学校编码：10384　　　　分类号______密级______
学号：19020061151759　　　　UDC______

厦门大学

硕 士 学 位 论 文

商业银行贷款定价的期权博弈分析

Game Theory Analysis of Options on Commercial Bank Lending's Pricing

马　杰

指导教师姓名：李时银副教授

专 业 名 称： 概率论与数理统计

论文提交日期：2009 年5 月

论文答辩时间：2009 年　月

学位授予日期：2009 年　月

答辩委员会主席：

评 阅 人：

2009 年　月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行)》。

另外,该学位论文为(   )课题(组）的研究成果，获得（   ）课题（组）经费或实验室的资助，在（   ）实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。)

声明人（签名）:

年　月　日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（　　）1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于　　年　　月　　日解密，解密后适用上述授权。

（　　）2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

目 录

Contents

摘 要

期权博弈方法结合了期权定价和博弈论两者各自的理论优势，帮助我们分析在连续时间和不确定性下的动态多人决策问题，其实质是把局中人与未定权益相关联的支付函数值用期权定价技术确定，在局中人顺序行动的情形下求解动态博弈。期权博弈分析以期权价值最大化，代替了博弈模型中常见的期望效用最大化，这种最大化给出了局中人支付的无套利价值，因而可以看成是期望效用的一个替代。与期望效用方法相比，期权定价方法的优势在于它自动考虑了货币的时间价值和风险的价格。这种方法在分析中非常有用，因为不确定性下的复杂决策问题可以通过把经典的最优化应用到期权价值上而得到解决，因而这种方法也就经常被简化为寻找最大化或最小化的一阶条件。

目前，在金融决策文献中，还很少有人尝试把博弈论这种研究策略性环境中经济主体的互动决策问题的工具整合到连续时间的金融决策框架中。本文拟将期权博弈的分析框架应用于商业银行贷款定价问题的研究上，这主要因为银行产品和许多银行决策问题都或多或少带有“或有索求权”的特征，同时，商业银行中也充满了风险和不确定性，这就为基于连续时间金融框架的期权博弈理论在银行领域中的应用提供了可能。本文运用此方法着重分析了商业银行贷款定价问题，具体内容如下：

第一章预备知识，介绍期权定价理论与博弈论相关知识；

第二章将期权定价理论与博弈论结合起来，给出期权博弈理论方法的阐述，并举例说明期权博弈理论的具体应用；

第三章简单介绍商业银行贷款定价的发展，在假设贷款企业寿命无限的情况下尝试运用期权博弈理论来为商业银行贷款定价；

第四章将第三章的模型推广，在假设贷款企业的寿命有限的情况下来分析商业银行贷款定价，这样做更具有一般性；

第五章对模型做出了一些定量分析，使得模型更具有实际指导意义。

第六章总结全文。

关键词：期权博弈；商业银行；贷款定价

Abstract

Combining the respective theoretical advantages of both option pricing theory and game theory, option game approach focuses on analyzing the dynamic multi-person decision making problems in continuous time and under uncertainty. In essence, this approach uses the option pricing technique to determine the value of players' payoffs related to contingent claims, and to solve the dynamic game in the sequence of players' moves. Option game approach replace the maximization of expected utility encountered in classic game theory models with the maximization of the value of an option, which gives the arbitrage-free value of the payoffs to the player and can therefore be considered as a proxy for expected utility. Over the expected-utility approach, the option-pricing approach has the advantages that it automatically takes the time value of money and the price of risk into account. This approach is very useful in the analysis in that complex decision problems under uncertainty can be solved by applying classical optimization procedures (minimization and maximization) to the value of the option. The analysis then often boils down to finding a first-order condition for a maximum or minimum.

