模糊数学在房地产市场估价法中的应用研究

王志强 黄剑 梁明煅

【摘要】如何解决市场估价法实际应用中普遍存在的可比实例选择的随意性，因素修正的主观性、不完备性，交易案例不易得到等难题，是房地产估值迫切需要解决的问题。为了解决传统估价方法存在的问题，本文把模糊数学方法引入房地产市场估价法中，利用模糊数学的隶属原则，用特征因素函数值所组成的数组表示房地产的属性，通过计算待估商品房和案例商品房之间的贴近度，找出最相似的案例，再通过贴近度进行指数平滑，求出待估商品房的价格。

房地产估价中，市场比较法较于其它估价方法原理更为简单易懂，最重要的是在估价过程中能直接反映房地产的市场状态，这些特点使其成为最简单、最直接、最常用的一种方法，得到国际估价界的公认。我国《房地产估价规范》规定：在有条件的地方必须应用市场比较法来评估土地或房地产价格。但是，如何解决市场比较法实际应用中普遍存在的可比实例选择的随意性，因素修正的主观性、不完备性，交易案例不易得到等现实问题，是我国房地产估价迫切需要解决的问题。

为了解决传统估价方法存在的问题，本文把模糊数学方法引入房地产市场估价法中，试图为目前国内房地产估价市场提供一种可信的科学理论依据和实际操作方法，有望在一定程度上降低估价过程中因主观因素而导致的评估误差。

一、模糊数学评估模型的建立

将模糊数学理论引入市场比较法，即运用模糊数学来选择可供比较的交易实例和进行各因素的修正。在对象的相似程度识别方面，采用贴近度判断，对象越相似，贴近度就越大。这样就可以解决市场比较法中如何选择与待估房地产最相似的交易实例的问题。同时，通过一定的方法，将待估房地产与交易实例之间的贴近度的大小转化为权数，从而可以较好解决市场比较法的第二个难题。

对于某宗待估房地产，我们可以从已经归集到的大量房地产交易实例中找出与待估房地产相似的若干可比实例，然后利用这若干个与待估房地产最相似的交易实例的成交价格作为基础资料，采用某种可行的估算方法，对待估房地产的价格进行评估。下面利用指数平滑法建立模糊数学评估模型。

设已有n个房地产交易实例的资料$\underset{\sim}{A}_1,\underset{\sim}{A}_2,\cdots,\underset{\sim}{A}_n$，用$\underset{\sim}{T}_i$表示第i个房地产交易实例的特征向量，$\underset{\sim}{T}_i=(t_{i1},t_{i2},\cdots,t_{im})$，用$e_i$表示第i个房地产交易实例的价格向量，由此得到特征矩阵$\underset{\sim}{T}$和对应的价格矩阵$\underset{\sim}{E}$：

$$\underset{\sim}{T}=\begin{pmatrix}\underset{\sim}{T}_1\\ \underset{\sim}{T}_2\\ \vdots\\ \underset{\sim}{T}_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}t_{11}&t_{12}&\cdots&t_{1m}\\ t_{21}&t_{22}&\cdots&t_{2m}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ t_{n1}&t_{n2}&\cdots&t_{nm}\end{pmatrix},\ \underset{\sim}{E}=\begin{pmatrix}e_1\\ e_2\\ \vdots\\ e_n\end{pmatrix}$$

式中，t_{ij}为房地产交易实例特征因素的隶属函数值。设待估房地产的特征向量为$\underset{\sim}{t}=(t_1,t_2,\cdots,t_m)$，利用贴近度计算公式可计算待估房地产的$\underset{\sim}{t}$与房地产交易实例$\underset{\sim}{T}_i$的贴近度为$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$，然后从大到小排序，记为$\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_n$。一般情况下，$\alpha_i\neq\sigma_i$，相应的房地产交易实例价格（修正后）为$E_1,E_2,\cdots,E_n$（一般情况下$e_i\neq E_i$）。即与待估房地产最相似的（贴近度最大）交易实例的价格为E_1，次相似的为E_2，依次类推，最不相似的为E_n。当贴近度相同时，可利用模糊关系系数的大小来排序：

$$T_{x_i}=\frac{\sum_{j=1}^{m}t_{ij}}{\max\limits_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}t_{ij}}$$

设第i个交易实例价格的算术平均评估值为E_i^*（为便于推导公式，在此设该值为虚拟值，无需求取），相应的交易实例的修正价格为E_i，其估价误差为$E_i-E_i^*$，

