'_0 - \mathbf{K}_{0M} \mathbf{K}_{MM}^{-1} \mathbf{f}_M \quad (12)$$

式(9)的解得到后,代入式(7),就可以得到新增自由度的近似解。

一旦获得了位移解,通过显式应力-位移关系就能够计算出应力:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} \mathbf{r} \quad (13)$$

式中 \mathbf{S} 是应力变换矩阵。

2 静态位移重分析组合近似方法

摄动方法研究系统设计参数小修改问题。如果初始系统可以表示为式(1),重分析问题就是要确定当刚度矩阵 \mathbf{K} 以摄动形式 $(\mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K})$ 出现时的位移向量 \mathbf{r} 。因此,静态位移摄动系统的位移分析可

以表达成:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})(\mathbf{r}_1 + \varepsilon\mathbf{r}_2 + \varepsilon^2\mathbf{r}_3 + \dots) = \mathbf{f} \quad (14)$$

将式(14)展开, 得到 Neumann 级数:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{f} \quad (15)$$

$$\mathbf{r}_k = -\mathbf{K}_0^{-1}\Delta\mathbf{K}\mathbf{r}_{k-1}, \quad k=2, 3, 4, \dots \quad (16)$$

为了方便读者, 给出组合近似法重分析过程:

1) 应用式(15)和式(16)计算基向量系列, 并将基向量形成($n \times s$)的矩阵 \mathbf{r}_B (n 为原结构自由度数):

$$\mathbf{r}_B = \{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_s\} \quad (17)$$

2) 计算缩减的刚度矩阵 \mathbf{K}_R 和载荷向量 \mathbf{f}_R :

$$\mathbf{K}_R = \mathbf{r}_B^T \mathbf{K} \mathbf{r}_B, \quad \mathbf{f}_R = \mathbf{r}_B^T \mathbf{f} \quad (18)$$

3) 通过求解($s \times s$)的矩阵式(19)计算组合系数向量 $\mathbf{y}^T = \{y_1, y_2, \dots, y_s\}$:

$$\mathbf{K}_R \mathbf{y} = \mathbf{f}_R \quad (19)$$

该系统的维数比($n \times n$)的原系统要小得多。

4) 通过基向量线性组合计算最终位移向量:

$$\mathbf{r} = y_1\mathbf{r}_1 + \dots + y_s\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_B \mathbf{y} \quad (20)$$

组合近似法使用已有刚度矩阵三角分解结果, 而不需要对刚度矩阵进行重新分解, 因此大大减小计算量。

在 Kirsch 后来的研究中, 提出了组合近似法的收敛条件和误差计算方法^[14], 可以揭示重分析算法的近似精度。但是, 如果近似精度不能满足要求, 必须使用式(16)计算更多的基向量, 并重新计算式(17)一式(20)获得新的组合系数。虽然使用迭代组合近似法^[15]或对基向量进行 Gram-Schmidt 正交化能够提高重分析的精度^[14], 但不能针对具体的结构响应变化自适应选择基向量的个数。

3 基于 Epsilon 算法的自适应迭代

如果我们考虑无穷基向量系列 $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots\}$, 并令 \mathbf{s}_n 为该系列的部分和, 于是得到新的向量系列 $\{\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots\}$:

$$\mathbf{s}_n = \sum_{i=0}^n \mathbf{r}_{i+1} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

$$\mathbf{s} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{s}_n \quad (22)$$

利用该部分和系列 $\{\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots\}$, 根据 Epsilon 算法构造迭代格式:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{-1}^{(j)} = \mathbf{0} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0^{(j)} = \mathbf{s}_j \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}^{(j)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}^{(j+1)} + [\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(j+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(j)}]^{-1} \quad (25)$$

其中: $i=1, 2, \dots, k; j=k-1, k-2, \dots, 0; k$ 是迭代表

中的列号, 迭代过程中可根据计算需要自动增加。式(23)一式(25)描述的迭代格式与标量 Epsilon 算法迭代格式类似, 只是需要计算向量的逆, 向量的逆定义^[11-12]如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{-1} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^*}{(\boldsymbol{\varepsilon}^H \boldsymbol{\varepsilon})} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^*}{\sum_{i=1}^d \boldsymbol{\varepsilon}_i^2} \quad (26)$$