At the moment, in financial decision literature virtually no attempt has been made to integrate game theory aspects, i.e. strategic financial decision of the agents, into the continuous time framework. In this master's dissertation, the author attempts to apply the option game analysis framework to the study of commercial bank, this is mostly because bank products and many bank decision making problems are characteristic of "contingents claims" more or less. At the same time, commercial bank is full of risk and uncertainty, which provides the opportunity of application of option game theory based on framework of continuous-time finance to bank field. Using such method, this dissertation focuses on the analyses of commercial bank lending's pricing. This article is organized as follows:

In the first chapter, we introduce the pricing of Option and Game theory, In

the second chapter, we combine the pricing of Option with Game theory, and we discuss the Game Theory Analysis of Options. Then we give some examples to show how to apply Game Theory Analysis of Options into practice. In the third chapter, we firstly introduce the development of Commercial Bank Lending's Pricing, then we try to price Commercial Bank Lending by Game Theory Analysis of Options under the assumption that the firm will run forever. In the fourth chapter, we generalize the model discussed in the third chapter, with the assumption that the firm will run in a finite time. In the fifth chapter, we carry out quantitative analysis toward the model, in order to make it meaningful.

Finally, we make a summarization of this article.

Key Words: Game Theory Analysis of Options；Commercial Bank；Lending's Pricing

第一章 预备知识

第一节 期权定价理论及方法

§1. 期权的基本概念

自从 20 世纪70 年代以来，国际金融市场发生了以金融衍生证券的创新和交易为标志的革命。衍生证券(derivative security)又称为衍生金融工具，它的价值依赖于其他更基本的标的证券（underlying security）的价值。标的证券可以是能进行交易的股票、债券、商品或股票指数等等。最常见的衍生证券是期货（futures）和期权(options)。期货（合同）是两个经济法人签定的买卖资产的协议（以期货交易所为中介），而期权（合同）则给予合同的持有者（俗称多头）在一定的时间，以事先确定的价格，从对方那里（俗称空头）买进或卖出某种确定资产的权利（但可以放弃此权利或者说不负有义务）。期权可以分为两种基本类型：买入期权和卖出期权。买入期权（call option）的多头有权买入某种确定资产，卖出期权（put option）的多头有权卖出某种资产。资产价格上涨时，超过事先确定的价格，买入期权的多头以事先确定的价格买入资产就会有收益，故有时又把买入期权称为看涨期权。资产价格下跌时，低于事先确定的价格，卖出期权的多头以事先确定的价格卖出资产就会有收益，故有时又把卖出期权称为看跌期权。欧式期权的持有者只能在合同规定的某一确定的到期日（expiry date）以确定的价格（称为执行价，exercise price）或敲定价（strike price）买卖某种确定资产，而美式期权的持有者则可以自行决定在未来某一段时间范围内某一时间以确定的价格买卖标的资产。期权合同的出售方（空头）承担着执行合约的义务，当合同的持有者（多头）选择买入或卖出资产时，出售方必须卖出或买入资产。因此参与期权交易的投资者分为四种类型或称为四种寸头：1 买入期权的多头、2 卖出期权的多头、3 买入期权的空头、4 卖出期权的空头。

设期权合约依赖的标的资产的价格为 S_t，在 $t(0 \le t \le T)$ 时签合约，T为合约到期日，执行价为K，则欧式期权在到期日合约多头的收益（支付）函数为：$C_T = \max\{\omega(S_T - K), 0\}$ 其中 $\omega \in \{-1,1\}$，$\omega = 1$ 对应于买入（看涨）期权，$\omega = -1$ 对应于卖出（看跌）期权。对于美式期权的多头的收益函数就比较复杂了，由于多头具有很大的灵活性和选择性，在合约的生命期内追求期权的最大价值，在

$t(0 \le t \le T)$ 时签合约，T为合约到期日，则美式期权的收益函数

$C_\tau = \max_{t \le \tau \le T}\{\omega(S_T - K), 0\}$，其中 $\omega \in \{-1,1\}$，$\omega = 1$ 对应于买入（看涨）期权，$\omega = -1$ 对应于卖出（看跌）期权。

