

学校编码: 10384

分类号 \_\_\_\_\_ 密级 \_\_\_\_\_

学号: 20051302435

UDC \_\_\_\_\_

厦门大学

硕士 学位论文

# 降阶 $H_\infty$ 控制器与滤波器的设计

Reduced-order  $H_\infty$  Controller and Filter  
Design

陈凌

指导教师姓名: 曾建平 教授

专业名称: 控制理论与控制工程

论文提交日期: 2008 年 5 月

论文答辩时间: 2008 年 月

学位授予日期: 2008 年 月

答辩委员会主席: \_\_\_\_\_

评阅人: \_\_\_\_\_

2008 年 5 月

## 厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。  
本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明  
确方式标明。本人依法享有和承担由此论文产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年   月   日

厦门大学博硕士论文摘要库

## 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向国家主管部门或其指定机构递交论文的纸质版和电子版，有权将学位论文用于非赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅，有权将学位论文的内容编入有关数据库进行检索，有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1、保密（），在      年解密后适用本授权书。

2、不保密（）

（请在以上相应括号内打“√”）

作者签名：                        日期：    年  月  日

导师签名：                        日期：    年  月  日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

## 摘要

本文研究了显式构造降阶  $H_\infty$  控制器与滤波器的方法，主要的研究工作包括以下几个方面。

首先，研究广义连续系统的降阶  $H_\infty$  滤波器的设计问题。目的是设计出的线性滤波器的阶数要低于给定系统的维数，同时使得滤波误差动态系统是容许的，并且满足一定的  $H_\infty$  性能指标。主要的工作是提出了降阶  $H_\infty$  滤波器阶数的一个新的上界，并给出了相应的降阶算法。降阶滤波器问题的可解性的充分必要条件是矩阵不等式和非凸秩约束组成的方程组的可解性，这里是使用显式构造的算法来解决这个非凸优化问题，并且给出了一个计算方法来求得相应矩阵不等式方程组的可行解。数值例子说明了该降阶设计算法的有效性。

其次，研究一类混合  $H_2/H_\infty$  降阶控制器的设计问题。已知在  $H_\infty$  控制问题中存在着降阶  $H_\infty$  控制器阶数的一个新上界，并且可以通过计算两个传递函数矩阵在非稳定区域中矩阵束的最小秩来求得这个新上界。当对应的非稳定不变零点存在时，本文指出，对于所述对象，若混合  $H_2/H_\infty$  控制问题可解，则必存在阶数小于相应系统的新上界的降阶  $H_2/H_\infty$  控制器。由于构造性的证明过程，可以给出设计此降阶  $H_2/H_\infty$  控制器的算法。这个证明过程只和 LMI 算法和凸优化有关。本文的结果同时适用于连续与离散的情形。

最后，研究基于 Luenberger 观测器的广义系统降阶  $H_\infty$  控制器的设计问题，并且该观测器是关于干扰解耦的。首先是给出了广义系统  $H_\infty$  状态反馈控制问题的一个充要条件，并利用线性矩阵不等式方法求解出广义系统的  $H_\infty$  状态反馈增益。然后对该  $H_\infty$  状态反馈增益进行渐进降阶观测，基于广义 Sylvester 矩阵方程的显式通解的参数化设计方法，实现了广义系统的降阶  $H_\infty$  控制。主要的工作是给出了相应的广义线性系统降阶  $H_\infty$  控制器的设计算法。数值例子说明了降阶算法的有效性。

**关键词：** 降阶滤波器；线性矩阵不等式； $H_\infty$  滤波；混合  $H_2/H_\infty$  控制；降阶控制器；广义系统； $H_\infty$  控制；Luenberger 观测器

厦门大学博硕士论文摘要库

## ABSTRACT

In this dissertation, reduced-order  $H_\infty$  controller and filter design methods are investigated. The main contributions of this dissertation are as follows.

Firstly, we consider reduced-order  $H_\infty$  filtering design for continuous descriptor systems. The purpose is to design linear filters with a specified order lower than the given system such that the filtering error dynamic system is admissible and satisfies a prescribed  $H_\infty$  performance level. One major contribution of the present work is that a new upper bound of order reduction is proposed in continuous-time context. An algorithm for constructing the reduced-order  $H_\infty$  filtering is given. It is known that the necessary and sufficient conditions for the solvability of this problem are characterized in terms of matrix inequalities and a coupling non-convex rank constraint. The algorithm to deal with the non-convex optimal problem is constructive, which leads to a computational method to solve the matrix inequalities. An illustrative example is given to show the efficiency of our approach.