根据指数平滑法，则第i－1个交易实例价格的算术平均评估值为：

$$E_{i-1}^{*}=E_i^{*}+\sigma_i(E_i-E_i^{*}) \qquad (1)$$

式（1）是指i－1个交易实例价格算术平均评估值等于对第i个交易实例价格的算术平均评估值进行修正，修正的方法是加上其估价误差和该交易与待估房地产的贴近度σ_i的乘积。所以上式可变为：

$$E_{i-1}^{*}=\sigma_i E_i+(1-\sigma_i)E_i^{*} \qquad (2)$$

按式（2）依次类推并展开，则可得到待估房地产的评估价格为：

$$\begin{aligned}E_0^{*}&=\sigma_1E_1+(1-\sigma_1)E_1^{*}\\&=\sigma_1E_1+(1-\sigma_1)\left[\sigma_2E_2+(1-\sigma_2)E_2^{*}\right]=\cdots\cdots\\&=\sigma_1E_1+\sigma_2(1-\sigma_1)E_2+\sigma_3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)E_3\\&\quad+\cdots\cdots+\sigma_n(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)\cdots(1-\sigma_{n-1})E_n\\&\quad+(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)\cdots(1-\sigma_n)E_n^{*}\end{aligned} \qquad (3)$$

式中，E_n^{*}为评估初始值，可取n个交易实例价格（修正后）的算术平均值：

$$E_n^{*}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E_i \qquad (4)$$

从式（3）可知，待估房地产的评估价格就是各交易实例评估价格（修正后）的加权平均值，这些权值从大到小的变化，逐渐趋于零，而且满足归一化条件，所有的权值之和等于1，即

$$\begin{aligned}&\sigma_1+\sigma_2(1-\sigma_1)+\sigma_3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)+\cdots\cdots+\sigma_n(1-\sigma_1)\\&(1-\sigma_2)\cdots(1-\sigma_{n-1})+(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)\cdots(1-\sigma_n)=1\end{aligned} \qquad (5)$$

综合式（3）和式（5），我们可以如下理解，用各个交易实例价格（修正后）的算术平均值（即E_n^{*}）来对待估房地产进行估价，精度显然不够，所以用各交易实例价格（修正后）与算术平均值之差乘上相应的由贴近度组成的权值来进行调整。相似程度高的交易实例，其权值就大，因而所起的调整作用也大；相似程度低的交易实例，其权值就小，相应所起的调整作用也小。用相似程度的大小来控制相应交易实例的调整作用，这显然是符合逻辑的。

在实际工作中，考虑到权值是呈指数级递降的，衰减非常快，第四相似的交易实例的权值已经相当小，一般可以忽略，所以通常只要取最相似的三个交易实例就完全满足要求了。这就使得评估模型大为简化，式（3）可变为：

$$\begin{aligned}E^{*}&=\sigma_1E_1+\sigma_2(1-\sigma_1)E_2+\sigma_3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)E_3\\&\quad+\frac{1}{3}(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)(1-\sigma_3)(E_1+E_2+E_3)\end{aligned} \qquad (6)$$

由于选择可比实例只是与待估房地产相似，而且确定特征因素隶属函数时也存在误差，所以计算结果要进行修正。这种修正主要是根据房地产估价师的评估经验，有时主要是评估政策上的修正，如政策变化、市场供求状况、顾客成交的迫切程度、愿承担的风险大小因素等，均应作为决定评估结果需要考虑的因素。修正系数大小由估价师经验确定，一般取修正系数为0.95～1.05。于是最后的估价模型为：

$$\begin{aligned}E^{*}&=\lambda\,[\sigma_1E_1+\sigma_2(1-\sigma_1)E_2+\sigma_3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)E_3\\&\quad+\frac{1}{3}(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)(1-\sigma_3)(E_1+E_2+E_3)]\end{aligned} \qquad (7)$$

二、基于模糊数学的比较法的评估流程设计

（一）待估房地产的主要特征因素的选取

房地产的价格水平，是众多影响房地产价格因素相互作用的结果，或者说，是这些因素交互影响汇聚而成的。房地产评估的主要难点是，影响房地产价格的因素极其复杂，而且难以把握。

在市场比较法中，通常将影响房地产价格的因素分为交易情况、交易日期、房地产状况等。对于不同的房地产估价对象，根据估价目的不同，特征因素的选取也不同，而且在众多的影响因素中，要确定具有代表性的主要特征因素。选取主要特征因素的方法可根据交易案例资料分析或请专家评定。

