

学校编码：10384

分类号\_\_\_\_\_密级\_\_\_\_\_

学号：27720070153890

UDC\_\_\_\_\_

厦门大学

博士 学位 论文

**基于Wishart自回归过程的多元随机波动模型及其在金融中的应用**

**Multivariate Stochastic Volatility Models Based on Wishart Autoregressive Process with an Application in Finance**

刘 长 江

指导教师姓名：洪永森

专业名称：金融学

论文提交日期：2011年3月21日

论文答辩时间：2011年3月21日

学位授予日期：2011年3月21日

答辩委员会主席：\_\_\_\_\_

评 阅 人：\_\_\_\_\_

2011 年 月

厦门大学博硕士论文摘要库

## 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为( )课题(组)的研究成果,获得( )课题(组)经费或实验室的资助,在( )实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年   月   日

厦门大学博硕士论文摘要库

## 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

- ( ) 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。  
( ) 2. 不保密，适用上述授权。

(请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。)

声明人(签名)：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

## 摘要

波动是金融市场的内在特征，无时不在，无处不在。相关的实证研究也发现，时变波动率、波动聚类、“杠杆效应”等是金融市场的“典型事实”。在多个金融资产或者市场的背景下研究波动，可以考察不同资产或者市场之间的波动溢出效应，揭示不同资产或者市场之间的动态相关关系。研究波动对于揭示金融市场的运行规律，指导市场参与者的投资决策具有重要意义。另一方面，在各种宏观和金融模型中考虑时变波动，可以丰富和完善模型设定，提高模型刻画现实世界的能力。

不同金融资产、市场之间的时变相关性和波动溢出效应对资产配置和风险管理至关重要。多元GARCH模型和多元随机波动（MSV）模型可以有效地刻画时变相关性和波动溢出效应。[Philipov和Glickman \(2006b\)](#)和[Gourioux等 \(2009\)](#)对Wishart分布进行动态扩充，用来描述多元收益率波动序列之间的动态变化。这种建模方法自然保证了波动矩阵的正定性，在减少模型参数的同时并没有削弱模型的表达能力。但是，鉴于波动率不可观察的客观事实，对Wishart分布进行动态扩充所产生的复杂的条件概率密度函数使得此类模型往往难以估计，常规的计量方法不再适用。针对上述问题，本文从两个方面进行讨论，1) 如何对现有基于Wishart自回归过程的多元随机波动模型进行参数估计，尤其是波动率未知的情况下；2) 如何在保持Wishart分布既有特征的基础上构建具有一定表达能力而又易于估计的多元波动过程。其中，第二、三章主要讨论如何对基于Wishart自回归过程的多元随机波动模型进行有效的参数估计，第四章是该模型在股市相关性分析中的经验应用。第五章主要讨论构建新的多元波动过程。具体而言，本文主要做了以下工作：

- 利用非中心Wishart分布的定义，基于1阶Wishart自回归过程的等价表达方式，提出了完整的参数估计方法。该方法可在波动率未知的情形下对模型中的所有参数进行估计。
- 该参数估计方法首先在给定自由度参数时使用马尔科夫链蒙特卡洛（MCMC）方法估计模型中其他参数，然后使用粒子滤波（particle filter）来计算后验模型概率从而确定自由度参数。
- 计算后验模型概率时，通过对MCMC参数估计时所生成随机样本的复用来构造高效的粒子滤波随机生成函数，有效地提高了后验模型概率的估计精度。

- 基于等价模型表达方式，提出一种给定自由度参数时的模拟最大似然估计（SMLE）方法。该方法使用期望条件最大化（expectation conditional maximization, ECM）算法最大化可观察变量的边际似然函数，使用马尔科夫链蒙特卡洛（MCMC）方法抽取随机数据。
- 使用抽样调整（schedule）策略和平均化（averaging）策略提高估计精度，降低运算的时间复杂度。模拟估计结果证实了策略的有效性。
- 使用基于Wishart自回归过程的多元随机波动模型来研究中美股市之间的动态相关性。
- 提出条件中心Wishart自回归过程的概念。该过程保持了Wishart分布的良好特性，并可描述相当广泛的序列相关模式。

本文针对基于Wishart自回归过程的多元随机波动模型<sup>①</sup>所提出的参数估计方法为该过程在以利率期限结构模型、衍生品定价模型和具有时变波动率的动态一般均衡模型为代表的金融和宏观模型中的广泛应用创造了条件；同时，本文所提出的条件中心Wishart自回归过程也为丰富和改善上述模型设定提供了新的选择。这些都是本文后续研究的重要内容。

