

文章编号: 025322239(2009)122334207

# 基于无下采样 Contourlet 变换和人眼视觉系统的 稳健盲水印算法

丁兴号<sup>1,2</sup> 章登峰<sup>1</sup> 钱坤<sup>1</sup> 王鑫芯<sup>1</sup><sup>1</sup> 厦门大学信息科学与技术学院, 福建 厦门 361005<sup>2</sup> 厦门大学水声通信与海洋信息技术教育部重点实验室, 福建 厦门 361005

**摘要** 提出一种基于无下采样 Contourlet 变换(NSCT)和人眼视觉系统(HVS)的自适应稳健盲数字水印方案,该方案在 NSCT 域中对人类视觉系统的特性进行建模,利用人眼的视觉掩盖机制自适应嵌入水印序列。实验结果表明,该数字水印方案在保证人眼视觉不可见性的前提下,对包括噪声、JPEG 压缩、图像剪切、滤波、图像扭曲等均具有很强的稳健性,并且检测水印时无需原始图像,是一种很有前途的盲水印方案。

**关键词** 图像处理; Contourlet 变换; 无下采样 Contourlet 变换; 人类视觉系统; 数字水印

中图分类号 TN911.73 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092912.3344

## A Robust Blind Watermarking Algorithm Based on Non2Subsampled Contourlet Transform and Human Visual System

Ding Xinghao<sup>1,2</sup> Zhang Dengfeng<sup>1</sup> Qian Kun<sup>1</sup> Wang Xinxin<sup>1</sup><sup>1</sup> Institute of Information Science and Technology, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China<sup>2</sup> Key Laboratory of Underwater Acoustic Communication and Marine Information Technology, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China

**Abstract** A robust blind digital watermarking scheme based on non2subsampled contourlet transform (NSCT) and human visual system (HVS) was proposed. In this paper, we establish a model of the human visual system in NSCT domain, using visual masking effect of HVS to adaptive embed watermark sequences. The experimental results show that the digital watermark not only the transparency can be guaranteed, but also has good robustness to noise addition, JPEG compression, cropping, filtering and image twisting etc. Furthermore, the watermark can be detected without original image. This is a perspective blind watermarking scheme.

**Key words** image processing; contourlet transform; non2subsampled contourlet transform; human visual system; digital watermark

## 1 引言

数字水印技术是解决信息安全、数字媒体的版权保护等问题的有效手段之一。数字水印算法主要可分为空域<sup>[1]</sup>和变换域两类,近年来则主要集中在变换域中进行。常用的变换域方法有离散余弦变换(DCT)域<sup>[2]</sup>、小波域<sup>[3]</sup>等。数字水印主要应满足两

个条件:水印的不可见性和水印的稳健性。近年来,人们发现在变换域中利用人眼视觉系统(HVS)的各种掩盖效益嵌入水印,能够在不可见性和稳健性方面均取得更好的效果。如文献[3,4]利用小波多分辨率分析与HVS对图像信息的处理过程相近,在小波域中对HVS的视觉特性建模并将其应用于

收稿日期: 20081219; 收到修改稿日期: 2009203216

基金项目: 国家自然科学基金(30900328)、福建省自然科学基金(2008J0032, 2009J01301, 2009J01302); 厦门大学 985 二期信息创新平台(0000X07204); 厦门市科技计划高校创新项目(3502Z20083006)资助课题。