Secondly, we consider reduced-order controllers for a class of mixed  $H_2/H_\infty$  control problem. There is a new controller degree bound for the  $H_\infty$  control problem in terms of the minimal rank of the system matrix pencils of these two transfer function matrices in the unstable region. When the unstable invariant zero exists, this paper shows the following important result: If the mixed  $H_2/H_\infty$  problem is solvable, then there must exist reduced-order controllers with orders less than that of generalized plant. Moreover, we can also give new feasible LMI-based design methods for constructing the reduced-order controller because of the constructive proof, which only involve algorithms and convex optimizatin of LMI. The result developed in this paper are valid both for the continuous- and discrete-time mixed  $H_2/H_\infty$  control problems.

Finally, robust reduced-order Luenberger observer-based  $H_\infty$  controller design for descriptor systems is investigate. This observer is with disturbance decoupling. Firstly, a necessary and sufficient condition for the  $H_\infty$  state-feedback control problem of

descriptor systems is established. Then get the  $H_\infty$  state-feedback gain matrixs by solving LMIs. This paper observe the  $H_\infty$  state-feedback gains gradually. Based on the parametric design approach for generalized Sylvester matrix equations, the reduced-order  $H_\infty$  controller design for descriptor systems is realized. One major contribution of the present work is that a design algorithm for constructing the reduced-order  $H_\infty$  controller is given. An illustrative example is given to show the efficiency of our approach.

**Key words:** Reduced-order filters; Linear matrix inequality;  $H_\infty$  filtering; Mixed  $H_2/H_\infty$  control; Reduced-order controller; Descriptor systems;  $H_\infty$  control; Luenberger observers

## 符号与缩写

ARE	代数 Riccati 方程	$\left[ \begin{array}{c c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$	$C(sI - A)^{-1}B + D$ (连
ARI	代数 Riccati 不等式		
diag	对角矩阵		续情形)或 $C(zI - A)^{-1}B + D$ (离散
LMI	线性矩阵不等式		情形), 其状态空间表现分别为
LQG	线性二次高斯		$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$ (连续情形) 和
$I_n$	$n \times n$ 的单位矩阵		
$I$	合适维数的单位矩阵	$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \\ y_k = Cx_k + Du_k \end{cases}$ (离散情形)	
$A^T$	$A$ 的转置		
$A^{-1}$	$A$ 的逆		$A^\perp$ ( $\text{Ker}A^T$ ) <sup>T</sup> 即满足如下条件的矩阵 : $\text{Ker}A^\perp = \text{Im}A$ ,
$A^+$	$A$ 的 Moore-Penrose 逆		
rank $A$	$A$ 的秩	$A^\perp A^{\perp T} > 0$	
$\ A\ $	$A$ 的范数	$\ G(s)\ _\infty$	$G(s)$ 的 $H_\infty$ 范数, 即
$\text{Ker } A$	$A$ 的核空间	$\max_{w \in R^+ \setminus \{0\}} \bar{\sigma}(G(jw))$	
$\text{Im } A$	$A$ 的值域空间	$\min(a, b)$	$a, b$ 的最小值
$A > B$	$A - B$ 为正定矩阵	$\max(a, b)$	$a, b$ 的最大值
$A < B$	$A - B$ 为负定矩阵	$R$	实数域
$A \geq B$	$A - B$ 为半正定矩阵	$R^+$	正实数域
$A \leq B$	$A - B$ 为半负定矩阵	$C$	复数域
$\{A: P\}$	具有性质 $P$ 的集合	$C^-$	实部小于 0 的复数域
$\coloneqq$	定义为	$\mathbb{R}^{n \times m}$	实元素 $n \times m$ 线性空间
$\text{Sym}(E, X, F)$	代表 $EXF + (EXF)^T$	$\text{Re } \alpha$	$\alpha \in C$ 的实部
$L_2[0, \infty)$	在 $[0, \infty)$ 上平方可积的函数空间		