§2.Black-scholes 期权定价模型假设

期权定价方面最经典文献之一是 Black 和Scholes 于1973 年在Journal of Political Economy 上发表的题为“The Pricing of Options and Corporate Liablities”一文。该文提出了我们现在熟知的著名的B-S 期权定价公式。同年，Merton 发表了“Theory of Rational Option Pricing ”,在若干方面做了重要推广，使期权定价理论取得了突破性的进展。因此，B-S 又被称为B-S-M 模型。在B-S-M 模型的一系列的假设下，可以推导出期权价格变化的随机微分方程，即期权价值方程（又称B-S 方程）。由于它与物理学中的热传导过程的微分方程的形式类似，而后者的解已由物理学家给出。因此，Black 和Scholes 很快就找到了上述方程的解析解。我们首先看看模型的假设条件。

Black-scholes 期权定价模型的七个假设条件如下：

（1） 期权标的资产为风险资产（在Black-scholes 期权定价模型中为股票）当前时刻市场价格为 S_t。S_t 遵循几何布朗运动，即 $dS_t = \mu S_t d_t + \sigma S_t dz_t$

其中：dS_t 为股票价格瞬时变化值；d_t 为极短瞬间的时间变化值；dz_t 为均值为零，方差为 d_t 的无穷小的随机变化值（$dz_t = \varepsilon\sqrt{d_t}$，称为标准布朗运动，$\varepsilon$ 代表从标准正态分布中取的一个随机值）；μ 为股票价格在单位时间内的期望收益率（以连续复利表示）；σ 则是股票价格的波动率，即证券收益率在单位时间内的标准差。μ 和 σ 都是已知的。简单地分析几何布朗运动，意味着股票价格在短时期内的变动（即收益）来源于两个方面：一是单位时间内已知的一个收益率变化 μ，被称为漂移率，可以被看成一个总体的变化趋势；二是随机波动项，即 σdz_t，可以看作随机波动使得股票价格变动偏离总体趋势的部分。

（2） 在期权有效期内，标的资产没有现金收益支付。

综合假设条件1 和2，意味着标的资产价格的变动是连续而均匀的，不存在突然的跳跃。

（**3**） 没有交易费用和税收，不考虑保证金问题，即不存在影响收益的任何外部因素。

综合假设条件2 和3，意味着投资者的收益仅来源于价格的变动，而没有其他影响因素。

（**4**） 该标的资产可以被自由地买卖，即允许卖空，且所有证券都是完全可分的。

（**5**） 在期权有效期内，无风险利率为r为常数，投资者可以此利率无限制地进行借贷。

（**6**） 资产是完全可分割的。

（**7**） 不存在无风险套利机会。

§3.Black-scholes 期权定价公式

假设在时刻t的资产价格S_t的变化遵循几何布朗运动

$$dS_t = \mu S_t d_t + \sigma S_t dz_t \qquad (1.1.1)$$

其中：μ是期望收益率即漂移率，σ是波动率，dz_t是标准Wiener过程。μ和 σ都假定是常数。

构造一个包含一单位欧式买入期权的空头和Δ单位标的资产多头的组合，该组合的价值用π表示：

$$\pi = -c + \Delta \bullet S_t \qquad (1.1.2)$$

这里$c = c(S_t, t)$表示买入期权价格，买入期权价格是资产价格S_t和时间t的函数。这里的$\Delta \bullet S_t$是指Δ乘以S_t，不是S_t的无穷小改变量。因为c和π都是随机过程，我们应用Iτo定理计算他们的微分得：

$$dc = \frac{\partial c}{\partial t} dt + \frac{\partial c}{\partial S} dS_t + \frac{\sigma^2}{2} {S_t}^2 \frac{\partial^2 c}{\partial {S_t}^2} dt \qquad (1.1.3)$$

$$d\pi = -dc + \Delta \bullet S_t$$
$$= (-\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\sigma^2}{2} S_t{}^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S_t{}^2})dt + (\Delta - \frac{\partial c}{\partial S_t}) \qquad (1.1.4)$$
$$= [-\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\sigma^2}{2} S_t{}^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S_t{}^2} + (\Delta - \frac{\partial c}{\partial S_t})\mu S_t]dt + (\Delta - \frac{\partial c}{\partial S_t})\sigma S_t dz_t$$