作者简介: 丁兴号(1977), 男, 副教授, 主要研究方向为图像稀疏表示及应用、图像处理及机器学习等方面的研究。

E-mail: dxh@xmu.edu.cn

数字水印领域, 取得很好的效果。文献[5]则利用脊波变换具有的比小波变换更优的方向性, 对 HVS 建模并应用于水印嵌入, 取得了较优的效果。

Contourlet 变换<sup>[6,7]</sup>是一种/真正0的二维图像表示方法。Contourlet 变换具有小波变换所具有的多分辨率分析, 时频局部分析的特性, 同时具有小波分析所不具备的高度的方向性和各向异性特性, 是一种更优的图像表示方法, 在许多图像处理领域的性能均优于小波变换。如文献[8]将 Contourlet 变换用于遥感图像去噪, 取得了明显效果。文献[9]提出一种基于 Contourlet 变换的数字水印方法, 嵌入的水印具有很好的稳健性, 但没有利用 HVS 的特性。文献[10]将小波域中的基于 HVS 的水印算法移植到 Contourlet 变换域中也取得了不错的效果。无下采样 Contourlet 变换(NSCT)<sup>[11]</sup>是在 Contourlet 变换基础上提出的新的变换, 保留 Contourlet 变换的特点, 同时克服 Contourlet 变换不具有平移不变特性的缺陷, 在某些图像处理领域的性能优于 Contourlet 变换<sup>[12]</sup>。NSCT 是一种冗余变换, 相关研究表明, 冗余变换对噪声具有较强的稳健性<sup>[13]</sup>, 即同样的噪声叠加到冗余变换上引起的畸变比叠加到正交变换上小, 而水印可以看成是在一个强背景条件下叠加一个弱噪声, 因此 NSCT 域嵌入水印相比于 Contourlet 变换更有优势。研究表明生物视觉的初级处理过程有与冗余变换有相对应的环节<sup>[14]</sup>。综上可见在 NSCT 域中对 HVS 建模, 并将其运用于水印领域, 相比与小波变换、Contourlet 变换更有优势。文献[15]在 NSCT 域中利用人类的颜色感知特性嵌入水印取得了不错的效果, 进一步验证了在 NSCT 域中嵌入水印的优势, 但没有对视觉的其他掩盖机制进行深入分析研究。

鉴于 NSCT 是一种冗余变换相比于正交变换, 对叠加噪声具有更强的稳健性<sup>[13]</sup>且与生物视觉的信息处理机制更接近, 本文提出在 NSCT 域中对 HVS 的视觉特性进行建模, 并将其应用于图像数字水印领域。相关实验表明, 本文所提的水印方案优于经典的小波域结合 HVS 特性的水印方案<sup>[4]</sup>, 在水印的不见性和稳健性能方面均取得了更优的效果, 并且检测水印时无需原始图像, 是一种盲水印方案。

### 2 无下采样 Contourlet 变换

Contourlet 变换主要由两个步骤实现: 拉普拉斯塔式分解(Laplacian Pyramid, LP)和方向滤波器组(Directional Filter Banks, DFB)滤波。通过 LP 塔式

分解把原始图像分解为低频子带和高频子带。高频子带再经过方向滤波器组分解为多个方向子带。对低频子带重复上述过程就可实现图像的多分辨率、多方向分解。图 1 给出了 Contourlet 变换的滤波器组结构。由于 Contourlet 变换在 LP 分解时, 需要对图像进行隔行隔列下采样, 这虽然能够较大程度地降低变换的冗余性, 但也导致了 Contourlet 变换不具有平移不变性的特性, 限制了其在某些图像处理领域里的应用。为此提出了 NSCT<sup>[11]</sup>, NSCT 去掉了 Contourlet 变换中的下采样步骤。类似于 Contourlet 变换, NSCT 的结构可以分为两部分: 无下采样金字塔(NSP)和无下采样方向滤波器组(NSDFB), 其滤波器组结构如图 2 所示<sup>[11]</sup>。

