

学校编码: 10384
学 号: 9627003

分类号 _____ 密级 _____
UDC _____

学 位 论 文

海湾污染物迁移扩散模型的数值实验研究

张学斌

指导老师姓名: 商少平教授
厦门大学海洋学系

申请学位级别: 硕 士

专业名称: 物理海洋学

论文提交时间: 一九九九年七月

论文答辩时间: 一九九九年七月

学位授予单位和日期: _____

答辩委员会主席: 陈金泉 教 授

评阅人: 陈金泉 教 授

潘伟然 副教授

一九九九年七月

海湾污染物迁移扩散模型的数值实验研究

摘要

随着沿海地区经济的高速发展，大量的海洋排污使得部分海域环境质量恶化，海洋生态环境遭到破坏，海洋环境质量有所下降。近些年来，人们环境意识不断加强，开始逐渐关注海洋环境问题了。另一方面，随着计算机技术和数值模拟技术的发展，海洋环境数值模拟技术也日趋成熟，已被广泛应用。采用数值模型来模拟海洋环境中污染物的迁移和扩散规律，从而对海洋环境的水质进行预报或评估，在上述背景下，也越来越受到重视。

而对流—扩散方程能够对海洋环境中污染物的迁移扩散过程进行描述，因而问题就转化成对该对流—扩散方程的求解。与流体动力学中的欧拉和拉格朗日观点相对应，在求解上述对流—扩散方程时，同样存在着欧拉方法和拉格朗日方法，欧拉方法主要优点是在一个固定的参照系中研究问题，易于离散方程，计算比较简单，但许多的欧拉格式不可避免地出现伪物理效应，如数值耗散和数值频散，而且欧拉方法往往显示不出流体的流动特性。而拉格朗日方法则是以跟随流体微团运动的观点来建立模型，更符合流体流动的本性，当应用于污染物迁移扩散过程研究时，可避免对流项的处理，因而与对流项处理相关的许多数值计算方面的缺点或缺陷也随之避免了，但在该方法中，必须处理随流体运动而不断变形的参照系或网格。而欧拉—拉格朗日方法结合了欧拉方法和拉格朗日方法，也有其独到的一面。简单的说：欧拉方法的本质是在固定点考察某参量的时序变化，而欧拉—拉格朗日方法和拉格朗日方法是采用跟踪水体的方法来达到上述目的，只不过欧拉—拉格朗日方法是在固定点跟踪不同水体，而拉格朗日方法则是自始至终跟踪同一水体。事实上，以上三种方法的重要区别是体现在对对流—扩散方程中的对流项的处理上。

在建立实际污染物迁移扩散模型时，还涉及采用二维模型，还是三维模型的问题。垂直平均的二维方程处理起来，相对比较简单，计算量也比三维小的多。三维模型虽然计算起来较为复杂，但是能反映垂直方向的差异。当垂直方向上差异不大的情况下，用二维垂直平均模型代替三维模型是可行的。

本文就依上面的思路，建立了假想海区的二维和三维的欧拉模型、欧拉—拉格朗日模型和拉格朗日模型。并在此基础上，进行了一些比较和分析。

目录

| | | |
|-------|--------------------|------|
| 第一章 | 前言 | (1) |
| 第二章 | 海湾污染物迁移扩散数值研究的基本方法 | (3) |
| 第三章 | 水动力模型 | |
| 第3.1节 | 二维水动力模型 | (9) |
| 第3.2节 | 三维水动力模型 | (14) |
| 第3.3节 | 水质点跟踪与拉格朗日漂移 | (24) |
| 第四章 | 污染物迁移扩散模型 | |
| 第4.1节 | 二维欧拉污染物迁移扩散模型 | (28) |
| 第4.2节 | 三维欧拉污染物迁移扩散模型 | (39) |
| 第4.3节 | 二维欧拉-拉格朗日污染物迁移扩散模型 | (44) |
| 第4.4节 | 三维欧拉-拉格朗日污染物迁移扩散模型 | (49) |
| 第4.5节 | 二维拉格朗日污染物迁移扩散模型 | (52) |
| 第4.6节 | 三维拉格朗日污染物迁移扩散模型 | (58) |
| 第五章 | 小结 | (62) |
| | 参考文献 | (63) |
| | 致谢 | (68) |