由上面的式子可以看到组合的随机部分体现在最后一项$(\Delta - \frac{\partial c}{\partial S_t})\sigma S_t dz_t$中。

如果我们选择$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S_t}$那么组合成为无风险套期保值的（注意$\frac{\partial c}{\partial S_t}$随时间连续的变化）。在均衡状态，上面的套期保值组合必然获取无风险利率。否则，假设套期保值组合获取高于无风险利率的效益，那么借尽可能多的钱来购买此套期保值组合将获得无风险的套利收益。令$d\pi = r\pi dt$我们有

$$d\pi = (-\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\sigma^2}{2} S_t{}^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S_t{}^2})dt = r\pi dt = r(-c + S_t \frac{\partial c}{\partial S_t})dt \qquad (1.1.5)$$

整理得：

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S_t{}^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S_t{}^2} + rS_t \frac{\partial c}{\partial S_t} - rc = 0 \qquad (1.1.6)$$

公式（1.1.6）就是Black-Scholes 的偏微分方程式。解出（1.1.6）的答案$c(S_t, t)$即是衍生产品的定价模型。但（1.1.6）只有在设定某一边界条件（Boundary Conditions）下，才有唯一的解答。边界条件代表衍生产品在到期时的现金流量（ the Final Payoff ）。就欧式买权而言， 其到期现金流量为$c_T = \max(S_T - K, 0)$，而欧式卖权则是$p_T = \max(K - S_T, 0)$，由不同衍生产品的到期现金流量作为边界条件，而解出偏微分方程（1.1.6）的答案即是该衍生产品的定价公式。

通过求解带边界条件的偏微分方程（1.1.6）我们得到了欧式买权的定价公式：

$$c_t = S_t N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2) \qquad (1.1.7)$$

其中$d_1 = \frac{\ln\frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$，N(d):标准正态分布下小于d 的累积概率，其值介于0 和1 之间。

该模型的主要魅力在于其公式中除波动率σ之外，其他都是“可观测”的变量。由看涨一看跌平价关系：

$$c-p=S_t-Ke^{-r(T-t)} \tag{1.1.8}$$

可以得到欧式看跌期权的定价公式：

$$p_t=Ke^{-r(T-t)}N(-d_2)-S_tN(-d_1) \tag{1.1.9}$$

对于资产以常数比例支付连续红利时的欧式买入期权价格公式，只需对公式做简单的修正即可。用q表示连续的红利率，即持有者在区间dt内收到的红利为qS_tdt，其中S_t是资产价格。因为资产价格下降与红利相等的量，故在几何布朗运动基础上的资产价格动态方程可以写为：

$$\frac{dS_t}{S_t}=(\mu-q)dt+\sigma dz_t \tag{1.1.10}$$

由上面方程可以得到，标的资产S_t以比率q分红时的欧式买入期权与不分红的资产价格为$S_te^{-q(T-t)}$的欧式买入期权的价格相同。因此以比率q分红的欧式买入期权的价格公式为

$$c_t=S_te^{-q(T-t)}N(\hat{d}_1)-Ke^{-r(T-t)}N(\hat{d}_2) \tag{1.1.11}$$

其中$\hat{d}_1=\dfrac{\ln\dfrac{S_t}{K}+(r-q+\dfrac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},\hat{d}_2=\hat{d}_1-\sigma\sqrt{T-t}$　　(1.1.12)

