

引入梯度导引似 p 范数约束的稀疏信道估计算法

伍飞云, 周跃海, 童峰

(厦门大学 水声通信与海洋信息技术教育部重点实验室, 福建 厦门 361005)

摘要: 为克服 l_0 和 l_1 范数约束的最小均方算法在不同信道稀疏程度下对稀疏信道估计中出现的收敛性能起伏较大等缺点, 提出一种新的似 p 范数约束的最小均方算法, 通过在最小均方算法代价函数中引入 p 值可变的似 p 范数约束以适应信道的不同稀疏程度, 并在验证代价函数凸性的基础上导出 p 值的梯度导引寻优。最后给出仿真实验及其讨论, 实验结果表明了新算法的优越性。

关键词: 似 p 范数约束; 最小均方算法; 稀疏信道

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)07-0172-06

Estimation algorithm for sparse channels with gradient guided p -norm like constraints

WU Fei-yun, ZHOU Yue-hai, TONG Feng

(Key Laboratory of Underwater Acoustic Communication and Marine Information Technique of the Ministry of Education, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: The l_0 and l_1 norm constrained least mean square (LMS) algorithm can effectively improve the performance of the sparse channel estimation, but the convergence performance of such algorithms will considerably vary when the channel exhibits different sparsity. A novel p -norm like constraint LMS algorithm to accommodate the various sparsity of the channels through the introducing of the variable p -value was presented. Furthermore, the gradient guided optimization of the p -value was derived. Numerical simulation results are given to demonstrate the superiority of the new algorithm.

Key words: p -norm like constraint; LMS algorithm; sparse channels

1 引言

近年来, 在水声、HDTV 等应用中对稀疏信道的研究已引起广泛关注^[1-9]。这类信道的共同特点是其冲激响应中仅有少数几个大值系数, 其余大部分为幅度为零或接近零的小值系数, 在信道估计算法中利用信道的稀疏特性将有助于降低算法复杂度, 提高收敛性能。

文献[1]中将残留信号用于最大化混合矩阵列向量的相关运算, 将其对稀疏信道抽头进行逐个估计, 该算法在处理跨路径干扰出现时将导致性能下降。文献[2]将传统的均方算法(LMS)加以改进用于

开发目标系统的稀疏特性, 但需要未知系统的一些先验知识。近年来, 谷源涛等将范数约束(l_1 范数和 l_0 范数)引入到传统的 LMS 代价函数中, 以加快算法对稀疏系统中非零系数的收敛^[3-5]。该 l_1 范数和 l_0 范数约束算法的收敛性分析在文献[6,7]中有报道。引入范数约束有助于提高算法性能, 从而出现了一系列新算法将此类约束项推广到 RLS 和 NLMS 等自适应算法中^[10,11]。然而, 由于 l_1 范数和 l_0 范数约束项本身并无调整因子, 因此当信道稀疏程度下降时, 该类算法的收敛性能也呈现较大的下降^[4]。

研究人员试图定义出稀疏度的测量并用于最

收稿日期: 2013-04-11; 修回日期: 2014-03-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11274259); 教育部高等学校博士点专项基金资助项目(20120121110030)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (11274259); The Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20120121110030)

小化稀疏度计算^[8,12~14]。文献[8]将似 p 范数扩展并用于最小化稀疏测量，值得注意的是最小化多样性测量即相当于最大化稀疏性。受此启发，本文提出一种新算法以进一步提高稀疏系统的辨识能力。将 p 值可变的似 p 范数约束引入 LMS 算法的代价函数，以期通过对 p 值的调整实现此约束项对信道稀疏程度的适应，从而改善对信道稀疏程度的敏感性。进一步地，在证明代价函数凸性的基础上导出了 p 值的梯度导引寻优公式。同时，新算法将现有的 LMS 约束算法(l_1 范数和 l_0 范数)进行了有效统一。最后给出了算法的仿真实验结果和讨论。