式中: “*” 号表示共轭复数; H 表示 Hermitian 共轭。向量 Epsilon 算法表可由式(23)一式(25)构造。对于部分和系列 $\{\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_4, \dots\}$, 构造迭代表如图 1 所示。

迭代次数	0	1	2	...		
$k:$	0	1	2	3	4	...
$\boldsymbol{\varepsilon}_{-1}:$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$...
$\boldsymbol{\varepsilon}_0:$	\mathbf{s}_0	\mathbf{s}_1	\mathbf{s}_2	\mathbf{s}_3	\mathbf{s}_4	...
$\boldsymbol{\varepsilon}_1:$		$\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(0)}$	$\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(1)}$	$\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(2)}$	$\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(3)}$...
$\boldsymbol{\varepsilon}_2:$			$\boldsymbol{\varepsilon}_2^{(0)}$	$\boldsymbol{\varepsilon}_2^{(1)}$	$\boldsymbol{\varepsilon}_2^{(2)}$...
$\boldsymbol{\varepsilon}_3:$				$\boldsymbol{\varepsilon}_3^{(0)}$	$\boldsymbol{\varepsilon}_3^{(1)}$...
$\boldsymbol{\varepsilon}_4:$					$\boldsymbol{\varepsilon}_4^{(0)}$...
\vdots						\vdots

图 1 向量 Epsilon 迭代表

Fig.1 The vector Epsilon iterative table

迭代次数由下式计算:

$$\text{迭代次数: } N = \frac{k}{2} \quad (27)$$

式中 k 只能取偶数。研究已经证明 Epsilon 算法的偶数行正是 Shanks 变换^[11-12], 具有加速收敛特性, 而奇数行的值没有意义, 所以图 1 迭代表中计算两列才能完成一次迭代。

为了能够控制向量 Epsilon 方法的迭代收敛精度, 参照文献[14], 给出相邻两次迭代误差的计算方法:

$$\text{Error}(\boldsymbol{\varepsilon}_k) = 100 \frac{\|\boldsymbol{\varepsilon}_k^{(0)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{k-2}^{(0)}\|}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_k^{(0)}\|} < \varepsilon \quad (28)$$

标量 ε 为相对误差容许值。

如果精度不满足要求, 则可以继续计算两列完成一次迭代。为了保证不花费过多的时间获得近似解, 最大迭代次数可由程序设定。如果在最大迭代次数内没有达到收敛精度要求, 则表明该修改问题不能用重分析方法求解。在这种情况下, 需要对该问题进行完全求解, 得到的刚度分解又可以作为再次修改后重分析的初始解。因此, 与组合近似法比较, 可以看到本文方法是对基向量的部分和采用加速收敛方法得到近似解, 而组合近似法则是通过对 Neumann 级数的组合系数进行优化。当精度不够

时,采用本文方法在原计算基础上继续迭代,而组合近似法,只有基向量可以在原来基础上继续计算,通过缩减求组合系数过程则需要重新求解。

基于误差控制的向量 Epsilon 方法,静态重分析自适应迭代方法计算步骤如下:

1) 组装修改后结构的刚度矩阵和载荷向量,若有新增加自由度,则对其按式(4)进行分组,并用式(10)和式(12)计算缩减后的刚度矩阵和载荷向量。

2) 应用式(15)计算基向量 r_1 , 令 $\epsilon_0^{(0)} = s_0 = r_1$, $k=1$ 。

3) 当 $k/2 \leq N$ (N 为程序设定的允许最大迭代次数), 执行循环体。

① 用式(16)计算基向量 r_k 并用式(21)计算部分和 s_k 。

② 对于 $i=1, 2, \dots, k; j=k-1, k-2, \dots, 1, 0$; 利用式(25)计算 $\epsilon_i^{(j)}$ 形成 Epsilon 算法迭代表的第 k 列(如图 1 所示)。