第一章 前言

二战结束后，整个世界范围内经济得以高速发展，但是人类也为此付出了巨大的环境代价，而海洋作为自然环境的重要组成部分，同样也受到了一定程度的影响，而其中的某些影响甚至是不可逆的。随着沿海地区的经济快速发展，沿海开发程度的加大，各种污染源的进入，使得海洋特别是近岸水域（如河口、海湾、陆架边缘海域）受到了越来越严重的污染，部分海域的环境质量已经恶化到几乎难以恢复的地步。

可喜的是，人类已经从惨重的教训中得出了经济发展不能以环境为代价的真理，逐渐开始认识到环境问题的重要性。而占全球面积 71% 的海洋同样也受到了世界各国尤其是沿海国家的重视，人们已经逐渐意识到，海洋并非是一个巨大的天然纳污场，其容量是有一定限度的。当外界的作用超过某一海域本身的自净能力后，必然会造成污染物在该海域累积，最终导致该海域生态环境的破坏。而发生在海洋中的各种过程，如物理、化学、生物和地质等过程决定了海洋的自净能力，特别是其中由物理过程决定的物理自净能力占海洋总自净能力的很大一部分。

随着数值计算技术和计算机技术的迅速发展，数值计算和数值模拟技术也已经越来越广泛的应用于海洋环境问题之中。通常，在我们对欲考察的发生于海洋环境中的某种现象进行分析，总结，得出规律，并将该规律用数学表达式表示之后，我们便可以借助数值计算和数值模拟的方法来检验或验证该规律，并在此基础上，进行更深层次该现象的评估和预报了。

由海域水动力条件决定的可溶性污染物的迁移和扩散过程在很大程度上反映了该海域的物理自净能力，而对流 - 扩散方程（convection-diffusion equation）则对该现象进行了很好的描述。当考虑生化降解和源强作用等因素时，可对方程进行改造，增加源或汇的作用。事实上对流扩散方程的应用远远不仅限于污染物的迁移扩散现象，发生于海洋中的许多自然过程都可以用该方程来描述。

实际上近二、三十年内，国内国外的学者在物质迁移扩散过程的计算方面做了不少的工作，河口港湾水质模型曾经一度成为研究热点，这应当主要受益于数值模拟技术的日益成熟和人们海洋环境意识的日益加强。这从国内众多海洋科研单位近年来纷纷参与该领域的研究便可看出。如青岛海洋大学发表过胶州湾环流和污染扩散的数值模型系列文章，基本反映了该领域的发展动态，而他们 1988 年完成的《我国渤海和十个海湾水质预测及物理自净能力研究》以专刊的形式对他们在该领域的研究作了一个分析和总结。厦门大学海洋学系也在 91 年发表专题报告，对他们在湄州湾海域污染物迁移扩散自净能力及其利用的研究作了一个很好的总结。还有其他许多科研单位也做了许多工作，研究的海域也几乎遍布我国沿海地区，从北至南有：辽东湾、大连湾、渤海湾、莱州湾、芝罘湾（烟台）、胶州湾、石臼港湾、连云海湾、杭州湾、罗源湾、闽江

口、兴化湾、湄州湾、厦门湾、汕头湾等。

与流体动力学中的欧拉和拉格朗日观点项对应，有关污染物迁移扩散的数值计算可分为欧拉方法、拉格朗日方法和欧拉-拉格朗日方法，它们有着各自的优点和缺点，有着各自适用的范围。在下面的第二章里，作者将简单介绍一下污染物迁移扩散数值研究的基本方法。然后建立二维和三维水动力学模型，为下面的污染物迁移扩散模型作准备。由于欧拉-拉格朗日方法和拉格朗日方法都涉及到水质点跟踪的问题，这里将水质点跟踪技术单独拿出来进行讨论。第四章介绍了一下所建的几个污染物迁移扩散模型，先是采用欧拉方法建立的二维和三维模型，其次是用欧拉-拉格朗日方法建立的二维和三维模型，最后是采用拉格朗日方法建立了污染物迁移扩散模型。作者在第五章进行了简单的回顾和总结。