2 算法推导

本节先介绍几种传统算法，包括标准 LMS 算法、 l_1 范数约束的 LMS 算法和 l_0 范数约束的 LMS 算法，在现有算法的基础上推导出新算法。

2.1 传统算法回顾

设自适应信道估计器的输入向量为 $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L+1)]^T$ ，权系数向量为 $\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{L-1}(n)]^T$ ，其中， L 为滤波器长度， n 表示离散时间，则自适应滤波器的输出与实际信道输出信号的估计误差表示为 $e(n) = d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)$ ，对于标准 LMS 算法，其代价函数 $\xi(n)$ 为

$$\xi(n) = \frac{1}{2} |e(n)|^2 \quad (1)$$

最小化该代价函数可得 LMS 算法的滤波器权系数迭代更新式为^[3~6]

$$\begin{aligned} w_i(n+1) &= w_i(n) - \mu \frac{\partial \xi(n)}{\partial w} \\ &= w_i(n) + \mu e(n)x(n-i), \quad \forall 0 \leq i < L \end{aligned} \quad (2)$$

其中， μ 为步长因子，可以控制算法的收敛速度。文献[3,7]将 l_1 范数和 l_0 范数约束项作为零吸引因子引入标准的 LMS 算法中以提高其对稀疏系统的估计性能。

l_1 范数约束的 LMS 算法代价函数 $\xi(n)$ 定义为

$$\xi(n) = \frac{1}{2} |e(n)|^2 + \gamma \|\mathbf{w}(n)\|_1 \quad (3)$$

其中， $\gamma > 0$ 为约束项和估计误差之间的平衡因子。 $|e(n)|^2$ 与标准 LMS 定义相同， $\|\mathbf{w}(n)\|_1$ 表示 l_1 范数，滤波器权系数迭代更新式^[7]为

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) - \kappa \operatorname{sgn}[w_i(n)] \quad (4)$$

其中， $\kappa = \mu\gamma$ ， $\operatorname{sgn}[w_i(n)]$ 为符号函数，定义为

$$\operatorname{sgn}[w_i(n)] = \begin{cases} 1, & w_i(n) > 0 \\ -1, & w_i(n) < 0, \quad \forall 0 \leq i < L \\ 0, & w_i(n) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

l_0 范数约束的 LMS 算法代价函数 $\xi(n)$ 定义为

$$\xi(n) = \frac{1}{2} |e(n)|^2 + \gamma \|\mathbf{w}(n)\|_0 \quad (6)$$

式(6)与式(3)不同之处在于变为了 l_0 范数约束， l_0 范数用于计算 $\mathbf{w}(n)$ 中的非零项个数。其滤波器权系数迭代更新式为^[3]

$$\begin{aligned} w_i(n+1) &= w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) + \\ &\quad \kappa f_\beta(w_i(n)), \quad \forall 0 \leq i < L \end{aligned} \quad (7)$$

其中， $f_\beta(w_i(n))$ 定义为

$$f_\beta(w_i(n)) = \begin{cases} \beta^2 w_i(n) + \beta, & -\frac{1}{\beta} \leq w_i(n) < 0 \\ \beta^2 w_i(n) - \beta, & 0 < w_i(n) \leq \frac{1}{\beta}, \quad \forall 0 \leq i < L \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

其中， β 为零吸引常数。

2.2 似 p 范数约束的 LMS 算法

受传统范数约束的 LMS 算法启发，同时考虑到似 p 范数可用于稀疏性测量，本文将似 p 范数引入 LMS 算法代价函数中，并期待其满足以下要求：

- 1) 能将现有的范数约束算法统一在一个框架下(l_1 范数和 l_0 范数约束的 LMS 算法)。
- 2) 由于似 p 范数中的 p 值可调整，希望能通过优化 p 值以适应信道(不同稀疏程度)。

