

学校编码: 10384
学号: 18120051301634

分类号____密级____
UDC____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

外势阱中相互作用玻色气体的化学势

Chemical potential of a trapped interacting Bose gas

张著岳

指导教师姓名: 李明哲 副教授

专业名称: 理论物理

论文提交日期: 2009 年 5 月

论文答辩时间: 2009 年 6 月

学位授予日期: 2009 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2009 年 5 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

摘要

玻色—爱因斯坦凝聚 (BEC) 在实验上的成功, 再次引发了大量关于 BEC 性质的研究。迄今为止, 实验上的 BEC 都是在外势约束下实现的。当玻色气体被束缚在一个空间变化的外势场中, 能量和空间的耦合会使实现 BEC 的条件发生变化。

本文分别从能量球体和能量球壳两个不同角度推导出任意指数型外势中理想玻色气体的能态密度, 以及有相互作用的玻色气体的能态密度, 并由能态密度求解出转变温度、系统能量和比热, 同时考虑了相互作用玻色气体化学势在转变温度处的取值情况。

为了研究低温相互作用对玻色气体的影响, 引进了标度参数, 得出标度参数与外势形式及相互作用之间的关系。标度参数使各个复杂的实验实现了可对比性。

化学势 μ 对激发态的分布函数至关重要, 因此, 热力学性质常用化学势表示。另一方面, 化学势还取决于粒子间的相互作用。所以, 化学势为研究相互作用对热力学性质的影响提供了有效的起点。

然而, 化学势通常表示为由总粒子数确定的一个参数。因此, 给出化学势与温度之间的清晰的依赖关系尤为重要。本文从 Hartree-Fock 近似出发, 考虑了凝聚部分以及热原子部分对化学势的贡献, 推导出低温下的化学势与温度的依赖关系的清晰表示式, 修正了现有解析结果, 在转变温度附近, 这一修正效果特别明显。

关键词: 玻色气体; 指数型外势; 相互作用; 标度参数; 化学势

ABSTRACT

The realization of Bose-Einstein condensation in experiments in recent years has aroused great interest in this phenomenon. So far, the achievements of BEC in experiments are all in virtue of external potentials. When confined in an external spatial variable potential, the conditions of BEC vary greatly because of the coupling between energy and space.

The paper deduces the density of states for both non-interacting Bose gas and interacting Bose gas based on the “energy sphere” and “energy shell” respectively. And then, we calculate the system energy and specific heat and obtain the generic expressions for energy and specific heat that dependent on the parameter of the external potential. At the critical temperature, a jump exists for the specific heat.

The scaling parameter characterizing the role of interactions is expressed in terms of the intensity of interactions and the external trap parameter.

The chemical potential is an important property for Bose gas because many thermodynamic properties depend on it. The chemical potential usually appears as a parameter fixed by the total particle number in traps. This paper gives a simple relation between μ and the temperature. The chemical potential obtained here provides a correction to the existing analytical result, especially in the critical region of Bose-Einstein condensation.

Keywords: Bose gas; power-law external potential; interaction; scaling parameter; chemical potential

目 录

第一章 引言	1
1.1 玻色-爱因斯坦凝聚及其研究进展	1
1.2 外势中的玻色气体研究	2
1.3 三维空间中自由理想玻色气体	3
1.4 本文内容安排	7
参考文献	8
第二章 外势中的玻色-爱因斯坦凝聚	11
2.1 外势中理想玻色气体的能态密度	11
2.2 外势中的理想玻色-爱因斯坦凝聚	13
2.3 有限粒子数的影响	17
2.4 外势中相互作用玻色气体密度	20
2.5 外势中的相互作用玻色-爱因斯坦凝聚	23
2.6 结论与分析	27
参考文献	27
第三章 外势中排斥相互作用玻色气体的化学势	29
3.1 量子场论方法及 Hartree-Fock 近似	29
3.2 外势中排斥相互作用玻色气体的化学势	34
3.3 结论与分析	38
参考文献	41
第四章 结束语	44
在学期间完成的论文	45
致谢	46