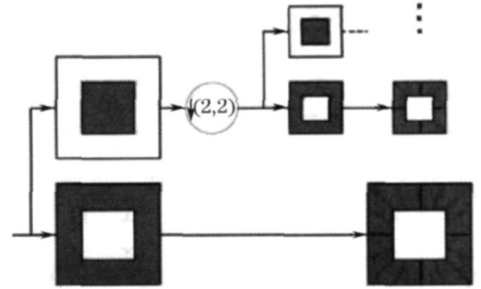


图 1 Contourlet 变换滤波器组结构

Fig. 1 Structure of contourlet transform filters

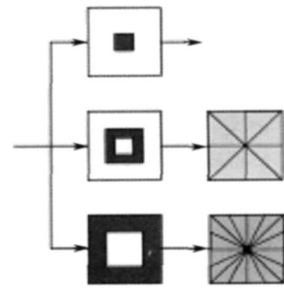


图 2 无下采样 contourlet 变换滤波器组结构

Fig. 2 Nonsubsampled contourlet transform filter bank structure

### 3 基于 NSCT 的自适应水印算法

视觉生理学和心理学研究表明, 人类视觉系统具有如下特点: 人眼对高频带和 45°方向敏感度低; 人眼对高亮度区域的噪声敏感度低; 人眼对纹理区域的噪声敏感度低; 人眼对边缘区域位置误差敏感度高而对数值变化敏感度不高。因而可以利用 HVS 的特点自适应地嵌入水印, 从而有效提高水印算法的不可视性和稳健性的性能。

NSCT 是一种冗余的二维图像表示方法, 具有多分辨率、时频局部、多方向和各向异性的特性, 较

小波变换等与人类视觉系统的信息处理机制更相似,因而在 NSCT 域中对 HVS 建模更有优势,将在 NSCT 域中利用 HVS 的特性自适应地嵌入水印。

### 3.1 自适应水印嵌入方案

借鉴小波域中的视觉特性建模<sup>[3,41]</sup>方法的经验,结合 NSCT 自身的特点,提出了基于 NSCT 的自适应数字水印方案。水印嵌入方案为

$$\mathbb{H}^{\#}(i, j) = I^{\#}(i, j) + A W^{\#}(i, j) X^{\#}(i, j), \quad (1)$$

式中 $\mathbb{H}^{\#}(i, j)$ 为嵌入水印序列后的 NSCT 系数, $I^{\#}(i, j)$ 为原始图像的 NSCT 系数, $X^{\#}(i, j)$ 为要嵌入的水印序列, $A$ 是强度因子,用来控制嵌入水印的强度, $W^{\#}(i, j)$ 为利用 HVS 特性确定的权重函数。权重函数主要从 3 个方面充分考虑人眼的视觉特性,从而实现依据 HVS 的特性自适应嵌入水印:

1) 人眼对不同方向、不同尺度的中高频子图像中的噪声较为不敏感,特别对 45°方向高频子图像中的噪声更不敏感。小波变换的方向只有水平,垂直和对角线 3 个方向,因此水印嵌入的方向子带个数有限,而 NSCT 变换各尺度可以分为任意方向的子带,因此可以更合理地选择水印嵌入的子带。NSCT 变换的频率分解图如图 3 所示(图像分解为 4 个尺度,各尺度的方向数分别为 4, 4, 4, 8)。设不同方向和尺度  $l(l = 0, 1, 2, 3)$  的子图像对噪声的掩盖因子记为  $((l, H)$ , 则 NSCT 域中的噪声掩盖因子  $((l, H)$  可由下式估计:

$$((l, H) = \begin{cases} 1, & H = 0, 3, 4, 7 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \cdot \begin{cases} 1.00, l = 0 \\ 0.32, l = 1 \\ 0.16, l = 2 \\ 0.10, l = 3 \end{cases} \quad (2)$$

根据实验研究发现将水印嵌入到第一分解层中,可以在水印的不可见性和水印的稳健性之间得到较好的折中,因此本实验只将水印嵌入到第一分解层中沿对角方向的 4 个子带(相比于小波方法具有更多的子带方向),嵌入的子带可表示为  $I_{00}, I_{03}, I_{04}, I_{07}$ , 如图 3 所示。