文献[8,12~14]试图寻找一种较好的稀疏测试手段，引出的一种测试稀疏性的表达式如式(9)所示。

$$\|\mathbf{x}\|_{p\text{-like}} = \sum_{i=1}^n |x(i)|^p, \quad 0 \leq p \leq 1 \quad (9)$$

其中， \mathbf{x} 是数据向量。值得注意的是， $\|\mathbf{x}\|_{p\text{-like}}$ 与欧氏范数 l_p 不同，所以称为似 p 范数。很明显，似 p 范数不是真正的范数。而一般意义的范数通常指欧式范数，有时也称为 Holder 范数，记为 l_p 或者 L_p ， $\|\cdot\|_p$ 定义为

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left[\sum_{i=1}^n |x(i)|^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1 \quad (10)$$

在似 p 范数的约束下，将传统的 LMS 的代价

函数变为

$$\xi(n) = \frac{1}{2}|e(n)|^2 + \gamma \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}} \quad (11)$$

其中, $\|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}}$ 由式(9)定义。将代价函数求对 $\mathbf{w}(n)$ 的梯度得到

$$\begin{aligned} \hat{\nabla}_n &= \frac{\partial(\frac{1}{2}|e(n)|^2)}{\partial \mathbf{w}} + \gamma \frac{\partial \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}}}{\partial \mathbf{w}} \\ &= -e_n \mathbf{x}_n + \gamma \frac{\partial(\sum_{i=1}^n |w_i(n)|^p)}{\partial w_i} \\ &= -e_n \mathbf{x}_n + \gamma \frac{p \operatorname{sgn}[w_i(n)]}{|w_i(n)|^{1-p}}, \forall 0 \leq i < L \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\gamma > 0$ 是用于平衡似 p 范数约束项和估计误差之间的常数。因此滤波器权系数迭代更新式为

$$\begin{aligned} w_i(n+1) &= w_i(n) - \mu \hat{\nabla}_n \\ &= w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) - \\ &\quad \frac{\kappa p \operatorname{sgn}[w_i(n)]}{|w_i(n)|^{1-p}}, \quad \forall 0 \leq i < L \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\kappa = \mu\gamma > 0$ 。为避免式(14)最后一项中的分母若为 0 时算法进入病态, 将式(13)变为

$$\begin{aligned} w_i(n+1) &= w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) - \\ &\quad \frac{\kappa p \operatorname{sgn}[w_i(n)]}{\varepsilon_\gamma + |w_i(n)|^{1-p}}, \quad \forall 0 \leq i < L \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $0 < \varepsilon_\gamma \ll 1$ 。

2.3 p 值的梯度导引优化

如式(14)所示, 引入似 p 范数约束项后, 新算法的权系数更新由标准的 LMS 更新项和新的零吸引项构成。然而式(14)还存在变量 p , 尽管由前面的定义确知 p 值在 $[0, 1]$ 变化, 仍希望其能根据实际信道的特性进行自适应寻优。很显然, 直接建立 p 的优化值与信道不同稀疏程度之间的关系既复杂也不必要, 因此, 通过 p 值对代价函数 $\xi(n)$ 的优化来适应信道不同的稀疏程度, 即采取对代价函数求相对 p 值的梯度来指导 p 寻优。然而, 在此之前必须先确保代价函数能对 p 值全局收敛, 即先必须验证代价函数对 p 的凸性。

代价函数对 p 的梯度记为 G_p , 定义为

$$\begin{aligned} G_p(n) &= \frac{\partial \xi(n)}{\partial p} = \frac{\partial(\gamma \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}})}{\partial p} \\ &= \gamma \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}}^p \ln(\|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}}) \end{aligned} \quad (15)$$

再将 $G_p(n)$ 对 p 求偏导, 得到

$$\frac{\partial G_p(n)}{\partial p} = \gamma \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}}^p [\ln(\|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}})]^2 \quad (16)$$