CONTENTS

Chapter 1 Introduction	1
1.1 Historical Review of Bose-Einstein condensation and its experimental progress	1
1.2 Theoretical investigations on Bose gas trapped in an external potential	2
1.3 Free ideal Bose gas in 3-dimensional space	3
1.4 Content arrangement	7
References	8
Chapter 2 Bose-Einstein condensation trapped in an external potential	11
2.1 The state density of ideal Bose gas in an external potential	11
2.2 Non-interacting Bose-Einstein condensation in an external potential	13
2.3 The effect of finite particle number	17
2.4 The density of interacting Bose gas in an external potential	20
2.5 Interacting Bose-Einstein condensation in an external potential	23
2.6 Conclusions and analysis	27
References	27
Chapter 3 Chemical potential of a trapped interacting Bose gas	29
3.1 The method of quantized fields and Hartree-Fock approximation	29
3.2 Chemical potential at infinite temperature of a trapped interacting Bose gas	34
3.3 Conclusions and analysis	38
References	41
Chapter 4 Summary	44
Publication list	45
Acknowledgements	46

引言

1.1 玻色—爱因斯坦凝聚及其实验进展

量子力学将一个精彩纷呈的微观世界呈现在世人面前。得力于量子力学的发展，人们发现微观世界存在一类这样的粒子：它们的自旋为整数，能量状态取不连续的量子态，允许多个粒子同时占据同一个量子态，不遵守泡利不相容原理，这就是玻色子（Boson），由玻色子组成的系统称为玻色系统，其波函数具有交换对称性。

此外，还有自旋为半整数的粒子，它们遵守泡利不相容原理，称为“费米子”，由费米子组成的系统称为费米系统，其波函数满足交换反对称性。

因为自旋差异，费米系统和玻色系统遵守截然不同的统计规律。前者遵循费米—狄拉克统计，其中一个显著特点是 1925 年瑞士科学家泡利发现的“泡利不相容原理”，即在费米系统中，绝不可能存在两个或两个以上的费米子处于同一个量子态。后者遵循玻色—爱因斯坦统计，玻色系统的显著特点是在温度足够低、粒子运动速度足够慢的条件下，玻色气体将发生相变，所有粒子都会聚集于能量最低的量子态，这就是玻色—爱因斯坦凝聚（BEC）[1]。

1924 年，印度物理教师玻色绕过经典电动力学，另辟蹊径，采用基于光子状态的统计理论推导出普朗克黑体辐射公式。爱因斯坦敏锐地意识到玻色工作的重要性，将玻色对光子的统计方法推广到单原子理想气体，并预言当这类原子的温度足够低时，所有的原子都会突然聚集到一种能量尽可能低的状态，经过相变成为全新的物质状态。

爱因斯坦的预言引起了实验物理学家的广泛兴趣，并部分实现了玻色—爱因斯坦凝聚，例如超导中的库珀电子对无电阻现象，超流体中的无摩擦现象。但因其系统特别复杂，难以对玻色—爱因斯坦凝聚现象进行充分的研究。

在实验上，要实验玻色—爱因斯坦凝聚，必须满足两个条件：一是原子气体的温度极低，二是原子的密度很高。比如铷原子气体，要求温度 $T \sim 10^{-9} K$ ，

原子密度达到 $10^{11} \sim 10^{12} / \text{cm}^3$ ，这是难度极高的实验。近年来，激光冷却气体原子的技术获得了重大进展。在相干光与原子共振时，原子受到的光压很大，从而可以利用激光的光压减小原子的热运动，降低原子的温度。利用三对从上下、左右、前后射来的并交于一点的激光束照射到气体原子上，使原子不仅被冷却，而且被囚禁在光束的交汇点处，利用激光冷却技术可将碱原子气体冷却到 $T \sim 10^{-6} \text{K}$ ，再用磁阱可将超冷原子气体囚禁于空间某一区域。由于激光冷却技术的突破，1995年，人们观察到严格意义上的 BEC 现象。