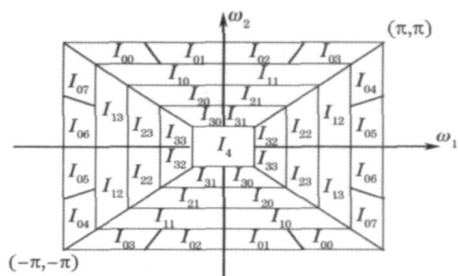


图 3 无下采样 Contourlet 变换频率分解图

Fig. 3 Frequency decomposition of non2subsampled contourlet transform

2) 人眼对不同亮度区域的噪声的视觉敏感性不同,对很暗或很亮的区域的噪声不敏感。设分解尺度  $l$  中某空间位置  $(i, j)$  的背景亮度敏感因子为  $+l(i, j)$ 。小波域中的亮度敏感因子  $+l(i, j)$  是根据像素点在低频子带中对应位置的值来确定的。由于 NSCT 没有下采样,每个子带的大小都与原始图像大小一样,为此 NSCT 域中的亮度敏感因子可定义为  $+l(i, j)$ :

$$+l(i, j) = \begin{cases} 2 - L(l, i, j), & L(l, i, j) < 0.5 \\ 1 + L(l, i, j), & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (3)$$

式中  $L(l, i, j) = \frac{1}{256} I_4(i, j)$ ,  $L(l, i, j)$  是图像经过 NSCT 变换后的低频子带  $I_4(i, j)$  映射到  $[0, 1]$  范围的结果。

3) 人眼对图像纹理等高频复杂区域的噪声特别不敏感,即纹理等复杂区域可掩盖较大的噪声。令  $\cdot(l, i, j)$  为纹理等复杂区域的掩盖效应因子。小波域中的纹理等复杂区域掩盖效应因子是用不同细节子图像局部均值的平方和低频子带的方差两部分进行刻画,分别由对应点在各尺度子带的  $2 \times 2$  邻域计算,由于小波变换的塔式分解,使得各子带  $2 \times 2$  邻域比重不一致,计算掩盖因子时需要将各子带邻域的权重调整一致,计算公式比较复杂,计算量也比较大。而 NSCT 没有下采样过程,为此可以将掩盖因子简化为

$$\cdot(l, i, j) = \left[ \frac{[I_{00}(i, j)]^2 + [I_{03}(i, j)]^2 + [I_{04}(i, j)]^2 + [I_{07}(i, j)]^2}{4} \right] \text{Var}\{I_4(y + i, x + j)\}_{x, y = 0, 1}. \quad (4)$$

式中  $\text{Var}\{\cdot\}$  是求方差。

基于(2)式~(4)式综合考虑各种视觉特性对最终视觉的影响程度,(1)式中的自适应权重函数可以

描述为:

$$W^{\#}(i, j) = ((l, H) + \cdot(l, i, j) \cdot(l, i, j))^{0.2}. \quad (5)$$

由(5)式可以看出,自适应权重确定函数综合考

虑了人类视觉系统对不同频率、不同方向特性的敏感性以及不同亮度的对比度掩盖效应,为自适应嵌入水印嵌入提供了很好的依据。

### 3.2 水印盲检测算法

水印检测采用的是相关检测方法,假定待检测的水印载体图像  $X$  大小为  $M \times N$ 。对  $X$  进行 NSCT 分解,分解的尺度和方向数与嵌入水印时一致,选择嵌入水印的对应 NSCT 子带系数,计算对应子带系数与水印序列的相关系数  $Q$ :

$$Q = \frac{1}{4MN} \sum_{H \in \{0,3,4,7\}} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} T_0^H(i,j) x^H(i,j). \quad (6)$$

检测时比较  $Q$  与阈值  $T_Q$ 。若  $Q > 3Q$  则判定有水印存在。阈值  $T_Q$  的选择是根据纽曼-皮尔逊准则获得的,即给定虚警概率(没有水印时判断为有水印的概率,实验中虚警概率取  $P_f = 10^{-8}$ )的情况下使得漏报概率(有水印判断为没有水印的概率)最小情况下获得的。假设水印序列与 NSCT 系数之间相互独立,经推导可得<sup>[4]</sup>

$$T_Q = 3.97 \sqrt{2R_0}, \quad (7)$$

式中  $R_0$  表示可疑图像 NSCT 分解后对应嵌入水印的子带系数的方差估计,

$$R_0 = \frac{1}{(4MN)^2} \sum_{H \in \{0,3,4,7\}} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} E\{[T_0^H(i,j)]^2\}, \quad (8)$$