第二章 海湾污染物迁移扩散数值研究的基本方法

众所周知，流体动力学中存在着两种截然不同的观点：欧拉（Eulerian）观点和拉格朗日（Lagrangian）观点。与此两种观点对应，数值模拟计算中也存在着两种基本方法：欧拉方法和拉格朗日方法。事实上，流体动力学的数值计算一直就被这两种方法的优点和缺点之间的冲突所困扰着。欧拉方法主要优点是在一个固定的参照系中研究问题，易于离散方程，计算比较简单，而且现有海洋中的海流的观测原理绝大部分是依据欧拉流场的观点，即获得空间定点上的时序系列，这样在建立实际海域模型时，也可方便的利用观测资料进行模型验证。但许多的欧拉格式不可避免地出现伪物理效应，如数值耗散和数值频散，有时这种伪物理效应限制了欧拉方法的应用，而且欧拉方法往往显示不出流体的流动特性。而拉格朗日方法则是以跟随流体微团运动的观点来建立模型，更符合流体流动的本性，当应用于污染物迁移扩散过程研究时，可避免对流项的处理，因而与对流项处理相关的许多数值计算方面的缺点或缺陷也随之避免了，特别是在浓度分布梯度较大时，该方法能提供细节的计算，但在该方法中，必须处理随流体运动而不断变形的参照系或网格。当运动复杂、网格变形严重时，拉格朗日方法就不实用了。

应当说，大量的文献是采用了欧拉方法来进行污染迁移扩散的计算，近期拉格朗日方法逐渐兴起，而欧拉-拉格朗日方法结合了欧拉方法和拉格朗日方法，作为一种独特的方法，也一度受到重视。简单的说：欧拉方法的本质是在固定点考察某参量的时序变化，而欧拉-拉格朗日方法和拉格朗日方法是采用跟踪水体的方法来达到上述目的，只不过欧拉-拉格朗日方法是在固定点跟踪不同水体，而拉格朗日方法则是自始至终跟踪同一水体。

事实上，以上三种方法的重要区别是体现在对对流-扩散方程中的对流项的处理上。对流项的处理应使建立的模型具备“输运特性”（Transportive Property），即：在以平流为主的问题中，某变量特性应主要沿着流的方向传播。在欧拉方法中，对对流向的处理常采用中心差分，事实上中心差分并不具备上述特性，会出现“逆流”的现象，这一点从一个简单的一维平流问题便可以看出：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (1.1.1)$$

其中 C 为某变量，u 为流速，t 为时间，对时间项采用向前差分，对对流项采用中心差分，得差分方程：

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} + u \frac{C_{i+1}^n - C_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (1.1.2)$$

$$C_i^{n+1} = C_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (C_{i+1}^n - C_{i-1}^n) \quad (1.1.3)$$

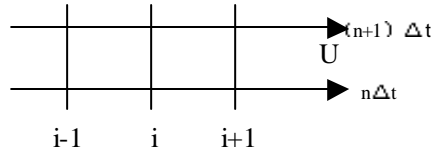


图 1.1.1 一维平流问题

假设 $n\Delta t$ 时刻

只有 $(i+1)$ 处有值 C_0 ，其余各点都为零，则：

$$C_i^{n+1} = -\frac{\Delta t}{2\Delta x} u C_0 \quad (1.1.4)$$

这时可以看出，对于该纯平流问题，本来应当只有 $(i+1)$ 的顺流方向才可能获得 C 值，而由于中心差分却使得逆流方向也有了该特征，出现了“伪物理”效应。关于这一点，Venezian (1984) 曾使用傅立叶变化技术证明了中心差分可产生既先前又向后传播的误差响应。而 Kim (1988) 也曾指出中心差分必然“平滑”某变量的初始分布，因而在以平流为主的问题中，并不能保持变量的初始分布状态。

为此，许多模型舍弃中心差分，而采用了迎风格式来处理对流项，即根据流的方向来决定采用向前差分还是向后差分，迎着流速的方向进行差分，若流速为正，则采用向后差分，反之采用向前差分。如 Runchal (1972) 和 Spalding (1972) 建立了一种混合差分体制：对流项要么采用中心差分，要么采用迎风格式，而这取决于网格佩克莱特数 (Grid Peclet Number) Pe ($Pe = VL/K$ ，其中 V 为速度矢量， L 为特征长度，而 K 表示扩散系数)，当平流强时，即 $Pe \geq 2$ 时，采用迎风格式，否则采用中心差分格式。Boericke 和 Hogan (1977) 则在所建的盐度模型中对流项的处理完全采用迎风格式。

迎风格式的采用使得所建的模型具有了输运特性。但是迎风格式的一个最大的弱点是引入了人工耗散项 (Artificial Dispersion)，而它往往影响物理扩散项 (Physical Dispersion)。以二维对流扩散方程为例：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = K \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (1.1.5)$$