1995年7月，美国 Cornell 和 Wieman 小组利用激光冷却和时间平均轨道势 (TOP) 阱中的射频蒸发冷却技术在碱金属铷(^{87}Rb)原子蒸汽中观测到了 BEC [2]。对实验照片进行分析表明，随着温度的降低，铷原子的速度分布范围越来越小，当温度下降到某个临界温度之下，速度为零或接近零的原子数急剧增加。显然，这些铷原子(大约超过 1000 个)实现了玻色—爱因斯坦凝聚，并且保持的时间有数秒之久。这种凝聚发生在宏观尺度，开辟了宏观量子现象研究的新天地。同年11月，美国 MIT(Massachusetts Institute of Technology)的 Ketterle 科学小组采用塞曼减速技术冷却的原子束系统实现了钠(^{23}Na)原子气体的 BEC[3]。由于在稀薄碱原子气体中实现 BEC 以及对其凝聚态进行了基本性质的研究，他们荣获了 2001 年度的诺贝尔物理学奖。

迄今为止，国际上已有 40 多个实验室采用各种冷却技术，以及囚禁与操控技术实现了八种元素原子的 BEC，即：具有正散射长度碱金属原子 (^{23}Na , ^{87}Rb) 的 BEC; 负散射长度碱金属原子 (^7Li , ^{41}K , ^{87}Rb , ^{133}Cs) 的 BEC; 自旋极化氢 ^1H 原子，亚稳态氦 ^4He 原子和具有 2 个价电子的 ^{174}Yb 稀土原子的 BEC 以及由费米原子形成的 $^6\text{Li}_2$ 和 $^{40}\text{K}_2$ 分子[4-13]。

玻色—爱因斯坦凝聚体所展现出的宏观相干、隧穿和量子超流性等奇特的量子性质，不仅对基础研究有重要意义，在原子激光、原子钟、原子芯片技术、精密测量、量子计算机和纳米技术等领域都有很好的应用前景。

1.2 外势中的玻色气体理论研究

实现 BEC 的几个实验都是在外势存在的条件下进行的，例如，1995 年人类

首次实现的 BEC 实验就是应用磁陷阱技术和激光冷却技术实现了外势对原子气体的约束和冷却的结果，因此研究外势阱中的玻色气体性质显得非常有意义。Bagnato 等人研究了任意指数型外势中的玻色气体的性质，给出了在这样外势中玻色气体的转变温度、比热、凝聚比率等的通用表达式[14]。此外，外势约束下的玻色气体的重要特征是凝聚体粒子数密度不均匀和粒子数有限，现有实验中的粒子数从几千到上百万不等。有限粒子数，空间维数，粒子间的相互作用等对玻色系统的性质具有非常重大的影响。相对于粒子数无穷大的玻色系统，有限粒子数系统具有更小的凝聚比率和更低的转变温度[15-17]。由于热激发引起的涨落非常剧烈，一维和二维理想玻色系统不可能产生 BEC，也就是说，在热力学极限下，BEC 的转变温度会趋于零温。但在简谐外势约束下，二维理想玻色系统却可以有 BEC 的产生[18-20]。

由于外势的存在，相互作用的玻色气体导致一些非预期的实验现象。早在 1956 年，杨振宁，李政道，黄克逊等人从统计物理的角度，对弱相互作用的玻色系统进行了相当深入的研究，推广了 Enrico Fermi 在 1936 年提出的赝势方法，导出了粒子间存在硬球势相互作用的非理想气体系统的热力学性质。这一成果是势阱中的碱金属气态 BEC、特别是大散射长度情况下理论研究的基础。如果考虑粒子之间的相互作用，系统哈密顿量将是非线性的，零温近似下相应的非线性薛定谔方程即 G-P 方程(Gross-Pitaevskii equation)为研究该系统提供了有效的工具，这是一个与凝聚态相关的序参量的平均场(mean-field)近似方法，为描述 BEC 相关现象提供了一个简单而直接的等式，这一理论非常适用于描述零温近似下，二体相互作用对稀薄玻色气体的影响。而在低温（非零温）下，Hartree-Fock 近似能准确描述玻色气体的行为[22]；Giorgini 引入了标度参数用于衡量相互作用对玻色气体的影响，并采用 Hartree-Fock 近似研究处于简谐外势中的排斥相互作用玻色气体在低温下的性质。