显然, $\frac{\partial G_p(n)}{\partial p} > 0$, 由此可知似 p 范数约束的

LMS 算法对 p 是凸性的。也确保了代价函数对 p 值的全局收敛性。为简化 p 的寻优计算, 采用将 G_p 取符号来指导 p 的迭代更新, 考虑到

$$\operatorname{sgn}(G_p(n)) = \operatorname{sgn}(\|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}} - 1) \quad (17)$$

平滑梯度每隔 T 个时间点更新一次 p 值, 则迭代更新式变为

$$\begin{aligned} p_{n+T} &= p_n - \delta \operatorname{sgn}\left(\frac{1}{T} \sum_n^{n+T} G_p(n)\right) \\ &= p_n - \delta \operatorname{sgn}\left(\frac{1}{T} \sum_n^{n+T} \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}} - 1\right) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, δ 为梯度符号函数更新的步长因子。

本文提出的新算用 MATLAB 伪代码详细阐述如下。

算法 1 新算法的 MATLAB 伪代码

```

Given  $\mu, \kappa, p, \varepsilon_\gamma, \delta, L, T$ 
Initial  $\mathbf{w} = \text{zeros}(L, 1)$ ;
For  $n=1, 2, \dots$ 
Input new  $\mathbf{x}(n)$  and  $d(n)$ ;
 $e(n) = d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)$ ;
 $p_{n+T} = p_n - \delta \operatorname{sgn}\left(\frac{1}{T} \sum_n^{n+T} \|\mathbf{w}(n)\|_{p\text{-like}} - 1\right)$ ;
 $f(n) = p_{n+T} \operatorname{sgn}(w_i(n)) / (\varepsilon_\gamma + \operatorname{abs}(w_i(n)(1 - p_{n+T})))$ ;
 $w_i(n+1) = w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) - \kappa f(n), \forall 0 \leq i < L$ ;
End
    
```

3 算法讨论

一般地, 约束类的 LMS 算法表达式可以表示为^[5]

$$\begin{aligned} w_i(n+1) &= w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) + Z A_{\text{norm-related}} \\ &= w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) - \kappa f(\|\cdot\|) \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $Z A_{\text{norm-related}}$ 为一零吸引项, 它能将接近零的系数吸引为零, 即当之前的权系数为正则不会再变小, 反之变大一些。零吸引因子的吸引力与所采取的范数约束类型及算法的参数密切相关。

经典范数概念中， l_0 范数定义为向量 \mathbf{x} 非零元素的个数，表达式为

$$l_0(\mathbf{x}) = E^{(0)}(\mathbf{x}) = \#\{i: x[i] \neq 0\} \quad (20)$$

其中，符号 $\#$ 表示计算滤波器非零抽头的个数。直接求 l_0 范数涉及到优化问题上的 NP 难问题^[3,8]。为确保代价函数连续可微，一般采用其他连续函数来近似计算 l_0 范数。文献[3]中， l_0 范数近似估计函数为

$$l_0(t) \approx 1 - e^{-\alpha|t|} \quad (21)$$

其中， $\alpha > 0$ 为一个与零吸引范围相关的参数。

本文算法中的 p 值可以在(0,1]区间任意取值。且本 p 值取为 0 和 1 时分别对应于经典算法 l_0 范数约束和 l_1 范数约束算法，即当 $p=0$ 时，

$$\|\mathbf{x}\|_{p\text{-like}} = \sum_{i=1}^n |x(i)|^p = \|\mathbf{x}\|_0, \text{ 而 } p=1 \text{ 时, } \|\mathbf{x}\|_{p\text{-like}} = \sum_{i=1}^n |x(i)|^p = \|\mathbf{x}\|_1. \text{ 同时可以看出当 } p=1 \text{ 时, 式(13)}$$