这里 u 、 v 是流速， K 是扩散系数。为方便讨论，且不失一般性，假设 u 、 v 、 K 为正的常数。采用迎风格式，离散(1.1.5)式：

$$\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^n}{\Delta t} + u \frac{C_{i,j}^n - C_{i-1,j}^n}{\Delta x} + v \frac{C_{i,j}^n - C_{i,j-1}^n}{\Delta y} = K \frac{C_{i-1,j}^n - 2C_{i,j}^n + C_{i+1,j}^n}{\Delta x^2} + K \frac{C_{i,j-1}^n - 2C_{i,j}^n + C_{i,j+1}^n}{\Delta y^2} \quad (1.1.6)$$

这里 Δx 、 Δy 为空间步长， Δt 为时间步长，该格式的其稳定性条件为：

$$\Delta t \leq \left[\frac{u}{\Delta x} + \frac{v}{\Delta y} + 2K \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right]^{-1} \quad (1.1.7)$$

为了得到该人工扩散项,将 $C_{i,j}^{n+1}$ 依时间 Taylor 展开:

$$C_{i,j}^{n+1} = C_{i,j}^n + \Delta t \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} + 0(\Delta t^3) \quad (1.1.8)$$

将式(1.1.5)对时间求导, 考虑到 u, v 为常数, 得:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + 2uv \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + v^2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - 2K \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \nabla^2 C + K^2 [\nabla^2 \nabla^2 C] \quad (1.1.9)$$

联立(1.1.8)和(1.1.9)式, 得:

$$C_{i,j}^{n+1} = C_{i,j}^n + \Delta t \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \left[u^2 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + 2uv \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + v^2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] + HOT \quad (1.1.10)$$

HOT 代表高阶量。另外, 在空间上 Taylor 展开, 得:

$$\begin{aligned} C_{i+p,j+q}^n &= C_{i,j}^n + p\Delta x \frac{\partial C}{\partial x} + p^2 \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + p^3 \frac{\Delta x^3}{6} \frac{\partial^3 C}{\partial x^3} + 0(\Delta x^4) \\ &\quad + q\Delta y \frac{\partial C}{\partial y} + q^2 \frac{\Delta y^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + q^3 \frac{\Delta y^3}{6} \frac{\partial^3 C}{\partial y^3} + 0(\Delta y^4) \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

式中 $(p, q) = (\pm 1, 0)$ 或 $(0, \pm 1)$ 。

将(1.1.10)和(1.1.11)式代入(1.1.6)式, 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} &= K \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[(u\Delta x - u^2\Delta t) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - wuv\Delta t \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + (v\Delta y - v^2\Delta t) \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] + HOT \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

$$\text{式中的 } \frac{1}{2} \left[(u\Delta x - u^2\Delta t) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - 2uv\Delta t \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + (v\Delta y - v^2\Delta t) \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] \quad (1.1.13)$$

就是所谓的人工数值耗散项(Artificial Numerical Dispersion), 是由有限差分引起的截断误差 (Truncation Errors)。

由于 u, v 为正和(1.1.7)式的稳定条件, 可知 $u\Delta x - u^2\Delta t, v\Delta y - v^2\Delta t$ 皆非负。可以看出, 由于人工扩散项是流场的函数, (1.1.13)式中的系数是非定常的, 还依赖网格的配置, 因而人工数值耗散是迎风格式一个较大的缺点。但是由于人工数值耗散项是可以预测的, 可以预先给予消除。先估计由迎风格式产生的人工数值耗散, 然后将其从物理扩散中扣除。如 Smorlarkiewicz (1983) 在迎风格式中便采用了的“预测-更正”的办法, 来消除人工数值耗散。

为了避免因处理对流项而带来的一些弱点, 人们转向拉格朗日方法

和欧拉-拉格朗日方法，而事实上，欧拉-拉格朗日方法在固定的网格上对对流项以拉格朗日观点进行处理，并非一个全新的概念，上面所谈的迎风格式在某种意义上，就是欧拉-拉格朗日方法的运用，它等同与低阶欧拉-拉格朗日格式。关于这点，不妨以一维对流-扩散方程进行一下验证。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = K \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1.1.14)$$

(1.1.14)为一维对流-扩散方程，对对流项采用迎风格式离散化方程，在不失一般性的前提下，假设 u 为正。(只写出方程的左边)：

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} + u_i^n \frac{C_i^n - C_{i-1}^n}{\Delta x} \quad (1.1.15)$$