值得注意的是，相互作用的影响会大大改变低维玻色气体的相变特性；特别是在二维的相互作用玻色气体中会存在 Berezinsky-Kosterlitz-Thouless 转变现象[29,30]。

1.3 三维空间中自由理想玻色气体

考虑束缚在体积为 V 的空间内由 N 个玻色子组成的系统，系统的总粒子数 N 由下式给出：

$$N = \sum_{\varepsilon} \langle n_{\varepsilon} \rangle = \sum_{\varepsilon} \frac{1}{z^{-1} e^{\beta\varepsilon} - 1} \quad (1.1)$$

其中 z 为逸度，它通过下式与化学势 μ 建立联系：

$$z = \exp(\mu/kT) \quad (1.2)$$

对于体积足够大的系统，单粒子的能谱趋于连续。利用系统的能态密度：

$$a(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{V}{h^3} 2\pi(2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon \quad (1.3)$$

可将系统总粒子数(1.1)式的求和用积分替代，此外，由于该积分没有计及处于能级基态即 $\varepsilon = 0$ 的粒子对总粒子数的贡献，必须对处于基态的粒子单独求和。基于上述的考虑，(1.1)式可表示为，

$$N = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{1/2}}{z^{-1} e^{\beta\varepsilon} - 1} + \frac{z}{1-z} = \frac{V}{\lambda^3} g_{3/2}(z) + \frac{z}{1-z} \quad (1.4)$$

其中， λ 为粒子的平均热波长，表示为，

$$\lambda = h / (2\pi mkT)^{1/2} \quad (1.5)$$

$g_{\nu}(z)$ 为玻色—爱因斯坦函数，表示为，

$$g_{\nu}(z) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^{\infty} \frac{x^{\nu-1}}{z^{-1} e^x - 1} dx \quad (0 \leq z < 1, \nu > 0; z = 1, \nu > 1) \quad (1.6)$$

第一项为处于激发态的粒子总数 N_e ，第二项为处于基态的粒子数 N_0 。

(1.2)式定义的逸度 z 的取值范围为 $0 \leq z \leq 1$ ，在 $z \ll 1$ 的区域，(1.4)式的第二项为 $\frac{1}{N}$ 的数量级，完全可以忽略。然而，随着 z 增加不断趋向 1，(1.4)式的第一项将不断减小，而第二项将不断增加，以致于与第一项可以相比拟，对(1.4)式将具有显著影响。借助于黎曼—泽塔函数(Rieman Zeta Function)，激发态的总粒子数受下式限制，

$$N_e \leq \frac{V}{\lambda^3} g_{3/2}(1) = \frac{V}{\lambda^3} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \quad (1.7)$$

如果总粒子数超过了激发态粒子数的限制值，将会有大量的粒子进入基态

($\varepsilon = 0$), 产生这一现象的条件是,

$$N > \frac{V}{\lambda^3} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \quad (1.8)$$

这也就是形成玻色—爱因斯坦凝聚的条件。在给定 N, V 的条件下, 这一条件可改写为:

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi m k_B} \left\{ N / \left[V \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \right] \right\}^{2/3} \quad (1.9)$$

其中 T_c 为形成玻色—爱因斯坦凝聚的转变温度, 当系统温度低于此温度时, 大量粒子转移到最低能级。从物理意义上看, 形成玻色—爱因斯坦凝聚的条件是粒子的德布罗意波长大于粒子间的间距。

当 $T < T_c$ 时, 激发态的粒子占据数 $N_e = V \frac{(2\pi m k_B T)^{3/2}}{h^3} \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$, 基态的粒子占据数为 $N_0 = N - N_e$;