将退化到式(4)。从这个意义上讲，新算法为经典范数算法提供了一个可包括 l_0 范数和 l_1 范数的范数约束框架。此外，由于 p 可以根据梯度迭代寻优，可以预期本文算法将有比经典范数约束算法更优的稀疏信道估计性能。

本文算法各参数的选择如下。

κ 的选择：据式(4)、式(7)、式(14)及文献[3,4]，该参数代表了零吸引的力度同时也将有助于到算法的收敛速度。但是，增大该参数将加大算法的稳态失调量。考虑到算法迭代稳定后大部分滤波器权重接近零，实际场合中 κ 的选择要权衡算法的收敛速度和稳态失调量。

p 的选择：式(16)已表明 p 是全局收敛的，并可由式(18)迭代寻优。其取值范围在 0 和 1 之间。 p 的优化过程导致额外增加了 $T+2$ 次加法运算，一次乘法运算和一次符号运算。

新算法收敛性讨论如下。

定义误差向量为 $\mathbf{v}(n)=\mathbf{w}(n)-\mathbf{w}_0$ ，其中 \mathbf{w}_0 是经典 LMS 滤波器的最优权向量，将误差向量代入式(14)得到

$$E[\mathbf{v}(n+1)]=(\mathbf{I}-\mu\mathbf{R})E[\mathbf{v}(n)]-\frac{\kappa p \operatorname{sgn}[\mathbf{w}(n)]}{\varepsilon+|\mathbf{w}(n)|^{1-p}} \quad (22)$$

其中， $\mathbf{R}=\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^T$ ， \mathbf{I} 是单位矩阵，且 $\frac{\kappa p \operatorname{sgn}[\mathbf{w}(n)]}{\varepsilon+|\mathbf{w}(n)|^{1-p}}$

的大小介于 $\frac{-\kappa p}{\varepsilon+|\mathbf{w}(n)|^{1-p}}$ 和 $\frac{\kappa p}{\varepsilon+|\mathbf{w}(n)|^{1-p}}$ 之间，因此，

当 μ 满足 $0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ 时， $E[\mathbf{v}(n)]$ 收敛，其中 λ_{\max} 是

矩阵 $(\mathbf{I}-\mu\mathbf{R})$ 的最大特征值^[4]。由式(20)可以看出，当系统具有稀疏特性时，即 $\mathbf{w}(n)$ 是稀疏向量时，

$\frac{\kappa p \operatorname{sgn}[\mathbf{w}(n)]}{\varepsilon+|\mathbf{w}(n)|^{1-p}}$ 基于经典的 LMS 误差向量进行约束，

从而获得更小的误差向量。

4 仿真实验

为考察本文算法的优越性，通过仿真将本文算法与标准 LMS 算法， l_1 范数约束 LMS 算法^[4,6]及 l_0 范数约束 LMS 算法^[3,5]进行性能比较分析。仿真实验中采用的稀疏信道冲激响应包含 60 个抽头。初始阶段选取 2 个非零抽头值，其位置在信道响应范围内随机分布、幅度在-1 至 1 之间随机分布，其他抽头值为 0。然后每隔 3 000 次迭代该稀疏信道增加 2 个非零抽头，其位置仍在信道响应范围内随机分布、幅度同样在-1 至 1 之间随机分布。定义稀疏比为非零抽头值个数与系统总抽头个数之比(SR, sparsity ratio)，则仿真信道的稀疏比在算法迭代过程逐渐发生变化，从 2/60 至 4/60 至 6/60。输入仿真稀疏信道的信号为零均值单位方差的高斯序列，背景噪声为加性高斯白噪声，参考信号的信噪比设为 20 dB。仿真中各算法所用的参数如表 1 所示，各算法参数均按照达到同等稳态误差进行设置。

表 1 各类算法所采用的参数

算法	μ	κ	δ	T
LMS	0.005 2	NA	NA	NA
l_0 -LMS	0.006 6	0.000 33	NA	NA
l_1 -LMS	0.006 0	0.000 30	NA	NA
p -norm-like-LMS	0.013 0	0.000 65	0.01	10