将其整理得：

$$\frac{C_i^{n+1} - \left[\left(1 - \frac{u_i^n \Delta t}{\Delta x}\right) C_i^n + \frac{u_i^n \Delta t}{\Delta x} C_{i-1}^n \right]}{\Delta t} \quad (1.1.16)$$

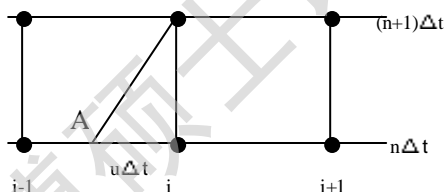


图 1.1.2 一维对流扩散问题

在欧拉-拉格朗日方法中，

(1.1.14)式的左边变成了： $\frac{dC}{dt}$ ，则以跟踪水质点的拉格朗日观点来离散化该项：

$$\frac{C_i^{n+1} - C^n(A)}{\Delta t} \quad (1.1.17)$$

$C^n(A)$ 指的是 $n\Delta t$ 时刻标识水质点 i 位于 A 位置的值，可由其相邻的 i 和 $i-1$ 两个水质点的值差值表示，假设 A 的位置可由下式估计：

$$A_i^n = i\Delta x - u_i^n \Delta t \quad (1.1.18)$$

采用简单的线性差值，可得：

$$C^n(A) = C_i^n + \frac{u_i^n \Delta t}{\Delta x} (C_{i-1}^n - C_i^n) = \left(1 - \frac{u_i^n \Delta t}{\Delta x}\right) C_i^n + \frac{u_i^n \Delta t}{\Delta x} C_{i-1}^n \quad (1.1.19)$$

将(1.1.19)代入(1.1.17)，并与(1.1.16)比较，发现(1.1.16)和(1.1.17)式是相同的，即在采用线性差分，欧拉-拉格朗日格式与迎风格式在某些意义上是等同的。

正是由于欧拉-拉格朗日方法的优点，使得其在出现后不久，就受

到了重视, 得到了较快的发展。如: Neuman (1981)、Neuman 和 Sorek (1982) 建立了一种欧拉-拉格朗日模型, 将对流项与扩散项分离, 都在固定网格处理, 对流项的处理采用了传统的粒子跟踪方法 (particle-tracking method)。Douglas 和 Russell (1982) 联合特征线法和有限差分法求解对流-扩散方程, 采用了多种插值方式。Biesel (1982) 则建立了一种称为“Eulalia”的欧拉-拉格朗日格式, 并进行了实例计算。Ralph (1984) 建立了一个欧拉-拉格朗日模式, 其独到之处在于对扩散项的处理采用了自然坐标, 即坐标轴分别沿着流线的方向和其垂直方向, 采用了拉格朗日插值函数, 该模式能较好地处理各向异性的对流扩散问题。

事实上, 欧拉-拉格朗日方法一个很重要的发展方向就是寻找更好的差值方式来改善数值模型, 因为内插格式对欧拉-拉格朗日模型的性能有着至关重要的影响。如 Kim (1988) 采用 Florianni 和 Dettori (1980) 设计的内插方法建立了一个空间上 4 阶, 时间上 2 阶的模型, 而该插值方法也曾经被 Nguyen 和 Verron (1985) 用于计算拉格朗日轨迹。该插值方法要涉及到周围 12 个网格点的值; Ralph (1984) 在讨论了迎风格式和双线性插值的欧拉-拉格朗日格式在二维对流-扩散问题中的应用后, 认为迎风格式与双线性插值格式很相似, 但后者比前者有所改进。并对采用二阶拉格朗日插值函数的欧拉-拉格朗日格式进行了讨论后, 得出该格式完全消除了数值耗散的结论, 并进行了实例验证; 杨宗严 (1994) 通过对一维对流-扩散问题的讨论指出, 一次线性差值的欧拉-拉格朗日体制抑制了欧拉迎风格式的数值耗散, 二次插值的欧拉-拉格朗日格式虽消除了数值耗散, 但是产生了误差短波, 因而其利用 B-样条函数发展了一种内插格式, 使插值同时满足连续性和光滑性条件, 有效地抑制了误差短波的产生; 但是任何事物都有其正负两反面, 一般来说, 精度越高的插值方式往往也要求越多的周围网格点的介入, 计算量增大, 而且也给岛屿和边界的处理带来了许多麻烦。