当 $T > T_c$ 时, 基态的粒子占据数 $N_0 \approx 0$, 激发态的粒子占据数

$$N_e = V \frac{(2\pi m k_B T_c)^{3/2}}{h^3} g_{3/2}(z) \approx N \quad (1.10)$$

当 T 从低温向 $T \rightarrow T_c$ 趋近, 则基态粒子占据比例按以下关系变化:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \quad (1.11)$$

逸度 z 与 N, V 的关系由下式确定:

当 $T \leq T_c$, 即 $\frac{V}{N\lambda^3} < 1 / \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$ 时, $z = 1$;

当 $T > T_c$, 即 $\frac{V}{N\lambda^3} \geq 1 / \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$ 时, $g_{3/2}(z) = \frac{N\lambda^3}{V}$ (1.12)

根据统计物理知识, 系统压强为:

$$P = -\frac{k_B T}{V} \sum_{\varepsilon} \ln(1 - z e^{-\beta\varepsilon}) = -\frac{2\pi(2m)^{3/2} k_B T}{h^3} \int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} \ln(1 - z e^{-\beta\varepsilon}) d\varepsilon - \ln(1 - z)$$

当 $T > T_c$ 时, 上式第二项相对第一项为小量, 可以忽略, 因此,

$$P = \frac{2\pi(2m)^{3/2} k_B T}{h^3} \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} \frac{z^i e^{-\beta i \varepsilon}}{i} d\varepsilon = \frac{2\pi(2mk_B T)^{3/2} k_B T}{h^3} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) g_{5/2}(z) = \frac{k_B T}{\lambda^3} g_{5/2}(z)$$

将(1.10)式代入, 可以得到,

$$P = \frac{N}{V} k_B T \frac{g_{5/2}(z)}{g_{3/2}(z)}$$

如果 $T \gg T_c$, 则 $z \ll 1$, $\frac{g_{5/2}(z)}{g_{3/2}(z)} \approx 1$, 可以得到理想气体的状态方程: $PV = Nk_B T$

当 $T \leq T_c$ 时, 容易得到,

$$P = \frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3} (k_B T)^{5/2} \zeta\left(\frac{5}{2}\right)$$

同样, 系统内能表示为:

$$U = \sum_{\varepsilon} \varepsilon n_{\varepsilon} = \sum_{\varepsilon} \frac{\varepsilon}{z^{-1} e^{\beta \varepsilon} - 1} = \frac{3}{2} k_B T \frac{V}{\lambda^3} g_{5/2}(z)$$

当 $T \leq T_c$ 时, $z=1$, 比热 C_v 表示为:

$$\frac{C_v(T < T_c)}{Nk_B} = \frac{1}{Nk_B} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{N,V} = \frac{15}{4} \zeta\left(\frac{5}{2}\right) \frac{V}{N\lambda^3} \quad (1.13)$$

当 $T > T_c$ 时, $0 \leq z < 1$, 比热表示为:

$$\frac{C_v(T > T_c)}{Nk_B} = \frac{15}{4} g_{5/2}(z) \frac{V}{N\lambda^3} + \frac{3}{2} k_B T \frac{V}{\lambda^3} \frac{\partial z}{\partial T} \frac{1}{z} g_{3/2}(z) \quad (1.14)$$

由于系统粒子数守恒, 由(1.4)式得到,

$$\frac{\partial N}{\partial T} = V g_{3/2}(z) \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\lambda^3}\right) + \frac{V}{\lambda^3} \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial T} g_{1/2}(z) = 0, \text{ 推导出 } \frac{\partial z}{\partial T} = -\frac{3}{2zT} g_{3/2}(z) / g_{1/2}(z)$$

将上式代入(1.14), 并利用(1.12)式得到:

$$C_v(T > T_c) = \frac{15}{4} \frac{g_{5/2}(z)}{g_{3/2}(z)} - \frac{9}{4} \frac{g_{3/2}(z)}{g_{1/2}(z)} \quad (1.15)$$