③ 如果 k 是奇数, 则 $k=k+1$, 转①。否则应用式(28)计算误差 $Error(\epsilon_k)$ 。

④ 如果 $(Error(\epsilon_k) \leq \epsilon)$, 则转 5)。否则 $k=k+1$, 转 3)。

4) 如果 $(k/2 > N)$, 表明在 N 个迭代步内没有得到满足精度的近似解, 求解失败。

5) 将 $\epsilon_k^{(0)}$ 作为原自由度位移近似结果。

6) 应用式(7)计算新增自由度的位移。

碰到如果计算时间比较少, 则考虑增大迭代次数限制 N 的值, 继续迭代; 否则, 需要进行完全求解。

从图 1 中可以看到, 当迭代次数增加时, 需要计算 Epsilon 表的元素个数线性增加。然而, 计算

量增加还是比较小的, 因为计算 $\epsilon_i^{(j)}$ 仅需要 $2n$ 次乘/除法操作(表 1), 若计算迭代次数为 N , 则整个 Epsilon 算法表包含 $2N(2N+1)n$ 次乘/除法运算。因此, 对于 Epsilon 算法迭代表第 k 列元素的计算需要 $2kn$ 次乘/除法, 当 k 不是很大时, 增加的计算量并不是很多。

4 数值算例

为了说明本文方法, 给出一个框架结构的算例。初始结构长宽高分别为 1m、1m 和 5m(如图 2)。在顶部 X 方向施加 5000N 的集中力 F , 在 Y 负方向施加重力作用。给定结构的有限元模型包含 1130 个节点和 1160 个梁单元, 共 6960 自由度。模型参数如下: 所用材料的弹性模量 $E=2.1 \times 10^{11} \text{Pa}$, 质量密度 $\rho=7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。环形横梁截面外径为 0.1m, 壁厚为 0.01m。

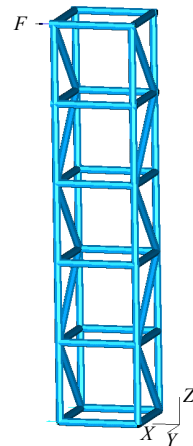


图 2 初始结构有限元模型

Fig.2 Finite element model of the original structure

对原结构变形进行求解, 保留刚度矩阵分解结果。由于设计的需要, 修改后的结构如图 3, 共增加了 732 个节点和 752 个单元, 所增加梁单元的横截面参数与原结构相同。在原结构载荷的基础上, 增加部分在端部施加 Z 负方向 5000N 的集中力。观察框架结构在原结构节点 4、节点 14、节点 18、节点 22 和新增加节点 1298、节点 1305 的位移(图 3)。

修改后的结构变形分别通过精确求解, 组合近似法和本文方法获得。计算结果列于表 2 中。表 2 中的误差由 $(r_{\text{exact}} - r_{\text{appr}}) / r_{\text{exact}} \times 100\%$ 计算, 式中 r_{exact} 表示精确解, r_{appr} 表示由组合近似法或本文方法得到的近似解。

表 1 计算量分析

Table 1 Computational cost analysis

Kirsch 组合近似		Epsilon 算法	
操作	乘法次数	操作	乘法次数
$K_R = U_B^T K U_B$	$sn^2 + ns^2$	$\epsilon_{k+1}^{(j)} = \epsilon_k^{(j+1)} + [\epsilon_k^{(j+1)} - \epsilon_k^{(j)}]^{-1}$	$2n(n$ 次加法和 n 次减法)
$R_R = U_B^T R$	sn	$u^{-1} = \frac{u^*}{(u^H u)} = \frac{u^*}{\sum_{i=1}^n u_i ^2}$	$2n$ (n 次乘法和 n 次除法)
求解方程 $K_R Y = F_R$	$\frac{s^3}{3} + s^2$	Epsilon 表元素个数	$\frac{(s+1)s}{2}$
$U = U_R Y$	sn		
总计算量	$sn^2 + (s^2 + 2s)n + \frac{s^3}{3} + s^2$	总计算量	$s(s+1)n$ 次乘/除法 $s(s+1)n$ 次加/减法