（二）主要特征因素隶属函数值的确定

选定影响房地产价格的主要特征因素后，那么待估房地产与各交易实例分别具有多少这些特征呢？隶属函数就是表示某些元素隶属于某种特征的函数，隶属函数用[0，1]区间的一个数来表示，其值越接近1，意味着隶属度越高，反之越低。确定隶属函数值的过程，实际上就是市场比较法中区域因素修正、个别因素修正的过程，即将有关修正系数的百分比转化为隶属函数值。

确定隶属函数值的方法，一般有统计法、概率法、相对比较法等，都有一定的主观性，但这种主观性通常是根据经验、统计或某些专家的评分模糊确定的。

许多情况下，常常是初步确定粗略的隶属函数，然后通过研究和实践检验逐步修改和完善。事实上，也不可能存在对任何问题、任何人都适用的确定隶属函数的方法，如果能够找到对不同情况均适用的确定隶属函数的方法，那么“模糊性”也就不存在了。

影响房地产估价的主要特征因素指标可以分为两类，诸如规划限制、宗地形状等指标，其概念没有明确的外延或难以量化，称为软指标；而至商业中心的距离、至火车站的距离、宗地临街深度、临街宽度等，其概念的外延易于确切定量，称为硬指标。由于软指标是定性描述，对这类非定量因素，可以用类比法建立隶属函数。对实地勘察的某一特征因素的五个等级“优”、“较优”、“一般”、“较劣”、“劣”，再根据实际需要，用＋、－细分小等级，根据统计赋予相关的值。于是，可建立该因素对于上述等级的单因素评价模糊集，从而确定相应的隶属函数值。

（三）交易情况与交易日期的修正

采用市场比较法评估房地产价格时，除要进行区域因素和个别因素修正外，还要进行交易情况与交易日期修正。交易情况修正，是排除交易行为中的一些特殊因素所造成的交易价格偏差。它是对交易实例价格本身是否正常的修正。这种非正常交易实例的价格修正，一般根据具体情况由估价人员靠经验加以判断。在估价实践中，只有当正常交易实例不够时，方考虑选用非正常交易实例，所以，一般情况下不需要进行交易情况修正。交易日期修正可根据当地房地产价格指数和房地产发展指数来确定隶属函数值。

（四）贴近度及待估房地产价格的计算

计算待估房地产与可比实例房地产的贴近度，并应用公式（7）计算待估房地产的价格。

三、模糊数学评估模型的实例应用

（一）估价对象概况

某时代广场位于X市湖滨西路与禾祥西路的交汇处，钢骨架结构，2004年10月竣工，总建筑面积105268平方米，地下2层，地上32层；其中1～4层为大型商场，5层为结构转换层，6～32层由三幢塔楼组成，用途为住宅，总户数608户，地下车位243个。项目位于X市思北片区，公交线路发达，周边有第八市场、大同小学、故宫小学、六中、十一中、眼科医院、天虹商场、好又多商场等，大多银行等金融机构均在附近有营业场所，工作生活方便。

该项目第20层某单元建筑面积为134.25平方米，朝向为东南，室内中档装修。该房产欲转让，申请进行价格评估，评估时点为2014年4月15日。

（二）备选可比实例概况

案例中，估价对象位于湖滨西路，通过市场调查，收集了与估价对象有关的若干市场交易案例，根据相关替代性原理，按用途相同，地区相近（或同一供需圈），价格类型相同，估价时点相近，交易情况正常的要求，从交易案例中选择如下六宗房地产作为备选可比实例。

可比实例A：华侨海景城，框架结构，建成于2007年，位于第12层，建筑面积120.52平方米，交易日期为2014年2月，成交单价为33500元/平方米，东南朝向，毛坯房。

可比实例B：慧景城，框架结构，建成于2004年，位于第8层，建筑面积147.05平方米，交易日期为2014年3月，成交单价为31200元/平方米，西南朝向，中档装修。

可比实例C：故宫裕景，框架结构，建成于2007年，位于第16层，建筑面积160.57平方米，交易日期为2014年3月，成交单价为32600元/平方米，西南朝向，毛坯房。

可比实例D：帝标海景，框架结构，建成于2004年，位于第25层，建筑面积146.35平方米，交易日期为2014年4月，成交单价为34500元/平方米，西朝向，高档装修，可观海景。