对于本文算法，初始 p 值分别设置为 0.3 和 0.9 以测试梯度导引迭代对 p 的优化效果。算法进行 100 次独立仿真得的 p 值优化结果如图 1 所示，可以看出在 2 种初值的情况下 p 值都能收敛到较为稳定的值，在 2 次信道稀疏性发生改变后（稀疏比从初始的 2/60 到 4/60 再到 6/60）， p 值的最优值也相应调整，验证了不同的信道稀疏条件下 p 值的梯度导引调整机制。实验中平滑时间窗 T 参数和步长因子 δ 在表 1 中给出。

为考察新算法引入 p 值调整后其性能对信道稀疏

特性变化的敏感性, 分别将 l_0 范数约束 LMS 算法, l_1 范数约束 LMS 算法以及本文似 p 范数约束 LMS 算法与标准 LMS 算法进行比较。图 2 给出仿真过程中信道稀疏比分别为 2/60、4/60、6/60 时各算法 3 000 次迭代的误差曲线, 定义算法失调量 MSD 为

$$MSD = |d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)|^2 \quad (23)$$

其中, n 表示信号的时刻, $\mathbf{w}(n)$ 表示各算法获得的权值。从图 2 可以看出, 在相同稀疏比下, 引入范数约束的 LMS 算法均比标准 LMS 算法在相同稳态误差下能获得更快的收敛速率, 其中似 p 范数约束 LMS 算法收敛速率最快。同时可看出, 随着信道稀疏比的增加, l_0 、 l_1 范数约束算法的收敛性能均有所下降并逐渐接近标准 LMS 算法的收敛速度(如图 2(a)、图 2(b)所示), 由于引入 p 值的梯度导引调整, 本文 p 范数约束 LMS 算法比 l_1 范数约束 LMS 算法及 l_0 范数约束 LMS 算法在收敛性能上相对信道的不同稀疏特性有更好的稳健性(如图 2(c)所示)。

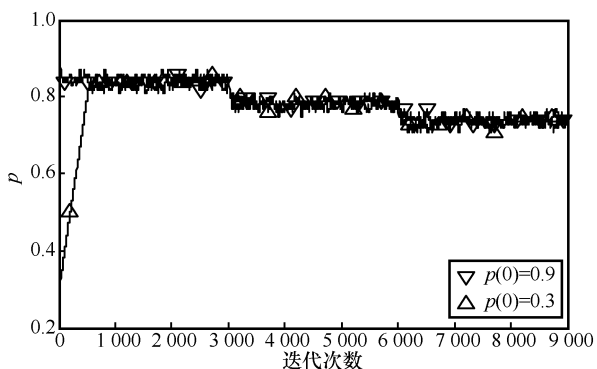


图 1 本文算法 p 值在信道稀疏度变化下的迭代寻优

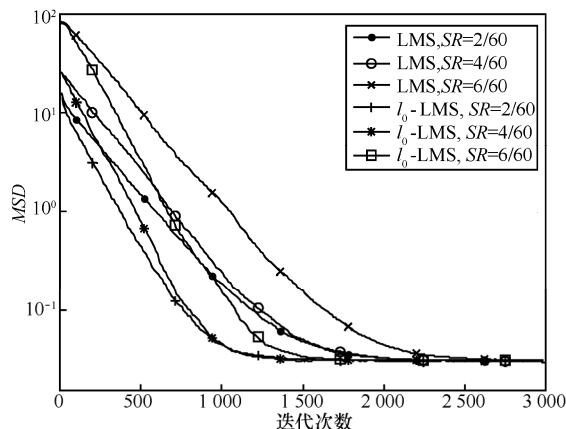
为考察新算法较之经典算法对于信道估计的优越性, 定义算法性能 MSE (最小均方差) 参数为

$$MSE = E[\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_2^2] \quad (24)$$