式中  $E\{\#\}$  是求期望。

需要强调的是,水印检测算法检测水印时无需原始图像,因而是一种盲检测算法,在实际应用中具有诸多优点。

## 4 实验结果及讨论

主要从不可见性和稳健性两个方面考察所提水印方案的优劣。实验所用的图像是标准的 256 pixel @ 256 pixel 的 Lena 图像。实验中,随机选取 1000 个种子产生 1000 个水印序列,其中第 300 个水印序列为原始水印。

### 4.1 水印不可见性测试

实验中将 Lena 图像进行 4 尺度 NSCT 变换,每个尺度分解的方向数分别为 4, 4, 4 和 8。在最精细层对沿对角线的 4 个子带(如图 3 中的 00, 03, 04, 07 子带)分别嵌入水印,4 个方向嵌入水印的长度均为 256 pixel @ 256 pixel。图 4 是 NSCT 域嵌入水印后的效果图,(原始 Lena 图像文中省略)。图 4(a)是嵌入水印后的图像,从主观视觉上觉察不到嵌入水印后的图像与原始图像的区别。图 4(b)是嵌入水印图像与原始图像的差值图(为了方便显

示,差值被放大 8 倍显示),从图中可以看出水印主要嵌入在人眼视觉不敏感的区域,如纹理区和边缘附近等变化复杂的区域。

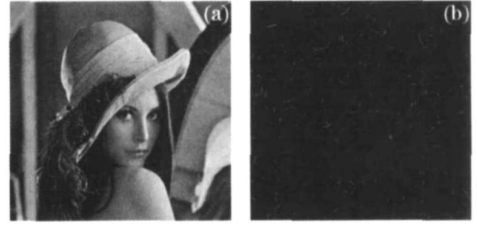


图 4 无下采样 Contourlet 变换域嵌入水印的效果图。

(a) 水印图像; (b) 差值图像

Fig. 4 Embedded watermark image using non-subsampled contourlet transform. (a) watermarked image / Lena0; (b) absolute difference image

图 5(a) 和 (b) 是文献[4]中所提的小波域中基于 HVS 的水印方案获得的嵌入水印后的图像及其与原始图像的差值图。从图中可以看出,小波域中的水印方案也主要嵌入在变化复杂区域,且嵌入水印后的图像主观视觉感觉不到水印存在。但若仔细比较会发现嵌入水印后的图像边缘处会产生一些伪影,这主要是由于采用的是正交小波变换,而正交小波变换不具有平移不变特性,小波系数叠加水印再求逆变换,容易产生伪影(这与正交小波域中图像去噪类似)。

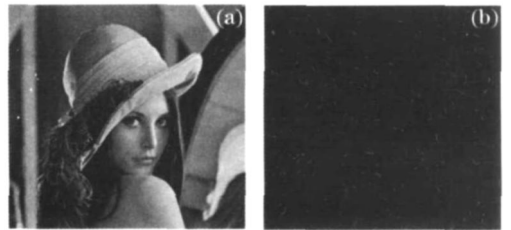


图 5 小波域嵌入水印的效果图。(a) 水印图像;

(b) 差值图像

Fig. 5 Embedded watermark image using discrete wavelet transform. (a) watermarked image / Lena0; (b) absolute difference image

另外,由于 NSCT 是冗余变换,各子带图像与原始图像大小一致,且由于 NSCT 各尺度分解可以有多个方向,因而 NSCT 域中可供嵌入水印的子带个数及子带中的系数都较小波域多,也就是说理论上讲 NSCT 域中的水印容量会更大,这在实验中也得到了证实。如在保证区分不出水印图像和原始图像视觉差异的前提下,本文方法在 NSCT 域中的 4 个子带分别嵌入 256 pixel @ 256 pixel 的水印序列,而文献[4]中的方法仅在 3 个子带嵌入 128 pixel @ 128 pixel