为了对 BEC 有更直观的认识, 利用二分法求解出不同 z 与 $\frac{N\lambda^3}{V}$ 之间的数值关系, 再由 z 结合(1.9)式、(1.13)式以及(1.15)式求解出比热 (C_v/Nk_B) 与 (T/T_c) 之间的数值关系, 并绘制曲线如下:

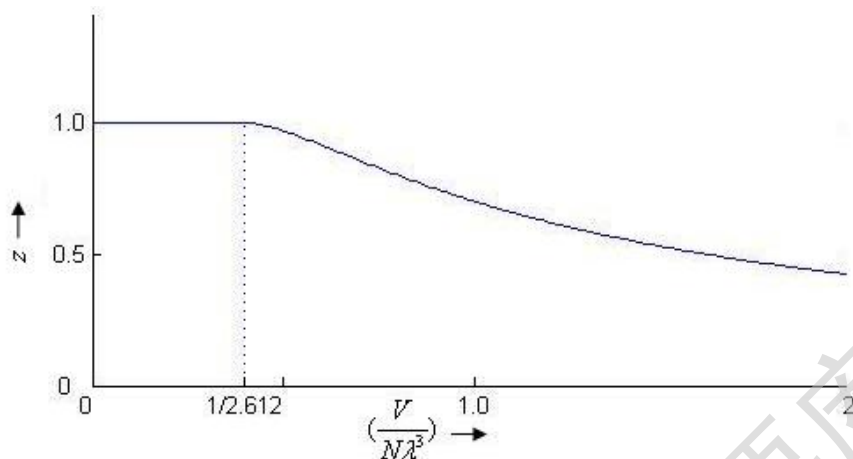


图 1. 逸度 z 随 $\frac{N\lambda^3}{V}$ 变化曲线

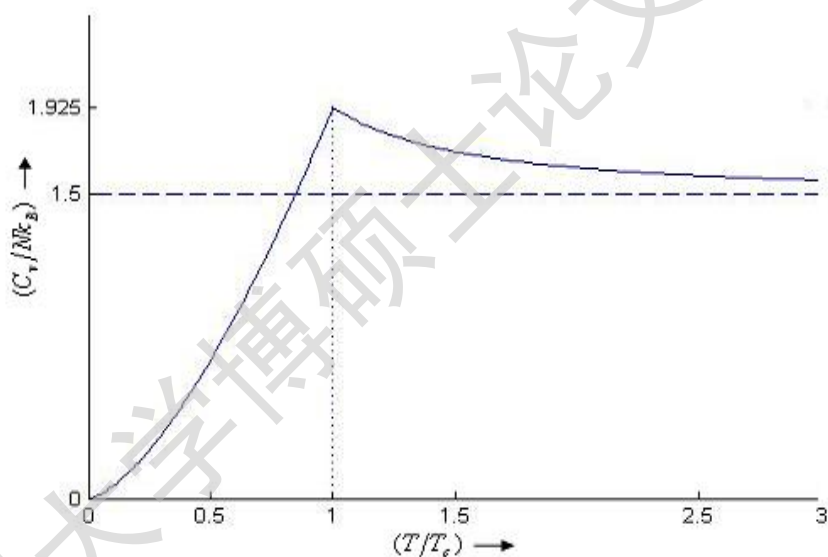


图 2. 比热 (C_v/Nk_B) 随 (T/T_c) 变化曲线

1.4 本论文内容安排

本论文在前人理论基础上对处于任意指数型外势中的玻色气体作进一步探讨。

第二章从能量球体和能量球壳两个不同的角度重新推导了外势中理想玻色气体及相互作用玻色气体的能态密度，从统计物理的基本理论出发，详细计算了外势中理想玻色气体的比热、总粒子数、转变温度、总能量等；分析了有限粒子

数对产生BEC条件的影响。并采用数值方法绘制出比热随温度变化的曲线。此外针对外势中的相互作用玻色气体讨论相互作用对处于任意指数型外势中的玻色系统的总粒子数、转变温度的影响。