说明: n 为结构自由度, s 为基向量个数。

表 2 不同求解结果比较

Table 2 A comparison of the different solutions

节点号	精确值	组合近似法 (3 个基向量)		组合近似法 (5 个基向量)		本文方法 1 次迭代		本文方法 2 次迭代	
	位移/mm	位移/mm	相对误差/(%)	位移/mm	相对误差/(%)	位移/mm	相对误差/(%)	位移/mm	相对误差/(%)
4	3.3355	3.3326	-0.0882	3.3353	-0.0064	3.3329	-0.0795	3.3355	0.0014
14	1.9888	1.9859	-0.1467	1.9889	0.0039	1.9889	0.0041	1.9888	0.0015
18	1.1616	1.1601	-0.1278	1.1616	-0.0040	1.1618	0.0253	1.1616	-0.0041
22	0.5534	0.5526	-0.1373	0.5534	-0.0014	0.5535	0.0175	0.5534	-0.0023
1298	4.4754	4.4726	-0.0629	4.4759	0.0119	4.4962	0.4644	4.4754	0.0002
1305	6.1192	6.1185	-0.0108	6.1200	0.0133	6.1609	0.6813	6.1192	-0.0003
平均误差/(%)		0.0957		0.0068		0.2121		0.0016	

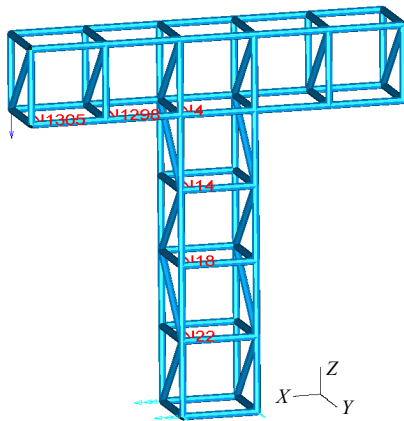


图 3 修改结构有限元模型(增加 4392 自由度)

Fig.3 Finite element model of the modified structure
(adding 4392DOFs)

采用本文方法,当控制误差为 0.1%时,仅需要 1 次迭代,收敛误差是 0.044%;提高重分析的精度,将误差设为 0.01%,需要两个迭代过程,第一次误差同上,第二次误差为 0.0032%。从迭代表(图 1)可以看出,当迭代次数为 1 时,需要 3 个基向量,迭代次数为 2 时,使用了 5 个基向量。为了与 Kirsch 组合近似法进行比较,分别采用 3 个和 5 个基向量的组合近似法计算。计算结果(观察点的位移)比较情况列于表 2 中。从数值计算结果可以看到,即使结构修改比较大,本文方法和组合近似法都能得到高精度的近似解。平均误差(不考虑符号)显示本文方法精度更好。表 3 列出了分析所需的计算时间。从表 3 中可以看到,本文方法比组合近似法所需时间更少。另外,如果因使用的基向量太少导致精度不能满足要求时,组合近似法除基向量可以复用外,大部分计算过程(式(17)~式(20))都需要重新计算,才能提高计算精度。然而,使用本文方法,仅需从上一次计算开始,再计算两列就能完成一个新的迭代,对于本算例来说,组合近似法需要额外的

0.90s,而本方法仅需要额外的 0.21s 就能提高计算精度,更进一步提高了计算效率。

表 3 不同求解所需 CPU 时间比较

Table 3 CPU time comparison between the different methods

方法	精确解	组合近似法 (3 个基向量)	组合近似法 (5 个基向量)	本文方法 1 次迭代	本文方法 2 次迭代
时间/s	3.62	0.48	0.90	0.42	0.63

说明:计算机配置为 Pentium® CPU,双核,3.0GHz,内存 2.0GB。

5 结论

本文提出了结构拓扑修改静态重分析自适应迭代方法。该方法是基于 Neumann 级数和向量 Epsilon 方法,计算量小,能够根据结构的修改量和精度要求自适应选择迭代次数。本文方法已经在通用有限元软件 I-DEAS 中实现,方便应用于工程问题的分析和优化设计中。框架结构数值算例表明,即使当结构大修改时,本文方法也可以获得高精度的近似解,而计算时间比组合近似法更少。给出的算例对于框架结构优化设计中结构修改后快速得到结构的响应有重要的参考价值。然而,该方法还能够应用于结构参数修改、灵敏度分析和结构优化等工程设计中,快速获得完全弹性系统修改后的结构响应。

参考文献:

- [1] Palazzolo A B, Wang B P, Pilkey W D. Static reanalysis methods [M]// Structural Mechanics Software, Vol. IV, edited by Perroue and Pilkey, University Press of Virginia, 1982(4): 413-460.
- [2] Arora J S. Survey of structural reanalysis techniques [J]. Journal of the Structural Division (CASE), 1976, 102(4): 783-802.