的水印序列。从嵌入水印后的图像的峰值信噪比 (PSNR) 值也可以看出两种方法的区别, 因为, 如果峰值信噪比值越低, 意味着图像被改动越大, 水印信息就嵌入得越多。在保证人眼观察不出水印图像和原始图像有差别的前提下, 调节强度因子  $A$ , 使得嵌入的水印强度最大(实验中小波域中  $A$  取 0.78, NSCT 域中  $A$  取 3.15)。最终所得小波域水印图像的峰值信噪比值为 35.8 dB, 而本方案的峰值信噪比值为 33.2 dB, 低于小波域里的峰值信噪比值, 说明在水印不可见的前提下, NSCT 域较小波域嵌入

更强的水印信息。

#### 4.2 水印稳健性测试

一个好的数字水印方案, 在保证水印不可见的前提下, 还必须具有较强的稳健性, 即可以有效地抵御各种水印攻击。为检验提出的数字水印方案的稳健性, 对加入水印后的 Lena 图像进行几个常见的攻击测试。

图 6(a) 给出了加入噪声方差为 0.5 的椒盐噪声, 此时的水印图像已经十分模糊, 但检测器仍能有效检测出水印, 检测器响应如图 6(b) 所示。

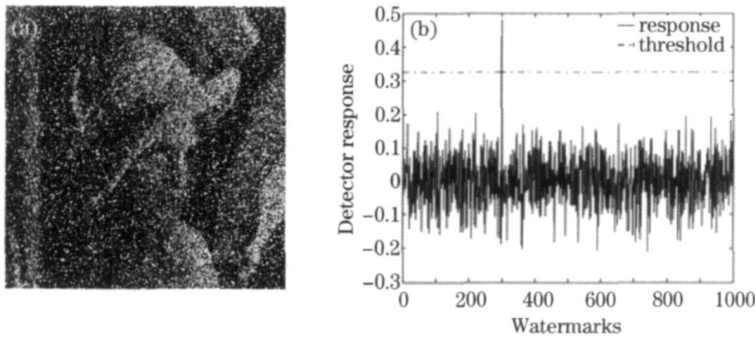


图 6 加噪攻击测试。(a) 加噪图像; (b) 加噪攻击测试

Fig. 6 Test of added noise. (a) watermarked image / Lena0 after adding noise; (b) the corresponding detector response to 1000 different watermarking codes

JPEG 压缩主要是压缩图像的高频部分, 而基于视觉特性的数字水印方案是将水印嵌入在图像的高频部分, 按理抗 JPEG 压缩的性能会比较差, 但由于视觉的掩盖作用, 可以保证水印不可见的前提下, 加大水印的强度, 因此也有较强的抗 JPEG 压缩性能。图 7(a) 给出了水印图像在不同 JPEG 压缩品质因子下检测器的响应, 当品质因子为 10 时, 阈值为 0.0189, 响应为 0.0212。剪切攻击是一种很常见的攻击。对图像的剪切将造成部分图像信息的丢失, 如果

水印正好嵌入在这个部分, 那么检测器就检测不出水印。由于基于人眼视觉特性的数字水印方案, 利用了人眼的视觉掩盖机制, 可以在保证水印不可见的前提下, 加入较强强度的水印信息, 因此只要有一小块嵌有水印的图像保留着, 检测器仍然可以准确检测出水印。图 7(b) 给出了不同剪切区域下检测器的响应, 从图中可以看到, 提出的数字水印方案对剪切攻击具有很强的稳健性, 在剪切区域只有  $16 \times 16$  时, 检测器仍然可以检测出水印。