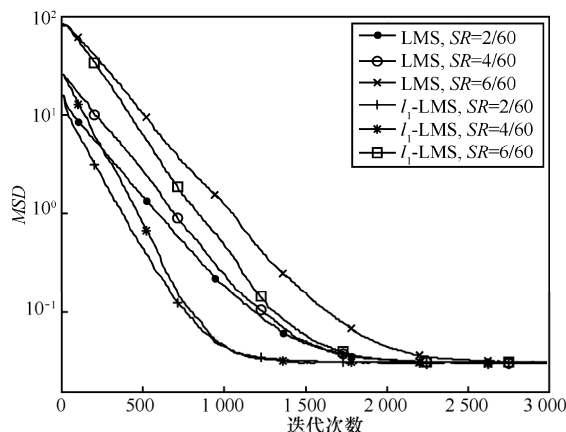
其中, 各 LMS 算法的估计参数 \mathbf{w} 对相同的仿真信道 \mathbf{h} 进行估计, 取信道估计误差的欧式范数为评价参数, 仿真实验中信道参数设置与图 2 相同, 各算法所用的参数如表 2 所示, 各算法参数均按照达到相同收敛速度进行设置。各算法运行得到的 MSE 如图 3 所示, 可以看出, 引入 l_0 、 l_1 范数约束的 LMS 算法在稀疏比较小时, 性能比标准 LMS 算法优越, 而当信道稀疏比增加时, l_0 、 l_1 范数约束的 LMS 算法的 MSE 有所增加, 甚至大于 LMS 算法此时的 MSE 。而似 p 范数约束的 LMS 算法能缓和这一趋势, 进一步说明范数约束的 LMS 算法适于估计稀疏信道。

表 2 各类算法所采用的参数

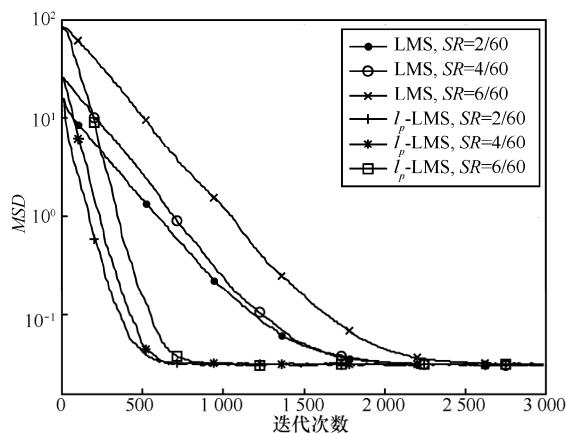
算法	μ	κ	δ	T
LMS	0.004	NA	NA	NA
l_0 -LMS	0.004	0.000 2	NA	NA
l_1 -LMS	0.004	0.000 2	NA	NA
p -norm-like - LMS	0.004	0.000 3	0.01	10