(参考文献[3]—[15]转第 67 页)

- with inner ring stiffener of concrete-filled square tubular frame [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2005, 25(1): 76—80. (in Chinese)
- [8] 李黎明, 陈志华, 李宁. 隔板贯通式梁柱节点抗震性能的试验研究[J]. *地震工程与工程震动*, 2007, 27(1): 46—53.
Li Liming, Chen Zhihua, Li Ning. Experimental study on the seismic performance of diaphragm-through beam-column connection [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2007, 27(1): 46—53. (in Chinese)
- [9] 苗纪奎, 陈志华, 姜忻良. 方钢管混凝土柱与钢梁的外肋环板节点抗震性能试验研究[J]. *地震工程与工程震动*, 2007, 27(2): 85—90.
Miao Jikui, Chen Zhihua, Jiang Xinliang. Experimental study on the seismic performance of vertical stiffener connection of concrete-filled steel tubular column and steel beam [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2007, 27(2): 85—90. (in Chinese)
- [10] 朱伯龙. 结构抗震试验[M]. 北京: 地震出版社, 1989.
Zhu Bolong. *Seismic structural experiments* [M]. Beijing: Earthquake Press of China, 1989. (in Chinese)

(上接第 40 页)

- [3] Barthelemy J F M, Haftka R T. Recent advances in approximation concepts for optimum structural design [C]. *Proceedings of NATO/DFGASI on Optimizations of Large Structural Systems*. Berchtesgaden, Germany, 1991: 235—256.
- [4] Kirsch U. *Structural optimization, fundamentals and applications* [M]. Heidelberg: Springer, 1993.
- [5] Haftka R T, Nachlas J A, Waston L T, Rizzo T, Desai R. Two point constraint approximation in structural optimization [J]. *Computer Method of Applied Mechanical Engineering*, 1989, 60: 289—301.
- [6] Chen S H. *Matrix perturbation theory in structural dynamics* [M]. Beijing: International Academic Publisher, 1993.
- [7] Fleury C. First and second order convex approximation strategies in structural optimization [J]. *Structural Optimization*, 1989, 1: 3—10.
- [8] Kirsch U. Combined approximations—a general reanalysis approach for structural optimization [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2000, 20: 97—106.
- [9] 黄海, 陈塑寰, 孟光, 郭克尖. 结构静态拓扑重分析的摄动—Padé逼近法[J]. *固体力学学报*, 2005, 26(3): 321—324.
Huang Hai, Chen Suhuan, Meng Guang, Guo Kejian. Perturbation—Padé method for static topological reanalysis [J]. *Acta Mechnica Solida Sinica*, 2005, 26(3): 321—324. (in Chinese)
- [10] Jorge E H. Reanalysis of linear and nonlinear structures using iterated Shanks transformation [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002, 19: 4215—4229.
- [11] Graves-Morris P R, Roberts D E, Salam A. The epsilon-algorithm and related topics [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, 122: 51—80.
- [12] Avram Sidi. Extension and completion of Wynn's theory on convergence of columns of the epsilon table [J]. *Journal of Approximation Theory*, 1996, 86: 21—40.
- [13] Wu X M, Chen S H, Yang Z J. Static displacement reanalysis of modified structures using the epsilon algorithm [J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(8): 2083—2086.
- [14] Kirsch U, Bogomolni M, Sheinman I. Efficient dynamic reanalysis of structures [J]. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 2007, 133(3): 440—448.
- [15] 杨志军, 陈塑寰, 吴晓明. 结构静态拓扑重分析的迭代组合近似方法[J]. *力学学报*, 2004, 36(5): 611—616.
Yang Zhijun, Chen Suhuan, Wu Xiaoming. An iterative combined approximation approach for structural static reanalysis of topological modifications [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2004, 36(5): 611—616. (in Chinese)