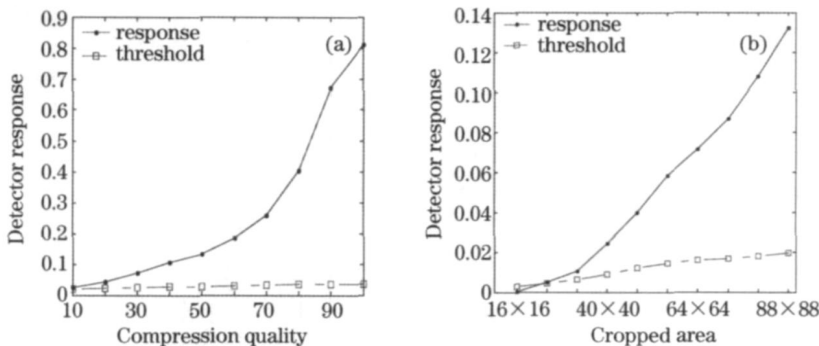


图 7 JPEG 压缩和剪切攻击测试。(a) JPEG 压缩响应; (b) 剪切响应

Fig. 7 Test of JPEG compression response and Shear response. (a) JPEG compression response; (b) Shear response

对图像的滤波也是一种常见的攻击手段, 实验表明本方案也具有很好的抗滤波性能。图 8 (a)、



(b) 分别给出了经过 5@5 中值滤波后的水印图像和检测器的响应。

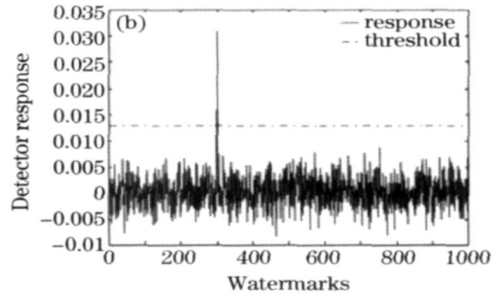


图 8 中值滤波攻击测试。(a)中值滤波后的图像;(b)检测器响应

Fig. 8 Median filter test. (a) watermarked image / Lena0 after a median filter; (b) the corresponding detector response to 1000 different watermarking codes

图像扭曲能够破坏绝大多数基于扩频方法的水印算法的同步性, 现有的绝大多数水印技术都不能抵抗这种攻击。从图 9 可以看到本文算法可以有效

的抵抗图像扭曲, 只要有一小块的区域没有被扭曲, 就可以检测到水印的存在。

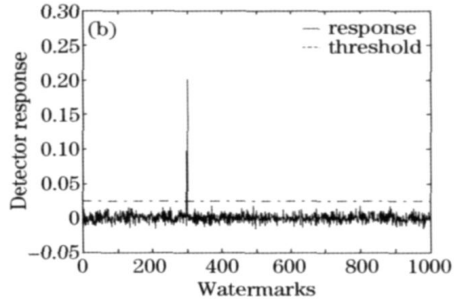


图 9 扭曲攻击测试。(a)扭曲后的图像;(b)检测器响应

Fig. 9 An implode distortion test. (a) watermarked image / Lena0 after an implode distortion; (b) the corresponding detector response to 1000 different watermarking codes

为了比较所提方法与文献[4]所提方法在稳健性能方面的差别, 通过实验确定各种攻击情况下依然能够检测出水印的平均极限状态如表 1 所示。从表中可以明显地看出, 基于两种不同变换域内视觉特性建模的数字水印方案, NSCT 域内的水印稳健性明显优于小波域。

表 1 水印稳健性比较

Table 1 Comparison of robustness

Attack	NSCT	DWT
Maximum difference of salt & pepper noise	0.65	0.50
Least quality factor of JPEG compression	9	20
Shear the least region	13@13	32@32
Median filtering( window size)	5@5	3@3

示方法, 具有多分辨率、多方向、时频局部和各向异性等特点, 在图像处理领域有着广泛的应用前景。NSCT 是为克服 Contourlet 变换不具有平移不变特性而提出的一种冗余 Contourlet 变换。NSCT 域中嵌入水印相比于小波和 Contourlet 域嵌入水印具有如下两大优势: 1) NSCT 与人类视觉系统的信息处理机制更相似, 因而可以更好地对 HVS 建模; 2) 冗余变换对叠加噪声更稳健, 因而更加适宜水印嵌入。为此, 在 NSCT 域中对 HVS 进行建模, 通过建模确定图像中每一点相对于 HVS 的重要性, 据此对图像中的不同点自适应嵌入不同大小的水印信息。实验结果表明, 该水印方案在不可视性和稳健性能方面都较小波域中的水印方案更优越, 且检测水印时无需原始图像, 是一种比较有潜力的稳健盲水印方案。