第三章根据Hartree-Fock近似理论, 计算外势中相互作用玻色气体在低温下的化学势, 得到了化学势与温度相互关系的清晰表示式。结果表明, 本文得到的化学势与温度关系修正了现有的解析结果, 特别是在转变温度附近, 这种修正效果特别明显。

第四章对全文做一个简要总结, 并提出对今后进一步研究的方向的思考。

参考文献

- [1] R K Pathria. Statistical Mechanics[M].OxFord:Butterworth-Heinemann,1996
- [2] M H Anderson, J R Ensher, M R Mathews, et al. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. Science,1995,**269**:198-201
- [3] K B Davis, M O Mewes, M R Andrews, et al. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. Phys Rev Lett.,1995,**75**:3969-3973
- [4] C C Bradley, C A Sackett, R G Hulet, et al. Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number[J]. Phys.Rev.Lett,1995,**78**:985-989
- [5] C C Bradley, C A Sackett, J J Tollett, et al. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions[J]. Phys.Rev.Lett,1995,**75**:1687-1690
- [6] S L Cornish, N R Claussen, J L Roberts, et al. Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions[J]. Phys.Rev.Lett,2000,**85**:1795-1798
- [7] G Modugno, G Ferrari, G Roati, et al. Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms [J]. Science,2001,**294**:1320-1322;
- [8] T Weber, J Herbig, M Mark, et al. Bose-Einstein Condensation of Cesium[J], Science, 2003,**299**:232-235
- [9] D G Fried, T C Killian, L Willmann, et al. Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen[J]. Phys. Rev. Lett.,1998,**81**:3811-3814
- [10] A Robert, O Sirjean, A Browaeys, et al. Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms[J]. Science,2001,**292**:461-464

- [11] F Pereira Dos Santos, J Leonard, Junmin Wang, et al. Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium[J]. Phys. Rev. Lett.,2001,**86**:3459-3462
- [12] Y Takasu, K Maki, K Komori, et al. Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms[J]. Phys. Rev. Lett.,2003,**91**:040404
- [13] S R Granade, M E Gehm, K M O'Hara, et al. All-Optical Production of a Degenerate Fermi Gas[J]. Phys. Rev. Lett.,2002,**88**:120405
- [14] V Bagnato, D E Pritchard, D Kleppner, et al. Bose-Einstein Condensation in an external potential[J]. Phys. Rev. A,1987,**35(10)**:4354-4358
- [15] S Grossmann, M Holthaus. On Bose-Einstein condensation in harmonic traps[J]. Physics Letters A,1995,**208**:188-192
- [16] K Kirsten, D J Toms, et al. Bose-Einstein condensation of atomic gases in a general harmonic-oscillator confining potential trap[J]. Phys.Rev.A,1996, **54**:4188-4203
- [17] M Li, L Chen, J Chen, et al. Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in any-dimensional space[J]. Phys. Rev. A,1999, **60**:4168-4170
- [18] W Ketterle, N J van Druten. Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions[J]. Phys. Rev. A, 1996, **54**:656-660
- [19] W J Mullin. Bose-Einstein condensation in a harmonic potential[J]. J. Low Temp. Phys., 1997, **106**:5-6
- [20] M Li, L Chen, C Chen, et al. Density of states of particles in a generic power-law potential in any dimensional space[J]. Phys. Rev. A,1999,**59**:3109-3111
- [21] W Petrich, M H Anderson, J R Ensher, et al. Stable Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms[J]. Phys Rev Lett.,1995,**74**:3352-3355
- [22] D A Huse, E D Siggia. The Density Distribution of a Weakly Interacting Bose Gas in an External Potential[J]. J. Low Temp. Phys.,1982,**46**:137-149
- [23] S Giorgini, L P Pitaevskii, S Stringari. Scaling and Thermodynamics of a Trapped Bose-Condensed Gas[J]. Phys.Rev.Lett.,1997,**78**:3987-3990
- [24] F Dalfovo, S Giorgini. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases[J]. Rev. Mod. Phys.,1999,**71**:463-51
- [25] P C Hohenberg. Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions[J]. Phys. Rev.,1967,**158**:383 - 386

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库