而由于对流-扩散方程所涉及的两个物理过程本质上的差异, 人们开始尝试将这两个过程分开来考虑。如 Neuman (1981) 建立一个欧拉-拉格朗日模型, 在该模型中, 对流项的处理是在固定的网格上, 采用特征线法, 而扩散项的处理是在另外的网格上采用了有限元方法, 该网格可能但不必要与对流项处理时的网格重合; 采用 Yanenko (1959) 提出的分裂方法, Kim (1988) 将二维对流-扩散方程分裂成两个分步方程: 对流方程和扩散方程。联合特征线法和预测-更正法先对对流方程求解, 然后采用隐式差分求解扩散方程。

应当说由于拉格朗日观点采用了跟踪水质点运动轨迹的思路, 因而拉格朗日方法也能较好地反映流体的流动特性, 而且能够避免对流项的处理。本文就依据长期排污条件下海湾内浓度能够达到潮周期性变化的特点, 设计了一种求解的湾内污染物浓度的拉格朗日方法, 通过跟踪一

系列水质点，从而建立起有关这些水质点浓度的关系式，联立求解便可求得当湾内污染物浓度达到潮周期性变化时的值。

第三章 水动力模型

第 3.1 节 二维海湾水动力模型

一、理论模型

(一) 采用垂直平均的二维运动方程及连续方程，坐标的 oxy 面与平均海平面重合， z 轴向上为正， xyz 轴组成右旋坐标系。运动方程组和连续性方程如下：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{r_b^2 u (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}}{H} \quad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{r_b^2 v (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}}{H} \quad (3.1.2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial uH}{\partial x} + \frac{\partial vH}{\partial y} = 0 \quad (3.1.3)$$

其中 z 是海面相对于 oxy 平面的高度， $H = h + z$ 是实际水层厚度， h 是相对于 oxy 平面的水深； u 、 v 为垂直平均流速的 x 、 y 分量， f 是科氏参量， g 为重力加速度， r_b 为底摩擦系数。

(二) 边界条件

1. 岸边界：取法向流速为零，即 $V_n = 0$ ， n 为岸界法向。 (3.1.4)

2. 湾口边界： $z = \frac{1}{2} A_m \cos[\frac{2P}{T}t + a(l)]$ (3.1.5)

其中， A_m 为湾口的平均潮差， T 为太阴半日周期， $a(l)$ 为沿湾口边界变化的潮汐迟角。

(三) 初始条件

$$z(x, y, t_0) = z_0(x, y) \quad (3.1.6)$$

$$u(x, y, t_0) = u_0(x, y) \quad (3.1.7)$$

$$v(x, y, t_0) = v_0(x, y) \quad (3.1.8)$$

(四) 欧拉、拉格朗日余流

1. 欧拉余流：

$$\bar{u}_E(x, y) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(x, y, t) dt \quad (3.1.9)$$

$$\bar{v}_E(x, y) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(x, y, t) dt \quad (3.1.10)$$

2. 拉格朗日余流：

$$\bar{u}_L(x_0, y_0, t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u[x(t), y(t), t] dt \quad (3.1.11)$$

$$\bar{v}_L(x_0, y_0, t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v[x(t), y(t), t] dt$$

(3.1.12)

二、数值模型

(一) 网格配置

选取 B 网格配置计算点，网格配置如图 3.1.1，其中“×”为流点，而“○”为水位点及水深点。

(二) 差分方程

采用 Fisher 格式，时间步长取 Δt ，x 向空间步长取 Δx ，y 向空间步长取 Δy 。差分方程如下：

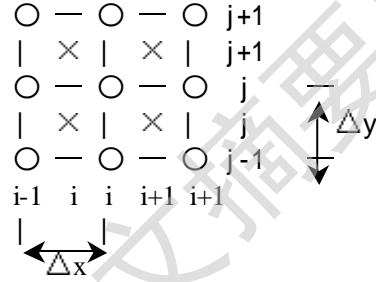


图 3.1.1 差分格式

$$\begin{aligned}
 u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n &= \Delta t \cdot f v_{i,j}^n \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{z}_{i,j}^{n+1} + \mathbf{z}_{i,j-1}^n - \mathbf{z}_{i-1,j}^n - \mathbf{z}_{i-1,j-1}^n) \\
 &\quad - \frac{r_b^2 \Delta t}{H_{i,j}^n} ((u_{i,j}^n)^2 + (v_{i,j}^n)^2)^{\frac{1}{2}} u_{i,j}^{n+1} \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} u_{i,j}^n [a_1 (u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n) + (1-a_1)(u_{i+1,j}^n - u_{i,j}^n)] \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} v_{i,j}^n [b_1 (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) + (1-b_1)(u_{i,j+1}^n - u_{i,j}^n)]
 \end{aligned} \tag{3.1.13}$$