(a) 与 l_0 算法对比



(b) 与 l_1 算法对比



(c) 与新算法对比

图 2 LMS 算法与各类算法在不同稀疏比下的学习曲线

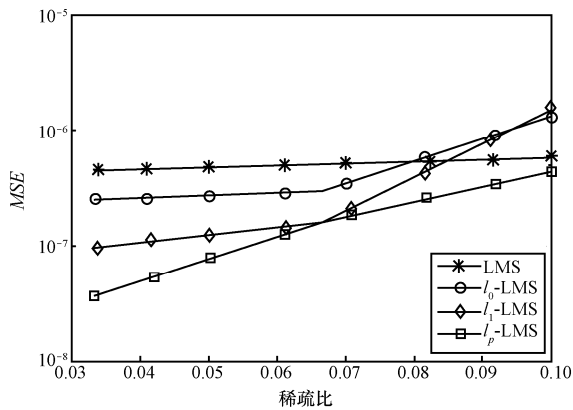


图3 各类算法在不同信道下的MSE曲线

5 结束语

为提高稀疏信道辨识的性能, 本文将可变 l_p 范数作为约束项引入LMS算法的代价函数中。与传统的范数约束算法不同, 新算法的 p 值可以由梯度迭代进行寻优, 因而提供了可通过范数约束项来适应信道不同稀疏性的优化调整机制。仿真结果表明新算法对稀疏系统有更快的收敛速度和不同稀疏程度下的稳健性。同时, 从利用系统稀疏性施加范数约束的角度, 本文算法将经典的 l_0 、 l_1 2种范数约束稀疏信道估计算法在理论上进行了统一。

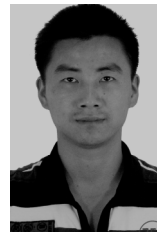
参考文献:

- [1] COTTER S F, RAO B D. Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization[J]. IEEE Trans Commun, 2002, 50(3):374-377.
- [2] NAYLOR P A, CUI J, BROOKES M. Adaptive algorithms for sparse echo cancellation[J]. Signal Processing, 2006, 86(6):1182-1192.
- [3] GU Y, JIN J, MEI S. L_0 norm constraint LMS algorithm for sparse system identification[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(9): 774-777.
- [4] CHEN Y, GU Y, HERO A O. Sparse LMS for system identification[A]. Int Conf Acoust, Speech, Signal Process (ICASSP)[C]. Taiwan, China, 2009. 3125-3128.
- [5] JIN J, GU Y, MEI S. A stochastic gradient approach on compressive sensing signal reconstruction based on adaptive filtering framework[J]. IEEE J Sel Topics Signal Process, 2010, 4(2):409-420.
- [6] SHI K, SHI P. Adaptive sparse Volterra system identification with l_0 -norm penalty[J]. Signal Processing, 2011, 91(10):2432-2436.
- [7] SHI K, SHI P. Convergence analysis of sparse LMS algorithms with

l_1 -norm penalty based on white input signal[J]. Signal Processing, 2010, 90(12):3289-3293.

- [8] RAO B D, DELGADO K K. An affine scaling methodology for best basis selection[J]. IEEE Trans Signal Process, 1999, 47(1):187-200.
- [9] SCHREIBER W F. Advanced television systems for terrestrial broadcasting: some problems and some proposed solutions[J]. Proc IEEE, 1995, 83: 958-981.
- [10] KALOUPSIDIS N, MILEOUNIS G, BABADI B, et al. Adaptive algorithms for sparse system identification[J]. Signal Processing, 2011, 91(8):1910-1919.
- [11] ANGELOSANTE D, BAZERQUE J A, GIANNAKIS G B. Online adaptive estimation of sparse signals: where RLS meets the l_1 -norm[J]. IEEE Trans, Signal Process, 2010, 58(7):3436-3447.
- [12] GORODNITSKY I F, RAO B D. A recursive weighted minimum-norm algorithm: analysis and applications[A]. Proc CASSP[C]. Minneapolis, MN, 1993. 456-459.
- [13] HARIKUMAR G, BRESLER Y. A new algorithm for computing sparse solutions to linear inverse problems[A]. Proc ICASSP[C]. Atlanta, GA, 1996. 1331-1334.
- [14] CABALLERO I S, PRIETO C J P, RODRIGUEZ A A. Sparse deconvolution using adaptive mixed-Gaussian models[J]. Signal Process, 1996, 54(2):161-172.

作者简介:



伍飞云(1984-), 男, 江西宜春人, 厦门大学博士生, 主要研究方向为信号处理、水声通信、稀疏信道估计等。



周跃海(1987-), 男, 福建龙岩人, 厦门大学博士生, 主要研究方向为水声信号处理、压缩感知信道估计等。



童峰(1973-), 男, 福建龙岩人, 厦门大学教授、博士生导师, 主要研究方向为水声通信、水声网络和信号处理等。