对应的欧式卖出期权的价格公式为：

$$p_t=Ke^{-r(T-t)}N(-\hat{d}_2)-S_te^{-q(T-t)}N(-\hat{d}_1) \tag{1.1.13}$$

第二节 博弈理论简介

§1. 博弈论产生及其发展

博弈论，英文为(game theory)，是研究决策主体的行为发生直接相互作用时候的决策以及这种决策的均衡问题的一门学科。

传统的微观经济学谈到个人的决策，就是在给定一个价格参数和收入的条件下，最大化他的效用；在这里个人效用函数只依赖于他自己的选择，而不依赖于其他人的选择；个人最优选择只是价格和收入的函数而不是其他人选择的函数。

这里，经济作为一个整体，人与人之间的选择是相互作用的，但是对于单个人来讲，所有其他人的行为都被总结在一个参数里，这个参数就是价格。这样，一个人作出决策时他面临的似乎是一个非人格化的东西，而不是面临着另一个人、另外一个决策主体。他既不考虑自己的选择对别人选择的影响，也不考虑别人的选择对自己选择的影响。与此相对照，在博弈论里，个人效用函数不仅依赖于他自己的选择，而且也依赖于他人的选择；个人最优选择是其他人选择的函数。

博弈论起初是由美国数学家冯·诺伊曼(John Von Neumann) 与摩根斯坦恩(Oskar Morgenstern)在1944年出版的《博弈论与经济行为》一书中提出，主要概括了经济主体的典型行为特征，提出了策略型与广义型等基本的对策模型、解的概念和分析方法，构建了博弈论的理论框架。1950－1954 年，美国数学家、统计学家纳什（Nash ,J. F.）接连发表多篇论述博弈论的文章，奠定了现代博弈论学科体系的基础，纳什对非合作游戏做了规定，明确提出“纳什均衡”这一概念，明示了博弈论与经济均衡的内在联系，抓住了博弈论研究的关键，使得后续的理论研究主线围绕这一核心问题展开。这个时期的博弈论研究主要集中在对静态博弈模型的研究。1965年，泽尔滕(R. Seleten)认识到静态模型的局限，率先开辟了动态对策模型的研究，给出了多步对策和子对策完美均衡的概念，探讨了有关问题，发展了倒推归纳法等分析方法。1967年－1968年，海萨尼(J.C.Harsanyi,1967)开创了不完全信息对策研究的新领地，他首先提出贝叶斯－纳什均衡（Bayesian-Nash equilibrium），初步运用随机分析方法解决信息不完全和不对称问题。鉴于纳什、泽尔腾、海萨尼三人在博弈论及其应用方面的突出贡献，1994年，诺贝尔经济学奖授予了他们。近几十年来，在完善和发展博弈理论的同时，西方学者开始更深入地探讨其实际应用的可能性。

§2. 博弈论对经济学发展的意义

我们可以从如下几个方面来分析博弈论对经济学发展的意义和作用

一 、从分析方法上看，“博弈论”在经济分析中的应用,改变了传统经济分析的那种以个人孤立决策(其他经济活动者的行为影响则被典型地简化为价格信号）为基础的分析方法，而侧重于经济活动中多个利益主体的行为所产生的相互作用和影响的分析，从而使经济分析更能反映经济系统的本质。

二、 博弈论突出了经济分析中理性人的地位。理性人假设是新古典经济学

的重要基础，新古典经济学的整个理论大厦，可以说就是建立在理性人这个基础之上的。博弈论方法要通过把集体理性(合作)建立在个人理性的基础上，来解开个人理性与集体理性的矛盾。而且博弈论的基本“解概念”，不论Von Neumann 和Morgenstern的“最小最大解”，还是后来的“纳什均衡”及其精化，都是以个人理性为基础的。但是，在现实中，个人的非理性行为是客观存在的，即使就坚持个人理性的博弈理论家而言，他们也不否认理性人“偶尔”也会犯错误，理性人在进行理性选择时，他们的手也会“颤抖”。因此，经济分析中应对个人的行为有一个正确的假定，应同时考虑个人的理性倾向和非理性倾向，应注意到个人理性所受到的限制，深刻分析限制个人理性的各种因素，以寻求拓展人类理性的具体途径。在这个意义上,我们赞同理性分析和非理性分析的综合运用，而不主张二者的绝对对立和互相排斥。在这一点上，博弈论强调通过学习过程扩展个人理性的态度是积极的。