厦门大学博硕士论文摘要库

## 目 录

<b>第一章 绪论.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 <math>H_\infty</math>控制理论发展概述.....</b>	<b>1</b>
1.1.1 初期(1981-1984).....	2
1.1.2 成熟期(1985-1989).....	2
1.1.3 继续发展期(1990 至今).....	3
<b>1.2 广义系统的降阶 <math>H_\infty</math> 滤波器.....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 混合 <math>H_2/H_\infty</math>降阶控制器.....</b>	<b>6</b>
<b>1.4 基于 Luenberger 观测器的广义系统降阶 <math>H_\infty</math>控制器.....</b>	<b>7</b>
<b>1.5 本论文的研究工作.....</b>	<b>8</b>
<b>第二章 基于 LMI 的 <math>H_\infty</math>控制理论.....</b>	<b>9</b>
<b>2.1 <math>H_\infty</math>控制问题.....</b>	<b>9</b>
<b>2.2 基于 LMI 的 <math>H_\infty</math>控制器构造方法.....</b>	<b>10</b>
2.2.1 线性矩阵不等式.....	10
2.2.2 连续情形下基于 LMI 的 $H_\infty$ 控制理论.....	12
2.2.3 离散情形下基于 LMI 的 $H_\infty$ 控制理论.....	17
<b>第三章 广义系统的降阶 <math>H_\infty</math> 滤波器的设计.....</b>	<b>19</b>
<b>3.1 问题描述.....</b>	<b>19</b>
<b>3.2 降阶 <math>H_\infty</math> 滤波器的设计.....</b>	<b>21</b>
<b>3.3 算例.....</b>	<b>26</b>
<b>3.4 小结.....</b>	<b>27</b>
<b>第四章 一类混合 <math>H_2/H_\infty</math>控制问题的降阶控制器设计.....</b>	<b>28</b>
<b>4.1 问题描述.....</b>	<b>28</b>
<b>4.2 一类混合 <math>H_2/H_\infty</math>降阶控制器的设计.....</b>	<b>33</b>
<b>4.3 小结.....</b>	<b>35</b>
<b>第五章 基于观测器的广义线性系统降阶 <math>H_\infty</math>控制器设计.....</b>	<b>36</b>
<b>5.1 问题描述.....</b>	<b>36</b>

5.2 降阶控制器的设计方法.....	40
5.3 算例.....	42
5.4 小结.....	43
<b>总结与展望.....</b>	<b>44</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>45</b>
<b>硕士期间发表的论文.....</b>	<b>50</b>
<b>致谢语.....</b>	<b>51</b>

**CONTENTS**

<b>Chapter 1. Exordium.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 The development of <math>H_\infty</math> control theory.....</b>	<b>1</b>
1.1.1 Early stage(1981-1984).....	2
1.1.2 Mature stage (1985-1989).....	2
1.1.3 Continue to develop phase (Since 1990).....	3
<b>1.2 Reduced-order <math>H_\infty</math> filtering for descriptor systems.....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 Reduced-order controllers for mixed <math>H_2/H_\infty</math> control problem.....</b>	<b>6</b>
<b>1.4 Reduced-order Luenberger observer-based <math>H_\infty</math> controllers         for descriptor systems.....</b>	<b>7</b>
<b>1.5 Main work of this dissertation.....</b>	<b>8</b>
<b>Chapter 2. LMI-based <math>H_\infty</math> control theory.....</b>	<b>9</b>
<b>2.1 <math>H_\infty</math> control problem.....</b>	<b>9</b>
<b>2.2 LMI-based <math>H_\infty</math> controller design.....</b>	<b>10</b>
2.2.1 Linear matrix inequality.....	10
2.2.2 Continuous-time LMI-based $H_\infty$ control theory.....	12
2.2.3 Discrete-time LMI-based $H_\infty$ control theory.....	17
<b>Chapter 3. Reduced-order <math>H_\infty</math> filtering design for         continuous descriptor systems .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1 Description of problems.....</b>	<b>19</b>
<b>3.2 Reduced-order <math>H_\infty</math> filtering design.....</b>	<b>21</b>
<b>3.3 A numerical example.....</b>	<b>26</b>
<b>3.4 Conclusion.....</b>	<b>27</b>
<b>Chapter 4. Reduced-order controllers for         a class of mixed <math>H_2/H_\infty</math> control problem.....</b>	<b>28</b>
<b>4.1 Description of problems.....</b>	<b>28</b>

4.2 Reduced-order controllers for mixed $H_2/H_\infty$ control problem.....	33
4.3 Conclusion.....	35
<b>Chapter 5. Reduced-order observer-based <math>H_\infty</math> controller design for descriptor systems.....</b>	<b>36</b>
5.1 Description of problems.....	36
5.2 Reduced-order controller design.....	40
5.3 A numerical example.....	42
5.4 Conclusion.....	43
<b>Conclusion and Prospect.....</b>	<b>44</b>
<b>References.....</b>	<b>45</b>
<b>Published paper.....</b>	<b>50</b>
<b>Acknowledgments.....</b>	<b>51</b>

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库