**关键词：**多元随机波动， Wishart自回归过程， 蒙特卡洛方法

---

<sup>①</sup>为了描述的简洁，“基于Wishart自回归过程的多元随机波动模型”在本文中有时也表示为“Wishart自回归随机波动模型”，或者简称为WAR-MSV模型。该简称在后面章节极为常见，敬请注意。

## Abstract

Volatility is the intrinsic characteristics of the financial markets. Just as empirical studies have shown, time-varying volatility, volatility cluster and “leverage effect” are the stylized facts of financial markets. Moreover, incorporating time-varying volatility in macroeconomic and financial models can refine the model specification, improve the model’s forecast ability, and reinforce the empirical performance of the model. Exploring the impact of time-varying volatility within the dynamic stochastic general equilibrium framework in macroeconomics, as well as derivatives pricing model and interest term structure model in financial economics, is becoming more and more popular. The processes in those field is exciting and encouraging.

Multivariate volatility model is just a multidimensional extension of univariate volatility model, which can investigate the volatility spillover effect and dynamic correlation between more than one assets and markets simultaneously. And it is well known that the knowledge of volatility spillover effect and dynamic correlation between different assets and markets is critical to understand the financial markets thoroughly, and beneficial for market participants to make investment decisions more correctly, allocate assets more efficiently, and manage risk more effectively.

Time-varying correlation and volatility spillover effect between different financial assets and markets are usually discussed with multivariate GARCH model and multivariate stochastic volatility Model. [Gouriéroux等 \(2009\)](#) characterize the dynamics of volatility with (non-central) Wishart distribution, which naturally guarantees the positive definite of volatility matrix, reduces the number of model parameters without the loss of flexibility.

However, it is difficult to estimate the model parameters owing to the complex probability density function arising from the dynamic expansion of Wishart distribution, which includes multidimensional Gamma function and hypergeometric function, especially when volatility is unavailable. Actually unobservable volatility is the rule rather than the exception. The conventional estimation methods such as MLE and GMM are not applicable anymore. This paper is to answer the following two questions: 1) how to efficiently estimate the multivariate stochastic volatility model with Wishart distribution, especially when volatility is unavailable. 2) how to characterize the dynamic behaviors of volatility in a simply flexible way, while maintaining the excellent properties of Wishart distribution. Chapter two, three and four are to discuss the estimation method and empirical application of multivariate stochastic volatility model

with Wishart distribution, while chapter five is to discuss new theoretic approach to characterize the dynamics of volatility. Generally, the contribution of this paper includes:

- Based on the equivalence between first order Wishart autoregressive process and non-center Wishart distribution, an equivalent model representation is proposed, which effectively avoids obstacles in parameter estimation owing to the complicated conditional probability density function of Wishart autoregressive process.
- Based on the equivalent model representation, a complete estimation method is discussed, which estimate the parameters in two steps: given the degree of freedom, the rest of parameters are estimated with a Markov chain Monte Carlo method, and then the degree of freedom is determined through the comparison of model posterior probability. The method still works even when volatility is unobservable and unavailable.
- Model posterior probability is computed with particle filter, and the sample data generated by MCMC method is reused to select a more efficient and accurate random generating function.
- Given the degree of freedom, a simulated maximum likelihood estimation method based on the equivalent model representation is proposed, which maximizes the marginal likelihood function of observable variables with ECM (expectation conditional maximization) algorithm, and take random draws from the conditional distribution with Markov chain Monte Carlo method.
- Sampling schedule scheme and average strategy is used to make the estimation more accurately and efficiently, the effectiveness of which is confirmed by the simulation exercise.
- The dynamic correlation between China and U.S. stock market is first empirically analyzed with multivariate stochastic volatility model with Wishart distribution.
- The concept of conditional center Wishart autoregressive process is first used, which is simply flexible, covering a wide spectrum of serial dependence patterns without loss of the good properties of Wishart distribution.

The method proposed in this paper makes the estimation of multivariate stochastic volatility model with Wishart autoregressive process not problematic anymore, which is favorable to embed the process in financial and macroeconomic models such as interest term structure model, option pricing model, and dynamic stochastic general equilibrium model. Meanwhile, the conditional center Wishart autoregressive process provides an

alternative to make more realistic model specification with time-varying volatility. Both are important works in the future.