## 5 结 论

Contourlet 变换是一种新的/真正的二维图像表

## 参 考 文 献

1 Van Schyndel R. G, Tirkel A. Z, Osborne C. F. A digital watermark [C]. International Conference on Image Process,

- 1994, (2): 86~ 90
- 2 Cox I. J, Kilian J, Leighton F. T. Secure spread spectrum watermarking for multimedia[J]. IEEE Trans on Image Process, 1997, 6(12): 1673~ 1687
- 3 Xiao liang, Wei zhihui, Wu huizhong. A digital watermarking in wavelet domain utilizing human visual masking[J]. Journal on Communications, 2002, 23(3): 100~ 106  
肖 亮, 韦志辉, 吴慧中. 一种利用人眼视觉掩盖的小波域数字水印[J]. 通信学报, 2002, 23(3): 100~ 106
- 4 Barni M, Bartolini F, Piva A. Improved wavelet based watermarking through pixelwise masking [J]. IEEE Trans. Image Process., 2001, 10(5): 783~ 791
- 5 Xiao liang, Wei zhihui, Wu huizhong. Research of image content based digital watermarking model and algorithm in ridgelet transform domain [J]. J. Electronics & Information Technology, 2004, 26(9): 1440~ 1448  
肖 亮, 韦志辉, 吴慧中. 基于图像内容的脊波变换域数字水印模型和算法研究 [J]. 电子与信息学报, 2004, 26(9): 1440~ 1448
- 6 M. N. Do, M. Vetterli. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Trans. Image Process., 2005, 14(6): 760~ 769
- 7 Duncan DY Po, M. N. Do. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform[J]. IEEE Trans. Image Process., 2006, 15(6): 1610~ 1620
- 8 Zhang Jingjing, Fang Yonghua. Novel denoising method for remote sensing image based on contourlet transform[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 462~ 466  
张晶晶, 方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法 [J]. 光学学报, 2008, 28(3): 462~ 466
- 9 Li Haifeng, Song Weiwei, Wang Shuxun. Robust image watermarking algorithm based on contourlet transform [J]. Journal on Communications, 2006, 27(4): 87~ 94  
李海峰, 宋巍巍, 王树勋. 基于 Contourlet 变换的稳健性图像水印算法[J]. 通信学报, 2006, 27(4): 87~ 94
- 10 Chen Kailiang, Wang Jianjun. A Contourlet based image watermarking algorithm combined with HVS [J]. J. Computer Aided Design & Computer Graphics, 2007, 19(6): 217~ 223  
陈开亮, 王建军. 一种 HVS 和 Contourlet 结合的图像水印算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(6): 217~ 223
- 11 M. N. Do, Jianping Zhou. The nonsubsampled contourlet transform: theory, design, and applications[J]. IEEE Trans. Image Process., 2005, 1: 2469~ 72
- 12 Zhang Qiang, Guo Baolong. Remote sensing image fusion based on the nonsubsampled contourlet transform [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(1): 74~ 80  
张 强, 郭宝龙. 基于非采样 Contourlet 变换的遥感图像融合算法 [J]. 光学学报, 2008, 28(1): 74~ 80
- 13 VK Goyal, M. Vetterli, NT Thao. Quantized overcomplete expansions in IR N: analysis, synthesis, and algorithms [J]. IEEE Trans. on Inf. Theory, 1998, 44(1): 16~ 31
- 14 Olshausen B, Field D. Emergence of simple cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images [J]. Nature, 1996, 381: 607~ 609
- 15 Liang Dong, Yin Bing, Yu Mei et al.. An algorithm for color image digital watermarking using the nonsubsampled Contourlet transform [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(8): 1469~ 1474  
梁 栋, 殷 兵, 于 梅 等. 基于非抽样 Contourlet 变换的彩色图像数字水印算法 [J]. 光学学报, 2008, 28(8): 1469~ 1474