可比实例E：源昌国际城，框架结构，建成于2008年，位于第21层，建筑面积153.45平方米，交易日期为2014年4月，成交单价为33200元/平方米，西南朝向，毛坯房。

可比实例F：信隆城，框架结构，建成于2004年，位于第15层，建筑面积131.7平方米，交易日期为2014年1月，成交单价为34800元/平方米，东北朝向，中档装修。

（三）选取可比实例

1．计算隶属函数

根据估价对象和可比实例的基本情况，选择对其价格影响较大而且在它们之间有异的因素作为评价指标。由于其交易情况均正常，交易日期与估价时点很接

近，在此不作为评价指标。综合考虑后，选择繁华程度、交通便捷度、公共服务设施完备程度、环境景观、建筑设施设备、室内装修情况、朝向、楼层、成新程度九个因素作为评价指标。

根据估价对象及六个可比实例的具体情况，给出各实例特征因素的相应隶属函数值见表1。

2．计算贴近度并选取可比实例

由表1可知，已知案例的特征矩阵为

$$T=\begin{pmatrix} 0.95 & 0.95 & 0.93 & 0.78 & 0.89 & 0.80 & 0.86 & 0.85 & 0.88 \\ 0.88 & 0.88 & 0.90 & 0.90 & 0.86 & 0.91 & 0.86 & 0.82 & 0.83 \\ 0.95 & 0.96 & 0.92 & 0.75 & 0.90 & 0.80 & 0.84 & 0.88 & 0.88 \\ 0.96 & 0.96 & 0.94 & 0.90 & 0.85 & 0.95 & 0.80 & 0.95 & 0.83 \\ 0.98 & 0.98 & 0.93 & 0.75 & 0.90 & 0.80 & 0.84 & 0.92 & 0.90 \\ 0.88 & 0.86 & 0.90 & 0.95 & 0.86 & 0.93 & 0.78 & 0.87 & 0.84 \end{pmatrix}$$

因此，特征矩阵T在论域U上的模糊子集分别为

$$T_A=(0.95 \quad 0.95 \quad 0.93 \quad 0.78 \quad 0.89 \quad 0.80 \quad 0.86 \quad 0.85 \quad 0.88)$$
$$T_B=(0.88 \quad 0.88 \quad 0.90 \quad 0.90 \quad 0.86 \quad 0.91 \quad 0.86 \quad 0.82 \quad 0.83)$$
$$T_C=(0.95 \quad 0.96 \quad 0.92 \quad 0.75 \quad 0.90 \quad 0.80 \quad 0.84 \quad 0.88 \quad 0.88)$$
$$T_D=(0.96 \quad 0.96 \quad 0.94 \quad 0.90 \quad 0.85 \quad 0.95 \quad 0.80 \quad 0.95 \quad 0.83)$$
$$T_E=(0.98 \quad 0.98 \quad 0.93 \quad 0.75 \quad 0.90 \quad 0.80 \quad 0.84 \quad 0.92 \quad 0.90)$$
$$T_F=(0.88 \quad 0.86 \quad 0.90 \quad 0.95 \quad 0.86 \quad 0.93 \quad 0.78 \quad 0.87 \quad 0.84)$$

估价对象在论域U上的模糊子集为：

$$t=(0.98 \quad 0.98 \quad 0.93 \quad 0.75 \quad 0.88 \quad 0.92 \quad 0.86 \quad 0.91 \quad 0.83)$$

t与T_A的贴近度

内积：$t \bullet T_A=$ （0.95∧0.98）∨（0.95∧0.98）∨（0.93∧0.93）∨（0.78∧0.75）∨（0.89∧0.88）∨（0.80∧0.92）∨（0.86∧0.86）∨（0.85∧0.91）∨（0.88∧0.83）＝0.95

外积：$t \odot T_A=$ （0.95∨0.98）∧（0.95∨0.98）∧（0.93∨0.93）∧（0.78∨0.75）∧（0.89∨0.88）∧（0.80∨0.92）∧（0.86∨0.86）∧（0.85∨0.91）∧（0.88∨0.83）＝0.78

贴近度

$$\sigma_A=\frac{1}{2}\left[t \bullet T_A+(1-t \odot T_A)\right]=\frac{1}{2}\left[0.95+(1-0.78)\right]=0.585$$