$$\begin{aligned}
 v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^n &= -\Delta t \cdot f u_{i,j}^n \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta y} (\mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} + \mathbf{z}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{z}_{i-1,j-1}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1}) \\
 &\quad - \frac{r_b^2 \Delta t}{H_{i,j}^n} ((u_{i,j}^n)^2 + (v_{i,j}^n)^2)^{\frac{1}{2}} v_{i,j}^{n+1} \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} u_{i,j}^n [a_1 (v_{i,j}^n - v_{i-1,j}^n) + (1-a_1)(v_{i+1,j}^n - v_{i,j}^n)] \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} v_{i,j}^n [b_1 (v_{i,j}^n - v_{i,j-1}^n) + (1-b_1)(v_{i,j+1}^n - v_{i,j}^n)]
 \end{aligned} \tag{3.1.14}$$

$$\mathbf{z}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j}^n = -\frac{\Delta t}{2\Delta x} [(uH)_{i+1,j+1}^n + (uH)_{i+1,j}^n - (uH)_{i,j+1}^n - (uH)_{i,j}^n]$$

$$-\frac{\Delta t}{2\Delta y}[(vH)_{i,j+1}^n + (vH)_{i+1,j+1}^n - (vH)_{i,j}^n - (vH)_{i+1,j}^n] \quad (3.1.15)$$

其中

$$a_1 = \begin{cases} 1..(u_{i,j}^n > 0) \\ 0..(u_{i,j}^n \leq 0) \end{cases} \quad (3.1.16)$$

$$b_1 = \begin{cases} 1..(v_{i,j}^n > 0) \\ 0..(v_{i,j}^n \leq 0) \end{cases} \quad (3.1.17)$$

式中上下标分别表示时刻和计算点的位置。

(三) 稳定性条件

$$\Delta t \leq \frac{\Delta s}{\sqrt{2gH_{\max}}} \quad (3.1.18)$$

其中 $\Delta s = \Delta x = \Delta y$ 为空间步长， H_{\max} 为计算域内的最大水深，其他符号意义同前。

三、数值计算结果

假想矩形海域的参数如下：区域长 40Km，宽 20Km，网格间距 $\Delta x = \Delta y = 1000\text{m}$ ，时间步长 $\Delta t = 31\text{s}$ ，整个海域设置成等深，水深 $h = 20\text{m}$ ，湾口强制潮汐水位符合正规太阳半日潮变化规律，周期 $T = 12.4\text{hr}$ ，潮

差 $A_m=4.0\text{m}$ ，不考虑风应力的影响。计算结果表明计算是稳定的，一般在经过 4、5 个周期后，计算便稳定下来了。

(一) 潮流

图 3.1.2 表示了涨半潮时、高潮时、退半潮时和低潮时的潮流场，由图可以看出计算结果很好地符合了半封闭海湾潮流的一般规律，即：高低潮时流速最小，退半潮时和涨半潮时流速接近最大值。退半潮时流向

指向湾外，而涨半潮时指向湾顶。实际上，如果把该假想海域近似成为一个窄长半封闭海湾，则可很方便的利用解析解来验证模型，如通过解析解可求得湾顶的潮差为 434cm，湾口的流速为 61cm/s，而通过该数值模型的计算，可得到湾顶的平均潮差为 432cm，湾口的平均最大潮流约为 59cm/s，从一定程度上证明了该模型的实用性。

(二) 潮致余流

图 3.1.3 是欧拉潮致余流场，由图可见，该假想区域的余流较弱，余流一般在 10cm/s 以下，余流主要表现在湾口附近，呈顺时针涡旋状分布，而湾顶附近存在着一个微弱的逆时针涡旋（因其微弱，在图中已较难表示）。

第 3.2 节 三维海湾水动力模型

一、理论模型

(一) 控制方程组

采用笛卡尔坐标下的水动力方程组：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -g \frac{\partial z}{\partial x_6} + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) + A_h (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士学位论文摘要库