三、 博弈论应用于经济分析，拓展了经济学的研究领域。比如博弈论的引入，创造了适宜于寡头垄断分析的方法，拓展了市场结构分析的范围，极大地推动了产业组织理论的发展。

§3.博弈论的基本概念

一、博弈的基本要素：

（1） 博弈的参加者(player) 。也称局中人或博弈方。是指博弈中能独立决策、独立行动并承担决策结果的个人或组织。小到一个人，大到一个跨国公司乃至一个国家，只要能独立决策和行动都可视作一个博弈方。

（2） 策略空间(strategy space) 。是指各博弈方各自可选择的全部策略或行为的集合。在不同的博弈中可供博弈方选择的策略或行为的数量很不相同，在同一博弈中，不同博弈方的可选策略或行为也常不同，有时只有有限的几种，甚至只有一种，而有时又可能有许多种，甚至无限多种可选策略或行为。每一个策略都对应一个相应的结果。

（3 ）进行博弈的次序(the order of play) 。博弈中各博弈方行动的顺序对于博弈的结果是非常重要的。同样的博弈方、同样的策略空间，先后决策并行动和同时决策行动，其结果是大相径庭的，不同的次序必然是不同的博弈。

（4） 博弈方的得益(the payoff of player) 。也称支付，是指博弈方策略实施后的结果，规定一个博弈必须对得益作出规定。得益即收入、利润、损失、量化的效用、社会效用和经济福利等，可以是正值，也可以是负值。理性的博弈方总是选择能使自己获得最大得益的策略。

一旦确定了以上四要素，一个博弈也就随之确定了。

二、博弈的分类：

通常我们可以将博弈论划分为合作博弈(cooperative game)和非合作博弈(non-cooperative game)。合作博弈与非合作博弈之间的区别主要在于人们的行为相互作用时，当事人能否达成一个具有约束力的协议(binding agreement)。如果能就是合作博弈，反之，就是非合作博弈。纳什、泽尔腾和海萨尼的贡献主要是在非合作博弈方面，而且现在经济学家谈到博弈论一般指的都是非合作博弈，很少指合作博弈。

按照不同的标准，博弈可以划分成好几类。通常我们可以从下面两个角度进行。第一个角度是参与人行动的先后顺序。从这个角度，博弈可以划分成静态博弈(static game)和动态博弈(dynamic game)。静态博弈指的是博弈中，参与人同时选择行动或虽然非同时行动但后行动者并不知道前行动者采取了什么具体行动；动态博弈指的是参与人的行动有先后顺序，且后行动者能够观察到先行动者所选择的行动。划分博弈的第二个角度是参与人对有关其他人（对手）的特征、战略空间及支付函数的知识。从这个角度，博弈可以划分为完全信息博弈和不完全信息博弈。完全信息指的是每一个参与人对所有其他参与人（对手）的特征、战略空间及支付函数有准确的知识；否则，就是不完全信息。

将上述两个角度的划分结合起来，我们就得到四种不同类型的博弈，这就是：完全信息静态博弈，完全信息动态博弈，不完全信息静态博弈，不完全信息动态博弈。与上述四类博弈相对应的是四个均衡概念，即：纳什均衡(Nash equilibrium)（纳什，1950，1951），子博弈精炼纳什均衡(sub-game perfect Nash equilibrium)（泽尔腾，1965），贝叶斯纳什均衡(Bayesian Nash equilibrium)（海萨尼，1967－1968），及精炼贝叶斯纳什均衡(perfect Bayesian Nash equilibrium)。

表1.2.1概括了上面所讲的四种博弈及对应的四个均衡概念。