同理，可计算出其它五个备选可比实例与估价对

表1　隶属函数值的确定表

特征因素		估价对象	特征因素隶属函数值					
			实例 A	实例 B	实例 C	实例 D	实例 E	实例 F
交易情况		正常	正常	正常	正常	正常	正常	正常
交易日期		2014.04	2014.02	2014.03	2014.03	2014.04	2014.04	2014.01
交易单价（元/m^2）			33,500	31,200	32,600	34,500	33,200	34,800
区域因素	繁华程度	0.98	0.95	0.88	0.95	0.96	0.98	0.88
	交通便捷度	0.98	0.95	0.88	0.96	0.96	0.98	0.86
	公共服务设施完备程度	0.93	0.93	0.90	0.92	0.94	0.93	0.90
	环境景观	0.75	0.78	0.90	0.75	0.90	0.75	0.95
个别因素	建筑设施设备	0.88	0.89	0.86	0.90	0.85	0.90	0.86
	室内装修情况	0.92	0.80	0.91	0.80	0.95	0.80	0.93
	朝向	0.86	0.86	0.86	0.84	0.80	0.84	0.78
	楼层	0.91	0.85	0.82	0.88	0.95	0.92	0.87
	成新程度	0.83	0.88	0.83	0.88	0.83	0.90	0.84
修正单价（元/m^2）			35,515	33,541	34,688	34,314	34,266	37,098

象的贴近度，如下所示：

$$\sigma_B=0.540 \quad \sigma_C=0.605 \quad \sigma_D=0.565$$
$$\sigma_E=0.615 \quad \sigma_F=0.540$$

当贴近度相同时，再利用模糊关系系数的大小来排序。可比实例T_B与T_F的模糊关系系数分别为：

$$T_{\sigma_B}=\frac{\sum_{j=1}^{9}t_{2j}}{\max_{i=1}^{6}(\sum_{j=1}^{9}t_{ij})}=\frac{7.84}{8.14}=0.963$$

$$T_{\sigma_F}=\frac{\sum_{j=1}^{9}t_{6j}}{\max_{i=1}^{6}(\sum_{j=1}^{9}t_{ij})}=\frac{7.87}{8.14}=0.967$$

因为$T_{\sigma_B}<T_{\sigma_F}$，因此，将估价对象与可比实例之间的贴近度按从大到小排列，为σ_E、σ_C、σ_A、σ_D、σ_F、σ_B。本研究报告取三个可比实例，故取E、C、A，作为估价对象的可比实例。

（四）合理确定最终估价结果

1．交易情况和交易日期的修正

根据所掌握的资料，可知三个可比实例均为正常交易，故无需进行交易情况的修正。

由于三个可比实例的成交日期都距估价时点很近，而且，根据X市房地产市场状况，可比实例成交日期至估价时点房地产交易市场价格较为平缓，没有明显上升或下跌现象，故无需进行交易日期修正。

2．估价计算

根据公式（7）$\sigma_1=\sigma_E=0.615$，$\sigma_2=\sigma_C=0.605$，$\sigma_3=\sigma_A=0.585$；$E_1=E_E=34266$，$E_2=E_c=34688$，$E_3=E_A=35515$；考虑到目前的宏观经济环境，修正系数λ取0.98，则估价对象的评估值为：

$$E^*=\lambda[\sigma_1E_1+\sigma_2(1-\sigma_1)E_2+\sigma_3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)E_3+\frac{1}{3}(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)(1-\sigma_3)(E_1+E_2+E_3)]$$
$$=0.98\times[0.615\times34266+0.605\times(1-0.615)\times34688+0.585\times(1-0.615)\times(1-0.605)\times35515+\frac{1}{3}\times(1-0.615)\times(1-0.605)\times(1-0.585)\times(34266+34688+35515)]$$
$$=33{,}820\text{（元/平方米）}$$

参考文献：

[1]国家质量技术监督局，中华人民共和国建设部．房地产估价规范（GBT/50291—1999）．北京：中国建筑工业出版社，1999.

[2][美]威力·L.小文托洛，马莎·R.威廉斯著．施建刚，主译，何芳．副主译．房地产估价原理．上海：上海人民出版社，2005.

[3]李鸿吉．模糊数学基础及实用算法．北京：科学出版社，2005.

[4]曹峰，鲁丰先．房地产估价中市场比较法的改进与应用．廊坊师范学院学报(自然科学版)，2009.2：84—88.

（福建省自然科学基金资助项目：模糊数学在房地产市场估价法的应用研究，项目编号：2009J01315）

（作者单位：厦门大学管理学院 厦门市担保有限公司 厦门金龙汽车集团股份有限公司）