**Key Words:** Stochastic Volatility, Wishart Autoregressive Process, Monte Carlo Method

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

# 目 录

<b>摘要</b> .....	I
<b>Abstract</b> .....	III
<b>目 录</b> .....	XIII
<b>表格目录</b> .....	XIII
<b>插图目录</b> .....	XIV
<b>第一章 绪论</b> .....	1
<b>1.1 引言</b> .....	1
<b>1.2 研究背景与意义</b> .....	2
1.2.1 研究背景 .....	2
1.2.2 研究意义 .....	4
<b>1.3 文献综述</b> .....	8
1.3.1 自回归条件异方差模型.....	8
1.3.2 随机波动模型 .....	11
<b>1.4 研究思路及主要创新</b> .....	16
1.4.1 拟解决的关键问题 .....	16
1.4.2 研究思路 .....	18
1.4.3 主要创新 .....	21

<b>1.5 全文结构安排</b>	<b>21</b>
<b>1.6 基础知识</b>	<b>23</b>
1.6.1 贝叶斯计量	23
<b>第二章 Wishart自回归随机波动模型的贝叶斯估计</b>	<b>25</b>
2.1 简介	25
2.2 相关文献	26
2.3 理论模型	29
2.3.1 非中心Wishart 分布	29
2.3.2 1阶Wishart自回归过程和非中心Wishart分布的等价性	30
2.3.3 Wishart自回归随机波动模型	31
2.4 贝叶斯估计方法	32
2.4.1 马尔科夫链蒙特卡洛（MCMC）估计参数	34
2.4.2 模型比较：自由度的确定	35
2.4.3 参数的先验分布	39
2.5 模拟和估计结果	40
2.5.1 模拟数据	40
2.5.2 马尔科夫链蒙特卡洛（MCMC）估计结果	42
2.5.3 模型比较结果	44
2.5.4 模型简洁性的影响	46
2.6 结论	47

<b>2.7 附录 .....</b>	<b>48</b>
2.7.1 表达方式等价性的证明.....	48
2.7.2 Gibbs抽样法的推导 .....	49
2.7.3 不同先验分布时的Gibbs抽样法 .....	52
<b>第三章 Wishart自回归随机波动模型的模拟最大似然估计 .....</b>	<b>55</b>
<b>    3.1 简介 .....</b>	<b>55</b>
<b>    3.2 参考文献.....</b>	<b>55</b>
3.2.1 模拟最大似然估计 .....	56
3.2.2 EM算法 .....	57
<b>    3.3 模拟最大似然估计（SMLE） .....</b>	<b>58</b>
3.3.1 ECM算法.....	58
3.3.2 改进策略：抽样调整和平均化 .....	60
<b>    3.4 模拟和估计结果 .....</b>	<b>60</b>
3.4.1 1维模拟数据及估计结果 .....	61
3.4.2 2维模拟数据及估计结果 .....	63
<b>    3.5 结论 .....</b>	<b>63</b>
<b>    3.6 附录 .....</b>	<b>73</b>
<b>第四章 中美股市动态相关性分析：基于Wishart自回归过程 .....</b>	<b>77</b>
<b>    4.1 简介 .....</b>	<b>77</b>
<b>    4.2 相关文献.....</b>	<b>78</b>

<b>4.3 数据, 平稳性检验和ARCH效应检验 .....</b>	<b>79</b>
4.3.1 数据和描述性统计 .....	79
4.3.2 平稳性检验.....	79
4.3.3 ARCH效应检验 .....	79
<b>4.4 向量自回归分析与Granger因果性检验 .....</b>	<b>81</b>
<b>4.5 多元波动模型.....</b>	<b>82</b>
4.5.1 多元GARCH模型.....	83
4.5.2 Wishart自回归随机波动模型 .....	84
4.5.3 模型估计结果的比较 .....	87
4.5.4 模型的预测.....	88
<b>4.6 结论 .....</b>	<b>90</b>
<b>第五章 条件中心Wishart自回归过程及其估计 .....</b>	<b>95</b>
<b>5.1 简介 .....</b>	<b>95</b>
<b>5.2 相关文献.....</b>	<b>95</b>
<b>5.3 条件中心Wishart自回归过程 .....</b>	<b>97</b>
5.3.1 $p$ 阶条件中心Wishart自回归过程.....	97
5.3.2 1阶条件中心Wishart自回归过程.....	99
5.3.3 参数估计方法 .....	101
<b>5.4 模拟与估计结果 .....</b>	<b>101</b>
5.4.1 模拟数据 .....	101
5.4.2 估计结果 .....	101

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库